2023

• ФИЗИКА •

Вып. 3

УДК 533; 53.08 PACS 87.63.lt

Математическое моделирование потока капель распыливающего устройства

В. Г. Баталов[†], Р. А. Степанов[‡]

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия [†]vbatalov@icmm.ru

[‡] rodion@icmm.ru

Представлены результаты математического моделирования, численных и лабораторных экспериментов, направленных на разработку оптического метода оценки распределения по размерам капель в факеле распыливающего устройства. Оптический метод основан на анализе яркости света, отраженного каплями жидкости. В качестве объекта исследования использовался распыл прозрачной жидкости (дистиллированной воды), производимый центробежной осесимметричной форсункой. Известно, что интенсивность (яркость) света, отраженного каплей, пропорциональна площади поверхности капли, а для сферических капель, соответственно, квадрату диаметра капли (далее по тексту термины интенсивность и яркость используются как синонимы). Для более детального представления закономерностей этой зависимости в случае потока капель была рассмотрена математическая модель, в которой факел распыла представлялся потоком сферических частиц с параметризацией практически всех значимых свойств факела распыла: произвольное распределение капель по размерам и скоростям, а также изменение этих характеристик со временем в процессе движения капель по потоку. Получены формулы и опробована математическая модель распыла форсунки, учитывающая изменение плотности капель за счет разлета капель в конусе распыла и неоднородности полей скорости. Определена зона возможного прекращения деления капель.

Ключевые слова: форсунка; яркость света; размеры капель

Поступила в редакцию 20.10.2023; после рецензии 07.11.2023; принята к опубликованию 09.11.2023

Mathematical modeling of the droplet flow of a spraying device

B. G. Batalov[†], R. A. Stepanov[‡]

Institute of Continuous Media Mechanics, Perm, Russia [†]vbatalov@icmm.ru

^{*} rodion@icmm.ru

The paper presents the results of mathematical modeling, numerical and laboratory experiments aimed at developing an optical method for estimating the size distribution of droplets in a spray. The optical method is based on analyzing the brightness of light reflected by drops of a liquid. The object of study was a spray of a transparent liquid (distilled water) produced by a centrifugal axisymmetric nozzle. It is known that the intensity (brightness) of light reflected by a drop is proportional to the surface area of the drop, and for spherical drops, accordingly, to the square of the drop's diameter (hereinafter, the terms intensity and brightness are used as synonyms). For a more detailed representation of the patterns of this dependence in the case of a flow of droplets, we considered a mathematical model representing the spray as a flow of spherical particles with parameterization of almost all significant properties: arbitrary distribution of droplets in size and speed as well as changes in these characteristics over time during the movement of drops along the flow. We obtained formulas and tested a mathematical model of nozzle spray that takes into account the change

[©] Баталов В. Г., Степанов Р. А., 2023



in droplet density due to the scattering of droplets in the spray cone and the inhomogeneity of velocity fields. The zone of possible cessation of droplet fission was determined.

Keywords: nozzle; light brightness; drop sizes

Received 20 October 2023; revised 07 November 2023; accepted 09 November 2023

doi: 10.17072/1994-3598-2023-4-69-74

1. Введение

Процессы горения топлива осуществляются на межфазной поверхности топлива, поэтому чем больше площадь этой поверхности, тем эффективнее сгорает топливо. Задача распыливающих устройств состоит в том, чтобы разбить поток жидкости на мелкие капли, тем самым увеличив площадь окислительных реакций. Поэтому знание распределения по размерам капель или частиц в потоках, создаваемых различными распыливающими устройствами очень важно для проектирования и понимания работы этих устройств. Существующие оптические методы, такие как PIV (Particle Image Velocimetry) [1], IPI (Interferometric Particle Imaging) [2,3] и GPT (Glare Point Technique) [4], позволяют достаточно хорошо количественно и качественно исследовать процессы распыла прозрачных жидкостей [5]. Однако применение этих методов требует высокой квалификации персонала и поэтому затруднено в заводских условиях.

В то же время существует возможность с применением тех же приборов (лазера и CDD камер) получать полезную информацию о распыле без использования сложных приложений, а лишь благодаря анализу яркости отраженного света [6]. По изменению яркости отраженного света можно также судить об изменении общей площади поверхности распыленной жидкости. Известно, что процесс отражения света происходит на межфазной поверхности (в данном случае воды и воздуха), поэтому интенсивность света, отраженного отдельной каплей, пропорциональна площади поверхности капли. Это справедливо для капель любой формы, а для сферических капель площадь однозначно связана с диаметром капель. Таким образом, интенсивность света, рассеянного каплями прозрачной жидкости, можно использовать напрямую для характеристики площади поверхности капель, а значит, и качества распыла. В общем случае, когда неизвестно количество распыленной жидкости, делать какие-либо выводы о состоянии распыла по яркости отраженного света затруднительно. Это обусловлено тем, что в этом случае яркость может меняться не только за счет увеличения отражающей поверхности при распыле капель, но и из-за простого увеличения объема жидкости в освещенной области пространства. Ситуация меняется, если количество распыляемой жидкости постоянно (фиксировано и не меняется со временем). В заводских условиях расход жидкости через распыливающее устройство обычно задан, известен и контролируется расходомерами. На контрольных стендах для одинаковых модификаций форсунок проверяется качество распыла при одинаковом расходе. Установка на подобный стенд прибора, фиксирующего яркость отраженного факелом распыла света в цифровом виде, позволит характеризовать в цифровом виде сравнительное качество распыла для форсунок некой данной модификации.

Целью данной работы является проведение математической параметризации процесса распыла жидкости. В дальнейшем это позволит проводить оценку относительного изменения размеров межфазной поверхности капель по яркости отраженного света.

В работе [6] факел распыла представлялся статистически однородным и стационарным потоком сферических частиц со случайным распределением частиц по размерам. С помощью численных экспериментов с различными случайными выборками капель обоснована зависимость полной интенсивности рассеянного света от эффективного размера. Показано, что при фиксированном общем объеме полная интенсивность света, рассеянного каплями, пропорциональна среднему диаметру капель по Заутеру.

Цифровая обработка распределения яркости отраженного распылом форсунки света использовалась для оценки геометрических параметров факела, а именно угла конуса распыла форсунки [7].

2. Описание физической модели

В качестве объекта исследования рассматривается поток распыленной жидкости, который создается центробежной осесимметричной форсункой 1 (см. рис 1). При этом факел распыла 2 формируется в виде осесимметричного конуса, что следует из конструкции форсунки и подтверждается данными лабораторных экспериментов. Скорости направлены вниз (по направлению силы тяжести). Этот поток освещается лучом света от лазера 3. Свет сформирован в виде плоскости 4. Эта плоскость проходит через ось симметрии факела распыла и точку вылета жидкости из сопла форсунки. Свет, отраженный каплями, регистрируется CDD камерой 5 в виде поля значений яркости 6. Камера располагается под углом 90° к направлению распространения света. На матрице камеры формируется изображение факела распыла, которому соответствует попиксельная таблица значений яркости.



Рис. 1. Схема измерительного стенда: форсунка – 1, поток капель – 2, лазер – 3, световая плоскость – 4, камера CDD – 5, образы капель на матрице камер ы– 6



Рис. 2. Мгновенное изображение распыла форсунки

На рис. 2 показано изображение распыла форсунки Danfoss 8.00 на режиме: перепад давления 4.0±0.1 атм, на входе в форсунку по отношению к атмосферному давлению на выходе, расход жидкости 340±5 мл в мин. Видно, что жидкость выходит из сопла форсунки в виде тонкой пленки, которая затем разделяется на капли по мере удаления от сопла. Форма капель после деления не сразу становится сферичной. При этом общая площадь межфазной поверхности увеличивается благодаря двум механизмам: 1) собственно в результате деления капель; 2) из-за того, что капли в процессе деления имеют несферическую форму. Можно предположить, что яркость отраженного от этой зоны света будет возрастать пропорционально площади капель, т.е. благодаря этим двум механизмам. На некотором расстоянии от сопла деление капель прекращается, а силы поверхностного натяжения превращают капли в сферические объекты. Если слипание капель отсутствует, то в этой зоне яркость отраженного света должна начать vменьшаться только благодаря преврашению капель в сферические объекты. По мере удаления от форсунки процессы деления и изменения формы капель ослабевают. Суммарная площадь поверхности капель перестает изменяться и, как следствие, яркость отраженного света должна стать постоянной.

При этом можно ожидать, что вклад в увеличение яркости благодаря делению капель будет постоянной величиной, а вклад от изменения формы – переменной. Ожидается, что результирующее увеличение общей площади межфазной поверхности приведет к увеличению интегральной яркости.

3. Эксперимент

Центробежная осесимметричная форсунка была установлена на измерительном стенде, схема которого представлена на рис. 1. Распыл дистиллированной воды при температуре 20°С осуществлялся при постоянном перепаде давления 4.0±0.1 атм. и постоянном расходе жидкости 340±5 мл/мин. Далее, по методике измерения поля скорости PIV [1], факел распыла освещался двумя последовательными короткими (10 нс) импульсами света лазера (ND:YAG лазер, длина волны 532 нм, энергия импульса 60 мДж). Освещение было сформировано в виде плоскости толщиной примерно – 1 мм. Было получено 50 последовательных снимков процесса распыла при заданном перепаде давления и расходе. В результате по методике PIV [1] после осреднения по 50 реализациям наряду со средним полем значений яркости (рис. 3) было одновременно получено среднее поле значений скорости (рис. 4). На рис. 3 показано распределение яркости Ib(r, z). Для анализа была выбрана центральная область шириной 10 мм по *r*, так как, в силу большей однородности потока выход на постоянный размер капель ожидается в первую очередь в этой области. Далее были просуммированы значения яркости для горизонтальных слоев с шагом 1 мм по z. Из рис. 3 видно, что интегральная яркость, вычисленная по формуле (1), на заданной высоте продолжает падать (сплошная линия на рис. 5) во всей наблюдаемой области:

$$I_{\rm m}(z) = \int_{-5}^{5} I_{\rm b}(r, z) \, {\rm d}r. \tag{1}$$

Это, видимо, связано с расширением факела и изменением скорости капель. В связи с этим была рассмотрена математическая модель, в которой изменение скорости и расширение факела были учтены.

4. Математическая модель

Здесь рассмотрена математическая модель второго уровня детализации (по сравнению с [6]), которая включает в себя параметризацию таких значимых свойств факела распыла, как произвольное распределение капель по размерам и скоростям, а также изменения со временем в процессе движения капель по потоку. Основное упрощение состоит в том, что все распределения считаются осесимметричными полями. При этом остается зависимость от расстояния до форсунки (высота, координата *z*) и радиуса конуса распыла – координата *r*.



Рис. 3. Распределение средней яркости; цветовая шкала отображает десятичный логарифм поля



Рис. 4. Поле значений средней скорости, м/с



Рис. 5. Значения интегральной яркости в зависимости от высоты (расстояния от форсунки)

Рассмотрим стационарный осесимметричный поток сферических капель, в котором плотность капель с диаметром s в точке {r, z} задана функци-

ей P(s, r, z), где r и z – координаты капли в цилиндрической системе координат, r = 0 – совпадает с осью симметрии форсунки и z = 0 – точка вылета жидкости из сопла форсунки. Будем считать, что капли движутся с общей групповой скоростью, описываемой радиальной $V_r(r, z)$ и вертикальной $V_z(r, z)$ составляющими. Тогда расход через горизонтальное сечение на высоте z может быть выражен следующим образом:

$$Q(z) = 2\pi \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\pi s^3}{6} P(s, r, z) V_z(r, z) r ds dr.$$

Среднее значение размера капель по Заутеру определяется:

$$s_{32}(r,z) = \frac{\int_0^\infty P(s,r,z)s^3 ds}{\int_0^\infty P(s,r,z)s^2 ds}.$$

Считая измеряемую яркость капель I пропорциональной квадрату ее диаметра, т.е. $I = cs^2$, где c – *const*, можно выразить расход через яркость и средний диаметр Заутера:

$$Q(z) = \frac{\pi^2 c}{3} \int_0^\infty I(r, z) s_{32}(r, z) V_z(r, z) r dr.$$

Если деление капель продолжается, то меняется средний диаметр Заутера. Это можно использовать для определения расстояния от сопла форсунки, на котором прекращается деление капель. А именно, если $s_{32}(r,z) \rightarrow const$, при условии, что Q(z) = const, то аналог расхода – функция w(z) также $\rightarrow const$, где

$$w(z) = \int_0^\infty I(r, z) V_z(r, z) r dr$$

Введенное ранее распределение I(r,z) описывает полную яркость всех капель факела в окрестности в точки $\{r, z\}$. В действительности же освещаются только те капли, которые попали в освещенную плоскость, или световой нож. Поэтому измеряемая величина яркости $I_b(r,z)$ должна быть определена в плоскости ножа. Для самого тривиального случая плоскопараллельного движения капель (дождь) необходимо вычислить:

$$w_1(z) = \int_0^\infty I_b(r, z) V_z(r, z) dr$$

Для случая прямолинейного разлета капель из одного центра (диффузор) с углом раскрытия а необходимо учесть расширение факела путем добавления нормирующего множителя:

$$w_2(z) = \left(1 + \frac{z \tan \alpha}{w_1(0)}\right) \int_0^\infty I_b(r, z) V_z(r, z) dr.$$

В общем случае, когда направление движения капель может меняться с *z*, форма факела может быть учтена через интегрирование вдоль линий тока:

$$w_{3}(z) = \int_{0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{w_{1}(0)} \int_{0}^{z} \frac{V_{r}(r, z)}{V_{z}(r, z)} dz' \right) \times I_{b}(r, z) V_{z}(r, z) dr.$$
(2)

5. Результаты

В результате учета расширения факела и подстановки измеренного поля скоростей (рис. 4) в формулу (2) были получены нормированные значения яркости (прерывистая линия на рис. 5). Вычисления выполнялись в пакете Wolfram Mathematica 12. Видно, что после применения нормировки, начиная с высоты z = 60, яркость не меняется, что может соответствовать расстоянию от форсунки, на котором практически прекращаются деление капель и изменение их формы. Также можно обратить внимание на быстрый рост яркости в диапазоне высоты от 0 до 9 и быстрый спад от 9 до 20. Очень похоже, что это происходит в соответствии с механизмами, описанными в разделе 2 данной статьи, а именно, увеличения отражающей поверхности капель за счет деления капель и несферичности формы капель. Для интервала от 20 до 60 медленный рост яркости, видимо, связан с неучтенным в модели механизмом.

6. Заключение

Полученная модель позволила отработать методику обработки реальных изображений с тем, чтобы иметь возможность оценки процесса изменения межфазной поверхности по одной интегральной характеристике – яркости отраженного света. Данная математическая модель распыла форсунки учитывает изменение плотности капель за счет разлета капель в конусе распыла и неоднородности поля скорости капель. Применение данного подхода, возможно, позволит в дальнейшем определять области прекращения деления капель и колебаний их формы для различных моделей форсунок. Это важнейший результат, поскольку открывает возможность проведения сравнительных экспериментов оценки качественного состава спрея при различных режимах работы форсунки. Используя разработанный оптический метод, можно проводить измерение относительного изменения размера межфазной поверхности капель на испытательном стенде с контролем расходных характеристик. Широко используемые оптические методы GPT и IPI позволяют определить размеры капель, в том числе для определения площади межфазной поверхности. В методе GPT размеры сферических капель определяются по расстоянию между бликами света, которые формируются на поверхности сфокусированных образов капель. В методе IPI размеры капель восстанавливаются по частоте интерференционной картины, возникающей на расфокусированных образах капель. Таким образом, методы GPT и IPI направлены на измерение непосредственно размеров капель. Эти методики требуют значительных технических ресурсов и высокой квалификации персонала. Предложенный в работе подход позволяет оценить изменение межфазной поверхности без измерения размеров капель, а только благодаря анализу интегральной яркости, и может рассматриваться, как экспрессметод в тех случаях, когда отсутствует необходимость измерения размеров капель.

Авторы выражают благодарность научному сотруднику Института механики сплошных сред УрО РАН (г. Пермь) Чупину Антону Викторовичу за полезные обсуждения.

Список литературы

- Adrian R. J., Westerweel J. Particle Image Velocimetry. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 558 p.
- Damaschke N., Nobach H., Tropea C. Optical limits of particle concentration for multi-dimensional particle sizing techniques in fluid mechanics // Experiments in Fluids. 2002. N. 32. P.143–152. DOI: 10.1007/s00348–001–0371–x
- Semidetnov N., Tropea C. Conversion relationships for multidimensional particle sizing techniques // Measurement Science and Technology. 2004. N.15. P. 112–118.
- 4. *van de Hulst H. C., Wang R. T.* Glare points // Applied Optics. 1991. Vol. 30. P. 4755–4763.
- Баталов В. Г., Степанов Р. А., Сухановский А. Н. Оптические измерения размеров капель в факеле распыла топливной форсунки // Вестник Пермского университета. Физика. 2017. Вып. 3 (37). С. 40–47.
- Batalov V., Stepanov R., Vasilev A. Quality estimation of the nozzle spray by measuring the brightness of the reflected light // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 2057, 012083. DOI: 10.1088/1742–6596/2057/1/012083.
- 7. Степанов Р.А., Баталов В.Г. Программа определения угла распыла топливной форсунки. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020666396 от 09.12.2020.

References

- Adrian R. J., Westerweel J. *Particle Image Velocimetry*. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 558 p.
- Damaschke N., Nobach H., Tropea C. Optical limits of particle concentration for multi-dimensional particle sizing techniques in fluid mechanics. *Experiments in Fluids*, 2002, no. 32, pp. 143–152. DOI: 10.1007/s00348-001-0371-x
- 3. Semidetnov N., Tropea C. Conversion relationships for multidimensional particle sizing tech-

niques. *Measurement Science and Technology*, 2004, no. 15, pp. 112–118.

- 4. van de Hulst H. C., Wang R. T. Glare points. *Applied Optics*, 1991, vol. 30, pp. 4755–4763.
- Batalov V. G., Stepanov R. A., Sukhanovsky A. N. Optical measurement of droplet dimensions in spray of fuel injector. *Bulletin of Perm University*. *Physics*, 2017, no. 3 (37). pp. 40–47. DOI: 10.17072/1994-3598-2017-3-40-47 (In Russian).
- Batalov V., Stepanov R., Vasilev A. Quality estimation of the nozzle spray by measuring the brightness of the reflected light. *Journal of Physics: Conference Series.* 2021, vol. 2057, 012083. DOI: 10.1088/1742–6596/2057/1/012083
- Stepanov R. A., Batalov V. G. Program for determining the spray angle of a fuel injector. *Certificate of State registration of the computer program* N. 2020666396 from 09 December 2020.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Баталов В. Г., Степанов Р. А. Математическое моделирование потока капель распыливающего устройства // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. № 4. С. 69–74. doi: 10.17072/1994-3598-2023-4-69-74

Please cite this article in English as:

Batalov V. G., Stepanov R. A. Mathematical modeling of the droplet flow of a spraying device. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2023, no. 4, pp. 69–74. doi: 10.17072/1994-3598-2023-4-69-74

Сведения об авторах

- 1. Владимир Геннадьевич Баталов, к.ф.-м.н., ведущий инженер, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королева 1, 614013, г. Пермь.
- 2. *Родион Александрович Степанов*, д.ф.-м.н., в.н.с, профессор, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королева 1, 614013, г. Пермь.

Author information

- 1. Vladimir G. Batalov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Leading Engineer, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia.
- 2. *Rodion A. Stepanov*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia.