# 2017

• ФИЗИКА •

Вып. 4 (38)

УДК 517.589; 535.421 PACS 02.30.Gp, 42.25.Fx

# К вопросу о площади главного пика интерференционной функции

# П. В. Краузин

Пермский государственный национальный исследовательский университет 614990, Пермь, ул. Букирева, 15 email: krauzin@psu.ru

Одним из способов исследования структуры регулярно расположенных элементов является интерпретация картины рассеяния на такой структуре соответствующего излучения. Наиболее яркими примерами являются рассеяние света на дифракционной решетке и рассеяние рентгеновского излучения на кристаллическом образце. Среди многих факторов интенсивности полученной картины рассеяния особое место занимает интерференционная функция Лауэ. Свойства этой функции давно изложены в классических монографиях. Однако, как показано в данной работе, производя предельный переход при стремлении числа объектов рассеяния (число штрихов дифракционной решетки или число атомов в кристалле) к бесконечности, некоторые авторы совершают математическую ошибку. Ситуация усугубляется еще тем, что наряду с аналитическим вычислением такого предела предлагается простой способ качественной оценки, который дает тот же неверный результат. Поэтому целью работы является корректное получение точного предельного значения площади под главным пиком интерференционной функции. Правильность полученного аналитического результата подтверждается численным расчетом. Также предложен альтернативный способ известному геометрическому построению, позволяющему вычислить приближенное значение площади главного пика.

Ключевые слова: главный максимум; интерференционная функция; интегральный синус

Поступила в редакцию 07.11.2017; принята к опубликованию 20.11.2017

# To the question of the interference function main peak area

# P. V. Krauzin

Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm email: krauzin@psu.ru

One way to study a structure of regularly located elements is the interpretation of scattering pattern on such structure of corresponding radiation. The most striking examples are the scattering of light by a diffraction grating and the scattering of x-ray radiation by a crystalline sample. Among many factors in the intensity of obtained scattering pattern, the interference function of Laue occupies a special place. The properties of this function have long been expounded in classical monographs. However, as shown in this paper, some authors make mathematical error when making the limit as the number of scattering objects (the number of diffraction grating lines or the number of atoms in the crystal) tends to infinity. The situation is aggravated by the fact that along with an analytical calculation of such limit, simple method of qualitative estimation, which gives the same false result, is offered. Therefore, the goal of the work is to get the exact limiting value of the interference function main peak area. The correctness of the obtained analytical result is confirmed by numerical calculation. An alternative method is also proposed for the known geometric construction, which allows one to estimate the limiting value of the area of the main peak.

Keywords: main maximum; interference function; sine integral

Received 07.11.2017; accepted 20.11.2017

doi: 10.17072/1994-3598-2017-4-52-58

# 1. Введение

Рассмотрим геометрическую прогрессию, первый член которой равен единице, а знаменатель равен  $e^{2i\varphi}$ , где *i* – мнимая единица,  $\varphi$  – вещественная константа. Вычислим квадрат модуля суммы первых *N* членов этой геометрической прогрессии:

$$\Phi(\varphi) \equiv \left| \sum_{m=0}^{N-1} e^{2im\varphi} \right|^2 = \left| \frac{e^{2iN\varphi} - 1}{e^{2i\varphi} - 1} \right|^2 = \frac{\sin^2(N\varphi)}{\sin^2\varphi}.$$
 (1)

В оптике выражение (1) возникает при определении интенсивности дифрагированного света, обусловленного интерференцией N когерентных пучков, идущих от штрихов дифракционной решетки [1]. При изучении дифракции рентгеновских лучей на кристаллах Ф также является множителем интенсивности рассеянного излучения и называется интерференционной функцией (ИФ) Лауэ [2, 3]. Отметим, что определенная таким образом функция Лауэ реализуется в одномерных системах, тогда как при рассеянии на кристаллах интенсивность дифракционной картины определяется произведением трех функций Лауэ (по каждому измерению). Аргумент ИФ  $\varphi$  равен удвоенной разности фаз между соседними вторичными волнами, а N определяет количество рассеивающих центров.

Отметим некоторые свойства ИФ, график которой при различных значениях N представлен на рис. 1. ИФ является периодической функцией с периодом  $\pi$ . Минимумы (они также являются нулями функции) находятся в точках  $\varphi = k\pi / N$ , где k – целое число, не кратное N. Максимумы ИФ являются корнями уравнения

$$N \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg}(N\varphi) \,,$$

которое имеет два типа решений. Первый тип – тривиальные решения  $\varphi = k\pi$  (k – целое число), в этих точках ИФ принимает значения, которые называют главными максимумами:

$$\Phi_{\rm rn} = \lim_{\varphi \to k\pi} \frac{\sin^2(N\varphi)}{\sin^2\varphi} = N^2.$$
<sup>(2)</sup>

Второй тип решения можно найти лишь приближенно, полагая  $N \gg 1$ . Так, в описанных

физических примерах  $N \sim 10^5 \div 10^6$  – число штрихов дифракционной решетки или число атомов вдоль главного кристаллографического направления. В этом приближении имеем

$$arphi pprox rac{(2k+1)\pi}{2N}$$
 ,

где  $k \neq 0$  – целое число, а соответствующие значения ИФ образуют побочные максимумы:

$$\Phi_{\rm no6} \approx \left(\frac{2N}{(2k+1)\pi}\right)^2. \tag{3}$$

На рис. 1 для случая N = 5 на интервале –  $\pi / 2 \le \varphi \le \pi / 2$  отмечены главный и побочные максимумы ИФ, имеющие абсциссы  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pm \arctan(\sqrt{5/3}) \approx \pm 3\pi / 10$ ,  $\varphi = \pm \pi / 2$  соответственно.



**Рис. 1.** Интерференционная функция  $\Phi(\varphi)$  на одном периоде

Между двумя соседними главными максимумами ИФ лежат N-2 побочных максимумов и N-1 нулевых значений.

### 2. Интеграл от ИФ

Вычислим площадь  $S_{\text{полн}}$  под графиком ИФ в пределах от 0 до  $\pi$ . В перечисленных выше явлениях, рассмотрение которых приводит к введению

ИФ, *S*<sub>полн</sub> будет определять суммарную энергию рассеянного излучения:

$$S_{\text{полн}} = \int_{0}^{\pi} \frac{\sin^{2}(N\varphi)}{\sin^{2}\varphi} \,\mathrm{d}\varphi \,. \tag{4}$$

Для вычисления интеграла (4) вернемся к определению ИФ (1) и запишем квадрат модуля суммы как произведение суммы на ее сопряженное значение:

$$\begin{split} S_{\text{полн}} &= \int_{0}^{\pi} \sum_{m'=0}^{N-1} \sum_{m'=0}^{N-1} \mathrm{e}^{2i\varphi(m'-m'')} \mathrm{d}\varphi = \\ &= \sum_{m'=0}^{N-1} \sum_{m''=0}^{N-1} \int_{0}^{\pi} \mathrm{e}^{2i\varphi(m'-m'')} \mathrm{d}\varphi \,. \end{split}$$

Здесь, в силу независимости, изменен порядок интегрирования и двойного суммирования. Далее воспользуемся формулой, позволяющей привести двойное суммирование к однократному для функций, зависящих лишь от разности индексов суммирования:

$$\sum_{m'=0}^{N-1} \sum_{m''=0}^{N-1} f(m'-m'') =$$
  
=  $Nf(0) + \sum_{m=1}^{N-1} (N-m) f(m) + f(-m)$ 

Таким образом, получим

$$S_{\text{полн}} = N \int_{0}^{\pi} d\varphi +$$

$$+ \sum_{m=1}^{N-1} \left\{ (N-m) \int_{0}^{\pi} 2\cos(2\varphi m) d\varphi \right\} = \pi N .$$
(5)

Полученный результат (5) для интеграла от ИФ на периоде, а также вышеуказанные свойства ИФ не вызывают разночтений в литературе [3, 4]. Однако существуют монографии [4, 5], ставшими уже классическими, в которых авторы некорректно распространяют метод вычисления, приведший к правильному соотношению (5), или же при вычислении площади главного максимума ИФ используют правдоподобную схему рассуждений, основанную на неверной геометрической интерпретации. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

#### 3. Площадь главного пика ИФ

# в пределе $N \to \infty$

### 3.1. Численный результат

Вычислим площадь главного пика ИФ:

$$S_{\rm \tiny r\pi} = \int_{-\pi/N}^{\pi/N} \frac{\sin^2(N\varphi)}{\sin^2\varphi} \,\mathrm{d}\varphi \,. \tag{6}$$

Под главным пиком здесь понимается участок графика ИФ, ограниченный двумя соседними минимумами, между которыми находится главный

максимум. Отметим, что в литературе в этом смысле употребляется также термин «главный максимум». Однако, чтобы избежать путаницы и быть более строгим в определениях, будем различать: максимальное значение функции – максимум и часть графика функции, включающая максимум и его окрестность (склон и подошва) – пик.



**Рис. 2.** Относительная площадь главного пика ИФ



**Рис. 3.** Порядок разности относительной площади главного пика ИФ и ее предельного значения

Интерес к величине (6) может быть обусловлен тем, что главный максимум, согласно (2) и (3), определяет основной вклад в энергию рассеянного излучения.

Для проверки результатов, которые будут обсуждаться далее, вычислим (6) численно при различных N. На рис. 2 представлена зависимость относительной площади главного максимума. Серая линия дает предельное значение:

$$\sigma \equiv \lim_{N \to \infty} \frac{S_{_{\rm TN}}}{S_{_{_{\rm TOJH}}}} = 0.9028\dots.$$
(7)

Количественную меру приближения значения  $S_{\rm гл}/S_{\rm полн}$  к  $\sigma$  при увеличении N иллюстрирует рис. 3.

Таким образом, приблизительно 90% рассеянной энергии «сосредоточено» в главных пиках ИФ.

# 3.2. Аппроксимация главного пика ИФ треугольником

Рассмотрим следующее рассуждение. Построим треугольник, вершинами которого будут являться главный максимум и ближайшие к нему два минимума ИФ. Таким образом, высота образовавшегося треугольника равна  $N^2$ , а основание  $2\pi/N$ . При увеличении N треугольник точнее будет описывать главный пик ИФ и в пределе  $\lim_{N\to\infty} S_{_{\rm TN}} = S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot N^2 = \pi N$ .

а соответствующее значение  $\sigma = 1$ , согласно определению (7) и выражению (5). Это означает, что при увеличении N интенсивность рассеяния побочных максимумов «перекачивается» в интенсивность главных пиков. Таково типа вывод можно обнаружить в [4].



**Рис. 4.** Аппроксимация главного пика ИФ треугольником (вариант 1)

Притягательное своей простотой данное рассуждение оказывается неверным. Действительно, если обратиться к графику ИФ и изображению треугольника, о котором идет речь (см. рис. 4), то заявление о равенстве площадей в силу «улучшения» аппроксимации формы ИФ треугольником становится по крайней мере сомнительным, а численный результат (7) окончательно разрушает правдоподобность такого вывода.

Кроме того, даже не прибегая к численному интегрированию, можно показать, что  $\sigma \neq 1$ . Действительно, в обратном случае, высота побочных максимумов по отношению к главному в пределе  $N \to \infty$  должна уменьшаться, однако согласно (2) и (3)  $\Phi_{\text{поб}} / \Phi_{\text{гл}}$  не зависит от N.

Возможно другое эвристическое построение треугольника, аппроксимирующего главный максимум. Пусть его основание лежит на прямой  $\Phi = 0$ , а боковые стороны лежат на касательных к графику ИФ в точках перегиба (см. рис. 5), координаты которых определяются уравнением

$$\left.\lim_{N o\infty}rac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}^2\varphi}
ight|_{\varphi=\omega_*}=0$$

После преобразований это уравнение примет вид

$$2(N\varphi_*)^2 - 3 \cos(2N\varphi_*) -$$
  
 $-4N\varphi_*\sin(2N\varphi_*) + 3 = 0$ 

где  $N\varphi_* \neq 0$ . Минимальный по модулю корень уравнения  $N\varphi_* \approx \pm 1.3031$  отвечает абсциссе точки перегиба главного максимума ИФ.



**Рис. 5.** Аппроксимация главного пика ИФ треугольником (вариант 2)

Площадь треугольника для данного построения определяется выражением

$$S_{\Delta} = rac{\left(\Phi_{*} - \Phi_{*}^{\prime} arphi_{*}
ight)^{2}}{\mid \Phi_{*}^{\prime} \mid} \, ,$$

где введены обозначения для значения ИФ и ее производной в точках перегиба  $\varphi_*$  при условии  $N \to \infty$ :

$$\Phi_*\equiv \lim_{N
ightarrow\infty} \Phi(arphi_*)\,,\quad \Phi'_*\equiv \lim_{N
ightarrow\infty} rac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}arphi}igg|_{_{arphi=arphi}}$$

Оценим качество аппроксимации, вычислив относительную площадь главного пика:

$$\sigma = \frac{S_{\Delta}}{\pi N} = \frac{\sin(N\varphi_*)}{2\pi N\varphi_*} \times \frac{3\sin(N\varphi_*) - 2N\varphi_*\cos(N\varphi_*)}{|\sin(N\varphi_*) - N\varphi_*\cos(N\varphi_*)|} \approx 0.9231$$

Полученное значение всего лишь на 2% отличается от точного (7). С другой стороны, такая хорошая аппроксимация является скорее неожиданностью: построение этого варианта треугольника не основывалось на предварительной оценке погрешности  $\sigma$ . По всей видимости, от идеи аппроксимации главного максимума ИФ треугольником приходится отказаться. Первый вариант (рис. 4), несмотря на свою простоту, ведет к неправильному выводу о сосредоточении всей энергии рассеяния в главных пиках. Предлагаемый в данной работе второй вариант (рис. 5), напротив, довольно точно позволяет вычислить  $\sigma$ , но трудоемкость вычислений противоречит идее простой качественной оценки.

# 3.3. Точное значение предела относительной площади главного пика ИФ

Вычислим относительную площадь главного пика ИФ для случая  $N \gg 1$ . Попытки аналитического вычисления были сделаны в [5, 6], но результат оказался неверным. Отметим оригинальный подход, описанный в [3], но он дает приближенное значение площади главного пика.

Кратко обсудим математическую ошибку, допущенную в [5], при вычислении площади главного пика ИФ (6). В указанной монографии переход к однократному суммированию не был осуществлен, поэтому выражение записывалось следующим образом:

$$S_{r\pi} = \int_{-\pi/N}^{\pi/N} \frac{\sin^2(N\varphi)}{\sin^2\varphi} d\varphi =$$
$$= \sum_{m'=0}^{N-1} \sum_{m''=0}^{N-1} \frac{\sin 2\pi \ m' - m'' \ / N}{m' - m''}$$

Далее, в [5] делается заключение: в пределе  $N \to \infty$  синус можно заменить его аргументом, в силу малости, следовательно, двойная сумма будет содержать  $N^2$  одинаковых членов, равных  $2\pi / N$ . Тогда суммирование дает результат  $S_{\rm rn} = 2\pi N$ , что, безусловно, неверно. Дело в том, что на верхнем пределе суммирования индексы m', m'' становятся порядка N, и в этом случае аргумент синуса перестает быть малым.

Вернемся к выводу предела относительной площади главного пика. Воспользовавшись выражением (5), получим

$$\begin{split} S_{_{\mathrm{P}\pi}} &= \\ &= N \int\limits_{^{-\pi/N}}^{^{\pi/N}} \mathrm{d}\varphi + \sum\limits_{m=1}^{^{N-1}} \Biggl\{ (N-m) \int\limits_{^{-\pi/N}}^{^{\pi/N}} 2\cos(2\varphi m) \mathrm{d}\varphi \Biggr\} = \\ &= 2\pi + \sum\limits_{m=1}^{^{N-1}} \Biggl\{ \frac{2(N-m)}{m} \sin\Biggl(\frac{2\pi m}{N}\Biggr) \Biggr\} \,. \end{split}$$

Представив синус в виде ряда:

$$\sin\left(\frac{2\pi m}{N}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n (2\pi)^{2n+1}}{(2n+1)!} \left(\frac{m}{N}\right)^{2n+1} \right\},\,$$

выполним суммирование по *m* согласно формулам (А.3), (А.4). Тогда искомое выражение для площади примет вид

$$\begin{split} S_{\rm \tiny INT} &= 2\pi + 4\pi \, \frac{N-1}{2} + \sum_{n=1}^\infty \biggl\{ \frac{2(-1)^n (2\pi)^{2n+1}}{(2n+1)!} \times \\ & \times \biggl( \frac{N}{(2n+1)(2n+2)} + {\rm O} \ N^{-1} \ \biggr) \biggr\} \end{split}$$

Внося свободные слагаемые под знак суммы, имеем

$$S_{\rm eff} = N {\sum_{n=0}^\infty \frac{(-1)^n (2\pi)^{2n+1}}{(2n+1)! (2n+1)(n+1)}} + {\rm O} \ N^{-1} \ . \label{eq:spin}$$

Результат суммирования по n дает тождество (Б.2):

Таким образом, точное значение предела относительной площади главного пика ИФ

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \operatorname{Si}(2\pi) = 0.9028\dots,$$

что совпадает с численным результатом (7). Неравенство  $\sigma \neq 1$  означает невозможность объединения побочных максимумов с главными. Но, безусловно, при увеличении N побочные максимумы будут приближаться к главным, сосредотачивая таким образом интенсивность рассеяния в направлениях главных максимумов.

# 4. Заключение

В работе приводится вывод точного значения предела интеграла от ИФ  $\Phi(\varphi)$  на интервале –  $\pi / N \le \varphi \le \pi / N$ , соответствующему главному пику, при  $N \to \infty$ . Показано, что это значение отлично от интеграла, вычисленного на периоде ИФ:  $0 \le \varphi \le \pi$ . Предложен способ приближенного вычисления этого предела, основанный на аппроксимации главного пика ИФ треугольником. В отличие от известного подобного построения указанный в данной работе подход позволяет получить значение предела с погрешностью 2%.

Работа имеет и методическое значение. Действительно, обнаруженные неточности в известных монографиях показывают редкий, но поучительный пример. Его суть заключается в следующем. Одинаковый результат, полученный двумя различными способами, казалось бы, является несомненным. Однако в данной ситуации авторы, упоминаемые в работе, дважды допустили ошибки различного характера. А полученный неверный, но одинаковый результат повлек за собой столь же сомнительные физические объяснения изучаемого явления. Примечательно, что этого можно было избежать, если реже полагаться на кажущуюся очевидность и принятие математических утверждений без доказательств.

# Приложение А

В настоящем приложении для удобства читателей мы выведем формулу, которая в статье приведена без вывода, поскольку там главное внимание было уделено общей логике преобразований.

Рассмотрим сумму

$$\sum_{m=1}^{N-1} \left\{ \frac{N-m}{m} \left( \frac{m}{N} \right)^{2n+1} \right\} = \sum_{m=1}^{N} \left( \frac{m}{N} \right)^{2n} - \sum_{m=1}^{N} \left( \frac{m}{N} \right)^{2n+1},$$

где n – целое неотрицательное число,  $N \gg 1$ . Это выражение содержит в себе однотипные суммы вида

$$s_{_k} \equiv \sum_{_{m=1}}^{^N} \left(\!\frac{m}{N}\!\right)^{\!\!k}$$
 .

При k = 0 получаем тривиальный случай  $s_0 = N$ . Случай k = 1 соответствует сумме арифметической прогрессии, поэтому  $s_1 = (N + 1) / 2$ . Для произвольных значений k выражение  $s_k$  определяется формулой Фаульхабера [7]:

$$s_{k} = rac{1}{(k+1)N^{k}}\sum_{m=1}^{k+1} \ (-1)^{\delta_{mk}} C_{k+1}^{m} B_{k+1-m} N^{m}$$
 , (A.1)

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $C_j^i$  – биномиальный коэффициент,  $B_i$  – число Бернулли [7]. Подстановка (A.1) в выражение для искомой суммы дает

$$\begin{split} s_{2n} - s_{2n+1} &= \frac{N}{(2n+1)(2n+2)} + \\ &+ \sum_{m=1}^{2n-1} \left\{ \left( \frac{C_{2n+1}^{2n-m}}{2n+1} - \frac{C_{2n+2}^{2n+1-m}}{2n+2} \right) \frac{B_{m+1}}{N^m} \right\} - (-1)^{\delta_{0n}} \frac{B_{2n+1}}{N^{2n}} \,. \end{split}$$

Пользуясь тем фактом, что числа Бернулли с нечетными номерами равны нулю ( $B_{2n+1} = 0, n \neq 0$ ), кроме  $B_1 = -1 / 2$ , упростим выражение (A.2):

$$s_0 - s_1 = \frac{N-1}{2},$$
 (A.3)

$$s_{2n} - s_{2n+1} = \frac{N}{(2n+1)(2n+2)} - -\sum_{m=1}^{n} \left\{ \frac{(2m-1)C_{2n+2}^{2m}}{(2n+1)(2n+2)} \frac{B_{2m}}{N^{2m-1}} \right\} =$$
(A.4)

$$= \frac{N}{(2n+1)(2n+2)} + O N^{-1}$$
,  $n \neq 0$ .

### Приложение Б

=

Определим функцию

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!(2n+1)(n+1)}$$

Преобразуем g(x), выделив две суммы:

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} \left\{ \frac{2}{2n+1} - \frac{1}{n+1} \right\} =$$
$$= 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!(2n+1)} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!(n+1)} .$$

Первая сумма — это представление интегрального синуса Si(x) в виде ряда [7]. Во второй сумме выделим ряд косинуса:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!(n+1)} = -\frac{2}{x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{2n+2}}{(2n+2)!} =$$
$$= -\frac{2}{x} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} - 1 \right) = \frac{2(1-\cos x)}{x}.$$

Таким образом,

$$g(x) = 2\operatorname{Si}(x) - \frac{2(1 - \cos x)}{x}.$$
 (5.1)

В частном случае  $x = 2\pi$ , формула (Б.1) дает тождество

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2\pi)^{2n+1}}{(2n+1)! (2n+1)(n+1)} = 2\operatorname{Si}(2\pi).$$
 (5.2)

# Список литературы

- 1. *Ландсберг Г. С.* Оптика. М.: Физматлит, 2010. 849 с.
- Прохоров А. М. (ред.) Физическая энциклопедия. Т. 1. М.: Советская энциклопедия, 1988. 704 с.
- 3. Русаков А. А. Рентгенография металлов. М.: Атомиздат, 1977. 480 с.
- Жданов Г. С., Илюшин А. С., Никитина С. В. Дифракционный и резонансный анализ. М.: Наука, 1980. 256 с.
- Китайгородский А. И. Рентгеноструктурный анализ. М.: Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1950. 650 с.
- 6. *Пинес Б. Я.* Лекции по структурному анализу. Харьков: Издательство Харьковского ун-та, 1967. 478 с.
- 7. Градитейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 1182 с.

# References

- 1. Landsberg G. S. *Optika* (Optics). Moscow: Fizmatlit, 2010. 849 p. (In Russian).
- Prokhorov A. M. (Ed.) *Fizicheskaia entsiklopediia* (Physical encyclopedia), vol. I. Moscow: Sovetskaia entsiklopediia, 1988. 704 p. (In Russian).
- Rusakov A. A. *Rentgenografiia metallov* (Radiography of metals). Moscow: Atomizdat, 1977. 480 p. (In Russian).
- 4. Zhdanov G. S., Iliushin A. S., Nikitina S. V. *Difraktsionnyi i rezonansnyi analiz* (Diffraction

and resonance analysis). Moscow: Nauka, 1980. 256 p. (In Russian).

- 5. Kitaigorodskii A. I. *Rentgenostrukturnyi analiz* (X-ray structure analysis). Moscow: Gostekhizdat, 1950. 650 p. (In Russian).
- 6. Pines B. Ja. *Lekcii po strukturnomu analizu* (Lectures on structural analysis). Har'kov: Izdatel'stvo har'kovskogo universiteta (), 1967. 478 p. (In Russian).
- Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. Table of Integrals, Series, and Products. Oxford: Academic Press, 2007. 1220 p.

### Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Краузин П. В. К вопросу о площади главного пика интерференционной функции // Вестник Пермского университета. Физика. 2017. № 4 (38). С. 52–58. doi: 10.17072/1994-3598-2017-4-52-58

# Please cite this article in English as:

Krauzin P. V. To the question of the interference function main peak area. Bulletin of Perm University. Physics, 2017, no. 4 (38), pp. 52–58. doi: 10.17072/1994-3598-2017-4-52-58