

УДК 532.5; 62-97

PACS 47.27.te; 61.25.Mv

## Моделирование тепловых режимов в канале воздушного охлаждения аппарата восстановления титана

Т. О. Карасев<sup>1,2\*</sup>, А. В. Перминов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

\*email: karasev.t@icmm.ru

Выполнено численное моделирование теплофизических процессов в канале воздушного охлаждения аппарата восстановления титановой губки. Канал охлаждения – это область, ограниченная ретортой, заполненной жидким магнием, и стенкой аппарата, на которую установлены нагревательные элементы. Внутри канала протекает воздух, охлаждая реторту. Математическая модель строится на основе нестационарных уравнений Навье–Стокса в осесимметричной постановке с применением  $k-\omega$  SST модели турбулентности. В модели учитывается радиационный перенос тепла между стенками реторты и реактора. Рассмотрены четыре варианта тепловых граничных условий. Целью работы является создание математической модели сопряженного теплообмена в воздушном канале. На основании этой модели выполнены расчеты температурных режимов стенки реторты и получены профили коэффициента теплоотдачи вдоль стенки реторты для широкого интервала скоростей подачи воздуха. Показано, что распределения температуры вдоль реторты неоднородны и сильно зависят как от внешних граничных условий, так и от интенсивности охлаждения. Для различных условий прогрева реторты построены распределения коэффициента теплоотдачи от ее внешней стенки, а также предложена эмпирическая формула для расчета профиля этого коэффициента.

**Ключевые слова:** турбулентное течение; коэффициент теплоотдачи; численное моделирование; OpenFOAM; метод Кролля.

*Поступила в редакцию 03.11.2021; после рецензии 26.11.2021; принята к опубликованию 29.11.2021*

## Modelling of thermal regimes in the air cooling channel of the titanium reduction apparatus

T. O. Karasev<sup>1,2\*</sup>, A. V. Perminov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia

<sup>2</sup> Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

\*email: karasev.t@icmm.ru

Numerical modeling of thermophysical processes in the air cooling channel of titanium sponge reduction apparatus is performed. The cooling channel is an area bounded by a retort filled with liquid magnesium and the apparatus wall, on which heating elements are mounted. Air flows inside the channel, cooling the retort. A mathematical model is constructed based on unsteady Navier-Stokes equations in axisymmetric formulation using a  $k-\omega$  SST turbulence model. The model

takes into account the radiation heat transfer between the retort and reactor walls. Four variants of thermal boundary conditions are considered. The aim of this work is to create a mathematical model of conjugate heat transfer in an air channel. Based on this model, the temperature conditions of the retort wall are calculated and the profiles of the heat transfer coefficient along the retort wall for a wide interval of air flow rates are obtained. It is shown that temperature distributions along the retort are heterogeneous and strongly depend both on external boundary conditions and on the cooling intensity. Heat transfer coefficient distributions from its outer wall for different retort heating conditions are plotted and an empirical formula for calculating the profile of this coefficient is proposed.

**Keywords:** turbulent flow; heat transfer coefficient; numerical modeling; OpenFOAM; Kroll method

*Received 03.11.2021; revised 26.11.2021; accepted 29.11.2021*

doi: 10.17072/1994-3598-2021-4-39-51

## 1. Введение

Промышленное производство титана методом Кролля [1,2], преобладающим в настоящее время – способ восстановления титановой губки, реализованный на наиболее крупных металлургических комбинатах. Данный метод основан на экзотермической реакции тетраоксида титана  $TiCl_4$  с магнием Mg, продуктами которой являются титан Ti и двуххлористый магний  $MgCl_2$ . В ходе процесса восстановления в цилиндрическую реторту, заполненную жидким магнием и предварительно разогретую электропечами до  $850^\circ C$ , поступает тетраоксид титана, вступающий в химическую реакцию с магнием. В результате чего образуются две новые фракции: губчатый титан и двуххлористый магний (побочный продукт реакции). Обладая более высокой плотностью, чем магний, продукты реакции опускаются на дно реторты. Титан формирует со временем титановый блок, заполняющий все пространство реторты, а двуххлористый магний периодически сливают. Тепло, выделяемое в ходе экзотермической реакции разогревает как сам магний, так и стальную реторту. Для предотвращения ее перегрева внешнюю стенку реторты охлаждают воздушным потоком, проходящим между ретортой и стенкой реактора. Электропечи поддерживают температуру реторты и не допускают остывания магния. Их работа зависит от показаний с термопар, установленных на внешней стенке реторты, а также от текущей стадии процесса восстановления.

Одна из наиболее распространенных проблем связана с локальным перегревом реакционной зоны реторты, ведущей к нарушению нормального функционирования всего аппарата. Локальный перегрев создает ситуацию, когда титановая губка и соль магния перестают осаждаться, что нарушает целостность всего процесса и ведет к его выбраковыванию. Известно, что качество титана напрямую зависит от таких факторов, как нагрев и охлаждение реторты, влияющих на формирование конвективных течений магния, интенсивность подачи

тетраоксида титана и слива побочных продуктов реакции. Невозможность проведения прямых измерений внутри реторты во время ее работы обуславливает интерес к созданию математических моделей, способных описать динамические процессы, проходящие на разных временных циклах. На сегодняшний момент написано большое количество статей по конвекции жидкого магния, как в осесимметричных, более ранних работах [3,4], так и в трехмерных постановках, учитывающих не только магний, но и двуххлористый магний, и титан [5–8]. Важно отметить, что все предыдущие исследования ограничивались использованием модельных граничных условий Неймана, очень приближенно описывающих распределение тепла, поступающего к реторте от нагревателей. В работе [4] в зоне охлаждения реторты были использованы граничные условия (ГУ) третьего рода, но с фиксированным значением коэффициента теплоотдачи, не учитывающим неравномерность его распределения вследствие сложной картины течения внутри воздушного зазора.

Основной целью данной работы является разработка математической модели, учитывающей геометрию канала охлаждения и расположение нагревателей, что позволит рассчитать достоверные профили распределения коэффициента теплоотдачи, температуры, тепловых потоков на внешней поверхности реторты для различных конфигураций нагрева при разных скоростях обдува. Полученные распределения в дальнейшем могут быть использованы в качестве граничных условий третьего рода, куда явно входит коэффициент теплоотдачи, для моделирования турбулентной конвекции жидкого магния в реакторе восстановления титановой губки.

Печь титанового реактора имеет сложную геометрическую конструкцию, в нее входит L-образный воздушный зазор для охлаждения реторты и система кольцевых электронагревателей, расположенных в разных плоскостях. Работа [9], где моделировался участок длиной 0.5 м, была ориентирована на получение температурных режимов стенки реторты, а также выбор оптимальной моде-

ли турбулентности для описания тепло- и массопереноса в воздушном зазоре. Такую постановку можно считать модельной, так как в ней задавались идеализированные граничные условия, а именно жестко зафиксированные скоростные поля. Длина расчетной области была взята из расчета, что средняя температура ядра течения останется неизменной и не успеет прогреться. В действительности, воздушный зазор имеет эффективную длину охлаждения внешней стенки реторты около 3.3 м, распределение скоростей вдоль которой существенно неоднородно и зависит от многих факторов, например, скорости входящего воздушного потока, расположения отверстий подачи и отведения воздуха, сложной геометрии канала охлаждения. Сказанное выше делает дискретную постановку задачи (коаксиальный зазор фиксированной длины) пригодной только в качестве первоначальной итерации для получения наиболее общих оценок. Таким образом, необходимо построить полную математическую модель системы охлаждения реактора, учитывающую ее конструктивные особенности.

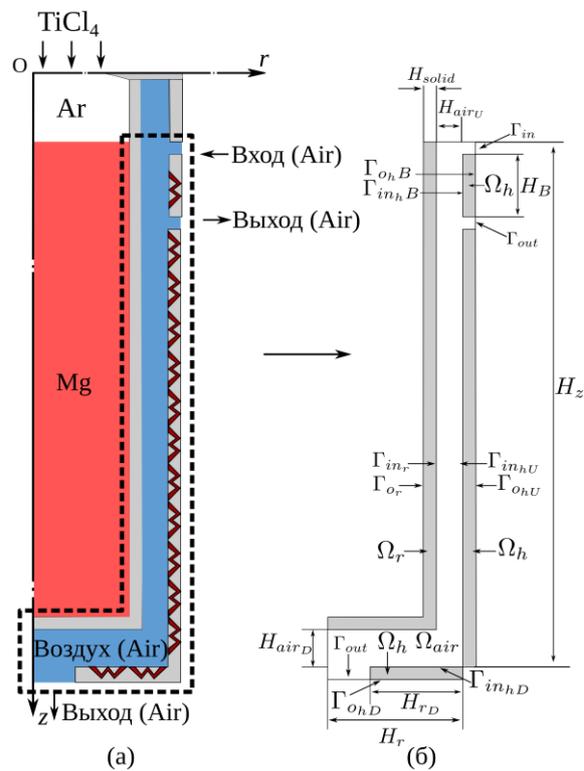
## 2. Математическая постановка

Рассматривается задача сопряженного тепло-массопереноса в канале охлаждения титанового реактора в осесимметричной нестационарной постановке. В настоящее время на реальном производстве титановой губки можно встретить реакторы с различным расположением боковых отверстий подачи и отведения воздуха. Каждая конфигурация отверстий имеет как свои достоинства, так и недостатки. Поиск оптимальной конструкции реактора, при которой будет достигаться максимальная эффективность от охлаждения либо нагрева, ведется не первый год. В данной постановке, за основу взят реактор с расположением отверстий для отведения воздуха  $\Gamma_{out}$ , находящихся на незначительном удалении от отверстий подачи воздуха  $\Gamma_{in}$  (рис. 1).

В реальной промышленной установке система подачи воздуха организована через восемь каналов, располагающихся вдоль окружности реторты на равном удалении друг от друга. Снабжает данную систему вентилятор, нагнетающий воздух с расходом 2500 м<sup>3</sup>/ч. Поток воздуха подается равномерно через каждое отверстие со скоростью 7–8 м/с. В данной задаче рассматривается осесимметричная постановка, где предполагается, что обдув цилиндра происходит не восемью каналами, а одним сплошным кольцевым отверстием. Такое допущение справедливо в силу осевой симметрии расположения каналов. Можно предположить, что воздух равномерно распределен по азимутальному направлению.

Объект исследования состоит из трех расчетных областей (рис. 1, б), где  $\Omega_{air}$  – воздушный за-

зор,  $\Omega_r$  и  $\Omega_h$  – стальная стенка реторты и стенка электропечи, имеющие одинаковую толщину  $H_{solid} = 0.025$  м. Геометрические параметры расчетной области  $\Omega_{air}$ : ширина коаксиального (бокового) участка  $H_{airU} = 0.155$  м, ширина нижнего участка  $H_{airD} = 0.25$  м. Радиус нижней части аппарата имеет следующие размеры:  $H_r = 0.929$  м, из которых на зону нагрева приходится участок  $H_{rD} = 0.36$  м. Ширину входного и выходного отверстия  $\Gamma_{in}$  и  $\Gamma_{out}$  для боковой стенки можно вычислить как  $(H_z - H_B)/2$ . При фиксированном расположении границы  $\Gamma_{in}$  расстояние между ней и  $\Gamma_{out}$  составляет  $H = 0.6$  м, а общая высота боковой стенки  $H_z = 2.775$  м.



**Рис. 1.** Титановый реактор: а – общая схема осесимметричной части охлаждения титанового реактора; б – рассматриваемая часть – расчетная область задачи;  $\Gamma_{o_r}$  и  $\Gamma_{in,r}$  – внутренняя и внешняя поверхность реторты,  $\Gamma_{o_{hD}}$ ,  $\Gamma_{o_{hU}}$ ,  $\Gamma_{o_{hB}}$  – внешние границы печи,  $\Gamma_{i_{hD}}$ ,  $\Gamma_{i_{hU}}$ ,  $\Gamma_{i_{hB}}$  – границы соприкосновения внутренней части печи с областью  $\Omega_{air}$ ,  $\Gamma_{in}$  – граница входа воздушного потока в расчетную область,  $\Gamma_{out}$  – границы истечения воздуха

Движение воздуха в области  $\Omega_{air}$  описывается уравнением Навье-Стокса и уравнением неразрывности для несжимаемой среды

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla \cdot ((\mathbf{v}_{air} + \mathbf{v}_i) \nabla \mathbf{U}), \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0. \quad (2.2)$$

Перенос тепла в воздухе –  $\Omega_{air}$  и в твердых стенках –  $\Omega_r$  и  $\Omega_h$  описывается уравнениями

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla)T = \nabla \cdot \left( \left( \frac{\nu_{air}}{Pr_{air}} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \nabla T \right) + S_{rad}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\chi_{steel} \nabla T) \quad (2.4)$$

В уравнении (2.1) слагаемым, описывающим свободную конвекцию воздуха, пренебрегается, т.е. температуру можно рассматривать как пассивную скалярную примесь в потоке. Скорость прокачки воздуха значительно превышает характерную скорость свободной тепловой конвекции, которая может возникнуть при градиентах температур, имеющих место в данной задаче.

С целью описания турбулентного движения воздуха используются осредненные по Рейнольдсу уравнения движения (2.1), (2.2), замкнутые по двухпараметрической модели турбулентности  $k - \omega SST$ . В этом случае к уравнениям движения жидкости добавляются два уравнения: для  $k$  – кинетической энергии пульсации и  $\omega$  – удельной скорости турбулентной диссипации [10].

Механизм радиационного переноса тепла между внутренней границей стенки с нагревателями  $\Gamma_{ohd}$ ,  $\Gamma_{ohv}$ ,  $\Gamma_{ohb}$  и внешней границей стенки реторты  $\Gamma_{or}$  осуществляется с использованием  $P_1$  модели [11, 12].

В (2.1)–(2.4) входят переменные и константы:  $t$  – время;  $\mathbf{U}$  – вектор скорости;  $P$  – давление;  $T$  – температура;  $\nu_{air}$  – кинематическая вязкость для воздуха;  $Pr_{air}$  – число Прандтля для воздуха;  $\nu_t$  – турбулентная вязкость;  $Pr_t$  – турбулентное число Прандтля,  $\chi_{steel}$  – температуропроводность стали,  $\nabla$  – оператор градиента; слагаемое  $S_{rad}$  в (2.3) описывает взаимодействие излучения со средой.

Математическая постановка идентична [9]. Главным отличием этой задачи будет более сложная геометрия области исследования, близкая к реальному объекту, с соответствующими тепловыми граничными условиями, учитывающими расположение электропечей.

В расчетах рассматривается четыре варианта нагрева и охлаждения, т.е. четыре варианта тепловых граничных условий (ТГУ). Во всех ТГУ учитывается, что в систему за счет экзотермической химической реакции через границу  $\Gamma_{or}$  площадью  $S_{\Gamma_{or}} = 13.54 \text{ м}^2$  поступает тепловая мощность  $Q_r = 205 \text{ кВт}$  [13, 14]. В модели предполагается, что вся тепловая энергия от химической реакции рас-

пределяется по внутренней границе стенки титановой реторты. Важно отметить, что распределение потока тепла на этой границе неизвестно и может сложным образом зависеть от вертикальной координаты. Исходя из этих соображений в работе рассматриваются три варианта распределения потоков тепла на  $\Gamma_{or}$ :

Равномерное распределение:

$$q^{(1)}(z) \Big|_{(0.275 \leq z \leq 2.775)} = 15.13 \text{ кВт/м}^2, \quad (2.5)$$

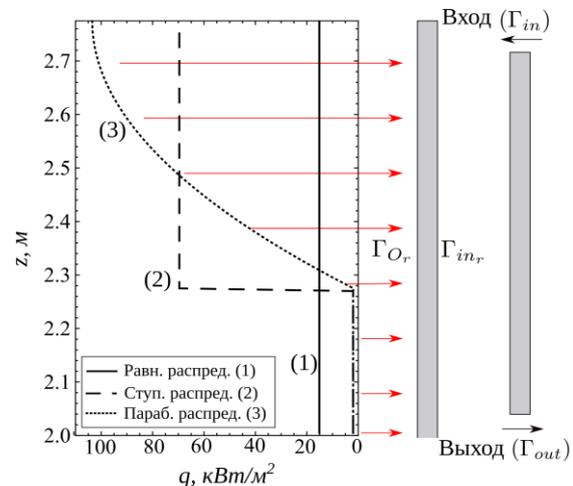
ступенчатое распределение:

$$q^{(2)}(z) = \begin{cases} 3.63 \text{ кВт/м}^2, & 0.275 \leq z < 2.275 \\ 69.6 \text{ кВт/м}^2, & 2.275 \leq z \leq 2.775 \end{cases} \quad (2.6)$$

и параболическое распределение:

$$q^{(3)}(z) = \begin{cases} 3.63 \text{ кВт/м}^2 \\ 50(-8.13z^2 + 45.1z - 60.5) \text{ кВт/м}^2. \end{cases} \quad (2.7)$$

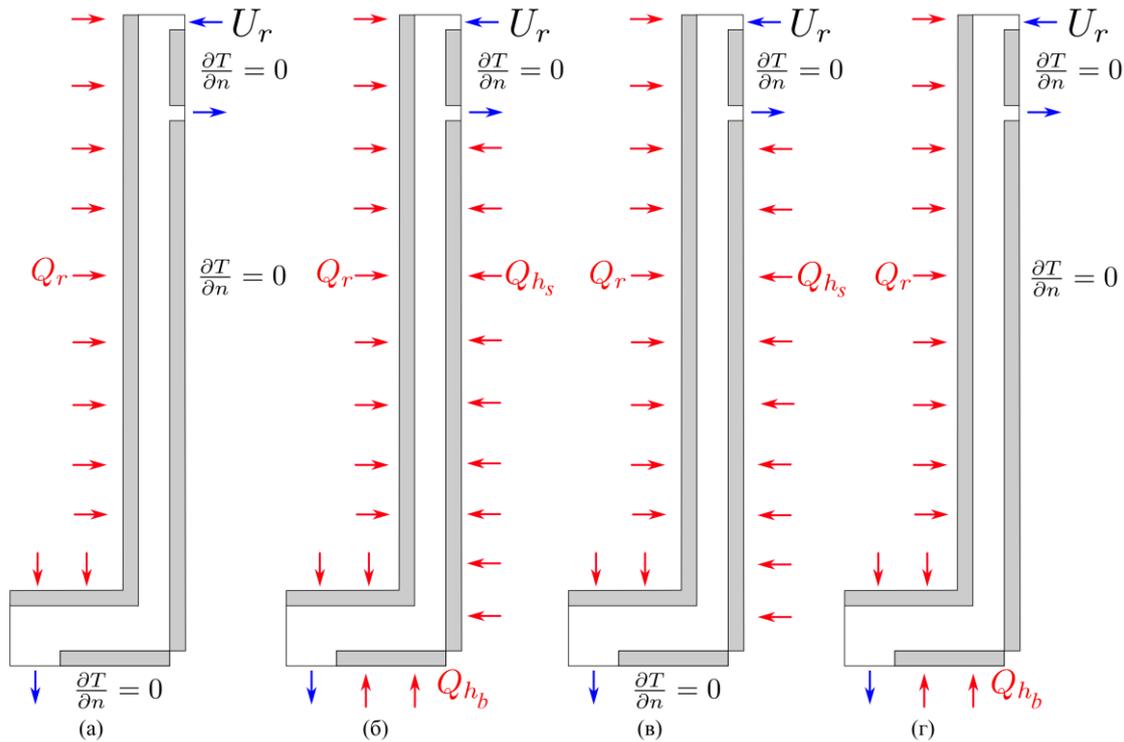
Было выдвинуто предложение о том, что 80% тепла от экзотермической реакции рассеивается через верхнюю боковую поверхность высотой 0.5 м, остальные 20% равномерно распределены по оставшейся внутренней части реторты площадью  $S = 9.42 \text{ м}^2$ .



**Рис. 2.** Схема распределения тепловых потоков в верхней части титановой реторты при использовании формулы (2.5) (кривая 1), (2.6) (кривая 2), (2.7) (кривая 3)

В (2.5) предполагается, что тепло от реакции равномерно распределено вдоль всей боковой поверхности (сплошная линия на рис. 2). Такой вариант можно рассматривать как наименее интенсивный, по причине отсутствия в нем особой зоны с локальным экстремумом.

Для ступенчатого профиля (2.6) предполагается равномерное распределение тепла как в верхней части реторты с  $69.6 \text{ кВт/м}^2$ , в области высокой



**Рис. 3.** Схема распределения тепловых потоков при различных тепловых граничных условиях: ТГУ-1 (а); ТГУ-2 (б); ТГУ-3 (в); ТГУ-5 (г);

интенсивности прогрева, так и в нижней ее части с 3.66 кВт/м<sup>2</sup> (пунктирная линия на рис.2) Такой ступенчатый перепад в реальности маловероятен, но способен показать влияние больших температурных градиентов на выстраивание результирующего температурного распределения в стенках металлической реторты.

Параболический профиль (2.7) задан в виде кусочной функции. Для верхней части реторты предложена функциональная зависимость (парабола) с максимальным значением теплового потока в зоне подачи TiCl<sub>4</sub>, где происходит экзотермическая реакция. Далее по мере удаления от зоны реакции, интенсивность тепловых потоков уменьшается. Такое распределение теплового потока от реакции наиболее близко к действительности.

Первый вариант тепловых граничных условий – ТГУ-1 (рис. 3, а) моделирует ситуацию, при которой тепловой поток поступает в систему только за счет экзотермической реакции  $Q_r$  с границы  $\Gamma_{or}$ . В таком случае внешние границы  $\Gamma_{ohu}$  и  $\Gamma_{ohd}$  теплоизолированы:

$$q_{\Gamma_{or}}^{(i)} = \lambda_{steel} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{or}} = \frac{Q_r}{S_{\Gamma_{or}}}, \quad \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{ohd} \cup \Gamma_{ohu}} = 0, \quad (2.8)$$

где  $\lambda_{steel}$  – теплопроводность стали. При расчете потока тепла через реторту используется площадь ее внутренней поверхности  $S_{\Gamma_{or}} = 13.54$  м<sup>2</sup>. Верхний индекс у  $q_{\Gamma_{or}}^{(i)}$  обозначает вид профиля

распределения теплового потока, где 1 – равномерный (2.5), 2 – ступенчатый (2.6), 3 – параболический (2.7).

Второй вариант тепловых граничных условий ТГУ-2 (рис.3, б) соответствует ситуации, когда установка работает в наиболее интенсивном режиме, при котором в систему тепло поступает не только от реакции, но и от боковых нагревателей с общей мощностью  $Q_{\Gamma_{ohu}} = 329$  кВт и нижних мощностью  $Q_{\Gamma_{ohd}} = 94$  кВт с границ  $\Gamma_{ohu}$  и  $\Gamma_{ohd}$ :

$$\begin{aligned} q_{\Gamma_{or}}^{(i)} &= \lambda_{steel} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{or}} = \frac{Q_r}{S_{\Gamma_{or}}}, \\ q_{\Gamma_{ohd}} &= \lambda_{steel} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{ohd}} = \frac{Q_{\Gamma_{ohd}}}{S_{\Gamma_{ohd}}}, \\ q_{\Gamma_{ohu}} &= \lambda_{steel} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{or}} = \frac{Q_{\Gamma_{ohu}}}{S_{\Gamma_{ohu}}}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где площади  $S_{\Gamma_{ohu}} = 11.82$  м<sup>2</sup>,  $S_{\Gamma_{ohd}} = 2.32$  м<sup>2</sup>. Такая постановка позволит оценить максимальные значения температур на внешней стенке и необходимые скорости ее обдува для предотвращения перегрева.

Третий вариант тепловых граничных условий – ТГУ-3 (рис.3, в) реализуется, когда сторонний разогрев реторты осуществляется только при помощи боковых нагревателей с границы  $\Gamma_{ohu}$ , нижний ряд электродов в таком случае отключен:

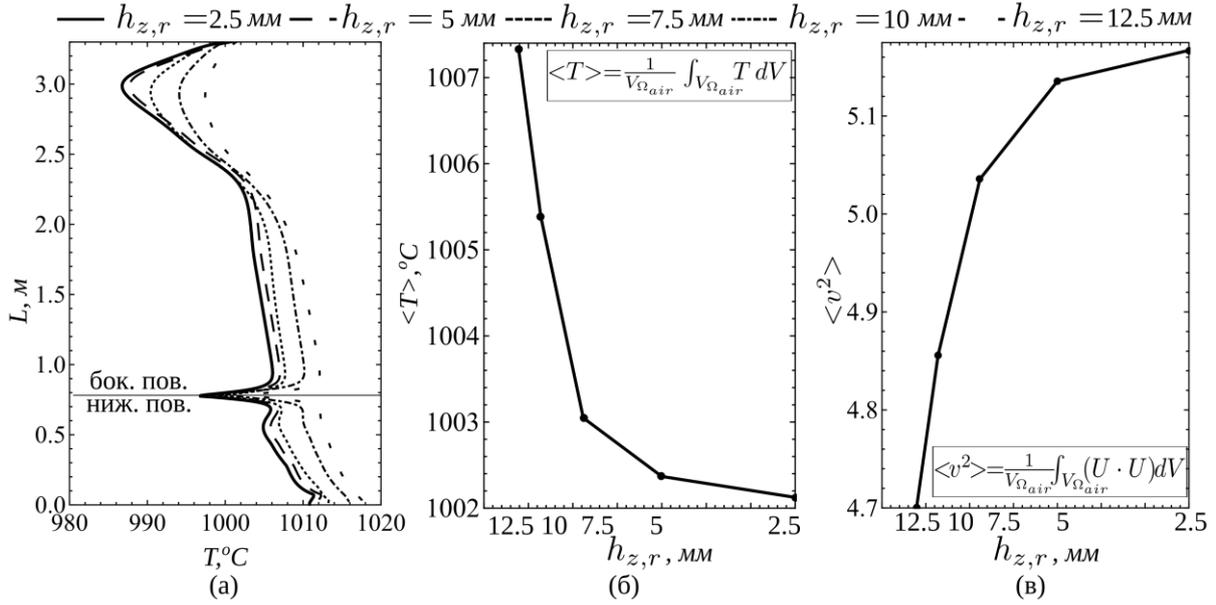


Рис. 4. Профили температуры вдоль  $\Gamma_{in}$  для различных размеров ячеек расчетной сетки (а); зависимости интегральной температуры системы (б) и интегральной кинетической энергии от размера ячейки расчетной сетки.

$$\begin{aligned}
 q_{\Gamma_{or}}^{(i)} &= \lambda_{steel} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{or}} = \frac{Q_r}{S_{\Gamma_{or}}}, \\
 q_{\Gamma_{ohu}} &= \lambda_{steel} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{ohu}} = \frac{Q_{\Gamma_{ohu}}}{S_{\Gamma_{ohu}}}, \\
 \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{hd}} &= 0.
 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Такую постановку можно рассматривать как типичный режим работы реактора, поскольку большую часть времени включены не все нагреватели печи.

Четвертый вариант тепловых граничных условий – ТГУ-4 (рис.3, з) соответствует режиму, при котором для поддержания реакции и недопущения затвердевания магния включена только нижняя пара нагревателей на границе  $\Gamma_{ohd}$ :

$$\begin{aligned}
 q_{\Gamma_{or}}^{(i)} &= \lambda_{steel} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{or}} = \frac{Q_r}{S_{\Gamma_{or}}}, \\
 q_{\Gamma_{ohd}} &= \lambda_{steel} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{ohd}} = \frac{Q_{\Gamma_{ohd}}}{S_{\Gamma_{ohd}}}, \\
 \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{ohu}} &= 0.
 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Для всех расчетов участок внешней границы  $\Gamma_{ohb}$ , находящийся между отверстиями  $\Gamma_{in}$  и  $\Gamma_{out}$ , теплоизолирован  $\partial T/\partial n = 0$ . Этот участок служит для активного охлаждения печи в зоне непосредственной близости к экзотермической реакции и необходимости в подключении нагревательных элементов на нем нет.

На внутренних границах в зоне соприкосновения воздуха с твердой стенкой задается условие идеального контактного теплообмена, в котором выполняется равенство плотностей тепловых потоков и температур:

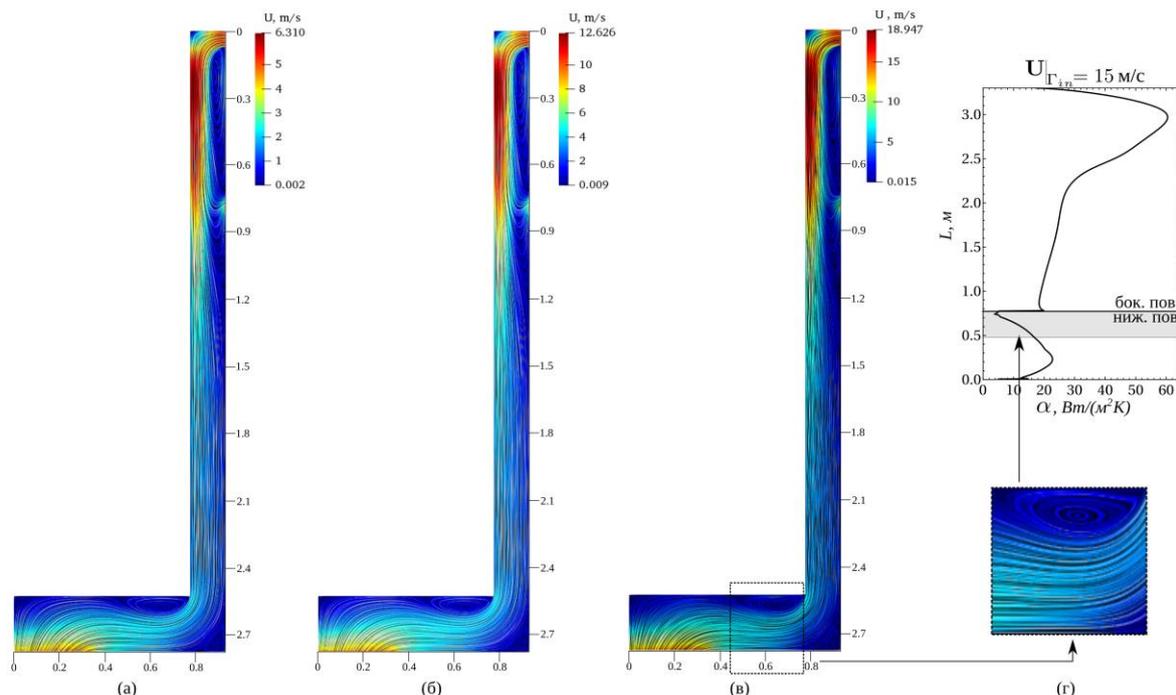
$$\lambda_{steel} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{solid}} = \left( \lambda_{air} \left. \frac{\partial T}{\partial n} + q_{rad} \right) \right|_{\Gamma_{solid}}, \quad (2.12)$$

$$T_{steel} \Big|_{\Gamma_{solid}} = T_{air} \Big|_{\Gamma_{solid}}.$$

Было рассмотрено три варианта скорости подачи воздуха с границы  $\Gamma_{in}$ :  $\mathbf{U} \Big|_{\Gamma_{in}} = 5; 10; 15$  м/с. На твердых границах выполняется условие прилипания:  $\mathbf{U} = 0$ ; на границах  $\Gamma_{out}$  – условие свободного истечения газа:  $\partial \mathbf{U}/\partial n = 0$ .

Расчеты выполнены в пакете программ с открытым исходным кодом FOAM-extend 4.0. Использовался решатель для задач сопряженного теплообмена conjugateHeatFoam. Для решения системы (2.1)–(2.2) применялся алгоритм PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) [15]. Временные производные дискретизировались по неявной схеме Эйлера, диффузионные слагаемые – по схеме с центральными разностями. Конвективные слагаемые аппроксимировались односторонними разностями против потока, так как такая схема наиболее устойчива.

Дискретизация расчетных областей  $\Omega_{air}$ ,  $\Omega_h$ ,  $\Omega_r$  проводилась методом конечных объемов. С целью определения оптимальной расчетной сетки, при использовании которой будет достигаться сходимость численного решения, было построено пять конечно-объемных, ортогональных, структу-



**Рис. 5.** Средние поля скорости в сечении  $zOr$  для скоростей подачи воздуха:  $a - U|_{\Gamma_{in}} = 5 \text{ м/с}$ ;  $b - U|_{\Gamma_{in}} = 10 \text{ м/с}$ ;  $в - U|_{\Gamma_{in}} = 15 \text{ м/с}$ ;  $г -$  профиль коэффициента теплоотдачи при  $U|_{\Gamma_{in}} = 15 \text{ м/с}$

рированных сеток с различным размером элементов. Величина шага по пространственной координате менялась с  $h_{z,r} = 2.5 \text{ мм}$  (для самой подробной сетки) до  $12.5 \text{ мм}$  (для грубой). Сходимость численного решения проверялась путем сравнения распределения поля температуры на внешней стенке реторты, интегральной температуры  $\langle T \rangle$  и кинетической энергии системы  $\langle v^2 \rangle$ .

В качестве тестовой задачи рассматривалась постановка, соответствующая ТГУ-2 со скоростью воздуха  $5 \text{ м/с}$  для всех пяти сеток.

На рис. 4 видно, что сходимость интегральных характеристик и температуры на стенке достигается уже при использовании в расчете сетки с геометрическими размерами объема  $h_{z,r} = 5 \text{ мм}$ . Дальнейшее измельчение ведет к незначительному изменению результатов, а именно, интегральная температура (рис. 4, б), как и интегральная кинетическая энергия (рис. 4, в) на сетке  $h_{z,r} = 5 \text{ мм}$  отличается менее, чем на 1% от аналогичных результатов, полученных на сетке  $h_{z,r} = 2,5 \text{ мм}$ , но приводит к значительному возрастанию времени расчета.

### 3. Результаты расчетов

Рассмотрен ряд задач, основным отличием которых является постановка ТГУ, соответствующих различным режимам работы аппарата для скоростей обдува  $U|_{\Gamma_{in}} = 5; 10; 15 \text{ м/с}$  с начальной тем-

пературой  $25^\circ\text{C}$  [16]. Теплофизические свойства воздуха взяты при той же температуре. Для расчетов использовалась  $k-\omega$  SST модель турбулентности со стандартными пристеночными функциями на расчетной сетке с размером элемента  $h_{z,r} = 5 \text{ мм}$ . Физическое время выхода на стационарный режим течения для каждого расчета уникально, но в среднем установление происходило в интервале  $15\text{--}20 \text{ с}$ . Расчеты были выполнены с запасом, и финальное время прекращения работы программы устанавливалось фиксированным и равным  $30 \text{ с}$ .

В уравнении (2.1) нет слагаемого с температурой, в этом случае распределение скорости не зависит от тепловых воздействий (ТГУ), и определяется начальной скоростью подачи воздуха. На рис. 5, а–в показаны средние поля скорости в зазоре, где хорошо видно, что максимальные значения скорости во всех расчетах достигаются вблизи стенки реторты в области между каналом подачи и каналом воздухоотведения. Далее происходит медленное уменьшение скорости потока. Интенсивность течения воздуха падает вдоль канала вплоть до его поворота. При смене ориентации направления потока и появлении радиальной компоненты скорости  $U_r$  в нижней части реторты происходит отрыв течения и образуется устойчивый вихрь низкой интенсивности (см. рис. 5, г). Для скоростей подачи воздуха, приближенных к реальным, а именно  $U|_{\Gamma_{in}} = 5; 10; 15 \text{ м/с}$ , течения

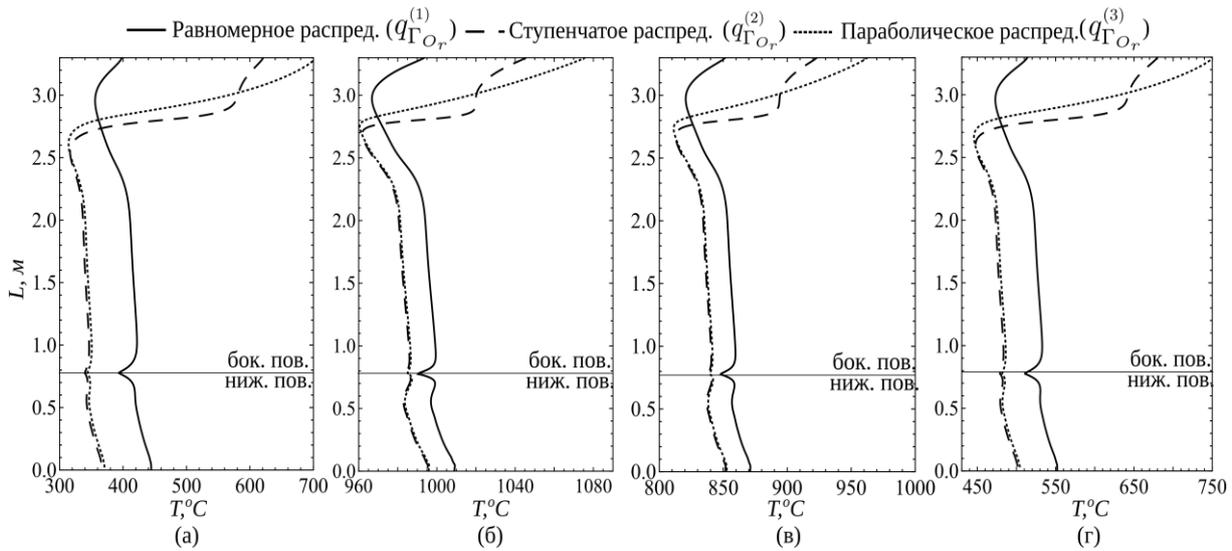


Рис. 6. Профили установившихся по времени полей температуры вдоль всей границы  $\Gamma_{in_r}$  для: а – ТГУ-1; б – ТГУ-2; в – ТГУ-3; г – ТГУ-4

имеют общую, схожую картину, что говорит о возможности прогнозирования характеристик потока воздуха в канале охлаждения при дальнейшем увеличении расхода нагнетаемого воздуха.

На рис. 6 показаны распределения температуры вдоль всей внешней поверхности реторты  $\Gamma_{in_r}$  для всех четырех ТГУ и  $q_{\Gamma_{or}}^{(i)}$  при скорости воздуха  $U|_{\Gamma_{in}} = 10$  м/с. Результаты расчетов показали, что профили температуры на внешней стенке реторты сильно зависят от выбора  $q_{\Gamma_{or}}^{(i)}$ . Отсутствие прямых измерений температур или тепловых потоков внутри аппарата затрудняет постановку реальных граничных условий на внутренней стенке реторты. В связи с этим наиболее ценными результатами решения поставленной задачи с практической точки зрения являются не сами профили температуры на внешней стенке реторты, а температурные диапазоны. Граничные условия внутри реторты были выбраны таким образом, чтобы показать предельные или наиболее характерные режимы работы аппарата, где скорость обдува можно рассматривать как управляющий параметр, влияющий работоспособность всей системы.

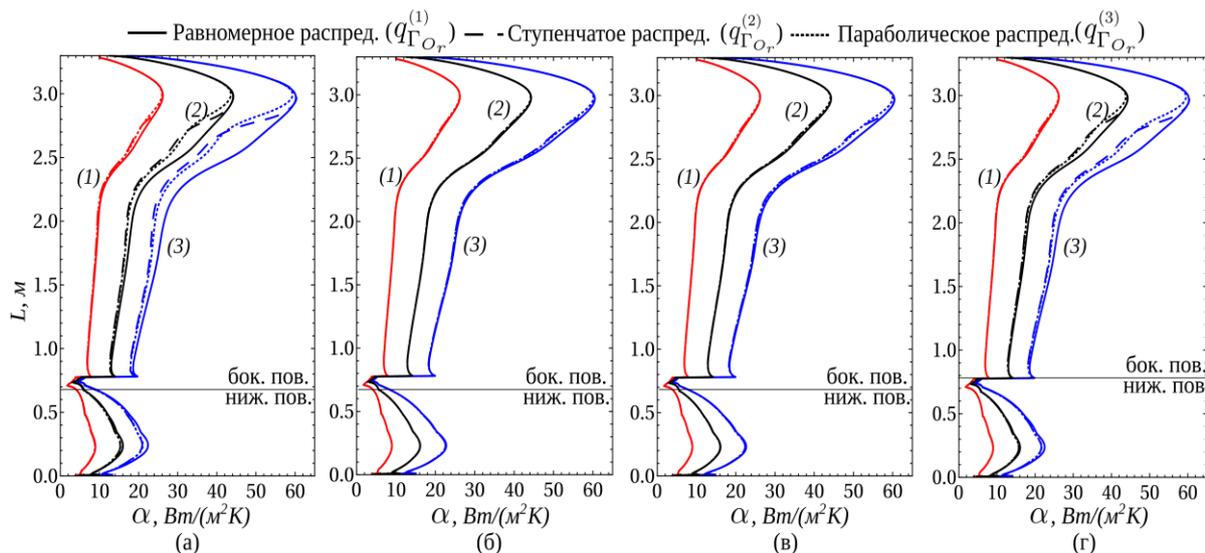
Необходимо отметить, что в настоящей работе рассматривалось три режима обдува 5, 10, 15 м/с, четыре варианта ТГУ на внешней стенке канала охлаждения и три варианта распределения тепловых потоков на внутренней стенке реторты. На рисунках продемонстрирована лишь часть результатов. Имея схожий вид и отличаясь лишь температурными интервалами, не показанные на рисунках результаты описываются в тексте.

Рисунок 6 демонстрирует распределение температуры для всех рассмотренных ТГУ. В случае

ступенчатого  $q_{\Gamma_{or}}^{(2)}$  или параболического  $q_{\Gamma_{or}}^{(3)}$  распределения теплового потока со стороны магния температура в верхней части реторты достигает своих максимальных значений. Если использовать терминологию математического анализа, то на данном участке функция температуры «выпукла» вверх, тогда как при  $q_{\Gamma_{or}}^{(1)}$  в той же области «выпукла» вниз. Результаты расчетов показывают, что вне зависимости от выбора  $q_{\Gamma_{or}}^{(i)}$  в реакционной зоне происходит съем тепла. Интервал между сплошной линией и пунктирной появляется вследствие особенностей распределения тепловых потоков от реакции. Когда тепло равномерно распределено вдоль всей внутренней границы реторты, на каждый элемент площади поступает  $15.13$  кВт/м<sup>2</sup> энергии, что в целом больше, чем при  $q_{\Gamma_{or}}^{(2,3)}$  с  $3.63$  кВт/м<sup>2</sup>.

Из рис. 6, а следует, что режим ТГУ-1 наименее теплонагружен. Скорости в 5 м/с достаточно для эффективного охлаждения как реакционной зоны реторты, так и всего аппарата в целом. При  $U|_{\Gamma_{in}} = 5$  м/с температура внешней границы реторты находится в диапазоне 570–840 °С, а при 15 м/с – в интервале 300–700 °С, что не превышает допустимых значений.

На рис. 6, б показаны распределения для случая ТГУ-2. В реальном процессе такой режим разогрева, когда включены все нагреватели, можно рассматривать как исключительный. Обычно боковые или нижние электропечи отключены. Их совместная работа требуется для активизации максимального перемешивания жидкого металла и продуктов реакции. Видно, что при скоростях 10 м/с поверхность реторты разогревается в интервале от 960–



**Рис. 7.** Профили коэффициентов теплоотдачи вдоль границы  $\Gamma_{inr}$  для всех ТГУ с различными распределениями тепла от реакции, где сплошные линии соответствуют  $q_{\Gamma_{or}}^{(1)}$ , пунктирные –  $q_{\Gamma_{or}}^{(2)}$ , точки –  $q_{\Gamma_{or}}^{(3)}$ . Цветовая и цифровая градация указывает на скорость, при которой производился расчет, красным цветом (1) отражены значения коэффициента теплоотдачи для начальной скорости воздуха 5 м/с, черным (2) – 10 м/с, красным (3) – 15 м/с

1070 °С. При скорости 15 м/с большая часть внешней поверхности реторты находится в температурном диапазоне 700–750 °С, а для 5 м/с температура держится выше 1000 °С, но не выходит за пределы 1100 °С, которая является предельно допустимой для реторты.

Рисунки 6, в, г показывают результаты для ТГУ-3, ТГУ-4. Такие ТГУ являются частным случаем ТГУ-2, но в реальном технологическом процессе занимают наибольшую часть времени работы аппарата и служат для предотвращения затвердевания жидкого магния. Видно, что для скорости подачи воздуха 10 м/с при ТГУ-3 (рис. 6, в) внешняя стенка реторты находится в температурном диапазоне 825–960 °С, а при ТГУ-4 диапазон температур определяется как 450–750 °С. Для  $U|_{\Gamma_{in}} = 5$  м/с температура внешней поверхности реторты повышается, и в ней формируются следующие температурные диапазоны: 920–1020 °С при ТГУ-3 и 850–950 °С при ТГУ-4. Если  $U|_{\Gamma_{in}} = 15$  м/с, то в случае ТГУ-3 (рис. 6, в) температура внешней стенки реторты находится в интервале 550–800 °С, а при ТГУ-4 – в интервале 400–700 °С. Близкие результаты были получены в работе [9].

Одной из целей настоящей работы помимо расчета температурных режимов внешней стенки реторты была задача вычисления ее коэффициента теплоотдачи, который определялся в ходе численных расчетов. На каждой временной итерации вплоть до установления стационарного теплового

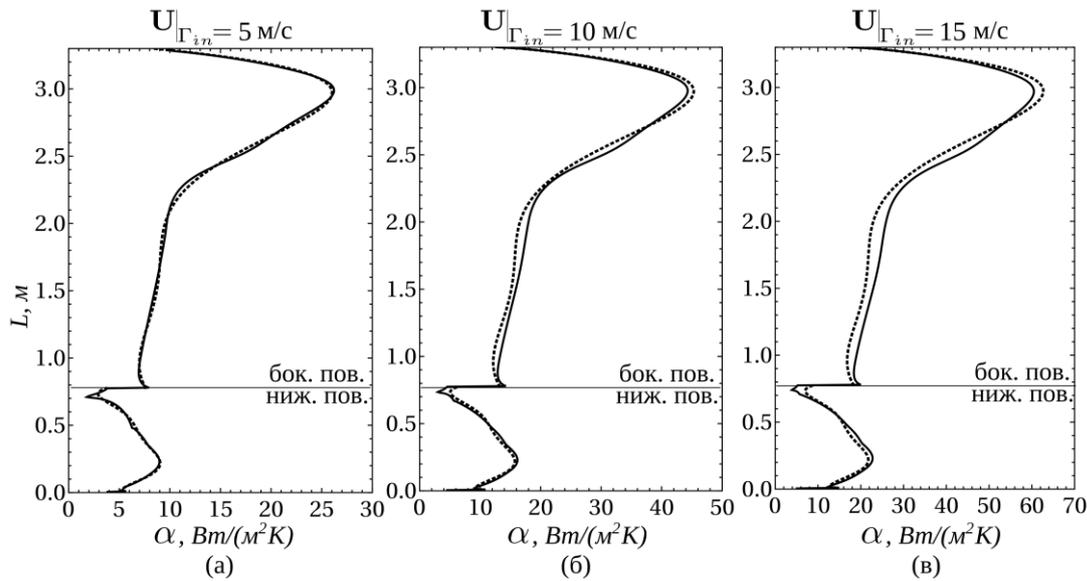
режима коэффициент теплоотдачи рассчитывался по формуле

$$\alpha = \frac{-\lambda_{air} \frac{\partial T}{\partial n}}{T_{wall} - T_{inf}}, \quad (3.1)$$

$$\lambda_{air} = \rho_{air} C_p \left( \frac{v_{air}}{Pr_{air}} + \frac{v_t}{Pr_t} \right),$$

где  $\lambda_{air}$  – теплопроводность воздуха,  $\rho_{air}$  – плотность,  $C_p$  – удельная теплоемкость,  $T_{wall}$  – температура на границе  $\Gamma_{inr}$ ,  $T_{inf}$  – температура ядра течения. В нашем случае  $T_{inf}$  бралась как постоянная величина, равная температуре входного потока  $T_{inlet} = 25$  °С. Такое допущение справедливо, когда поток воздуха, проходя через канал охлаждения, не успевает прогреться, и его теплофизические параметры близки к начальным значениям.

Расчетный коэффициент теплоотдачи продемонстрирован на рис. 7. Видно, что общая структура распределения коэффициента теплоотдачи вдоль внешней стенки аппарата для четырех вариантов ТГУ близка и в большей степени зависит только от скорости обдува, чем от вариативности распределения тепловых потоков. Наибольшие расхождения возникли в тех случаях, когда вносимая в систему тепловая мощность минимальна, что соответствует режиму ТГУ-1 (рис. 7, а) и ТГУ-3 (рис. 7, в), а скорость воздуха больше 5 м/с. При работе боковых нагревателей общей мощностью  $Q_{\Gamma_{out}} = 329$  кВт значения коэффициента теплоот-



**Рис. 8.** Профили коэффициентов теплоотдачи вдоль границы  $\Gamma_{in}$ , полученные в ходе численного расчета по формуле (3.1) (сплошная линия) и аппроксимационной зависимости (3.3) (пунктирная линия): а –  $U|_{\Gamma_{in}} = 5$  м/с; б –  $U|_{\Gamma_{in}} = 10$  м/с; в –  $U|_{\Gamma_{in}} = 15$  м/с

дачи для всех  $a_{\Gamma_{or}}^{(i)}$ , близки, а при уменьшении скорости начинают совпадать.

Скачок коэффициента теплоотдачи обусловлен отрывом течения от границы боковой поверхности аппарата, как показано на рис. 5, з. Вторичные вихри, образующиеся вблизи дна реторты, имеют меньшую скорость, что в целом уменьшает эффективность охлаждения. Однако в действительности дно аппарата имеет эллиптическую форму, где расположена решетка «псевводна», через которую осуществляется слив  $MgCl_2$ . Такая конструктивная особенность исключает появление таких вихрей, но затрудняет составление математической модели конвекции магния. В связи с этим было принято допущение, в котором дно реторты рассматривается как правильный цилиндр.

На основе анализа результатов численного моделирования может быть получена эмпирическая формула для расчета коэффициента теплоотдачи в случае установившегося течения при продольном обдуве цилиндра. Профили распределения коэффициента теплоотдачи вдоль поверхности выглядят идентично, что видно из рис. 7. Нормируем профили для коэффициента теплоотдачи, разделив значения в каждой точке (полученной из гидродинамического расчета) на максимальное значение коэффициента для конкретного режима. Нормированные распределения аппроксимируются полиномом с переменной  $L$ , полиномиальной функцией для одной переменной.

Как было показано в работе [9], коэффициент теплоотдачи для случая обтекания изотермической бесконечной пластины турбулентным потоком

воздуха ( $Re > 5 \cdot 10^5$ ) [17-19], имеет следующий вид:

$$\alpha(U) = \frac{\overline{Nu}_l \lambda}{l} = 0,037 \frac{\lambda}{l} Re_i^{4/5} Pr^{1/3}, \quad (3.2)$$

где  $Re_i = U_{inlet} H_{air} / \nu$  число Рейнольдса, с характерным размером  $l$ ,  $\overline{Nu}$  – число Нуссельта, Формула (3.2) хорошо согласуется с расчетным коэффициентом теплоотдачи при продольном обдуве цилиндра. Принимая это во внимание, можно формулу (3.2) представить как коэффициент для полиномиальной аппроксимации, куда скорость  $U$  будет входить в качестве управляющего параметра, а характерный размер подбираться из геометрических соображений. Так как воздушный зазор имеет радиус равный 0.155 м, то для удобства он был выбран в качестве  $l$ . Для исключения неудовлетворительной аппроксимации в зоне угла реторты аппроксимационная зависимость разделена на две части. Первая часть описывает распределение коэффициента теплоотдачи на боковой поверхности реторты, вторая на нижней границе. В таком случае эмпирическая зависимость коэффициента теплоотдачи установившегося течения при продольном обдуве реторты приобретает вид:

$$\alpha(L, U_{inlet}) = \frac{\lambda}{H_{air}} Re_i^{4/5} Pr^{1/3} S(L). \quad (3.3)$$

Для вертикальной части  $\Gamma_{in}$ :

$$S(L) = 0.19 - 0.26L + 20.74L^2 - 131.69L^3 + 333.44L^4 - 385.61L^5 + 166.85L^6,$$

для горизонтальной части  $\Gamma_{in}$  :

$$S(L) = 1.18 - 1.41L - 1.63L^2 + 4.67L^3 + 3.53L^4 + 1.12L^5 - 0.13L^6.$$

Рисунок 8 демонстрирует полученные из эмпирической формулы (3.3) распределения коэффициента теплоотдачи вдоль стенок реторты при различных скоростях подачи воздуха, и те же коэффициенты, полученные численно, по формуле (3.1). Видно, что профили коэффициентов теплоотдачи хорошо согласуются. Наибольшие отличия наблюдаются для скорости подачи воздуха 15 м/с (рис. 8, в). Такого отличия можно избежать, взяв в качестве начального приближения распределение коэффициента для 15 м/с.

Формула (3.3) для коэффициента теплоотдачи стенки реторты в дальнейшем может быть использована при построении более реалистичных граничных условий для задачи конвекции жидкого магния. Отработанная методика может быть полезна при проведении численных экспериментов по определению оптимального и наиболее эффективного охлаждения аппарата, так как позволяет обойтись только математическим моделированием, не прибегая к более затратным натурным экспериментам.

#### 4. Заключение

Разработана нестационарная математическая модель канала охлаждения титанового реактора, позволяющая рассчитать тепловые режимы внешней стенки реторты вдоль всей ее длины. Рассмотрено два варианта тепловых граничных условий для трех скоростей подачи воздуха, соответствующих разным производственным циклам.

Построены температурные профили для всех рассмотренных ТГУ, скоростей подачи воздуха и профилей тепловых потоков на внутренней стенке реторты. Для наиболее интенсивного режима (ТГУ-2) пиковые значения температуры в 1100 °С возникают при минимальной скорости обдува в 5 м/с, а при увеличении скорости до 15 м/с – опускаются до 800 °С в реакционной зоне. При ТГУ-2 температура внешней стенки реторты для всех рассмотренных скоростей обдува не превышает предельно допустимого значения в 1100 °С. Для ТГУ-3 реторта прогревается от 550 °С при скорости подачи воздуха 15 м/с и до 1020 °С, когда скорость воздуха на входе составляет 5 м/с. При ТГУ-4, как при наименее теплонагруженном режиме, наблюдается наиболее широкий интервал температур прогрева внешней стенки реторты от 450 до 700 °С.

Показано, что распределение температуры вдоль стенки имеет сложную структуру и сильно зависит от граничных условий на внутренней стен-

ке аппарата. При этом распределение коэффициента теплоотдачи во всех расчетах имеет схожую структуру и незначительно зависит от внешних температурных воздействий.

Разработана методика для построения эмпирических зависимостей распределения коэффициента теплоотдачи при продольном охлаждении цилиндрической реторты установившимся потоком.

Авторы выражают благодарность к.ф.-м.н. А. С. Теймуразову за советы и ценные замечания при работе над данной статьей.

#### Список литературы

1. Гармата В. А., Петрунько А. Н., Галицкий Н. В., Олесов Ю. Г., Сандлер Р. А. Титан. М.: Металлургия, 1983. 559 с.
2. Гармата В. А., Гуояницкий Б. С., Крамник В. Ю., Липкес Я. М., Серяков Г. В., Сучков А. Б., Хомяков П. П. Металлургия титана. М.: Металлургия, 1968. 643 с.
3. Тарунин Е. Л., Шихов В. М., Юрков Ю. С. Свободная конвекция в цилиндрическом сосуде при заданном тепловом потоке на верхней границе // Гидродинамика. 1975. Вып. VI. С. 85–98.
4. Цаплин А. И., Нечаев В. Н. Численное моделирование неравновесных процессов теплопереноса в реакторе для получения пористого титана // Вычислительная механика сплошных сред. 2013. Т. 6. № 4. С. 483–490. DOI: 10.7242/1999-6691/2013.6.4.53
5. Teimurazov A., Frick P., Stefani F. Thermal convection of liquid metal in the titanium reduction reactor // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2017. Vol. 208, 012041. DOI: 10.1088/1757-899X/208/1/012041
6. Теймуразов А. С., Фрик П. Г. Численное исследование конвекции расплавленного магния в аппарате восстановления титана // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. Т. 8. № 4. С. 433–444. DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.4.37
7. Карасев Т. О., Теймуразов А. С. Моделирование турбулентной конвекции жидкого магния в аппарате восстановления титана в рамках подходов RANS и LES. // Вычислительная механика сплошных сред. 2019. Т. 12. № 4. С.353–365. DOI: 10.7242/1999-6691/2019.12.4.30
8. Teimurazov A., Frick P., Weber N., Stefani F. Numerical simulations of convection in the titanium reduction reactor // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 891, 012076. DOI: 10.1088/1742-6596/891/1/012076
9. Карасев Т. О., Теймуразов А. С., Перминов А. В. Численное исследование теплоотдачи стенки

- титанового реактора при воздушном охлаждении // Вычислительная механика сплошных сред. 2020. Т. 13. № 4. С. 424-436.
10. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA Journal*. 1994. Vol 32, No 8. P. 1598 – 1610. DOI: 10.2514/3.12149.
  11. Modest M. F. The improved differential approximation for radiative heat transfer in multi-dimensional media. // *Journal of Heat Transfer*. 1990. Vol. 112. P. 819–821. DOI: 10.1115/1.2910468
  12. Marshak R. E. Note on the spherical harmonics method as applied to the Milne problem for a sphere. // *Phys. Rev.* 1947. Vol. 71. P. 443-446. DOI: 10.1103/PhysRev.71.443.
  13. Сергеев В. В., Галицкий Н. В., Киселев В. П., Козлов В. М. *Металлургия титана*. М.: Металлургия, 1971. 320 с
  14. Мальшин В. М., Завадовская В. Н., Пампушко Н. А. *Металлургия титана*. М.: Металлургия, 1991. 208 с.
  15. Issa R. I. Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator-splitting // *J Comput Phys*. 1985. Vol. 62, No. 1. P. 40–65. DOI: 10.1016/0021-9991(86)90099-9
  16. Богданов С. Н., Бурцев С. И., Иванов О. П., Куприянова А. В. *Холодильная техника. Кондиционирование воздуха. Свойства веществ: справочник*. СПб.: СПбГАХИПТ, 1999. 320 с.
  17. Широков М. Ф. *Физические основы газодинамики*. М.: Физматлит, 1958. 340 с.
  18. Кутателадзе С. С. *Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: справочное пособие*. М.: Энергоатомиздат, 1990. 368 с.
  19. Bergman T. L., Lavine A. S., Incropera F. P., DeWitt D. P. *Introduction to Heat Transfer*. New York: Wiley. 2011. 962 p.
- ### References
1. Gartmata V.A., Petrun'ko A.N., Galitsky N.V., Olesov Yu.G. Sandler R.A. *Titanium*. Moscow: Metallurgy, 1983, 559 p. (In Russian)
  2. Gartmata V. A., Guoyanitskiy B. S., Kramnik V. Yu., Lipkes Ya. M., Seryakov G. V., Suchkov A. B., Homyakov P. P. *Titanium metallurgy*. Moscow: Metallurgy, 1968. 643 p. (In Russian)
  3. Tarunin E. L., Shihov V. M., Yurkov Yu. S. Svobodnaya konvektsiya v tsilindricheskom sosude pri zadannom teplovom potoke na verhney granitse [Free convection in a cylindrical vessel at a given heat flux at the upper boundary]. *Hydrodynamics*, 1975, Vol. VI, pp. 85–98. (In Russian)
  4. Tsaplin A. I., Nechaev V. N. Numerical modeling of non-equilibrium heat and mass transfer processes in a reactor for the production of porous titanium. *Computational Continuum Mechanics*, 2013, vol. 6, no. 4, pp. 483–490. DOI: 10.7242/1999-6691/2013.6.4.53
  5. Teimurazov A., Frick P., Stefani F. Thermal convection of liquid metal in the titanium reduction reactor. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2017, vol. 208, 012041. DOI: 10.1088/1742-6596/891/1/012076
  6. Teimurazov A. S., Frick P. G. Numerical study of molten magnesium convection in the apparatus for titanium reduction. *Computational Continuum Mechanics*, 2015, vol. 8, no. 4, pp. 433–444. DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.4.37
  7. Karasev T. O., Teimurazov A. S. Modeling of liquid magnesium turbulent convection in the titanium reduction apparatus using RANS and LES approaches. *Computational Continuum Mechanics*, 2019, vol. 12, no. 4, pp. 353–365. DOI: 10.7242/1999-6691/2019.12.4.30
  8. Teimurazov A., Frick P., Weber N., Stefani F. Numerical simulations of convection in the titanium reduction reactor. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 891, 012076.
  9. Karasev T. O., Teimurazov A. S., Perminov A. V. Numerical study of heat transfer coefficient of titanium reactor wall at air cooling. *Computational Continuum Mechanics*, 2020, vol. 13, no. 4, pp. 424–436. DOI: 10.7242/1999-6691/2020.13.4.33
  10. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1610. DOI: 10.2514/3.12149
  11. Modest M. F. The improved differential approximation for radiative heat transfer in multi-dimensional media. *Journal of Heat Transfer*, 1990, vol. 112, pp. 819–821. DOI: 10.1115/1.2910468.
  12. Marshak R. E. Note on the spherical harmonics method as applied to the Milne problem for a sphere. *Phys. Rev.*, 1947, vol. 71, pp. 443–446. DOI: 10.1103/PhysRev.71.443.
  13. Sergeev V. V., Galitsky N. V., Kiselev V. P., Kozlov V. M. *Titanium metallurgy*. Moscow: Metallurgy, 1971. 320 p. (In Russian)
  14. Mal'shin V. M., Zavadovskaya V. N., Pampushko N. A. *Titanium metallurgy*. Moscow: Metallurgy, 1991. 208 p. (In Russian)
  15. Issa R. I. Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator-splitting. *J. Comput Phys.*, 1985, vol. 62, no. 1, pp. 40–65. DOI: 10.1016/0021-9991(86)90099-9
  16. Bogdanov S. N., Burtsev S. I., Ivanov O. P., Kupriyanova O. P. *Holodil'naya tehnika. Konditsionirovanie vozduha. Svoystva veschestv*. Saint Petersburg.: SPbGAHPT, 1990, 320 p. (In Russian)

17. Shirokov M. F. *Fizicheskie osnovy gazodinamiki* (Physical foundations of gas dynamics). Moscow: Fizmatlit, 1958, 340 p. (In Russian)
18. Kutateladze S. S. *Teploperedacha i gidrodinamicheskoe soprotivlenie. Spravochnoe posobie.* (Heat transfer and hydrodynamic resistance. Reference manual) Moscow: Energoatomizdat, 1990, 368 p. (In Russian)
19. Bergman T. L., Lavine A. S., Incropera F. P., DeWitt D. P. *Introduction to Heat Transfer*, New-York: Wiley, 2011. 962 p.

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Карасев Т. О., Перминов А. В. Моделирование тепловых режимов в канале воздушного охлаждения аппарата восстановления титана // Вестник Пермского университета. Физика. 2021. № 4. С. 39–51. doi: 10.17072/1994-3598-2021-4-39-51

**Please cite this article in English as:**

Karasev T. O., Perminov A. V. Modelling of thermal regimes in the air cooling channel of the titanium reduction apparatus. Bulletin of Perm University. Physics, 2021, no. 4, pp. 39–51. doi: 10.17072/1994-3598-2021-4-39-51

**Сведения об авторах**

1. Тимофей Олегович Карасев, младший научный сотрудник, Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, ул. Ак. Королева, 1, Пермь, 614013
2. Анатолий Викторович Перминов, доктор физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой «Общая физика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Комсомольский пр., 29, Пермь, 614990

**Author information**

1. Timofey O. Karasev, Junior Researcher, Institute of Continuum Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Ac. Koroleva str., 1, Perm, Russia, 614013
2. Anatoliy V. Perminov., Doctor of the Physical and Mathematical Sciences, Head of General Physics Department, Perm National Research Polytechnic University, Komsomolskii av., 29, Perm, Russia, 614990