

УДК 532.57; 532.517.4
PACS 47.80.Cb, 47.27.Jv

О влиянии диффузии на точность измерения расхода жидкости методом лагранжевых меток

Р. С. Окатьев^{1,2†}, П. Г. Фрик^{1,2}, И. В. Колесниченко¹, Е. Гольбрайх³

¹ Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

² Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

³ Университет им. Бен-Гуриона, Беэр-Шева, Израиль

† okatev.r@icmm.ru

На примере решения одномерной задачи переноса скаляра с учетом диффузии показано, что эффект диффузии может приводить к завышению скорости, определенной с помощью метода лагранжевых меток, состоящего в измерении времени прохождения метки между двумя расположенными в канале датчиками. Для получения модельных сигналов уравнение переноса решалось численно для различных начальных распределений скаляра, после чего фиксировались значения скаляра в двух пространственных точках. Показано, что в жидких металлах, отличающихся высокими значениями электро- и теплопроводности, эффект может быть заметен. Определено предельное число Пекле, начиная с которого диффузионные эффекты не вносят погрешность в измерения. Показано, что для высокочастотных сигналов диффузионный эффект не будет проявляться в силу быстрого затухания возмущений. Приведены оценки чисел Пекле с учетом турбулентных коэффициентов переноса. Показано, что в развитых турбулентных течениях диффузионный эффект может проявляться из-за существенного вклада мелкомасштабной турбулентности.

Ключевые слова: измерение расхода; метод лагранжевых меток; уравнение переноса

Поступила в редакцию 18.09.2023; после рецензии 12.10.2023; принята к опубликованию 13.10.2023

On the influence of the diffusion effect on the accuracy of a fluid flow measurement via the Lagrangian particle tracking method

R. S. Okatev^{1,2†}, P. G. Frick^{1,2}, I. V. Kolesnichenko¹, E. Golbraikh³

¹ Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia

² Perm State University, Perm, Russia

³ Ben-Gurion University of the Negev, Beersheba, Israel

† okatev.r@icmm.ru

By solving a one-dimensional scalar transport equation with diffusion, it is shown that the diffusion effect can lead to an overestimation of the velocity determined by the Lagrangian particle tracking method, which consists in measuring the time of passage of a flow tracer between two sensors located in the channel. To obtain model signals, the transport equation was solved numerically for different initial scalar distributions, after which the scalar values at two spatial points were recorded. It is shown that in liquid metals characterized by high electrical and thermal conductivity, the effect can be noticeable. The limiting Peclet number, starting from which diffusion effects do not introduce error into measurements, was determined. It is shown that for high-frequency signals the diffusion effect will not manifest itself due to the rapid attenuation of perturbations. The paper provides estimates of Peclet

numbers with turbulent transfer coefficients taken into account. It is shown that in developed turbulent flows the diffusion effect can appear due to a significant contribution of small-scale turbulence.

Keywords: flowmetry; Lagrangian particle tracking; transport equation

Received 18 September 2023; revised 12 October 2023; accepted 13 October 2023

doi: 10.17072/1994-3598-2023-4-28-34

1. Введение

Измерение скорости потока широко востребовано как в науке, так и на практике. Для прозрачных сред существует большое количество точечных и полевых методик, основанных на оптических и лазерных методах. В случае непрозрачных сред, в частности, жидких металлов, оптические методы использовать нельзя, поэтому наиболее часто применяются ультразвуковые, термопарные и электромагнитные способы. Наиболее востребованные приложения связаны с измерением расхода в ядерных реакторах с жидкометаллическим теплоносителем [1] и металлургии [2]. Опыт показывает, что для работы с горячими потоками жидких металлов лучше всего подходят расходомеры с жестким каналом и без движущихся частей. В этом случае практически все методы основаны на электромагнитных способах, реализующихся в электромагнитных расходомерах [3, 4]. В настоящее время различные исследовательские группы заняты разработкой и исследованием расходомеров для жидких металлов. Опыт показывает, что расходомеры с жестким каналом и без движущихся частей лучше всего подходят для использования в чистом жидком натрии. Расходомеры с температурной корреляцией демонстрируют высокую чувствительность даже при малых расходах. Однако для адекватной работы этих устройств необходимо, чтобы вместе с потоком передавались пульсации температуры. Такие пульсации присутствуют во многих исследуемых течениях. Тем не менее есть риск, что они потеряют свою интенсивность во время движения к расходомеру.

Среди известных методов измерения скорости (расхода) при течении по каналам жидких металлов особое место занимают методики, основанные на измерении времени перемещения потоком какого-либо трассера (метки) от одного датчика до другого [5]. В качестве такой метки могут использоваться любые поддающиеся измерениям возмущения полей скорости, температуры, концентрации примеси, магнитного поля. По сути, речь идет о регистрации перемещения лагранжевой жидкой частицы, помеченной тем или иным способом. Преимущество этих методов состоит в том, что они являются абсолютными и нуждаются только в калибровке для преобразования средней скорости в расход с учетом профиля скорости в канале.

На практике чаще всего требуется определять расход при турбулентном течении жидкости в канале. В этом случае требуется либо обеспечить достаточно устойчивые к турбулентной диффузии

метки, либо перейти к статистическому анализу сигналов двух датчиков, отстоящих на заданном расстоянии. В последнем варианте речь идет о кросскорреляционных измерениях какой-либо характеристики потока, в частности, температуры (если поток неизотермический). Для сигналов двух датчиков строится кросскорреляционная функция, максимум которой соответствует среднему временному сдвигу между сигналами. По значению этого временного сдвига и расстоянию между датчиками определяется скорость течения жидкости. В качестве первичного датчика при этом используются различные типы термопреобразователей [6]. Их преимуществом являются малый размер и возможность использования в специфических условиях, например, при измерении расхода в ядерных реакторах с жидкометаллическим теплоносителем [7]. Метод устойчиво работает в сильных магнитных полях [8] и активно используется в лабораторных исследованиях при невысокой температуре [9].

В атомной и металлургической промышленности в основном используют методы, основанные на регистрации пульсаций скорости с помощью электрических или электромагнитных датчиков [10]. Пульсации создаются либо установленным в канале твердым препятствием, либо "магнитным" препятствием, созданным внешним электромагнитом. В частности, разработана методика, в которой пульсация создается электромагнитными силами с помощью вращающегося магнитного поля [11].

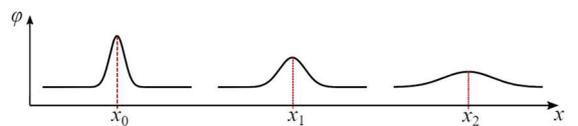
Однако любой метод лагранжевых меток основан на гипотезе Тейлора о том, что температурные возмущения «вморожены» в жидкую среду. Металлы обладают очень хорошей электро- и теплопроводностью и ошибки в оценке скорости могут возникать за счет диффузии метки даже в ламинарном потоке. Уровень погрешности определяется свойствами среды, скоростью металла и расстоянием между датчиками. Систематического анализа границ применения методов лагранжевых меток авторам не известно и именно он является целью данной статьи.

2. Постановка задачи

Рассмотрим одномерный перенос некоторой скалярной величины ϕ (например, температуры или концентрации примеси) потоком жидкости вдоль оси ОХ. Для простоты будем считать, что скорость потока V постоянна и однородна. Пусть в начальный момент времени распределение скаляра ϕ_0 однородно всюду, кроме некоторой локализованной области вблизи точки x_0 . Таким образом задача сво-

дится к рассмотрению эволюции начального локализованного возмущения скаляра, которое переносится потоком с скоростью V и диффундирует.

Для определения скорости переноса будем определять значение скаляра в каждый момент времени t в двух пространственных точках x_1 и x_2 (схема постановки задачи приведена на рис. 1). В результате получим два временных сигнала $\varphi_1(t) = \varphi(x_1, t)$ и $\varphi_2(t) = \varphi(x_2, t)$. Определяя положения максимумов этих сигналов и зная расстояние между точками регистрации сигналов, можно определить скорость переноса как

$$V^* = \frac{\operatorname{argmax}[\varphi_2(t)] - \operatorname{argmax}[\varphi_1(t)]}{x_2 - x_1}. \quad (1)$$


The diagram shows a horizontal axis labeled 'x' and a vertical axis labeled 'φ'. A single peak is shown at position x_0. Three vertical dashed lines mark positions x_0, x_1, and x_2 along the x-axis. The peak is shown moving from x_0 towards x_1 and x_2, illustrating the propagation of the disturbance.

Рис. 1. Схема задачи: начальное возмущение генерируется в точке x_0 , а затем переносится потоком и регистрируется в точках x_1 и x_2

В одномерном случае уравнение переноса скаляра с учетом диффузии имеет вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + V \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \beta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где β – коэффициент диффузии. Считается, что максимум исходного распределения и точки регистрации сигналов находятся достаточно далеко от границ области, так что влиянием граничных условий можно пренебречь. Для обезразмеривания уравнения (2) выберем в качестве единицы длины расстояние между точками регистрации сигналов $d = x_2 - x_1$, единицы скорости – скорость потока V , времени – d / V , скаляра – $\Phi = \max[\varphi_0]$. В безразмерном виде уравнение (2) записывается как

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \operatorname{Pe}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad (3)$$

где Pe – аналог числа Пекле. Формальное аналитическое решение уравнения (3) записывается с помощью интеграла Пуассона

$$\varphi(x, t) = \frac{\operatorname{Pe}}{2\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_0(x') \exp\left\{-\operatorname{Pe} \frac{(x - x' - t)^2}{4t}\right\} dx'. \quad (4)$$

Для получения модельных сигналов уравнение (3) решалось численно в пространстве Фурье, после чего на каждом шаге по времени проводилось обратное преобразование. В силу использования быстрого преобразования Фурье такой подход оказывается менее затратным по вычислительному времени, чем вычисление модельных сигналов с использованием интеграла Пуассона (4).

3. Перенос возмущений простой формы

В качестве начальной формы возмущений рассмотрим несколько функций – одиночный импульс, функция Гаусса, ее первая и вторая производные. Вид таких начальных возмущений показан на рис. 2. Отметим, что скалярная величина по сути является нормированным отклонением какой-либо характеристики жидкости от ее среднего значения. По этой причине отрицательные значения скаляра допустимы.

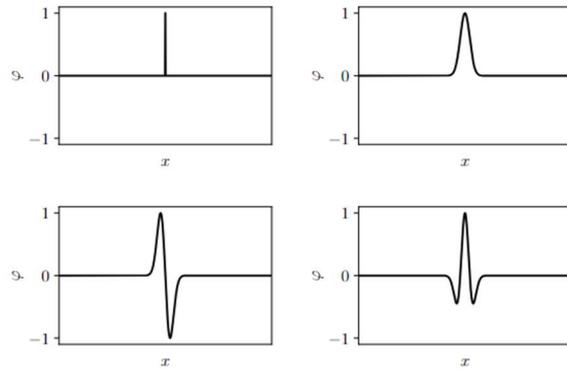


Рис. 2. Вид рассмотренных начальных возмущений: одиночный импульс (вверху слева), функция Гаусса (вверху справа), первая производная функции Гаусса (внизу слева), вторая производная функции Гаусса (внизу справа)

Вычисления скорости по соотношению (1) показывают, что до некоторого значения числа Пекле получаемое значение скорости систематически оказывается выше, чем реальная скорость потока. Характерное значение числа Пекле, при котором скорость определяется точно (с точностью до шага по времени, соответствующего частоте дискретизации) для всех типов начальных возмущений, составляет примерно $5 \cdot 10^{-3}$. Зависимость отношения вычисленной скорости от числа Пекле представлена на рис. 3. Из рисунка видно, что для более простых начальных возмущений (одиночный импульс и функция Гаусса) «критическое значение» числа Пекле меньше, чем для начальных возмущений, которые включают значения скаляра обоих знаков.

Причина появления систематической погрешности связана с влиянием диффузии. За время прохождения метки мимо датчика возмущение продолжает деформироваться. Как следствие, максимум временного сигнала смещается влево (см. рис. 4). При малых числах Пекле это смещение оказывается существенным, что и приводит к систематическому завышению скорости. При этом, конечно, в физическом пространстве возмущение продолжает оставаться симметричным.

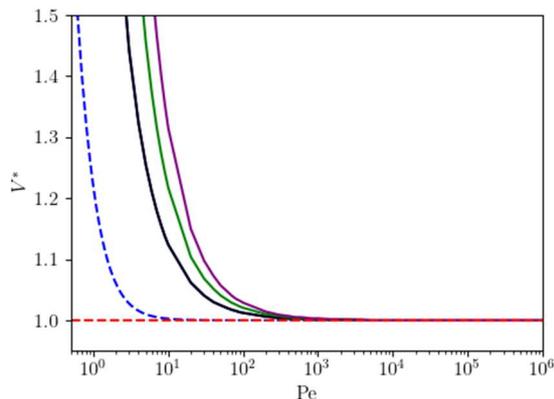


Рис. 3. Отношение вычисленной скорости к истинной в зависимости от числа Пекле для различных распределений (синий – одиночный импульс, черный – функция Гаусса, зеленый – первая производная функции Гаусса, фиолетовый – вторая производная функции Гаусса). Синей пунктирной линией показано аналитическое решение для начального возмущения в виде дельта-функции

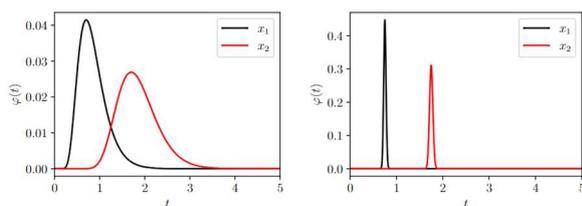


Рис. 4. Временные сигналы при различных значениях числа Пекле: $Pe = 20$ (слева), $Pe = 3000$ (справа). Форма начального распределения – функция Гаусса, черная линия соответствует сигналу, снятому в точке x_1 , красная – сигналу в точке x_2

Стоит отметить, что зависимость отношения вычисленной скорости к истинной может быть получена аналитически в том случае, если начальное распределение представляет собой дельта-функцию. При такой форме начального возмущения интеграл (4) вычисляется аналитически и для сигналов $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ могут быть получены явные выражения:

$$\varphi_i(t) = \frac{Pe}{2\sqrt{\pi t}} \exp\left(-Pe \frac{(t + x_0 - x_i)^2}{4t}\right), \quad (5)$$

где $i = 1, 2$. Интересующий нас максимум данных функций достигается в точках

$$t_i = \frac{\sqrt{4 + 4Pe^2(x_0^2 - 2x_0x_i + x_i^2)} - 2}{2Pe}, \quad (6)$$

а скорость, соответствующая сдвигу по времени между максимумами двух сигналов, определяется выражением

$$V^* = \frac{d}{t_2 - t_1} = \frac{Pe}{\sqrt{1 + 4Pe^2} - \sqrt{1 + Pe^2}}. \quad (7)$$

Из рис. 3 видно, что при данном аналитическом решении скорость может быть определена точно при значительно более малых числах Пекле. Это подтверждает гипотезу о том, что чем более «простая» функция используется в качестве формы начального возмущения, тем ниже значения требуемых чисел Пекле для достижения максимальной точности определения скорости.

4. Перенос возмущений в виде волновых пакетов

Реальные сигналы, регистрируемые, например, термомпарами при использовании метода температурной корреляционной расходомерии, зачастую имеют достаточно сложный спектральный состав. Хорошо известно, что высокие гармоники затухают быстрее низких. В предыдущем разделе рассматривались сигналы, спектр которых содержит частоты в большом диапазоне. В процессе диффузии высокочастотная часть быстро затухает, а наличие низкочастотной составляющей обеспечивает возможность зарегистрировать возмущение спустя достаточно длительное время.

Иная ситуация может сложиться в случае начальных возмущений, пространственный спектр которых сосредоточен в некотором узком диапазоне частот. При больших значениях коэффициента диффузии (либо при большом расстоянии между точками регистрации сигналов) амплитуда высокочастотного возмущения может стать настолько малой, что сигнал не сможет быть зарегистрирован.

Для оценки влияния диффузионного эффекта в описанном случае рассматривались локализованные начальные возмущения типа волновых пакетов

$$\varphi_0(x) = \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{b^2}\right) \sin(k_0 kx). \quad (8)$$

Вид таких начальных возмущений представлен на рис. 5. В расчетах использовались значения параметров $b = 1/80 \ln 2$, $k_0 = 40\pi$.

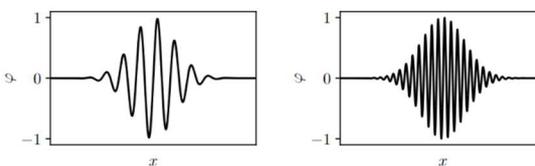


Рис. 5. Вид начальных возмущений в виде локализованных волновых пакетов при $k = 3$ (слева) и $k = 10$ (справа)

Для каждого значения частоты начального возмущения k определялось минимальное число Пекле, при котором скорость переноса определяется точно. Также определялось наименьшее число Пекле, при котором сигнал в точке x_2 в принципе

может быть снят. Для этого принималось, что возмущение скаляра может быть зарегистрировано, если его амплитуда не меньше, чем 10^{-3} (напомним, что начальная амплитуда возмущения равна 1). Показано, что диффузионный эффект имеет место только для низкочастотных возмущений с $k < 3$. Для того, чтобы возмущение с большей собственной частотой было зарегистрировано во второй точке, необходимы большие значения чисел Пекле, при которых диффузионный эффект уже не наблюдается и скорость потока определяется точно. Зависимость минимальных чисел Пекле от частот начальных возмущений приведена на рисунке 6.

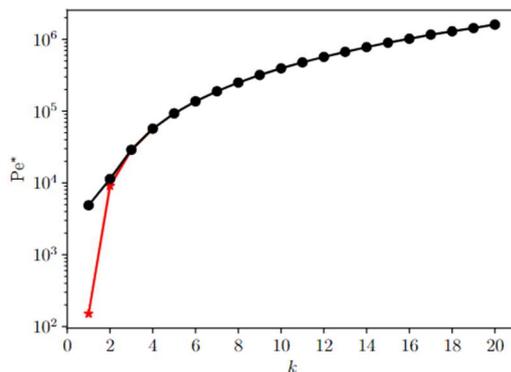


Рис. 6. Зависимости минимального числа Пекле, при котором скорость потока определяется точно (черная линия), и минимального числа Пекле, при котором начальное возмущение может быть зарегистрировано в точке x_2 , от частоты начального возмущения

Из представленного результата можно сделать вывод о том, что для высокочастотных возмущений диффузионный эффект едва ли может внести погрешность в определение скорости в том случае, если возмущение может быть измерено в точке x_2 .

5. Влияние турбулентной диффузии

Потоки, текущие в каналах технологических устройств, являются турбулентными. Наличие турбулентности приводит к эффективному увеличению коэффициентов диффузии. Для определенности рассмотрим расходомер вихрепролетного типа, для которого лагранжевыми метками являются локализованные вихри, а коэффициентом диффузии – вязкость.

Наличие турбулентной диффузии может существенно уменьшить параметр Pe (поскольку в знаменателе в этом случае стоит вязкость, то это уже не число Пекле, но суть параметра не меняется) и привести к появлению систематической погрешности определения скорости вследствие диффузионного эффекта. Из экспериментов Никурадзе [12] известно, что распределение турбулентной вязкости по радиусу трубы круглого сечения имеет максимум на половине радиуса и в большом диапазоне чисел Рейнольдса $Re = UR/\nu$ (U – характерная

скорость течения, R – радиус трубы, ν – кинематическая вязкость) справедлива оценка

$$\frac{\nu_T}{\nu^*R} = 0.01 \div 0.08, \quad (9)$$

где $\nu^* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ – динамическая скорость, определяемая через касательное напряжение на стенке τ_0 и плотность жидкости ρ . Оценку для динамической скорости можно получить, используя соотношение (см. [13])

$$\nu^*R = \nu\sqrt{2Re}, \quad (10)$$

откуда для турбулентной вязкости имеем

$$\nu_T \in (0.01 \nu\sqrt{2Re}; 0.08 \nu\sqrt{2Re}). \quad (11)$$

С использованием (11) можно сделать следующие количественные оценки. Пусть жидкость с кинематической вязкостью $2.5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ течет в канале радиусом 5 см со скоростью 5 см/с. Пусть расстояние между точками регистрации возмущений составляет 1 см. Числа Рейнольдса и Пекле (без учета турбулентной вязкости) равны в таком случае соответственно $Re = 10000$ и $Pe = 2000$. Оценивая число Пекле с учетом турбулентной вязкости, получим в зависимости от положения вихря по радиусу канала $Pe_T \approx 160 \div 830$. При таких значениях числа Пекле погрешность определения скорости может составлять несколько процентов. При увеличении скорости в 4 раза ($Re = 40000$) ламинарное число Пекле достигает $Pe = 8000$, а учет турбулентной вязкости приводит к оценке $Pe_T \approx 340 \div 2100$. Таким образом, можно сделать вывод о том, что диффузионный эффект в течениях с развитой турбулентностью может приводить к появлению систематической ошибки при определении скорости вихрепролетным методом.

6. Заключение

Изучено влияние диффузии на оценку скорости потока с помощью метода лагранжевых меток, состоящего в измерении времени прохождения метки между двумя расположенными в канале датчиками. Показано, что эффект диффузии может приводить к завышению оценки скорости, причем в жидких металлах, отличающихся высокими значениями электро- и теплопроводности, эффект может быть заметен. Параметром задачи является аналог числа Пекле, определенный по скорости потока, расстоянию между датчиками и соответствующему коэффициенту диффузии. Определено предельное значение параметра, начиная с которого диффузионные эффекты не вносят погрешность в измерения. Показано, что для высокочастотных сигналов диффузионный эффект не будет проявляться в силу быстрого затухания возмущений. Приведены оценки чисел Пекле с учетом турбулентных коэффициентов переноса. Показано, что в развитых турбулентных течениях диффузионный эффект может проявляться из-за существенного вклада мелкомасштабной турбулентности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках научного проекта «Разработка систем измерения расхода жидкого металла в каналах металлургических и ядерных энергетических установок».

Список литературы

1. Архипов В. М. Техника работы с натрием на АЭС. М.: Энергоатомиздат, 1986. 136 с.
2. Повх И. Л., Капуста А. Б., Чекин Б. В. Магнитная гидродинамика в металлургии. М.: Металлургия, 1974. 240 с.
3. Shercliff J.A. Theory of Electromagnetic Flow Measurement. Cambridge: University Press, 1962. 146 p.
4. Khalilov R., Kolesnichenko I., Mamykin A., Pavlinov A. A combined liquid sodium flow measurement system // Magnetohydrodynamics. 2016. Vol. 52. N. 1-2. P. 53–60.
5. Гаязов М. С. Метод температурных меток оценки скорости потока и общего расхода применительно к условиям действующих горизонтальных скважин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Естественные науки. 2017. Т. 18. № 2. С. 44-55. DOI: 10.21685/2307-9150-2017-2-6
6. Pallagi D., Horanyi S., Hargitai T. Power reactor noise measurements in Hungary // Annals of Nuclear Energy. 1975. Vol. 2. N. 2–5. P. 333–335. DOI: 10.1016/0306-4549(75)90035-3
7. Benkert J., Mika C., Raes K.H., Stegemann D. Determination of thermocouple transfer-functions and fluid-flow velocities by temperature-noise measurements in liquid sodium // Progress in Nuclear Energy. 1977. Vol. 1. N. 2–4. P. 553–563. DOI: 10.1016/0149-1970(77)90105-6
8. Belyaev I. A., Razuванov N. G., Sviridov V. G., Zagorsky V. S. Temperature correlation velocimetry technique in liquid metals // Flow Measurement and Instrumentation. 2017. Vol. 55. P. 37–43. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2017.05.004
9. Zikanov O., Belyaev I., Listratov Y., Frick P., Razuванov N., Sviridov V. Mixed convection in pipe and duct flows with strong magnetic fields // Applied Mechanics Review. 2021. Vol. 73. N. 1. 010801. DOI: 10.1115/1.4049833
10. Циркунов В. А., Жейгур Б. Д., Сермонс Г. Я., Калнинь Р. К. Бесконтактный контроль потока жидких металлов. Рига: Зинатне, 1973. 252 с.
11. Колесниченко И. В., Халилов Р. И., Мамыкин А. Д. Корреляционный способ определения расхода жидкого металла и безэлектродный электромагнитный расходомер жидкого металла для его осуществления. Патент РФ № 2791036. Приоритет от 24.06.2022.
12. Nikuradse J. Gesetzmäßigkeiten der turbulenten strömung in glattenrohren // VDI-Forschungsheft. 1932. N. 356. P. 1–36.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.

References

1. Arkhipov V. M. *Tekhnika raboty s natriem na AES* [Sodium handling techniques at NPPs]. Moscow: Nauka, 1986. 136 p. (In Russian)
2. Povkh I. L., Kapusta A. B., Chekin B. V. *Magnitnaya gidrodinamika v metallurgii* [Magnetohydrodynamics in metallurgy]. Moscow: Metallurgiya, 1974. 240 p. (In Russian)
3. Shercliff J. A. Theory of Electromagnetic Flow Measurement. Cambridge: University Press, 1962. 146 p.
4. Khalilov R., Kolesnichenko I., Mamykin A., Pavlinov A. A combined liquid sodium flow measurement system. *Magnetohydrodynamics*, 2016, vol. 52, no. 1-2, pp. 53–60.
5. Gayazov M. S. A method of temperature labels for flow rate and total flow rate evaluation in conditions of the existing horizontal wells. *University Proceedings. Volga region*, 2017, no. 2, pp. 44-55. (In Russian)
6. Pallagi D., Horanyi S., Hargitai T. Power reactor noise measurements in Hungary. *Annals of Nuclear Energy*, 1975, vol. 2, no. 2–5, pp. 333–335. DOI: 10.1016/0306-4549(75)90035-3
7. Benkert J., Mika C., Raes K.H., Stegemann D. Determination of thermocouple transfer-functions and fluid-flow velocities by temperature-noise measurements in liquid sodium. *Progress in Nuclear Energy*, 1977, vol. 1, no. 2–4, pp. 553–563. DOI: 10.1016/0149-1970(77)90105-6
8. Belyaev I.A., Razuванov N.G., Sviridov V.G., V.S. Zagorsky. Temperature correlation velocimetry technique in liquid metals. *Flow Measurement and Instrumentation*, 2017, vol. 55, pp. 37–43. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2017.05.004
9. Zikanov O., Belyaev I., Listratov Y., Frick P., Razuванov N., Sviridov V. Mixed convection in pipe and duct flows with strong magnetic fields. *Applied Mechanics Review*, 2021, vol. 73, no. 1, 010801. DOI: 10.1115/1.4049833
10. Tsirkunov V. A., Zheigur B. D., Sermons G. Ya., Kalnin R. K. *Beskontaktniy kontrol potoka zhidkikh metallov* [Non-contact control of liquid metals flow]. Riga: Zinatne, 1973. 252 p.
11. Kolesnichenko I. V., Khalilov R. I., Mamykin A. D. *Korreljatsionnij sposob opredeleniya raskhoda zhidkogo metalla I bezelektrodnij elektromagnitnij raskhodomer dlya ego osuschestvleniya* [A correlation method for determining the flow rate of liquid metal and an electrodeless electro-magnetic liquid metal flow meter for its implementation]. Patent RU N. 2791036, 2022.
12. Nikuradse J. *Gesetzmäßigkeiten der Turbulenten Strömung in Glattenrohren*. VDI-Forschungsheft, 1932, no. 356, pp. 1–36 (In German).
13. Schlichting H. *Boundary-Layer Theory*. Heidelberg: Springer, 2017. 805 p.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Окатьев Р. С., Фрик П. Г., Колесниченко И. В., Гольбрайх Е. О влиянии диффузии на точность измерения расхода жидкости методом лагранжевых меток // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. № 4. С. 28–34. doi: 10.17072/1994-3598-2023-4-28-34

Please cite this article in English as:

Okatev R. S., Frick P. G., Kolesnichenko I. V., Golbraikh E. On the influence of the diffusion effect on the accuracy of a fluid flow measurement via the Lagrangian particle tracking method. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2023, no. 4, pp. 28–34. doi: 10.17072/1994-3598-2023-4-28-34

Сведения об авторах

1. *Роман Сергеевич Окатьев*, младший научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королева, 1, Пермь, 614013; аспирант кафедры общей физики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068
2. *Пётр Готлобович Фрик*, д-р. физ.-мат. наук, профессор, заведующий лабораторией физической гидродинамики, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королева, 1, Пермь, 614013; профессор кафедры общей физики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068
3. *Илья Владимирович Колесниченко*, канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией технологической гидродинамики, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королева, 1, Пермь, 614013
4. *Ефим Гольбрайх*, д-р. физ.-мат. наук, профессор, факультет физики, Университет им. Бен-Гуриона, Беэр-Шева, Израиль

Author information

1. *Roman S. Okatev*, Junior Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia; Postgraduate Student, Department of General Physics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia
2. *Peter G. Frick*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Laboratory of Hydrodynamics, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia; Professor, Department of Physics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia
3. *Ilya V. Kolesnichenko*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Laboratory of Technological Hydrodynamics, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia
4. *Ephim Golbraikh*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Physics, Ben-Gurion University of the Negev, Beersheba, Israel