

УДК 532.517.2
PACS 47.10

Численное моделирование теплопереноса жидкости во вращающемся цилиндре при локальном нагреве на свободной поверхности

В. И. Пуховкин*, И. А. Бабушкин†, К. Г. Шварц‡

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

* hellwoosh@gmail.com

† lapans@yandex.ru

‡ kosch@psu.ru

В осесимметричной постановке численно с помощью метода сеток исследуется движение жидкости во вращающемся с постоянной угловой скоростью цилиндре при различных значениях чисел Тейлора, Релея и фиксированного значения числа Био. Ось вращения направлена вертикально вверх. Дно и внешняя боковая стенка цилиндра являются теплоизолированными, верхняя граница свободная не деформированная. На верхней границе в центре цилиндра расположен круглый нагреватель. Изучается вихревое движение, возникающее в результате совместного взаимодействия неравномерного продольного градиента температуры и силы Кориолиса. По всему слою формируется сложная структура конвективного движения.

Ключевые слова: адвективные течения; вращение; метод сеток

Поступила в редакцию 12.09.2024; после рецензии 08.10.2024; принята к опубликованию 08.10.2024

Numerical modeling of heat and mass transfer of a liquid in a rotating cylinder in the case of local heating on a free surface

V. I. Puhovkin*, I. A. Babushkin†, K. G. Shvarts‡

Perm State University, Perm, Russia

* hellwoosh@gmail.com

† lapans@yandex.ru

‡ kosch@psu.ru

In an axisymmetric formulation, a fluid motion in a cylinder rotating with a constant angular velocity is numerically investigated using the grid method at different values of Taylor and Rayleigh numbers and a fixed value of the Biot number. The axis of rotation is directed vertically upward. The bottom and the outer side wall of the cylinder are thermally insulated, the upper boundary is free, undeformed. A circular heater is placed on the upper boundary in the center of the cylinder. The vortex motion resulting from the combined interaction of the non-uniform longitudinal temperature gradient and the Coriolis force is studied. A complex structure of convective motion is formed throughout the layer.

Keywords: advective flows; rotation; grid method

Received 12 September 2024; revised 08 October 2024; accepted 08 October 2024

doi: 10.17072/1994-3598-2024-4-30-37

1. Введение

Процессы теплопереноса жидкости в природе и технике удобно изучать, моделируя поведение адвективных течений в цилиндре в зависимости от местонахождения источника тепла. Этот вопрос освещен достаточным числом работ. В экспериментах [1, 2] в ходе исследования явления колебательной конвекции в неподвижном цилиндре с металлическим цилиндрическим нагревателем, расположенном в его центре удалось показать возникновение многовихревой структуры течения при относительно большом значении числа Прандтля. В работе [3] изучают совместный термокапиллярный и термогравитационный эффекты при наличии горизонтальной разности температур в длинной кювете. Эксперименты и численное моделирование показали существование трех различных состояний: моноячейковая структура течения, многоячейковая структура и пространственно-временная структура (осцилляции) в зависимости от значений числа Прандтля, Марангони, Релея и линейных размеров кюветы. Результаты обсуждаются и сравниваются с линейной теорией [4]. Было отмечено, что учет трехмерных эффектов особенно важно учитывать при малых числах Прандтля.

В [5, 6] численно исследовалось влияние медленного вращения на структуру термокапиллярного течения в установке, описанной в [2].

В [7, 8] изучается устойчивость термокапиллярных течений во вращающемся кольцевом зазоре. В работе [9] представлена серия численных расчетов влияния рассеяния тепла на термокапиллярную конвекцию жидкости с низким числом Прандтля ($Pr = 0.011$) в кольцевой ванне, нагреваемой из ее внутреннего цилиндра. Результаты показывают, что с увеличением числа Био изотермы двумерного основного течения сильно сжимаются вблизи горячего внутреннего цилиндра и ухудшается термокапиллярная картина течения. С увеличением числа Марангони термокапиллярная конвекция сначала развивается от основного течения к трехмерному стационарному течению с продольными стационарными полосами на свободной поверхности, а затем – к трехмерному колебательному течению, характеризующемуся сочетанием стационарных полос и азимутальных полос волны, что обусловлено взаимным влиянием радиальной конвекции, азимутального локального течения и теплоотвода. После дестабилизации течения амплитуда колебаний температуры увеличивается, а волновое число уменьшается с увеличением числа Марангони, когда свободная поверхность адиабатическая. Кроме того, характер колебаний температуры изменяется из-за рассеяния тепла на поверхности. Кроме того, с увеличением числа Био волновое число практически остается

постоянным при малом числе Марангони, но существенно возрастает при большом числе Марангони.

В работе [10] тепловая капиллярно-плавучая конвекция с эффектом Соре во вращающемся кольцевом бассейне была исследована с помощью серии трехмерных численных расчетов. Кольцевой резервуар нагревается во внешнем цилиндре, охлаждается во внутреннем цилиндре и заполняется бинарной смесью *n*-декан/*n*-гексан с начальной массовой долей 50%. Исследование сосредоточено на влиянии числа Тейлора и соотношения сторон на стабильность потока и характер течения тепловой конвекции с капиллярной плавучестью. Результаты показывают, что критическое тепловое капиллярное число Рейнольдса увеличивается с увеличением числа Тейлора и уменьшается с увеличением соотношения сторон. Как только тепловое капиллярное число Рейнольдса превышает критическое значение, основной поток раздваивается, образуя структуру, состоящую из тонких спиральных волн и гидротермальных волн с относительно небольшим соотношением сторон. Кроме того, с увеличением соотношения сторон тонкие спиральные волны постепенно подавляются. Основной поток переходит в гидротермальные волны с относительно большим соотношением сторон. С увеличением числа Тейлора гидротермальные волны обычно развиваются в результате сосуществования гидротермальных волн и внутреннего колебательного потока, который создается вращающимся вихрем, содержащимся в основном потоке. Кроме того, эффект Соре создает градиент концентрации, противоположный градиенту температуры, что усиливает тепловую конвекцию капиллярной плавучести в бинарной смеси.

В работе [11, 12] представлена модель тропической атмосферы, которую можно моделировать как подогретый снизу слой с глубокой конвекцией масштаба толщины слоя.

В [13–15] рассматривался цилиндрический слой жидкости с твердыми боковыми стенками и дном, свободной верхней границей и при наличии на дне локализованного нагрева. Численно исследовалось формирование вторичных течений в пограничном слое основного крупномасштабного течения.

2. Постановка задачи

Исследуется осесимметричное движение жидкости во вращающейся с постоянной угловой скоростью цилиндрической установке (рис. 1). Высота цилиндра 3 см, радиус 8 см, в центре на вершине слоя расположен металлический нагреватель с радиусом 0.5 см. Установка вращается с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси, нижняя и боковая границы твердые и теплоизолированные, верхняя граница свободная, не деформируемая.

Экспериментальная установка состоит из стола из металлического профиля 1, в центре которого

находится вал 2 на опорных подшипниках. На верхний торец вала установлен алюминиевый лист круглой формы 3 толщиной 10 мм. Вращение алюминиевого диска происходит путём передачи вращательного момента от шагового двигателя (4) на вал через зубчатый ремень.

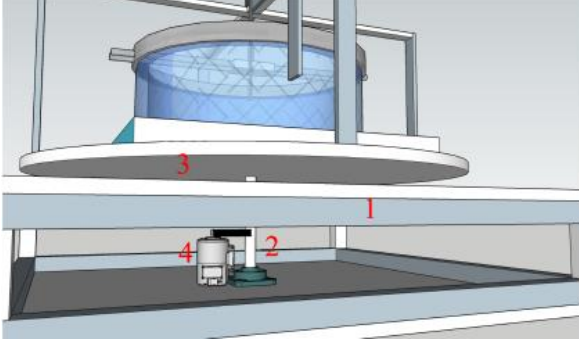


Рис. 1: Экспериментальная установка

Натурные эксперименты показали, что наличие вращения в исследуемом диапазоне частот чения. Образуются два вала в плоскости слоя с сложным спиралевидным движением элементов жидкости, что приводит к уменьшению коэффициента теплоотдачи нагревателя и, как следствие, увеличению его температуры. Сложность структуры наблюдаемого движения жидкости потребовало проведения численных экспериментов.

В проводимых численных расчетах движение осесимметрического неизоэтермического течения исследуется с помощью двумерных гидродинамических уравнений во вращающейся цилиндрической системе координат [6]. Направление оси вращения совпадает с вертикальной осью координат

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_r^2}{r} - f v_\varphi &= \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\Delta v_r - \frac{v_r}{r^2} \right), \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta v_z + g \beta T, \\ \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} - \frac{v_z v_\varphi}{r} + f v_r &= \\ &= \nu \left(\Delta v_\varphi - \frac{v_\varphi}{r^2} \right), \\ \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial (r v_z)}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} &= \chi \Delta T, \end{aligned}$$

где три компоненты вектора скорости v_r, v_φ, v_z , температура T и давление p зависят от времени t , радиальной координаты r и вертикальной координаты z ; ν – коэффициент кинематической вязкости;

χ – коэффициент температуропроводности; f – коэффициент Кориолиса; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – Лапласиан.

Введем $\psi(t, r, z)$ – функцию тока и $\omega(t, r, z)$ – завихренность:

$$\begin{aligned} v_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \\ \omega &= \frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r}. \end{aligned}$$

Выберем в качестве единиц измерения длины, времени, скорости и температуры высоту цилиндра H , H^2/ν , ν/H , θ_0 – температура нагревателя. Тогда безразмерные уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{Gr}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \omega + \frac{\partial v_\varphi^2}{\partial z} \right) + \\ + \sqrt{Ta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = \left(\Delta \omega - \frac{\omega}{r^2} \right) + \frac{\partial T}{\partial r}, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = r \omega, \\ \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + \frac{Gr}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} v_\varphi \right) + \\ + \sqrt{Ta} \frac{\partial \psi}{\partial z} = \left(\Delta v_\varphi - \frac{v_\varphi}{r^2} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{Gr}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{Pr} \Delta T, \end{aligned}$$

где $Pr = \nu/\chi$ – число Прандтля, $Ta = (f h^2/\nu)^2$ – число Тейлора, $Gr = g \beta \theta h^3/\nu^2$ – число Грасгофа.

В начальный момент времени $t = 0$:

$$\psi = \omega = v_\varphi = T = 0.$$

На левой боковой границе при $r = 0$ задано условие осевой симметрии

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} = 0.$$

На правой твердой теплоизолированной боковой границе при $r = R/H$:

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} = 0.$$

На нижней твердой теплоизолированной границе при $z = 0$:

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = 0.$$

На верхней границе при $z = 1$:

$$\begin{aligned} 0 \leq r \leq \frac{0,5}{H} : \psi = \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = 0, \\ \frac{0,5}{H} \leq r \leq \frac{R}{H} : \psi = 0, \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial T}{\partial z} = -Bi T, \end{aligned}$$

где Bi – число Био.

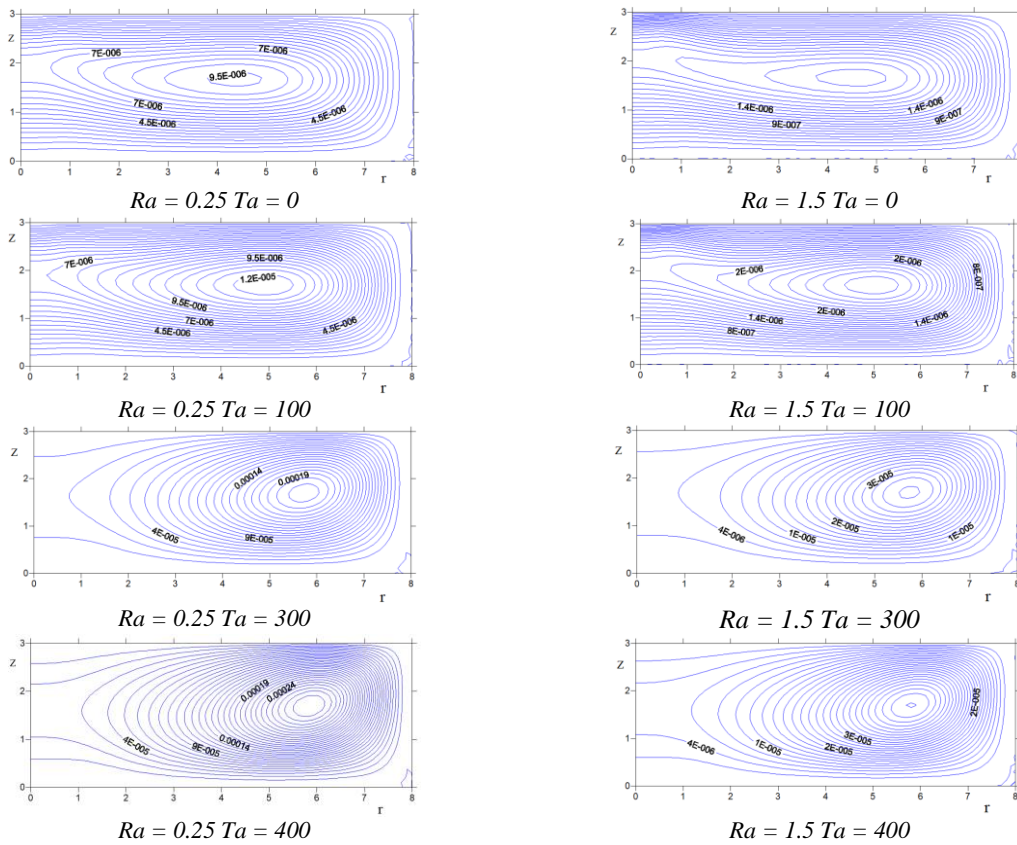


Рис. 2. Изолинии функции тока ψ при различных Ta и $Ra \cdot 10^{-6}$

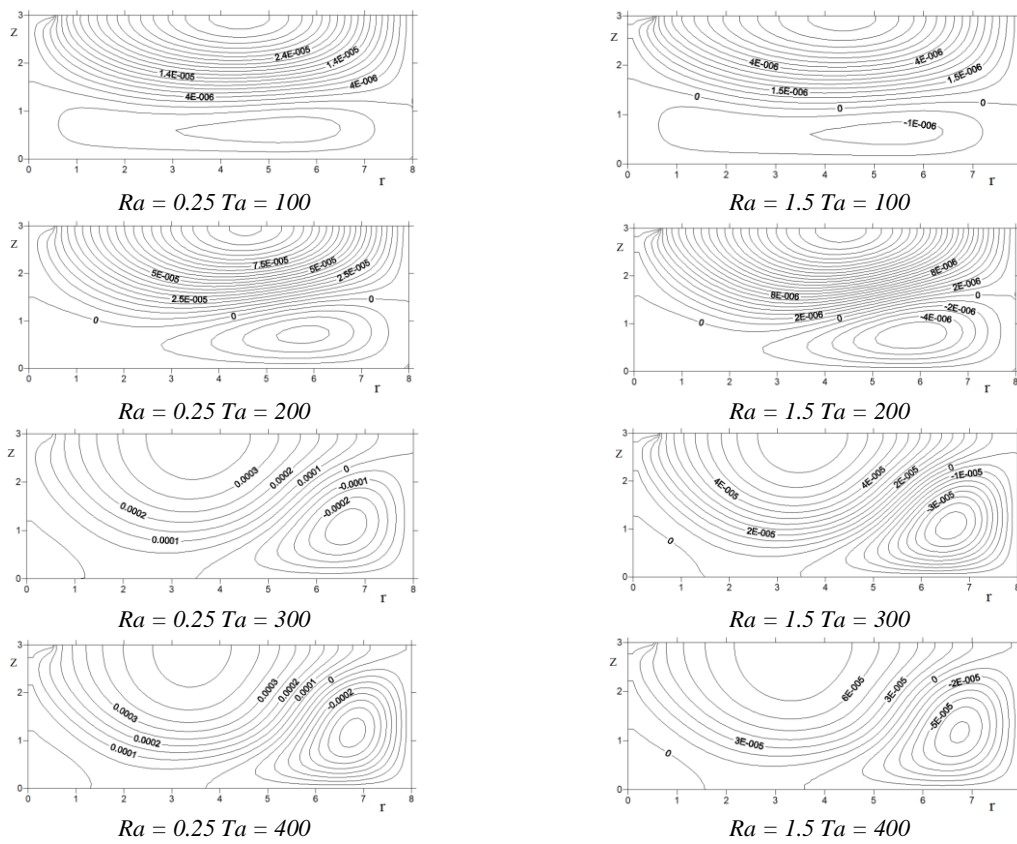


Рис. 3. Изолинии азимутальной компоненты скорости v_φ при различных Ta и $Ra \cdot 10^{-6}$

3. Результаты расчетов

Расчеты проводились с помощью явной конечно-разностной схемы [6, 16] на сетке 31×81 узел. Для аппроксимации $\omega(t, r, z)$ на твердых границах использовалась формула Тома [16]. Расчеты проводились при $Pr=6.7$, $0 \leq Ta \leq 400$ и $0.25 \cdot 10^6 \leq Ra \leq 1.5 \cdot 10^6$, где $Ra = GrPr$ – число Релея, и при $Bi = 0.01$.

На рис. 2 изображены изолинии функции тока при двух значениях числа Рэлея ($Ra=0.25 \cdot 10^6$, $1.5 \cdot 10^6$) и четырех числа Тейлора. Поперек слоя образуется вихревое движение. Наблюдается вихрь, вращающийся по часовой стрелке, центр которого смещается к внешней границе цилиндра с ростом числа Тейлора. С ростом числа Релея характер движения жидкости практически не меняется.

На рис. 3 представлены изолинии азимутальной скорости, которая является функцией двух переменных: радиуса r и высоты z и описывает движение перпендикулярное плоскости rz . Положительное значение v_φ – это движение «на нас», а отрицательное «от нас». При $Ta=100$ рассматриваемая компонента скорости в верхней части цилиндра положительная, а внизу отрицательная. С ростом числа Тейлора область, где жидкость движется «от нас», смещается к правой границе, а в остальной большей части цилиндра происходит движение «на нас». Таким образом, учитывая рис. 2, в рассматри-

ваемом диапазоне чисел Тейлора и Релея во вращающемся цилиндре формируется сложное осесимметричное тороидальное вихревое движение жидкости.

На рис. 4 предоставлены изотермы. Очевидно, что максимум температуры локализуется в центре цилиндра вблизи нагревателя. Вблизи нагревателя формируются узкие тепловые пятна, с ростом числа Тейлора их количество увеличивается. Одновременно появляется большое тепловое пятно вблизи внешней границы вращающегося цилиндра в районе сформировавшегося вихря.

Расчеты, проведенные в диапазоне $0.25 \cdot 10^6 \leq Ra \leq 1.5 \cdot 10^6$ с шагом $0.25 \cdot 10^6$ показали, что с ростом числа Релея максимум температуры, максимумы функции тока, завихренности и азимутальной скорости убывают для всего рассматриваемого диапазона чисел Тейлора (рис. 5–8). С ростом Ta скорость движения жидкости возрастает.

4. Заключение

В работе изучено влияние вращения на конвективное течение от локального источника тепла на открытой поверхности жидкости цилиндрического слоя. Показано, что увеличение числа Тейлора приводит к сложному трехмерному течению, увеличению значения азимутальной компоненты скорости v_φ , что соответствует экспериментальным резуль-

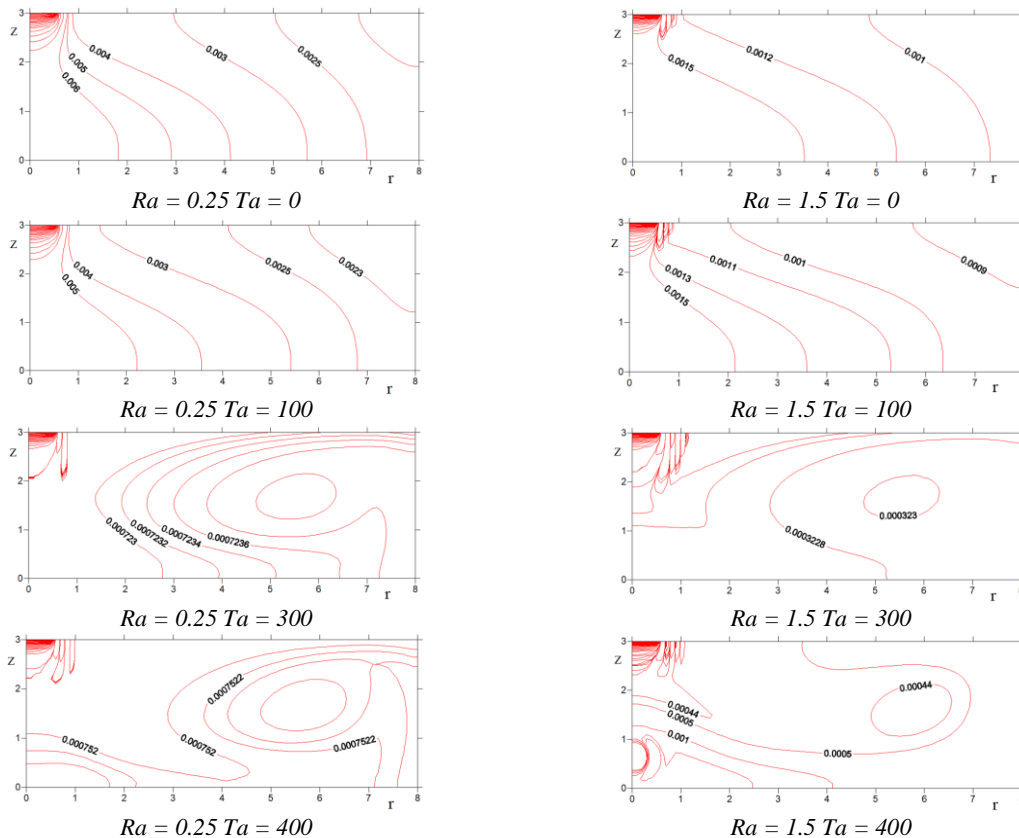


Рис. 4. Изотермы температуры T при различных Ta и $Ra \cdot 10^{-6}$

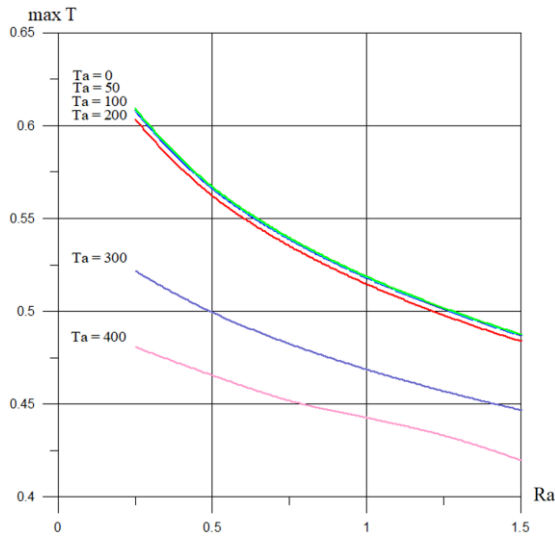


Рис. 5. Зависимость максимума температуры от $Ra \cdot 10^{-6}$ при различных значениях числа Тейлора

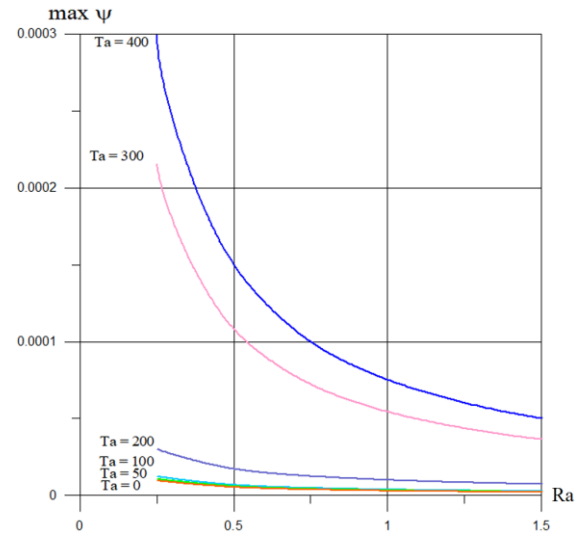


Рис. 6. Зависимость максимума функции тока от $Ra \cdot 10^{-6}$ при различных значениях Ta

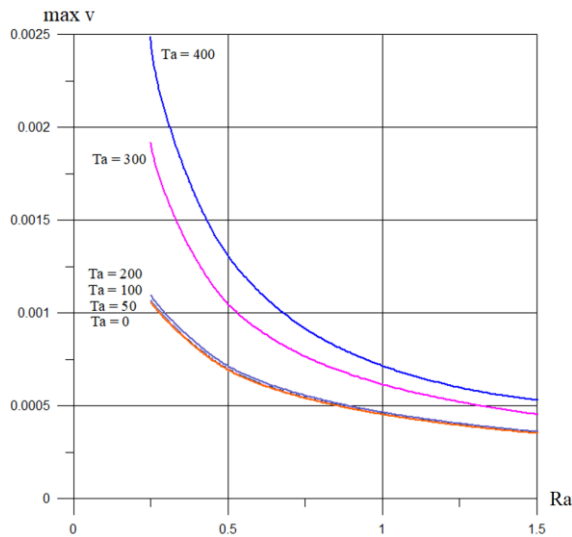


Рис. 7. Зависимость максимума азимутальной компоненты скорости от $Ra \cdot 10^{-6}$ при различных значениях Ta

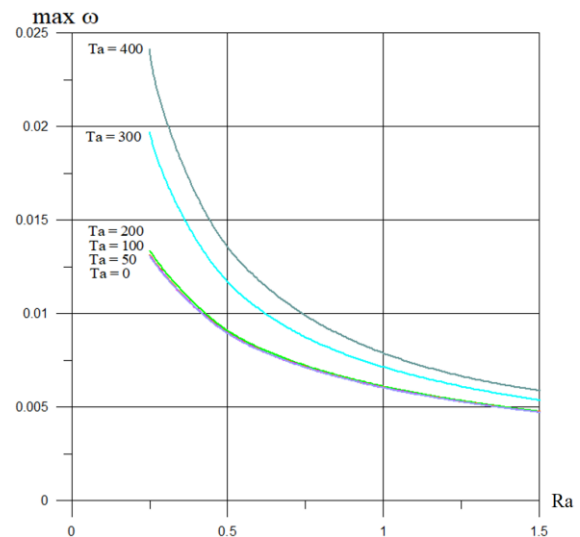


Рис. 8. Зависимость максимума завихренности от $Ra \cdot 10^{-6}$ при различных значениях Ta

татам. Поле температуры вблизи нагревателя меняется не существенно, но увеличение скорости вращения кюветы вслед за изменением структуры течения в основном объеме полости ведет к локализации теплового пятна ближе к оси вращения и увеличению глубины проникновения. При этом увеличение числа Релея приводит к уменьшению максимумов температуры, функции тока и азимутальной скорости.

Список литературы

1. Schwabe D., Moeller U., Schneider J., Scharmann A. Surface waves in a free liquid-gas interface by oscillatory Marangoni convection. In: Rath H. J. (Ed.) Microgravity Fluid Mechanics. Berlin: Springer, 1992. P. 213–216.

2. Schwabe D., Moiler U., Schneider J., Scharmann A. Instabilities of shallow dynamic thermocapillary liquid layers // Phys. Fluids A. 1992. Vol. 4. N. 11. P. 2368–2381.
3. Villers D., Platten J. K. Coupled buoyancy and Marangoni convection in acetone: experiments and comparison with numerical simulations // J. Fluid Mech. 1992. Vol. 234. P. 487–510.
4. Мызников В. М. Конечно-амплитудные конвективные движения жидкости в горизонтальном слое с продольным градиентом температуры // Математические модели течений жидкости. Новосибирск: изд-во ИТПМ СО АН СССР, 1978. С.176–186.
5. Aristov S. N., Schwarz K. G. About rotation influence on the large-scale circulation of the horizontal liquid layer thermocapillary flows in

- zero-gravity condition // *Microgravity Science and Technology*. 1994. Vol. 7. No.1. P.31–35.
6. Aristov S.N., Schwarz K.G. Rotating influence on thermocapillary flow in zero-gravity state // *Microgravity Science and Technology*. 1995. Vol. 8. No. 2. P.101–105.
 7. Li H.-M., Shi W.-Y., Ermakov M. K. Thermocapillary flow instabilities of medium Prandtl number liquid in rotating annular pools // *International Journal of Thermal Sciences*. 2017. Vol. 120. P. 233–243.
 8. Liu H., Zeng Z., Qiu Z. et al. Thermocapillary flow instabilities in a rotating annular pool for Moderate-Prandtl-number fluid // *Microgravity Science and Technology*. 2021. Vol. 33. No. 12. P. 1–10.
 9. Mo D.-M., Zhang S., Zhang L., Ruan D.-F., Li Y.-R. Effect of heat dissipation on thermocapillary convection of low Prandtl number fluid in the annular pool heated from inner cylinder // *Microgravity Science and Technology*. 2020. Vol. 32. P. 661–672.
 10. Zhu C.Z., Yu J.J., Li Y.R., Peng L. A numerical study on the thermal capillary-buoyancy convection of a binary mixture driven by rotation and surface-tension gradient in a shallow annular pool // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2021. V. 171, 121035.
 11. Зимин В. Д., Левина Г. В., Моисеев С. С., Шварц К. Г. Моделирование крупномасштабных вихревых процессов в подогреваемом снизу вращающемся слое // *ДАН СССР*. 1990. Т. 312. № 6. С.1372–1374.
 12. Богатырев Г. П., Попова Э. В. Исследование поля скорости лабораторной модели тропического циклона // *Вестник Пермского университета. Физика*. 1994. Вып. 2. С.141–150.
 13. Богатырев Г. П. Возбуждение циклонического вихря или лабораторная модель тропического циклона // *Письма в ЖЭТФ*. 1990. Т. 51. № 11. С. 557–559.
 14. Баталов В. Г., Сухановский А. Н., Фрик П. Г. Экспериментальное исследование спиральных валов в адвективном потоке, натекающем на горячую поверхность // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2007. № 4. С. 50–60.
 15. Евграфова А. В., Сухановский А. Н. Численное моделирование крупномасштабного течения в цилиндрическом слое жидкости с локальным подогревом снизу // *Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика*. 2011. № 5. С. 79–82.
 16. Тарунин Е. Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 228 с.
 - Rath H. J. (Ed.) *Microgravity Fluid Mechanics*. Berlin: Springer, 1992, pp. 213–216.
 2. Schwabe D., Moiler U., Schneider J., Scharmann A. Instabilities of shallow dynamic thermocapillary liquid layers. *Phys. Fluids A*, 1992, vol. 4, no. 11, pp. 2368–2381.
 3. Villers D., Platten J. K. Coupled buoyancy and Marangoni convection in acetone: experiments and comparison with numerical simulations. *J. Fluid Mech.*, 1992, vol. 234, pp. 487–510.
 4. Myznikov V. M. Konechno-amplitudnie konvektivnie dvizheniya jidkosti v gorizonta'nom sloe s prodol'nim gradientom temperatury [Finite-amplitude convective fluid motions in a horizontal layer with a longitudinal temperature gradient]. *Matematicheskie modeli techeniy jidkosti* [Mathematical models of fluid flows]. Novosibirsk: ITAM SB AS USSR, 1978, pp. 176–186 (in Russian).
 5. Aristov S. N., Schwarz K. G. About rotation influence on the large-scale circulation of the horizontal liquid layer thermocapillary flows in zero-gravity condition. *Microgravity Science and Technology*, 1994, vol. 7, no. 1, pp. 31–35.
 6. Aristov S. N., Schwarz K. G. Rotating influence on thermocapillary flow in zero-gravity state. *Microgravity Science and Technology*, 1995, vol. 8, no.2, pp. 101–105.
 7. Li H.-M., Shi W.-Y., Ermakov M. K. Thermocapillary flow instabilities of medium Prandtl number liquid in rotating annular pools. *International Journal of Thermal Sciences*, 2017, vol. 120, pp. 233–243.
 8. Liu H., Zeng Z., Qiu Z. et al. Thermocapillary flow instabilities in a rotating annular pool for moderate-Prandtl-number fluid. *Microgravity Science and Technology*, 2021, vol. 33, no. 12, pp. 1–10.
 9. Mo D.-M., Zhang S., Zhang L., Ruan D.-F., Li Y.-R. Effect of heat dissipation on thermocapillary convection of low Prandtl number fluid in the annular pool heated from inner cylinder. *Microgravity Science and Technology*, 2020, vol. 32, pp. 661–672.
 10. Zhu C.Z., Yu J.J., Li Y.R., Peng L. A numerical study on the thermal capillary-buoyancy convection of a binary mixture driven by rotation and surface-tension gradient in a shallow annular pool. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2021, vol. 171, 121035.
 11. Zimin V. D., Levina G. V., Moiseev S. S., Shvarts K. G. Modeling of large-scale vortical processes in a rotating layer heated from below. *Doklady Physics*, 1990, vol. 35, no. 6, pp. 563–564.
 12. Bogatyrev G. P., Popova E. V. Investigation of the velocity field of a laboratory model of a tropical cyclone. *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 1994, no. 2, pp. 141–150 (In Russian).
 13. Bogatyrev G. P. Cyclonic vortex excitation or a laboratory model of a tropical cyclone. *JETP Letters*, 1990, vol. 51, no. 11, pp. 557–559

References

14. Batalov V. G., Sukhanovskii A. N., Frick P. G. Experimental investigation of helicoidal rolls in an advective flow over a hot horizontal surface. *Fluid Dynamics*, 2007, vol.42, pp. 540–549.
15. Evgrafova A. V., Sukhanovsky A. N. Numerical simulation of the large-scale advective flow in a cylindrical fluid layer with a local heating. *Bulletin of Perm University. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2001, no. 5, pp. 79–82 (In Russian).
16. Tarunin E. L. *Vychislitel'nyi eksperiment v zadachakh svobodnoi konveksii* [Computational experiment in problems of free convection]. Irkutsk: Irkutsk University Press, 1990. 225 p. (in Russian)

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Пуховкин В. И., Бабушкин И. А., Шварц К. Г. Численное моделирование тепломассопереноса жидкости во вращающемся цилиндре при локальном нагреве на свободной поверхности // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. № 4. С. 30–37. doi: 10.17072/1994-3598-2024-4-30-37

Please cite this article in English as:

Puhovkin V. I., Babushkin I. A., Shvarts K. G. Numerical modeling of heat and mass transfer of a liquid in a rotating cylinder in the case of local heating on a free surface. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2024, no. 4, pp. 30–37. doi: 10.17072/1994-3598-2024-4-30-37

Сведения об авторах

1. Пуховкин Владимир Ильич, студент 4 курса физико-математического института, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068
2. Бабушкин Игорь Аркадьевич, канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой общей физики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068
3. Шварц Константин Григорьевич, д-р. физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики и информатики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068

Author information

1. Vladimir I. Puhovkin, 4th-year Student, Institute of Physics and Mathematics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia
2. Igor A. Babushkin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of General Physics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia
3. Konstantin G. Shvarts, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia