

УДК 536.25, 541.18

Подкритическая конвекция в коллоидах и жидких бинарных смесях с положительной термодиффузией

А. Ф. Глухов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
glua@mail.ru

Анализируется конвекция молекулярных бинарных смесей и коллоидов с положительной термодиффузией, возникающая при подогреве снизу ниже порога устойчивости равновесия для однородной жидкости. Конвекция носит импульсный характер и реализуется в виде периодических всплесков. Положительная термодиффузия вытесняет тяжелую компоненту в верхние холодные слои жидкости. Там тяжелая компонента накапливается в пограничном слое, образуя растущую неустойчивую стратификацию плотности. Когда неоднородность превысит критическое для данной геометрии значение, возникает конвективный всплеск, и тяжелая компонента перемещается вниз в устойчивое положение. Найдены критическая толщина пограничного слоя, критическая разность концентрации на границах полости и время, при которых возникает неустойчивость. На основе анализа задачи о динамике профиля концентрации под влиянием гравитационной седиментации и термодиффузии, объяснены экспериментальные факты – периодические конвективные всплески бинарной смеси в каналах и в ячейке Хеле-Шоу ниже критического числа Рэлея. Описанный механизм, вероятно, объясняет конвекцию, наблюдавшуюся другими экспериментаторами в горизонтальном плоском слое магнитной жидкости ниже критического числа Рэлея при $Ra < 1708$.

Ключевые слова: тепловая конвекция, магнитная жидкость, бинарная смесь, коэффициент $Sope$

Поступила в редакцию 26.01.2024; после рецензии 12.03.2024; принята к опубликованию 12.03.2024

Subcritical convection in colloids and liquid binary mixtures with positive thermal diffusion

A. F. Glukhov

Perm State University, Perm, Russia
glua@mail.ru

The paper analyzes convection of molecular binary mixtures and colloids with positive thermal diffusion that occurs in the case of heating from below and below the equilibrium stability threshold for a homogeneous liquid. The convection is pulsed in nature and is realized in the form of periodic bursts. Positive thermal diffusion displaces the heavy component into the upper cold layers of the liquid. There, the heavy component accumulates in the boundary layer, forming a growing unstable density stratification. When the inhomogeneity exceeds the critical value for a given geometry, a convective surge occurs, and the heavy component moves down to a stable position. The study has found the critical thickness of the boundary layer, the critical concentration difference at the boundaries of the cavity, and the time at which instability occurs. Based on the analysis of the problem of the concentration profile dynamics under the influence of gravitational sedimentation and thermal diffusion, experimental facts are explained – periodic convective bursts of the binary mixture in channels and in the Hele-Shaw cell below the critical Rayleigh number. The described mechanism probably explains the convection observed by other experimenters in a horizontal flat layer of magnetic fluids below the critical Rayleigh number at $Ra < 1708$.

Keywords: thermal convection; magnetic fluids; binary mixture; Soret coefficient

Received 26 January 2024; revised 12 March 2024; accepted 12 March 2024

doi: 10.17072/1994-3598-2024-2-19-26

1. Введение

В численных экспериментах с уравнениями конвекции для модельных молекулярных бинарных смесей в вертикальных каналах при положительной термодиффузии обнаружены короткие конвективные импульсы в подкритической области [1]. Позднее это явление было зафиксировано в лабораторных экспериментах с ячейкой Хеле-Шоу в водном растворе сульфата натрия и описано в той же публикации. В опытах по конвекции в вертикальных связанных каналах также наблюдалась подкритическая импульсная конвекция [2]. В работе [3] описаны эксперименты с магнитными жидкостями в плоском горизонтальном слое и представлены наблюдения конвективных течений в подкритической области, т.е. при числах Рэлея меньше критического числа 1708. Можно предположить, что все перечисленные экспериментальные явления имеют единую природу и настоящая работа посвящена их анализу.

В качестве механизма явления в [2] на уровне оценок обсуждалось периодическое «обрушение» неустойчивой стратификации плотности, наведенной термодиффузией. Положительная термодиффузия перемещает частицы или тяжелую примесь в верхние холодные слои подогреваемой снизу конвективной камеры высотой h . Тяжелое концентрационное «пятно» сверху камеры растет и в конце концов жидкость теряет устойчивость, а неоднородность переносится вниз конвективным всплеском. Конвективный всплеск напоминает неустойчивость велосипедного колеса с тяжелым грузом сверху, в итоге колесо поворачивается на половину оборота и груз оказывается внизу.

В [4] механизм явления анализировался с опорой на теорию конвективной устойчивости молекулярных бинарных смесей с термодиффузией [5]. Получена формула для периода конвективных всплесков τ в зависимости от термодиффузионных и конвективных параметров жидкостей. Начальное распределение концентрации выбиралось однородным, рассматривались времена много меньше диффузионного времени $\tau_m = h^2 \pi^2 D^{-1}$, поэтому диффузионные потоки не учитывались. Термодиффузионные потоки существуют все время, пока поддерживается температурный градиент A . Скорость термодиффузионного потока $u_t = -S_T D A$ определяется коэффициентом Соре S_T и коэффициентом диффузии D . В коллоидах эта скорость совпадает со скоростью движения частиц, а в молекулярных бинарных смесях ее можно интерпретировать, например, как скорость термодиффузионного дрейфа локальных концентрационных неоднородностей.

Неучет диффузии плохо сказывается на описании поля концентрации вблизи верхней и нижней границ камеры, хотя именно от них начинается рост концентрационных неоднородностей. В настоящей работе подкритические конвективные всплески анализируются в жидких бинарных смесях и коллоидах с учетом диффузии и положительной термодиффузии. Для анализа важны числовые параметры жидкостей, и они показаны в табл. 1 для двух образцов – магнетитовой магнитной жидкости (МЖ) на керосиновой основе с объемной концентрацией 12% и для водного раствора сульфата натрия массовой концентрацией 16%.

2. Роль диффузии в подкритических конвективных всплесках

Силы Архимеда концентрационной и температурной природы в молекулярных бинарных смесях и коллоидах сопоставимы при небольших концентрационных неоднородностях благодаря высокому коэффициенту плотности $\beta_c \sim 1$ рядом с небольшим температурным коэффициентом $\beta_t \sim 10^{-3}$ 1/К. Концентрационное число Рэлея в полости с характерным размером h определяется градиентом концентрации B и конвективными свойствами жидкости

$$Ra_c = \frac{g \beta_c |B| h^4}{\nu D}, \quad (1)$$

здесь ν – кинематическая вязкость, D – коэффициент диффузии, g – ускорение свободного падения.

Тепловое число Рэлея Ra , отвечающее за возникновение тепловой конвекции, также зависит от размера h и свойств жидкости

$$Ra = \frac{g \beta_t |A| h^4}{\nu \chi}, \quad (2)$$

здесь χ – коэффициент температуропроводности.

В плоском горизонтальном слое числа Рэлея можно определять не только через градиенты A или B и четвертую степень высоты слоя h^4 , но и через перепад температуры ΔT или концентрации ΔC на слое и куб высоты h^3 , т.к. оба определения дают один результат.

В узких вертикальных полостях типа плоского вертикального слоя, ячейки Хеле-Шоу или в узких вертикальных каналах толщиной $2d$, чтобы не искажать соотношение сил в задаче, число Рэлея разумно определять через градиенты A или B и четвертую степень полутолщины (или толщины) d^4 слоя или канала [5]. В этом случае силы плавучести и диссипативные силы, при изменении высоты полости, меняются согласованно, т.к. они пропорциональны высоте полости h .

Табл. 1. Свойства жидкостей

Параметр	МЖ 12%	Раствор сульфата натрия 16%
β_c	3.0	0.85
β_t, K^{-1}	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$2.1 \cdot 10^{-4}$
$\chi, m^2 c^{-1}$	$1.1 \cdot 10^{-7}$	$1.46 \cdot 10^{-7}$
$D, m^2 c^{-1}$	$5 \cdot 10^{-12}$	$6.0 \cdot 10^{-10}$
S_T, K^{-1}	0.2	0.0089
$g\beta_t v^{-1} \chi^{-1}, K^{-1} \cdot m^{-3}$	$2.4 \cdot 10^{10}$	$1.16 \cdot 10^{10}$
$g\beta_c v^{-1} D^{-1}, m^{-3}$	$1.4 \cdot 10^{18}$	$1.14 \cdot 10^{16}$
$\varepsilon = S_T \beta_c / \beta_t$	$6 \cdot 10^2$	36
$S = v / D$	$1 \cdot 10^6$	$2.1 \cdot 10^3$
$P = v / \chi$	42	8.5

Набор параметров $g\beta_c v^{-1} D^{-1}$, определяющих концентрационную конвекцию в наших образцах магнитной жидкости, и набор для тепловой конвекции $g\beta_t v^{-1} \chi^{-1}$ (табл. 1) таковы, что критически неустойчивая стратификация плотности возникает при градиентах концентрации на много порядков меньше градиентов стационарного профиля $C(z)$ и на временах на много порядков меньше диффузионного времени τ_m .

Например, в горизонтальном плоском слое с $h = 3$ мм при температурном градиенте ~ 1 К/мм термодиффузия генерирует в МЖ градиент концентрации ~ 0.2 мм⁻¹ и число Рэлея $Ra_c \sim 2 \cdot 10^{10}$, а критическое значение Ra_{oc} , достаточное для возникновения конвекции, меньше на семь порядков и равно 1708.

Еще пример: в вертикальных каналах высотой $h = 5$ см диффузионное время молекулярной бинарной смеси (табл.1) τ_m – порядка ста часов, а период всплесков τ в эксперименте – это часы, т.е. соотношение времен $\tau/\tau_m \sim 10^{-2}$.

Найдем период конвективных всплесков учтя диффузию вблизи границ слоя и условие непроницаемости для частиц.

2.1. Период всплесков при учете диффузии у границ полости

Конвекция коллоида при учете и гравитационной и термодиффузионной седиментации частиц изучалась в [6]. Стационарные профили концентрации в равновесии описываются экспонентой $C(z) \sim \exp(-z/l)$, а характерная длина распределения l зависит не только от скорости оседания частиц за счет гравитации, но и от термодиффузии частиц. При положительной термодиффузии при подогреве снизу концентрация частиц вверху полости может оказаться выше, чем внизу, а характерная длина l станет отрицательной. Именно такой случай интересуется нас в предлагаемой работе.

Рассмотрим процесс появления концентрационного профиля в первоначально однородной по концентрации среде. По указанным выше причинам

рассмотрим только самое начало этого процесса. При записи уравнений учтем, что ось z направлена вертикально вверх. Скорость частицы коллоида складывается из скорости термодиффузионного дрейфа v_t и гравитационной седиментации v_s

$$v = v_t + v_s = -S_t D A + \frac{2r^2(\rho_m - \rho_u)g}{9\eta}, \quad (3)$$

здесь r – радиус частиц, ρ_m, ρ_u – плотность материала частиц и несущей жидкости, η – вязкость жидкости, g – ускорение свободного падения.

Для магнитных жидкостей термодиффузия положительна, поэтому при подогреве снизу ($A < 0$) мы наблюдаем дрейф частиц вдоль оси z вверх, а сила тяжести двигает частицы вниз. Итоговое направление потока определяется тем, какой из процессов сильнее и итоговая скорость может быть как положительной ($v > 0$, термофорез сильнее), так и отрицательной ($v < 0$, седиментация сильнее). В этой работе нас интересует ситуация, когда положительная термодиффузия сильнее гравитационной седиментации и частицы движутся вверх. Только в этом случае возможны конвективные всплески.

Для молекулярных бинарных смесей формула (3) также применима, но второе слагаемое v_s следует приравнять нулю. При положительной термодиффузии и подогреве снизу ($A < 0$) формула описывает положительную скорость потока тяжелой молекулярной компоненты вверх $v = v_t = -S_t D A > 0$.

Таким образом, в задаче возможен единый способ описания коллоидов и молекулярных бинарных смесей на основе уравнения (3). Поэтому говоря о концентрации, можно не конкретизировать идет ли речь о концентрации частиц в коллоиде или о концентрации тяжелой компоненты в молекулярной бинарной смеси.

Концентрация в верхней половине слоя растет со временем $C = C_0(1 + 2vth^{-1})$, а в нижней убывает $C = C_0(1 - 2vth^{-1})$. Справедливость этих формул в МЖ подтверждена экспериментально [7]. Возникающие вверху и внизу слоя или столба жидкости неоднородности локализованы вблизи горизонтальных границ. Величина неоднородности – площадь «пятна» растет со временем

$$\delta C = C_0 v t. \quad (4)$$

На границах выполняется условие непроницаемости, т.е. поток концентрации вверх скомпенсирован обратным диффузионным потоком

$$D \frac{dC}{dz} + v \cdot C = 0, \quad z = 0, h, \quad t > 0. \quad (5)$$

Условие (5) задает простейшую форму неоднородности, удовлетворяющую условиям на границе, в виде прямоугольного треугольника (рис.1). Рассмотрим случай, когда характерная длина в задаче $l = -D/v$ велика и стационарное распределение концентрации можно описать линейной функцией $C(z)/C_0 = 1 + v(z - h/2)/D$. Неоднородность растет

как за счет прироста концентрации на границе ΔC , так и за счет роста вертикального размера пятна Δz . Если $\Delta C \ll C_0$, то рост треугольной неоднородности идет с сохранением всех углов.

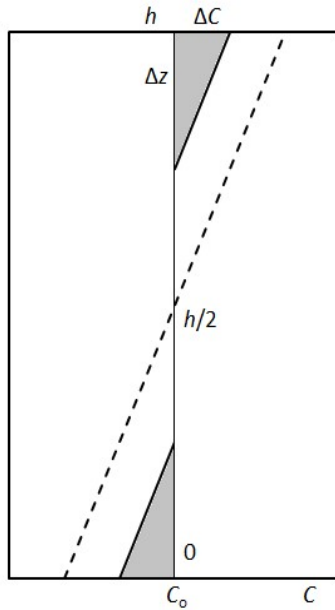


Рис.1 Растущие концентрационные неоднородности вверху и внизу слоя (треугольники). Пунктир показывает стационарное распределение C

У треугольника известны площадь (4) и угол (5), поэтому можно найти оба катета

$$\Delta C = C_0 \nu \sqrt{\frac{t}{D}}, \quad \Delta z = \sqrt{Dt}. \quad (6)$$

С ростом неоднородности растет и эффективное концентрационное число Рэлея Ra_c . Ясно, что Ra_c зависит от ΔC и Δz . При этом разность концентраций между верхом и низом слоя $2\Delta C_{\max}$ стремится к значению $C_0 \nu h/D$, а суммарный вертикальный размер двух неоднородностей $2\Delta z_{\max} - k h$. Из предельного числа Рэлея ясно видны его кубическая зависимость от размера неоднородности Δz и линейная зависимость от прироста концентрации ΔC .

$$Ra_{c_{\max}} = \frac{g\beta_c}{\nu D} (2\Delta C_{\max})(2\Delta z_{\max})^3 = \frac{g\beta_c}{\nu D} \frac{C_0 \nu h}{D} h^3$$

Используем найденную зависимость для записи текущего числа Рэлея так, чтобы при стремлении $2\Delta z$ и $2\Delta C$ к своим предельным значениям выражение давало бы стандартный предельный вид Ra_c для горизонтального слоя высотой h и для узких (размер $2d$) вертикальных полостей соответственно

$$Ra_c = \frac{g\beta_c}{\nu D} (2\Delta C)(2\Delta z)^3 \frac{h^4}{h^4},$$

$$Ra_c = \frac{g\beta_c}{\nu D} (2\Delta C)(2\Delta z)^3 \frac{d^4}{h^4}.$$

Подставляя в последние формулы размеры неоднородности (6), получаем растущий эффективный градиент концентрации

$$B = \frac{16C_0 \nu D t^2}{h^4}, \quad (7)$$

пригодный для всех типов обсуждаемых полостей. Эффективный градиент (7) отличается от [4] тем, что явно содержит коэффициент диффузии и среднюю концентрацию. Именно средняя концентрация обеспечивает начальный термодиффузионный поток νC_0 , который на границах компенсируется обратным диффузионным потоком (5).

Заданное число Рэлея Ra и растущее Ra_c , действуя совместно, создают растущую во времени неустойчивую стратификацию плотности. Когда $Ra_c + Ra$ достигнет характерного для данной геометрии полости критического значения Ra_0 , равновесие теряет устойчивость и мы можем наблюдать конвективный всплеск.

Для теплового числа Рэлея ($Ra < Ra_0$), при котором наступает неустойчивость равновесия, теперь можно записать уравнение

$$Ra_0 - Ra = Ra_c(t). \quad (8)$$

Это нейтральная кривая монотонной конвективной устойчивости равновесия молекулярной бинарной смеси [5], из которого можно рассчитать время и размеры неоднородности, когда условия в полости станут критическими для рождения конвективного всплеска.

Введем параметр $\mu = Ra/Ra_0 = |A|/A_0$, где критическое число Рэлея Ra_0 определено через модуль критического градиента A_0 для тепловой конвекции в однородной по концентрации среде.

Перепишем (8) с учетом (7) и (2)

$$1 - \mu = \frac{Ra_c}{Ra_0} = \frac{16C_0 \beta_c \nu \chi \tau^2}{\beta_c A_0 h^4},$$

откуда найдем формулу периода конвективных всплесков τ , справедливую при $|A| < A_0$, т.е. в подкритической области для любой подогреваемой снизу конвективной полости высотой h

$$\tau^2 = \frac{\beta_c h^4 A_0}{16C_0 \beta_c \nu \chi} (1 - \mu). \quad (9)$$

Для коллоида со слабой гравитационной седиментацией $|v_s| \ll |v_t|$ или для молекулярной бинарной смеси период всплесков можно явно выразить через коэффициент термодиффузии S_T

$$\tau^2 = \frac{\beta_c h^4}{16C_0 \beta_c S_T D \chi} \frac{(1 - \mu)}{\mu}. \quad (10)$$

Найдем размер неоднородности Δz_c в момент начала конвективного всплеска. Этот размер определяет критическую толщину пограничного слоя. Подставляя (9) в формулу (6), получаем

$$\Delta z_c = \left(\frac{\beta_c h^4 A_0 D^2}{16C_0 \beta_c \nu \chi} (1 - \mu) \right)^{1/4}.$$

Эта же формула для коллоида со слабой седиментацией $|v_s| \ll |v_t|$ или для молекулярной бинарной смеси выглядит так:

$$\Delta z_c = \left(\frac{\beta_i D h^4}{16 C_o \beta_c S_T \chi} \frac{(1-\mu)}{\mu} \right)^{1/4}. \quad (11)$$

Критическую величину прироста концентрации в момент начала конвективного всплеска ΔC_c можно найти, подставив (9) в (6),

$$\Delta C_c = \left(\frac{C_o^3 \nu^3 \beta_i h^4 A_o}{16 \beta_c \chi D^2} (1-\mu) \right)^{1/4}.$$

Эта же формула для коллоида со слабой седиментацией $|v_s| \ll |v_i|$ или для молекулярной бинарной смеси такова:

$$\Delta C_c = \left(\frac{C_o^3 S_i^3 D \beta_i h^4 A_o}{16 \beta_c \chi} \mu^3 (1-\mu) \right)^{1/4}. \quad (12)$$

Табл. 2. Критическая толщина пограничного слоя Δz_c и критический прирост концентрации $\Delta C_c / C_o$ в момент начала всплесков τ

Вертикальные каналы $h=50$ мм, $1-\mu=0.1, A_o=2$ К/см			
τ	Δz_c	$\Delta C_c / C_o$	Жидкость
9 ч	0.58 мм	$1.6 \cdot 10^{-2}$	МЖ 12%
3 ч	3.6 мм	$4.5 \cdot 10^{-3}$	Вод. р-р 16%
Плоский горизонтальный слой $h=3$ мм, $1-\mu=0.1, A_o=10$ К/см			
113 с	0.024 мм	$4.2 \cdot 10^{-3}$	МЖ 12%
37 с	0.15 мм	$2.4 \cdot 10^{-3}$	Вод. р-р 16%

В табл. 2 приведены числовые примеры для связанных вертикальных каналов высотой 50 мм и для плоского горизонтального слоя высотой 3 мм, найденные по формулам (10), (11), (12). Показаны критическая толщина пограничного слоя Δz_c и критический прирост концентрации ΔC_c у границы слоя или столба жидкости в момент τ при зарождении конвективного всплеска.

В частности, видно, что в плоском горизонтальном слое МЖ критические параметры набираются очень быстро ~ 100 с, а критическая толщина неоднородности, локализованной вблизи границ слоя, составляет ~ 0.02 мм. Величина концентрационной неоднородности вблизи границ слоя $\sim 0.4\%$ от средней концентрации. Вероятно, описанный термодиффузионный механизм генерации концентрационных неоднородностей и обеспечивает воспроизводство конвекции в подкритической области в эксперименте [3].

Учет диффузии вблизи горизонтальных границ камеры позволил получить аналитические формулы для периода конвективных всплесков, толщины пограничного слоя и прироста концентрации у границы. Диффузия размывает треугольную неоднородность и стремится сделать профиль более гладким. В следующем параграфе мы учтем диффузию во всем объеме камеры и посмотрим, как это

влияет на период τ , критическую толщину пограничного слоя Δz_c и критический прирост концентрации у горизонтальной стенки полости $\Delta C_c / C_o$.

2.2. Учет диффузии во всем объеме

Так как термодиффузия в коллоидах приводит к простому переопределению скорости движения частиц (3), то уравнение, начальное распределение и условия на границах, определяющие перераспределение концентрации частиц $C(z, t)$, остаются такими же, как и при действии только гравитационной седиментации [8] без термофореза

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &= D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \nu \frac{\partial C}{\partial z}, \\ D \frac{dC}{dz} + \nu \cdot C &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$z = 0, h, t > 0: C(z, 0) = C_o.$$

Стационарное решение уравнения (13) выглядит как обычное распределение Больцмана

$$C(z) = C_o \frac{hl^{-1}}{1 - \exp(-hl^{-1})} \exp\left(-\frac{z}{l}\right),$$

однако теперь характерная длина $l = -D/\nu$ зависит не только от скорости Стокса, но и от скорости термодиффузионного дрейфа частиц, содержит коэффициент $Sore$ и может быть отрицательной [6].

При отсутствии нагрева $A = 0$ и параметр l совпадает с обычной седиментационной длиной l_s . В случае отсутствия седиментации $1/l_s \ll 1$ можно говорить о термодиффузионной длине $l = l_t = (S_i A)^{-1}$. В других случаях работает равенство

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_s} + \frac{1}{l_t}. \quad (14)$$

Для анализа кинетики процесса воспользуемся решением задачи (13) из работы [8], где найдено распределение концентрации по высоте в зависимости от времени в виде ряда

$$\begin{aligned} C(z, t) &= C(z) - 2\pi^2 C_o \frac{h}{l} \exp\left(\frac{-z}{2l}\right) \\ &\times \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \frac{(1 - (-1)^k \exp(h/2l))}{(\pi^2 k^2 + h^2/4l^2)^2} \\ &\times \left(\cos\left(\frac{\pi kz}{h}\right) - \frac{h}{2\pi kl} \sin\left(\frac{\pi kz}{h}\right) \right) \\ &\times \exp\left(-\left(-\pi^2 k^2 + \frac{h^2}{4l^2}\right) \frac{Dt}{h^2}\right). \end{aligned} \quad (15)$$

Теперь это решение пригодно не только для коллоидов, но и для молекулярных бинарных смесей, находящихся под влиянием вертикального температурного градиента A . У таких смесей $1/l_s$ мало, но длина l конечна и равна термодиффузионной длине l_t . Причем для положительной термодиффузии при подогреве снизу ($A < 0$), как в нашем случае, эта длина отрицательна. Для учета и гравитационной

седиментации и термодиффузии следует находить параметр l по формуле (14).

Альтернативное описание процесса перераспределения коллоидных частиц с учетом гравитационной седиментации и термодиффузии можно посмотреть в [9].

Поле концентрации рассчитывалось по формуле (15) при помощи компьютерной программы, написанной в среде Delphi. Использовались переменные двойной точности и при суммировании на каждом моменте времени t в точке с координатой z использовалось до 10^5 членов ряда. Интегрирование распределений вдоль оси z выполнялось численно методом прямоугольников с шагом до 10^{-3} мм, т.е. на половине высоты столба $h/2 = 25$ мм умещалось 25000 узлов. Такое разрешение оказалось необходимо в самом начале процесса, пока концентрационные неоднородности локализованы в тонких слоях у границ сверху и внизу полости.

На рис. 2 показаны распределения концентрации МЖ в верхней части канала высотой $h = 5$ см при градиенте температуры $A = -2$ К/см в интервале времени до пяти часов.

Видно, как постепенно вблизи верхней границы растет неоднородность концентрации. Касательная 4 на рис. 2 идет под одинаковым углом для всех кривых и дает представление о том, как выглядит модельная треугольная неоднородность концентрации (рис. 1) на фоне точного решения.

На рис. 3 показан аналогичный график для водного раствора сульфата натрия. В молекулярной бинарной смеси при таком же градиенте температуры «пятно» расплывается быстрее за счет большей диффузии, но все равно за время 4500 с остается локализованным в зоне толщиной ~ 3 мм. Из графиков можно заметить, что между верхним и нижним «пятнами» неоднородности находится широкая зона с однородной концентрацией C_0 . В этой зоне нет обратного диффузионного потока и формула (4) для накопления концентрации в верхней половине слоя, полученная без учета диффузии, должна давать то же самое, что и точный расчет при учете диффузии.

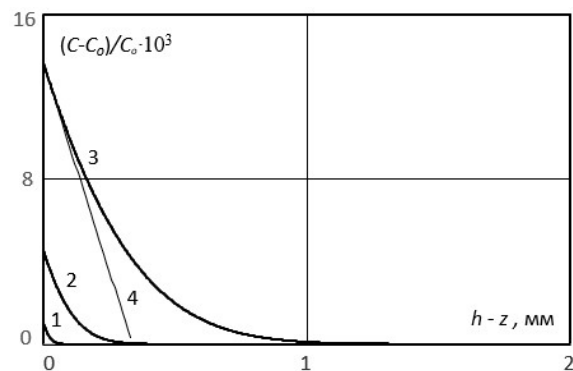


Рис. 2. Распределение концентрации магнитной жидкости в пограничном слое сверху канала: 1 – 100 с; 2 – 2000 с; 3 – 18000 с; 4 – касательная

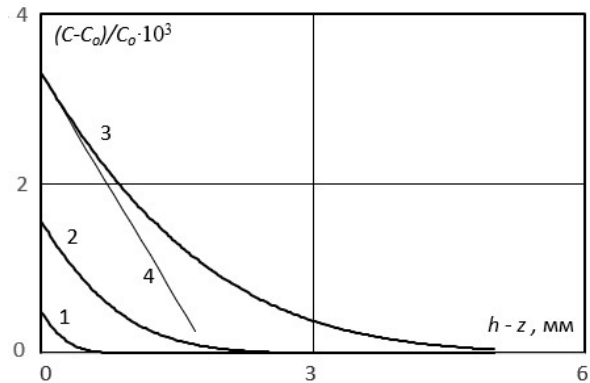


Рис. 3. Распределение концентрации водного раствора Na_2SO_4 в пограничном слое сверху канала: 1 – 100 с; 2 – 1000 с; 3 – 4500 с; 4 – касательная

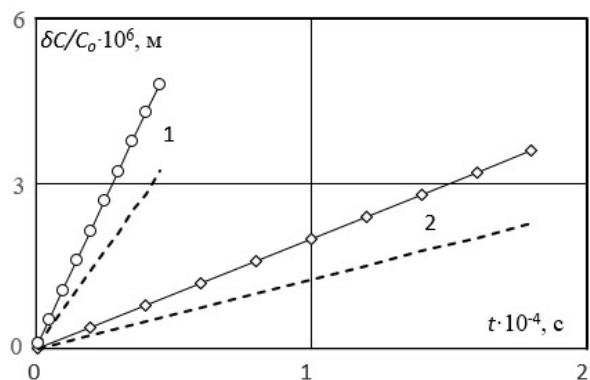


Рис. 4. Рост неоднородности при $A = -2$ К/см: линия – формула (4), точки – интеграл точного решения (15), пунктир – площадь треугольника по точному решению; 1 – раствор сульфата натрия, 2 – магнитная жидкость

На рис. 4 показаны графики накопления концентрации в верхней половине каналов. Линии построены по формуле (4), а точки получены численным интегрированием точного решения (15)

$$\delta C = \int_{h/2}^h (C - C_0) dz. \quad (15)$$

Совпадение идеальное. В молекулярной бинарной смеси процесс идет быстрее, т.к. скорость термодиффузионного потока $S_T D A$ более чем в пять раз больше скорости частиц в МЖ. Размер «пятна» Δz^* , полученный из точного решения продолжением касательной 4 (рис. 2, 3) до оси абсцисс, отличается от (6) в меньшую сторону. Реальный прирост концентрации у границы ΔC^* меньше модельного значения ΔC . Поэтому значение величины $\Delta z^* \Delta C^* / 2$ также меньше, чем дает формула (4). Пунктирные линии на рис. 4 иллюстрируют отмеченные отличия.

Учет диффузии позволил автору понять ошибку, допущенную ранее при интерпретации конвективных экспериментов в каналах. Экспери-

ментальные записи конвективных всплесков, полученные более десяти лет назад, хранились в виде файлов – термограмм, а лабораторные журналы с описанием эксперимента частично утрачены. По косвенным признакам и на уровне оценок [2] получалось, что записи подкритической импульсной конвекции относятся к экспериментам с магнитными жидкостями.

Рис. 5 показывает итог расследования ошибки. Графики для коллоида МЖ и для раствора сульфата натрия специально построены при параметрах, которые соответствуют экспериментальным термограммам ($\Delta T = 7$ К, $\Delta T_0 = 7.7$ К, $1 - \mu = 0.1$), т.е. жидкость находится в каналах при числе Рэлея Ra на 10% ниже критического значения $Ra_0 = 24$ [2]. Таким образом, достаточно сгенерировать за счет термодиффузии концентрационное число Рэлея $Ra_c = 0.1 \cdot Ra_0 = 2.4$ (8), чтобы равновесие потеряло устойчивость, и мы увидели конвективный всплеск. Видно, что экспериментальные измерения периода в каналах наиболее близки расчетному периоду для раствора сульфата натрия в воде, а не для МЖ. Это позволяет сделать вывод, что экспериментальные всплески в каналах, описанные в [2, 4], относятся к водному раствору сульфата натрия, а не к коллоиду МЖ.

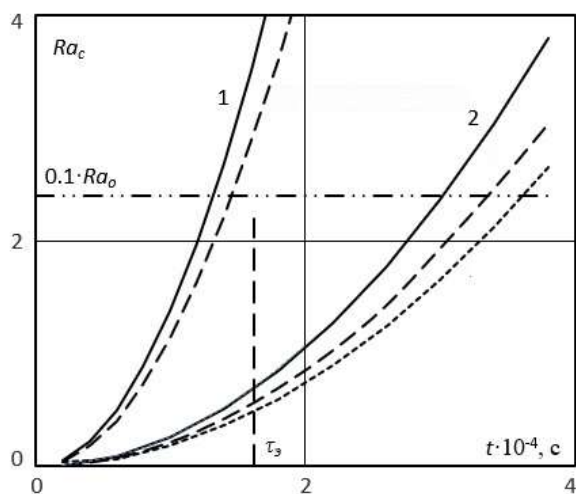


Рис. 5. Рост эффективного числа Рэлея Ra_c в каналах при $1 - \mu = 0.1$ ($\Delta T = 7$ К, $\Delta T_0 = 7.7$ К): 1 – раствор Na_2SO_4 , 2 – магнитная жидкость; пунктир $Ra_c = 0.1Ra_0 = 2.4$ показывает уровень, достаточный для начала всплеска; τ_s – экспериментальный период всплесков в каналах; сплошная линия – учет диффузии у стенок; пунктир – учет диффузии в объеме; мелкий пунктир – без учета диффузии [4]

Период всплесков в опытах с Хеле–Шоу [1] добавляет надежности последнему выводу, т.к. теперь, при учете диффузии, этот период (40 мин) очень близок расчетному значению (10).

Отметим, что примерно двукратная разница в периоде всплесков между МЖ и водным раствором

сульфата натрия (рис. 5) не могла быть замечена при анализе экспериментов на уровне оценок [2], а формулы для периода τ , полученные в [4] без учета диффузии, давали для водного раствора период, очень близкий периоду МЖ.

Формула для числа Рэлея $Ra_c(t)$, полученная в [4], удовлетворительно соответствует магнитной жидкости (рис. 5, мелкий пунктир), но дает завышенный примерно вдвое период для раствора сульфата натрия.

Заключение

Изучались условия для возникновения импульсной конвекции коллоидов и молекулярных бинарных смесей в подогреваемых снизу полостях в условно подкритической области, т.е. при числах Рэлея меньше критического числа Ra_0 для однородной по концентрации жидкости. Положительная термодиффузия вытесняет тяжелые частицы или тяжелую жидкую компоненту в верхние слои камеры, создавая неоднородность в виде тонкого приграничного слоя с неустойчивой стратификацией плотности. При достижении критической величины неоднородности равновесие теряет устойчивость и наблюдается конвективный всплеск, переносящий тяжелую неоднородность вниз, в устойчивое положение.

Найдены критические значения толщины пограничного слоя, критическая величина разности концентраций на границах камеры и время генерации критической неоднородности. Критические параметры зависят от геометрических размеров конвективной полости, а также от конвективных, диффузионных и термодиффузионных свойств жидкости.

Анализ объяснил наблюдавшиеся ранее экспериментальные факты: 1) периодические (~4 ч) конвективные всплески в водном растворе сульфата натрия в вертикальных каналах ниже критического числа Рэлея [2]; 2) конвективные всплески с периодом ~40 мин в водном растворе сульфата натрия в ячейке Хеле–Шоу [1]. Автор предлагает описанный механизм в качестве гипотезы для объяснения подкритической конвекции, наблюдавшейся в экспериментах в горизонтальном плоском слое магнитной жидкости [3].

Список литературы

1. Глухов А. Ф., Демин В. А. Тепловая конвекция бинарных смесей в вертикальных слоях и каналах при подогреве снизу // Вестник Пермского университета. Физика. 2009. № 1 (27). С. 16–25.
2. Глухов А. Ф., Сидоров А. С. Влияние термофореза частиц на конвекцию магнитных жидкостей в узких каналах при подогреве снизу // Изв. РАН. МЖГ. 2023. № 1. С. 69–80.
3. Kolchanov N. V., Arefyev I. M. Thermal convection in a layer of magnetic colloid based on a single-component fluid // International Journal of Heat and

- Mass Transfer. 2017. Vol. 111. P. 1112–1120. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.04.099
4. Глухов А. Ф. О конвективной устойчивости равновесия коллоидов и жидких бинарных смесей при положительной термодиффузии // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. № 1. С. 39–46. DOI: 10.17072/1994-3598-2023-1-39-46
 5. Геришун Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
 6. Черепанов И. Н., Смородин Б. Л. Влияние длины седиментации на конвективную устойчивость коллоидной суспензии // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2017. Т. 152. Вып. 6. С. 1404–1413
 7. Глухов А. Ф., Путин Г. Ф. Установление равновесного барометрического распределения частиц в магнитной жидкости // Гидродинамика. 1999. Вып. 12. С. 92–103.
 8. Raikher Yu. L., Shliomis M. I. On the kinetics of establishment of the equilibrium concentration in a magnetic suspension // J. Magn. Magn. Mater. 1993. Vol. 122. N. 1–3. P. 93–97.
 9. Демин В. А. Оседание наночастиц в однородной несущей жидкости при наличии термодиффузии // Вестник Пермского университета. Физика. 2013. № 1 (23). С. 20–24.
- References**
1. Glukhov A. F., Demin V. A. Teplovaia konveksiia binarnykh smesei v vertikal'nykh sloiakh i kanalakh pri podogreve snizu. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2009, no. 1 (27), pp. 16–25. (In Russian).
 2. Glukhov A. F., Sidorov A. S. Effect of particle thermophoresis on convection of magnetic fluids in narrow channels heated from below. *Fluid Dynamics*, 2022, vol. 58, no. 1, pp. 45–56. DOI: 10.1134/S0015462822601863
 3. Kolchanov N. V., Arefyev I. M. Thermal convection in a layer of magnetic colloid based on a single-component fluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, vol. 111, pp. 1112–1120. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.04.099
 4. Glukhov A. F. On convective stability of the equilibrium of colloids and liquid binary solutions with positive thermal diffusion. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2023, no. 1, pp. 39–46. DOI: 10.17072/1994-3598-2023-1-39-46
 5. Gershuni G. Z., Zhukhovitskii E. M. *Convective Stability of Incompressible Fluids*. Jerusalem, Israel: Keter Publishing House, 1976. 330 p.
 6. Cherepanov I. N., Smorodin B. L. Influence of sedimentation length on the convective stability of a colloidal suspension. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2017, vol. 125, pp. 1199–1207.
 7. Glukhov A. F., Putin G. F. Ustanovlenie ravnovesnogo barometricheskogo raspredeleniia chastits v magnitnoi zhidkosti [Settlement of an equilibrium barometric distribution of particles in a magnetic fluid]. *Gidrodinamika* [Hydrodynamics], 1999, issue. 12, pp. 92–103. (In Russian).
 8. Raikher Yu. L., Shliomis M. I. On the kinetics of establishment of the equilibrium concentration in a magnetic suspension. *J. Magn. Magn. Mater.*, 1993, vol. 122, no. 1–3, pp. 93–97.
 9. Demin V. A. Sedimentation of nanoparticles in a homogeneous carrying fluid in the presence of thermodiffusion. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2013, no. 1 (23), pp. 20–24.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Глухов А. Ф. Подкритическая конвекция в коллоидах и жидких бинарных смесях с положительной термодиффузией // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. № 2. С. 19–26. doi: 10.17072/1994-3598-2024-2-19-26

Please cite this article in English as:

Glukhov A. F. Subcritical convection in colloids and liquid binary mixtures with positive thermal diffusion. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2024, no. 2, pp. 19–26. doi: 10.17072/1994-3598-2024-2-19-26

Сведения об авторе

Александр Федорович Глухов, к.ф.-м.н., доцент, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068.

Author information

Alexander F. Glukhov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of General Physics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia.