

УДК 532.595.7: 534.18  
PACS 47.20.Dr; 47.35.+i

## К вопросу о неустойчивости пузырьков газа в жидкости к дроблению при воздействии слабой волной давления

И. А. Чиглинцев<sup>1</sup>, С.А. Лепихин<sup>2†</sup>

<sup>1</sup>Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия

<sup>2</sup>Сургутский государственный педагогический университет, Сургут, Россия

†sg81@bk.ru

На основе численного моделирования рассматривается динамика волны давления в пузырьковой жидкости в цилиндрическом и коническом каналах. Анализируется склонность пузырьков газа к дроблению за фронтом волны из-за развития неустойчивости Рэля-Тейлора и Кельвина-Гельмгольца. В первом случае критерием неустойчивости пузырьков выступает число Бонда, во втором – число Вебера. Выявлено, что при одинаковом начальном состоянии пузырьковой системы разрушение пузырьков из-за неустойчивости Рэля-Тейлора может происходить при меньших амплитудах воздействующей волны давления, чем по механизму неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Показана возможность дробления пузырьков в сужающемся канале волнами давления малой амплитудой, которые при распространении в цилиндрическом канале не изменяют дисперсность газовой фазы. Установлена максимальная пороговая дисперсность смеси, при которой дробление пузырьков волнами рассмотренной амплитуды не происходит.

**Ключевые слова:** пузырьковая жидкость; волна давления; дробление пузырьков; неустойчивость Рэля-Тейлора; неустойчивость Кельвина-Гельмгольца

*Поступила в редакцию 15.08.2024; после рецензии 30.10.2024; принята к опубликованию 30.10.2024*

## On the instability of gas bubbles in a liquid to crushing when exposed to a weak pressure wave

I. A. Chiglintsev<sup>1</sup>, S. A. Lepikhin<sup>2†</sup>

<sup>1</sup> Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

<sup>2</sup> Surgut State Pedagogical University, Surgut, Russia

†sg81@bk.ru

The dynamics of a pressure wave in a bubbly liquid in cylindrical and conical channels is considered on the basis of numerical modeling. The tendency of gas bubbles to split behind the wave front due to the development of Rayleigh-Taylor and Kelvin-Helmholtz instabilities is analyzed. In the first case, the Bond number is the criterion for the instability of bubbles; in the second case, it is the Weber number. It has been found that with the same initial state of the bubble system, the destruction of bubbles due to Rayleigh-Taylor instability can occur at lower amplitudes of the impacting pressure wave than in the case of the Kelvin-Helmholtz instability mechanism. The study shows the possibility of the crushing of bubbles in a narrowing channel by low-amplitude pressure waves, which, when propagating in a cylindrical channel, do not change the dispersion of the gas

phase. We have established the maximum threshold dispersion of the mixture at which the crushing of bubbles by waves of the considered amplitude does not occur.

**Keywords:** bubble liquid; pressure wave; bubble crushing; Rayleigh–Taylor instability; Kelvin–Helmholtz instability

*Received 15 August 2024; revised 30 October 2024; accepted 30 October 2024*

doi: 10.17072/1994-3598-2024-4-64-71

## 1. Введение

Процесс разрушения капель в газовых потоках и пузырьков в жидкостях является сложным явлением, отличающимся разнообразными механизмами его протекания, которые определяются особенностями движения среды, зависят от ее плотности, вязкости, поверхностного натяжения и других свойств. Широкое распространение пузырьков систем в технологических процессах и множество прикладных задач, связанных с барботажом газа, пузырьковой детонацией и фазовыми переходами, поддерживает интерес к изучению дробления пузырьков в газожидкостных средах.

В основе процесса дробления пузырька и капли лежат неустойчивости Кельвина–Гельмгольца и Рэлея–Тейлора. В рамках плоской схемы устойчивости сферической межфазной границы [1] определяются критические значения чисел Вебера и Бонда, при достижении которых происходит разрушение поверхности капли или пузыря в соответствии с развивающейся неустойчивостью.

Вопросам устойчивости и дробления пузырьков и капель посвящено немало теоретических и экспериментальных исследований. В частности, в работах [2, 3] проведён анализ и экспериментальное исследование потери устойчивости формы пузырька при всплытии и капли при движении в закрученном потоке вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса. Установлено, что при  $Re < 1$  основным механизмом, приводящим к изменению сферической формы частиц дисперсной фазы, является неустойчивость Рэлея–Тейлора.

В [4] описана динамика формирования аэрозольного облака при разрушении макрообъёма жидкости. Установлено, что при разрушении жидкостного ядра главную роль играет неустойчивость Рэлея–Тейлора, а при формировании облака из капель – неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Также показано сильное влияние поверхностно-активных веществ на динамику формирования аэрозольного облака, позволяющих значительно снизить устойчивость межфазной границы.

Дробление пузырьков оказывает значительное влияние на механизм и интенсивность межфазного перехода. Так в [5, 6] в результате экспериментов на установке «ударная труба» было установлено, что именно дробление пузырьков гидратообразу-

ющего газа за ударной волной приводит к резкому увеличению интенсивности синтеза гидрата.

В работах [7, 8] представлены результаты численного моделирования распространения волны давления в пузырьковой жидкости, сопровождаемое образованием гидрата. Дробление пузырьков за фронтом волны учтено на основе неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. Получены расчеты, которые хорошо согласуются с экспериментальным исследованием [5], показан способ усиления амплитуды волны давления для интенсификации дробления пузырьков.

В исследованиях [9, 10] представлены результаты экспериментов по распространению ударной волны амплитудой порядка десятков мегапаскалей в жидкости, содержащей пузырёк кавитации. Отмечено, что дробление пузырька возможно от образующейся в нём микроструи, возникающей в результате поверхностной неустойчивости. Механизм дробления пузырька газа под воздействием волны давления высокой интенсивности – порядка сотен мегапаскалей – рассмотрен в [11]. Установлена зависимость амплитуды волны давления, вызывающей дробление пузырьков от начального радиуса и несферичности пузырьков.

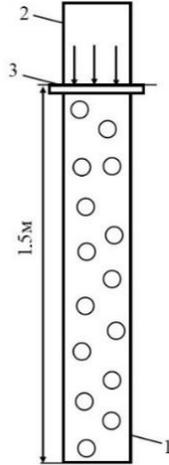
В данной работе анализируется склонность газового пузырька к разрушению в результате роста неустойчивости Кельвина–Гельмгольца или Рэлея–Тейлора при распространении в пузырьковой жидкости слабой волны давления разной начальной амплитуды и при различном начальном состоянии пузырьковой среды.

## 2. Основные уравнения

Рассмотрим покоящуюся пузырьковую жидкость, находящуюся в стальной трубе (рис.1) с длиной рабочей зоны 1.5 м.

В качестве жидкости рассматривается вода, в которую подаётся газ в нижней части установки. В начальный момент времени давление в системе равно  $p_0$ . После разрыва диафрагмы, отделяющей рабочий участок от камеры высокого давления, по пузырьковой жидкости от входа в канал начинает распространяться волна давления ступенчатого профиля. В результате давление в системе за фронтом волны становится равным  $p_e$ . Динамика волны при этом будет зависеть от параметров пузырьковой жидкости и профиля канала. Также будем считать, что дробление пузырька происходит

за фронтом ударной волны, а температура жидкости остаётся постоянной.



**Рис. 1.** Схема установки: 1 – канал с пузырьковой жидкостью, 2 – камера высокого давления, 3 – диафрагма

Запишем законы сохранения масс и числа пузырьков в одномерном приближении, принимая во внимание основные допущения волновой динамики пузырьковых жидкостей, при условии сохранения сферической формы пузырьков [1]:

$$\frac{d\rho_l}{dt} + \rho_l \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{dn}{dt} + n \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{dm_g}{dt} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_l = \rho_l^0 \alpha_l, \quad m_g = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_g^0, \quad (1)$$

$$\alpha_g = \frac{4}{3} \pi a^3 n, \quad \alpha_l + \alpha_g = 1.$$

Индексы  $i = l, g$  обозначают параметры жидкости и газа,  $\rho_i, \rho_i^0, \alpha_i, v, n, a$  – средние и истинные плотности фаз, объёмные концентрации, скорость, число пузырьков в единице объема, радиус пузырьков.

Уравнение импульсов для жидкости имеет вид

$$\rho_l \frac{dv_l}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где  $p_l$  – давление в жидкости.

Уравнение для описания изменения давления в пузырьке газа запишем как

$$\frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma-1)}{a} q, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – коэффициент Пуассона для газа;  $q$  – межфазный тепловой поток (от газа к жидкости) через единицу площади контактной поверхности.

Скорость радиального движения пузырька  $w$  согласно [12] запишем в виде  $w = w_R + w_A$ , где первое слагаемое  $w_R$  описывается уравнением Рэлея–Ламба

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad (4)$$

а второе  $w_A$  следует из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса  $a$  в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}. \quad (5)$$

Параметр  $C_l$ , входящий в данные выражения соответствует скорости звука в жидкости. Саму жидкость считаем акустически сжимаемой, а газ калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 B T_g, \quad (6)$$

где  $B$  – газовая постоянная. Дополнительным нижним индексом 0 снабжаются параметры, характеризующие начальное невозмущенное состояние среды.

На поверхности пузырьков для температуры  $T_{ga}$  и плотности газа  $\rho_{ga}^0$  имеем

$$p_g = \rho_{ga}^0 B T_{ga}.$$

Интенсивность теплового потока от газа к межфазной границе имеет вид [1]

$$q = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_a}{2a}, \quad (7)$$

$$\text{Nu} = \begin{cases} \sqrt{\text{Pe}}, & \text{Pe} \geq 10^2, \\ 10, & \text{Pe} < 10^2, \end{cases} \quad \text{Pe} = 12(\gamma-1) \frac{T_a}{T_g - T_a} \frac{a|w|}{\nu_g^{(T)}},$$

где  $\text{Nu}$  и  $\text{Pe}$  – критерии Нуссельта и Пекле для жидкости,  $\nu_g^{(T)}$  – коэффициент температуропроводности газа. Согласно оценкам [7] температуры на границе жидкости и в жидкости будут равны:  $T_a = T_0$ .

### 3. Дробление пузырьков

Дробление пузырьков и капель является сложным процессом, включающим в себя действие сил инерции, вязкости и поверхностного натяжения. Если рассмотреть плоскую границу между двумя идеальными жидкостями, которые движутся вдоль неё с некоторой скоростью и ускорением, направленным перпендикулярно к ней, то можно получить в соответствии с данной схемой два условия, при наступлении которых будет происходить дробление пузырька [1]. В одном случае дробление будет описываться неустойчивостью Рэлея–Тейлора, а в другом – Кельвина–Гельмгольца. В первом случае критерием неустойчивости выступает число Бонда, во втором – число Вебера. Если считать  $\rho_g^0 \ll \rho_l^0$ , то согласно [1] данные условия примут вид

$$\text{Bo} = \frac{4a^2 \rho_l^0 g}{\sigma} < \text{Bo}_* = 4\pi^2 \chi, \quad (8)$$

$$\text{We} = \frac{2a \rho_g^0 v_{gl}^2}{\sigma} < \text{We}_* = 2\pi \chi$$

где  $v_{gl}$  – относительная скорость фаз,  $g$  – ускорение радиального движения,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения воды, определяющий стабилизирующий эффект,  $\chi$  – параметр, определяемый из эксперимента, порядка единицы. Числа  $Bo_*$  и  $We_*$  являются критическими и определяемыми из опыта. Чем выше будут их значения, тем быстрее будет происходить дробление. В соответствии с этим значение параметра  $\chi$  примем равным 2, исходя из достаточно хорошего совпадения результатов проведённых экспериментов [5] и полученных расчётных данных [7].

По первому механизму, обусловленному неустойчивостью Рэля-Тейлора, дробление пузырька будет определяться ускорением его радиального движения, а по второму (неустойчивость Кельвина-Гельмгольца) – скоростью относительного движения пузырька. При этом максимальные величины чисел Бонда и Вебера будут наблюдаться в момент максимального сжатия пузырька, когда его радиус равен пиковому значению  $a^{(m)}$ . Ускорение и относительная скорость в этом случае примут максимальные значения  $g^{(m)}$  и  $v_{gl}^{(m)}$  и, если числа  $Bo^{(m)}$ ,  $We^{(m)}$  в это время будут превышать критические  $Bo_*$  и  $We_*$ , то будем считать, что в данный момент пузырёк мгновенно дробится на фрагменты с устойчивым радиусом. Выражения, позволяющие определить эти радиусы для момента первого максимального сжатия, имеют вид

$$\frac{4(a_*^{(m)})^2 \rho_l^0 g^{(m)}}{\sigma} = Bo_*^{(m)} = 4\pi^2 \chi,$$

$$\frac{2a_*^{(m)} \rho_g^{0(m)} (v_{gl}^{(m)})^2}{\sigma} = We_*^{(m)} = 2\pi\chi, \quad (9)$$

где  $\rho_g^{0(m)}$  – пиковое значение плотности газа в пузырьке на фронте волны,  $a_*^{(m)}$  – наибольший радиус фрагмента раздробившегося пузырька, который будет устойчив при данной амплитуде волны.

Исходя, из того, что объём пузырька в момент максимального сжатия будет равен суммарному объёму образовавшихся при дроблении фрагментов, то можно определить их количество как

$$N = \left( \frac{a^{(m)}}{a_*^{(m)}} \right)^3.$$

Так как скорость движения газовой фазы относительно жидкости  $v_{gl}$  и ускорение  $g$  в данном случае будут играть определяющую роль для критических значений чисел  $Bo_*$  и  $We_*$ , необходимо записать выражение для их определения. Для этого рассмотрим уравнение импульсов для пузырька в виде

$$m_g \frac{dv_g}{dt} = f_m + f_A + f_S.$$

Полагая, что при относительном движении сумма из трех сил (присоединенной массы  $f_m$ , Архимеда  $f_A$  и Стокса  $f_S$ ) равна 0, получим следующее уравнение [12] для определения относительной скорости движения пузырька газа и ускорения:

$$\frac{\partial v_{gl}}{\partial t} = 2 \frac{\partial v_l}{\partial t} - v_{gl} \frac{w}{a} - \frac{3c_\mu}{4a} |v_{gl}| v_{gl}, \quad (10)$$

где  $c_\mu$  – коэффициент вязкого сопротивления жидкости движению пузырька, который определяется следующим образом:

$$Re \leq 10.9: c_\mu = \frac{16}{Re},$$

$$10.9 < Re \leq 1000: c_\mu = \frac{48}{Re} \left( 1 - \frac{2.2}{\sqrt{Re}} \right),$$

$$Re > 1000: c_\mu = 4.466 \cdot 10^{-2},$$

$$Re = 2a\rho_l \frac{|v_{gl}|}{\mu_l}.$$

#### 4. Результаты расчетов

Для получения численных результатов рассматривается вода, содержащая пузырьки газа фреона-12 при следующих условиях:  $p_0 = 10^5$  Па,  $a_0 = 10^{-3}$  м,  $\rho_{g0}^0 = 5.3$  кг/м<sup>3</sup>,  $a_{g0} = 10^{-1}$ ,  $T_0 = 281$  К,  $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$  Н/м. Данные термобарические параметры системы выбраны из условия отсутствия процесса образования гидрата на границе расчетной области при воздействии волн давления с амплитудами  $\Delta p = 0.05, 0.1$  и  $1.0 \cdot 10^5$  Па.

В ходе расчётов рассматриваются два канала – цилиндрической и конической формы. Длина обоих каналов 1.5 м, диаметр цилиндрического канала  $d = 0.053$  м, диаметры конического канала у входа и дна  $d_0 = 0.053$  м и  $d_L = 0.033$  м соответственно (рис. 2). Объёмное газовое содержание при этом вдоль канала оставалось постоянным.

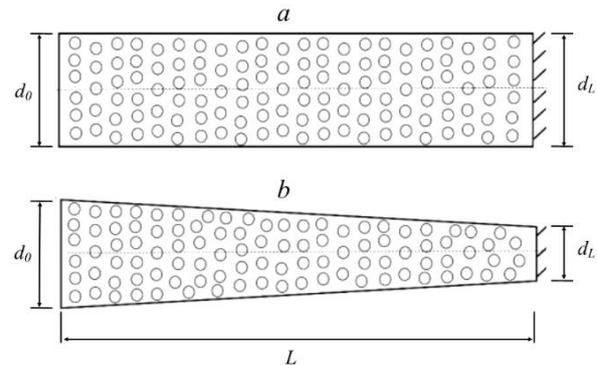
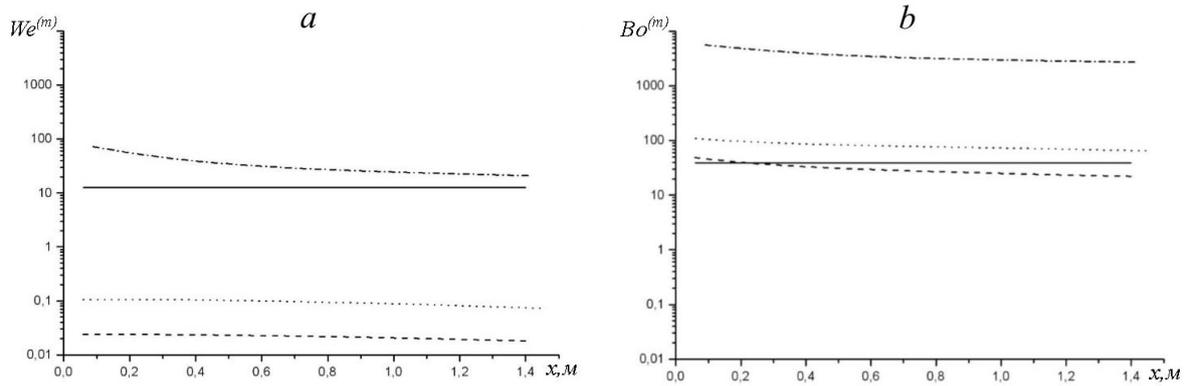
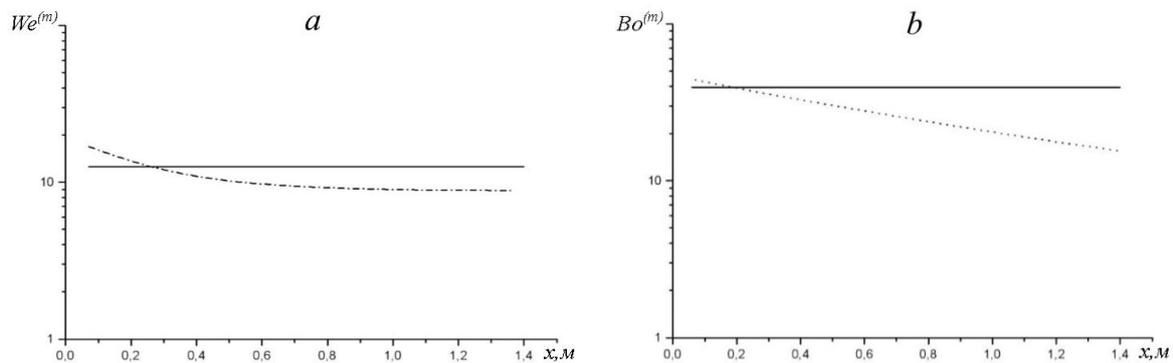


Рис. 2. Схема расчётных областей



**Рис. 3.** Огибающая максимальных значений чисел  $We$  (а) и  $Bo$  (б) при различных амплитудах волны давления



**Рис. 4.** Огибающая максимальных значений чисел  $We$  (а) и  $Bo$  (б) при устойчивых радиусах пузырька

Сначала рассмотрим распространение волны давления в цилиндрическом канале. На рис. 3 представлены огибающие максимальных значений чисел Вебера (рис. 3, а) и Бонда (рис. 3, б) по длине канала при трех разных значениях амплитуды волны на входе канала. Штриховая линия соответствует амплитуде волны равной  $\Delta p = 0.05 \cdot 10^5$  Па, пунктирная –  $0.1 \cdot 10^5$  Па, а штрихпунктирная –  $10^5$  Па. Здесь и далее на рисунках сплошной линией указаны критические значения чисел  $Bo_*$  и  $We_*$  при достижении которых пузырёк становится неустойчивым к дроблению.

Из расчёта видно, что при амплитуде волны давления равной  $\Delta p = 0.05 \cdot 10^5$  Па пузырьки радиусом 1 мм устойчивы к дроблению на протяжении всего канала (значения чисел Вебера и Бонда, соответствующие штриховым линиям, не превышают критических значений  $We_*$  и  $Bo_*$ ). Распространение волны с амплитудой на входе канала  $\Delta p = 0.1 \cdot 10^5$  Па должно сопровождаться дроблением пузырьков согласно неустойчивости Рэлея-Тейлора ( $Bo > Bo_*$ ) и происходить без дробления пузырьков согласно условию неустойчивости Кельвина-Гельмгольца ( $We < We_*$ ) (пунктирные линии на графиках). Увеличение амплитуды ударной волны до  $\Delta p = 1.0 \cdot 10^5$  Па приводит к достижению условия дробления пузырьков за фронтом

волны согласно уже обоим видам неустойчивости пузырьков в жидкостях.

На рис. 4 представлена аналогичная огибающая максимальных значений чисел Вебера и Бонда при распространении волны давления в цилиндрическом канале, заполненном жидкостью с устойчивыми к дроблению пузырьками, которые образовались в результате дробления исходных пузырьков в 1 мм на фрагменты, размер которых определяется из выражений (9). Амплитуда волны на входе канала для случая, представленного на рис. 4, а, составляла  $\Delta p = 10^5$  Па, для случая на рис. 4, б –  $\Delta p = 0.1 \cdot 10^5$  Па. При этом радиус устойчивых к дроблению пузырьков, исходя из механизма неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, составляет  $a_0 \approx 0.3$  мм (рис. 4, а), а согласно неустойчивости Рэлея-Тейлора –  $a_0 \approx 0.5$  мм, что соответствует делению исходных пузырьков в 1 мм примерно на 30 и 10 фрагментов соответственно. Видно, что при данной дисперсности пузырьковая система остаётся достаточно устойчивой к дроблению под воздействием ударной волны. Следовательно, для каждой амплитуды волны давления можно подобрать соответствующую пороговую дисперсность, при которой процесс дробления пузырьков будет отсутствовать.

Ниже представлены расчётные осциллограммы давления в жидкости и радиуса пузырька при распространении волны давления с амплитудой  $\Delta p =$

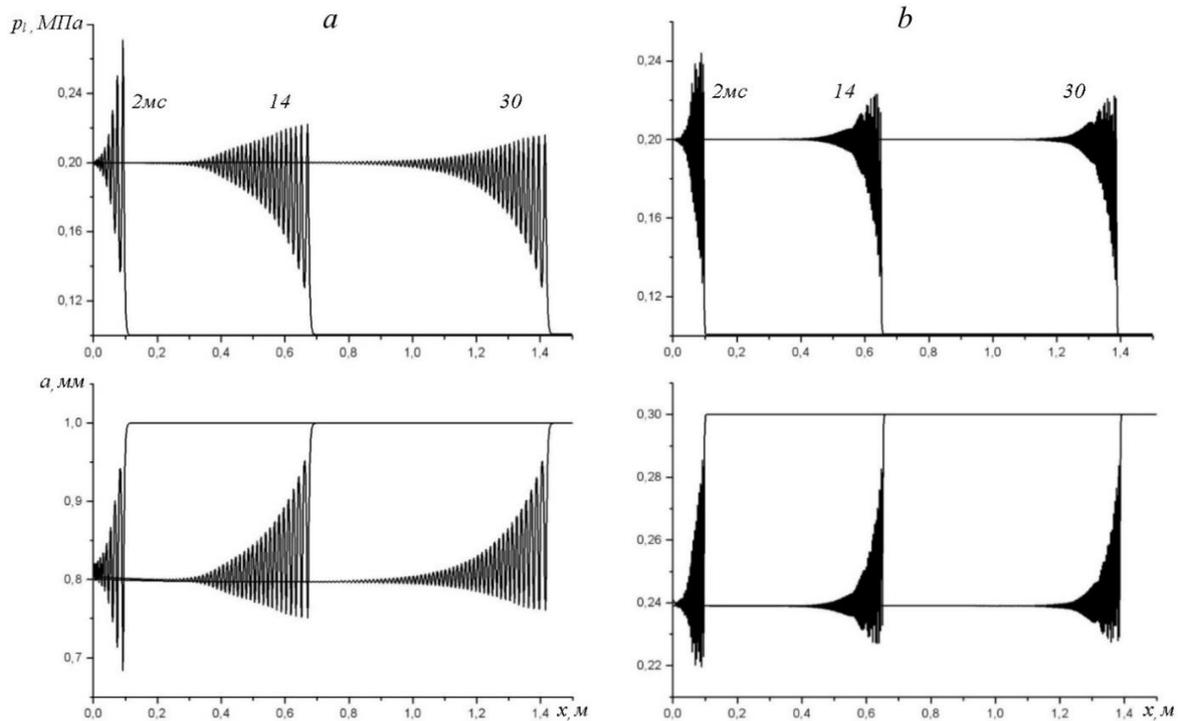


Рис. 5. Эволюция волн давления и радиуса пузырька в прямом канале

$1.0 \cdot 10^5$  Па в цилиндрическом канале. На рис. 5, *a* показана динамика волны давления в жидкости с начальным радиусом пузыря  $a_0 = 1$  мм, а на рис. 5, *б* – при  $a_0 = 0.3$  мм, что соответствует устойчивому значению радиуса при данной амплитуде согласно неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Числа у кривых соответствуют моментам времени.

Далее рассмотрим распространение волны давления в конусообразном канале (рис. 2, *б*). На рис. 6 показаны эпюры давления в жидкости и радиуса пузырьков при амплитуде волны на входе канала  $\Delta p = 1.0 \cdot 10^5$  Па и  $a_0 = 0.3$  мм. Заметим, что при этих параметрах пузырьки остаются устойчивыми к дроблению за фронтом волны в цилиндрическом канале (рис. 4, *a*).

Из графиков видно, что проникновение волны давления по коническому каналу сопровождается увеличением ее амплитуды вследствие кумулирования энергии волны из-за профиля канала. Это приводит к более сильному сжатию пузырьков на фронте волны и увеличению относительной скорости движения фаз. В результате склонность пузырьков к дроблению за фронтом волны усиливается – огибающие максимальных значений чисел Вебера и Бонда по длине канала возрастают и находятся выше критических значения этих критериев (рис. 7).

При этом результаты численного анализа показывают, что увеличение максимального значения числа Вебера по длине конического канала, при

прочих равных условиях, примерно в двое больше возрастания максимальных значений числа Бонда. Это означает, что влияние амплитуды волны на склонность пузырьков к дроблению больше проявляется в механизме неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, чем в неустойчивости Рэлея-Тейлора.

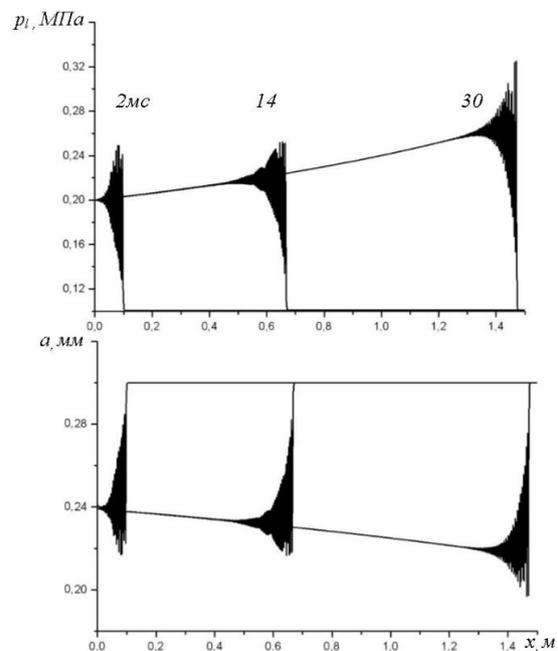


Рис. 6. Эволюция волн давления и радиуса пузырька в сужающемся канале

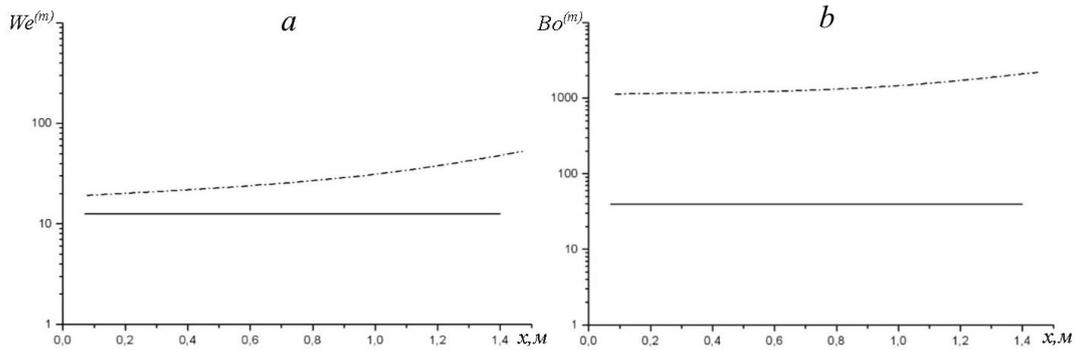


Рис. 7. Огибающая максимальных значений чисел  $We$  (а) и  $Bo$  (б) для пузырьков в сужающемся канале

Таким образом, в сужающемся канале можно добиться дробления пузырьков в жидкости изначально слабыми волнами, которые в цилиндрическом канале распространялись бы без нарушения дисперсности газовой фазы.

## 5. Заключение

В работе рассмотрена динамика волны давления в пузырьковой жидкости, содержащейся в канале цилиндрической и конической формы, и влияние амплитуды волны на дробление пузырьков за фронтом волны согласно механизмам неустойчивостям Кельвина–Гельмгольца и Рэлея–Тейлора. Показано, что при прочих равных условиях склонность пузырьков к дроблению, согласно неустойчивости Рэлея–Тейлора может происходить при меньших амплитудах воздействующей волны давления, чем по механизму неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. Установлена дисперсность пузырьковой системы, при которой она будет устойчива к дроблению при рассмотренных амплитудах ударной волны. Показана возможность реализации дробления пузырьков слабыми волнами давления в сужающихся каналах.

## Список литературы

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 360 с.
2. Архипов В. А., Васенин И. М., Усанина А. С., Анализ механизма потери устойчивости одиночного пузырька при малых значениях числа Рейнольдса // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52. № 3. С. 51–59.
3. Архипов В. А., Березиков А. П., Трофимов В. Ф., Усанина А. С. Экспериментальное исследование потери устойчивости формы капли в закрученном потоке // Оптика атмосферы и океана. 2012. Т. 25. № 12. С. 1034–1038.
4. Архипов В. А., Басалаев С. А., Золоторёв Н. Н., Перфильева К. Г., Усанина А. С. Динамика формирования аэрозольного облака при разрушении макрообъема жидкости // Оптика атмосферы и океана. 2020. Т. 33. № 6. С. 497–502. DOI: 10.15372/AOO20200614.

5. Донцов В. Е., Накоряков В. Е., Чернов А. А. Ударные волны в воде с пузырьками фреона-12 с образованием гидрата газа // Прикладная механика и техническая физика. 2007. Т. 48. № 3. С. 58–75.
6. Донцов В. Е., Чернов А. А., Донцов Е. В. Ударные волны и образование гидрата углекислого газа при повышенном начальном давлении в газожидкостной среде // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 14. № 1. С. 23–39.
7. Шаганов В. Ш., Лепихин С. А., Чиглинецов И. А. Распространение волн сжатия в пузырьковой жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17. № 2. С. 247–260.
8. Галимзянов М. Н., Лепихин С. А., Чиглинецов И. А. Распространение нелинейных волн в каналах переменного сечения, сопровождаемое образованием гидрата газа // Вестник Самарского государственного университета. Естественнонаучная серия. 2012. Т. 94. № 3/1. С. 103–115.
9. Ohl S-W., Klaseboer E., Khoo B. C. Bubbles with shock waves and ultrasound: a review // Interface Focus. 2015. Vol. 5. N. 5, 20150019. DOI: 10.1098/rsfs.2015.0019.
10. Delale C. F. (ed). Bubble Dynamics and Shock Waves. Berlin: Springer, 2012. 394 p.
11. Ковалев В. Г. О дроблении пузырьков газа в жидкости при действии волны давления конечной амплитуды // Журнал технической физики. 1999. Т. 69. № 1. С. 137–139.
12. Нигматулин Р. И., Шаганов В. Ш., Вахитова Н. К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // Доклады Академии Наук СССР. 1989. Т. 304. № 35. С. 1077–1081.

## References

1. Nigmatulin R. I. *Dinamika mnogofaznykh sred* [Dynamics of multiphase media]. Moscow: Nauka, 1987. 360 p. (In Russian).
2. Arkhipov V. A., Vasenin I. M., Usanina A. S. Mechanism of instability of a single bubble at low Reynolds numbers. *Journal of Applied Mechanics*

- and *Technical Physics*, 2011, vol. 52, no. 3, pp. 371–377. DOI: 10.1134/S0021894411030060.
3. Arkhipov V. A., Berezikov A. P., Trofimov V. F., Usanina A. S. Eksperimental'noe issledovanie poteri ustoichivosti formy kapli v zakruchennom potoke [Experimental study of the loss of the drop shape stability in a swirling flow]. *Optika atmosfery i okeana*, 2012, vol. 25, no. 12, pp. 1034–1038 (In Russian).
  4. Arkhipov V. A., Berezikov A. P., Trofimov V. F., Usanina A. S. Dinamika formirovaniia aerol'nogo oblaka pri razrushenii makroob'ema zhidkosti [Dynamics of the formation of an aerosol cloud during the destruction of liquid macro-volume]. *Optika atmosfery i okeana*, 2013, vol. 26, no. 5, pp. 391–395.
  5. Dontsov V. E., Nakoryakov V. E., Chernov A. A. Shock waves in water with Freon-12 bubbles and formation of gas hydrates. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2007, vol. 48, no. 3, pp. 346–360. DOI 10.1007/s10808-007-0044-5.
  6. Dontsov V. E., Chernov A. A., Dontsov E. V. Shock waves and formation of carbon dioxide hydrate at an increased pressure in the gas-liquid medium. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2007, vol. 14, pp. 21–35. DOI: 10.1134/S0869864307010040.
  7. Shagapov V. S., Lepikhin S. A., Chiglintsev I. A. Propagation of compression waves in bubbly liquid with hydrate formation. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2010, vol. 17, pp. 229–241 DOI: 10.1134/S0869864310020083.
  8. Galimzianov M. N., Lepikhin S. A., Chiglintsev I. A. Propagation of nonlinear waves in channels with variable cross-section led to gas hydrates formation. *Vestnik of Samara University*. 2012, vol. 94, no. 3/1, pp. 103–115 (In Russian).
  9. Ohl S-W., Klaseboer E., Khoo B. C. Bubbles with shock waves and ultrasound: a review. *Interface Focus*, 2015, vol. 5, no. 5, 20150019. DOI: 10.1098/rsfs.2015.0019.
  10. Delale C. F. (ed.) *Bubble Dynamics and Shock Waves*. Berlin: Springer, 2012. 394 p.
  11. Kovalev V. G. On the breakup of gas bubbles in a liquid under the action of a finite-amplitude pressure wave. *Technical Physics*, 1999, vol. 44, no. 1, pp. 126–128. DOI 10.1134/1.1259268.
  12. Nigmatulin R. I., Shagapov V. Sh., Vakhitova N. K. Proiavlenie szhimaemosti nesushchei fazy pri rasprostranении voln v puzyr'kovoii srede [Manifestation of the carrying phase compressibility during wave propagation in a bubble medium]. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1989, vol. 304, no. 35, pp. 1077–1081 (In Russian).

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Чиглинцев И. А., Лепихин С. А. К вопросу о неустойчивости пузырьков газа в жидкости к дроблению при воздействии слабой волной давления // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. № 4. С. 64–71. doi: 10.17072/1994-3598-2024-4-64-71

**Please cite this article in English as:**

Chiglintsev I. A., Lepikhin S. A. On the instability of gas bubbles in a liquid to crushing when exposed to a weak pressure wave. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2024, no.4, pp. 64–71. doi: 10.17072/1994-3598-2024-4-64-71

**Сведения об авторах**

1. Игорь Александрович Чиглинцев, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры технологического обучения, Уфимский университет науки и технологий, Филиал в г. Бирске, ул. Интернациональная, 10, Уфа, 452450
2. Сергей Анатольевич Лепихин, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики и информатики, Сургутский государственный педагогический университет, ул. 50 лет ВЛКСМ, 10/2, Сургут, 628417.

**Author information**

1. Igor A. Chiglintsev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Technology Education, Ufa University of Science and Technology, BirsK branch; 10, Internatsional'naia st., Ufa, 452450, Russia
2. Sergey A. Lepikhin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics and Informatics, Surgut State Pedagogical University; 10/2, 50 let VLKSM st., Surgut, 628417, Russia