

УДК 532.783; 539.22; 537.63  
PACS 42.70.Df; 77.84.Nh; 47.65.Cb

## Магнитоориентационный отклик ферронематика с наклонным сцеплением директора и намагниченности

Д. А. Петров<sup>†</sup>, Р. Р. Ханнанов

Пермский государственный национальный исследовательский университет  
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>†</sup> petrovda@bk.ru

В работе рассматриваются индуцированные магнитным полем ориентационные переходы в высокодисперсной суспензии ферромагнитных частиц в нематическом жидком кристалле – ферронематике. Исследуется случай, когда в отсутствие внешнего магнитного поля между направлениями директора жидкого кристалла и намагниченностью примесных частиц сохраняется постоянный угол преднаклона, при этом сцепление молекул жидкого кристалла с поверхностью феррочастиц считается мягким и планарным. Примером такой примеси могут служить ферромагнитные углеродные нанотрубки, намагниченные под некоторым углом к их длинным осям. На основе континуальной теории рассчитаны равновесные значения углов ориентации директора жидкого кристалла и намагниченности для разных значений угла преднаклона. Проведено сравнение результата расчетов с рассмотренным ранее случаем планарного сцепления директора и намагниченности. Получены аналитические выражения для определения ориентационной и магнитной структур ферронематика в случае слабых магнитных полей. Изучено намагничивание ферронематика для разных значений угла преднаклона.

**Ключевые слова:** жидкий кристалл; ферронематик; ориентационные переходы; магнитные частицы

*Поступила в редакцию 12.05.2021; после рецензии 27.05.2021; принята к опубликованию 28.05.2021*

## Magneto-orientation response of ferronematic with a tilted orientation of the director and magnetization

D. A. Petrov<sup>†</sup>, R. R. Khannanov

Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm

<sup>†</sup> petrovda@bk.ru

The article considers orientational transitions induced by a magnetic field in a highly dispersed suspension of ferromagnetic particles in a nematic liquid crystal – ferronematic. We research the case when, in the absence of an external magnetic field between the directions of the liquid crystal director and magnetization of the impurity particles, a constant pretilt angle is maintained, and the coupling of the liquid crystal molecules to the surface of the ferroparticles is assumed to be soft and planar. An example of such an impurity is ferromagnetic carbon nanotubes magnetized at a certain angle to their long axes. On the basis of the continuum theory, the equilibrium values of the orientation angles of the liquid crystal director and magnetization are calculated for different values of the pretilt angle. The results of calculations are compared with the previously considered case of planar coupling between the director and magnetization. Analytical expressions are obtained for determining the

orientational and magnetic structure of the ferronematic in the case of weak magnetic fields. The magnetization of the ferronematic is studied for different values of the pretilt angle.

**Keywords:** liquid crystal; ferronematic; orientational transitions; magnetic particles

Received 12.05.2021; revised 27.05.2021; accepted 28.05.2021

doi: 10.17072/1994-3598-2021-2-48-58

## 1. Введение

Последние несколько десятилетий композитные материалы на основе жидких кристаллов (ЖК) с добавлением различных наночастиц стали актуальной темой в физике мягких конденсированных сред [1–10]. Это связано с тем, что такие комплексные системы уникальным образом сочетают свойства анизотропных несущих сред и твердых примесных наночастиц. Благодаря наличию ориентационного порядка ЖК способен упорядочивать достаточно анизометричные наночастицы (стержни или диски), в свою очередь, в зависимости от материала примеси (ферромагнитный, сегнетоэлектрический, полупроводниковый и др.) частицы могут усиливать магнитный или электрический отклик матрицы. Все это позволяет создать из гибридных композитов ЖК исключительную систему для новых поколений оптоэлектронных устройств.

Идея создания высокодисперсных суспензий анизометричных ферромагнитных частиц в ЖК, известных как ферронематики (ФН), не является новой и была предложена более 50 лет назад в работе [11], где впервые рассматривалась континуальная теория ФН для случая абсолютно жесткой связи примесных частиц с ЖК-матрицей. При таком подходе ориентационная структура ФН может быть описана с помощью всего лишь одного вектора – директора, который задает главную ось нематического порядка матрицы и направление намагниченности ансамбля примесных частиц. Однако, как выяснилось позже, такой подход не отвечает реальным системам. Из результатов экспериментов видно (см., например, [12, 13]), что взаимная ориентация молекул ЖК и примесных частиц под действием внешних полей может меняться, а значит взаимодействие между подсистемами является конечным и в самых распространенных случаях отвечает гомеотропному или планарному типам сцепления. При гомеотропном сцеплении преимущественная ориентация длинных осей стержнеобразных примесных частиц направлена ортогонально директору ЖК, а при планарной совпадает с ним. Кроме того, существуют весьма специфические случаи конического типа сцепления молекул ЖК с поверхностью дискообразных частиц [14], когда в отсутствие внешних полей векторы нормалей

примесных пластинок направлены под некоторым углом к директору ЖК.

Планарный и гомеотропный типы сцепления директора ЖК и намагниченности хорошо изучены в рамках континуальных теорий [15, 16], однако, отдельный интерес представляет собой промежуточный случай, когда в отсутствие внешних полей между директором ЖК и вектором намагниченности сохраняется некоторый постоянный угол преднаклона. Такой тип сцепления по аналогии со сцеплением обычного ЖК с твердой границей [17, 18] назовем *наклонным*. Кроме вышеупомянутого конического сцепления наклонный тип сцепления можно получить, например, в композитах ЖК и ферромагнитных углеродных нанотрубок [19, 20]. Последние представляют собой свернутые в цилиндр листы графена, внутрь которых помещены ферромагнитные частицы. Такие нанотрубки можно намагнитить под некоторым углом к их длинным осям и внедрить в ЖК-матрицу. Из экспериментальных данных [21–23] известно, что нанотрубки ориентируются параллельно директору ЖК (планарный тип сцепления). Таким образом, после включения небольшого магнитного поля ортогонально директору ЖК можно получить образец ФН с планарным сцеплением молекул ЖК с поверхностью нанотрубок, но с угловым сцеплением директора ЖК и намагниченности. Целью нашей работы является исследование магнитоориентационного отклика таких систем и сравнение полученных результатов с известным предельным случаем планарного сцепления директора и намагниченности [15].

## 2. Континуальная теория

Рассмотрим плоскопараллельную ячейку толщиной  $L$ , заполненную ФН. Ось  $x$  системы координат направим параллельно границам слоя, а ось  $z$  – перпендикулярно им. Начало координат поместим в середину слоя, как показано на рис. 1. Будем полагать сцепление директора с границами слоя жестким и планарным, т. е. ось  $x$  является осью исходного ориентирования. Предположим, что дисперсная фаза состоит из палочкообразных частиц, намагниченных под фиксированным углом  $\theta$  (угол преднаклона) к их длинной оси  $e$ . Считаем, что сцепление молекул ЖК с поверхностью частиц является мягким и планарным, т. е. в отсутствие внешнего магнитного поля направления директора

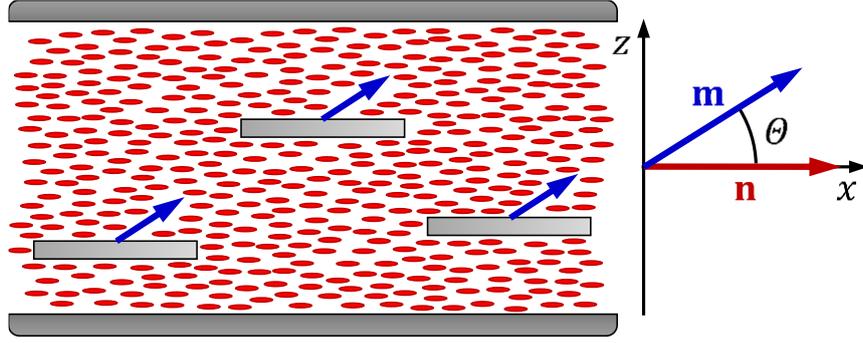


Рис. 1. Схематическое изображение ячейки, заполненной ФН. Маленькие стрелки указывают направление магнитных моментов частиц

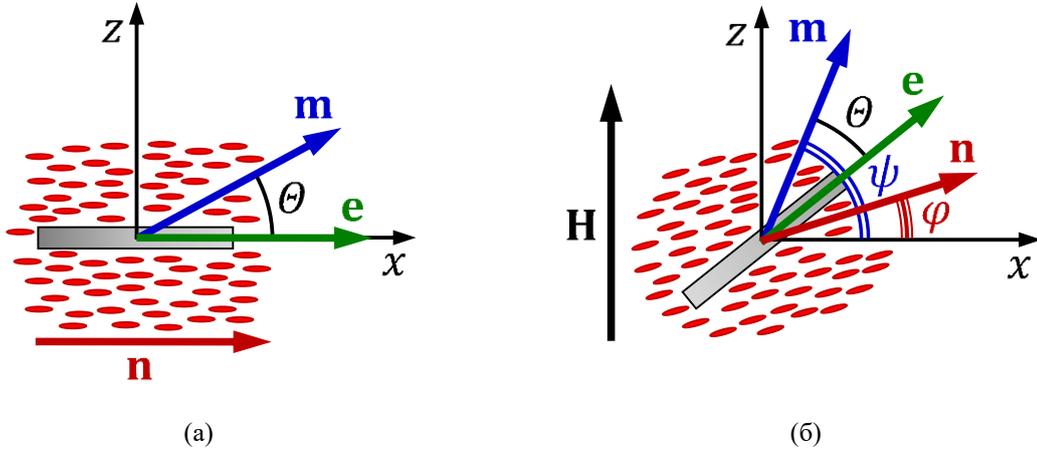


Рис. 2. Магнитная частица в ЖК: а – в отсутствие магнитного поля; б – в магнитном поле

ЖК  $\mathbf{n}$  и вектора  $\mathbf{e}$ , который является осью легкого ориентирования, совпадают (см. рис. 2, а). В начальном состоянии частицы однородно распределены по толщине слоя, а их магнитные моменты  $\boldsymbol{\mu} = M_s v \mathbf{m}$  ( $\mathbf{m}$  – единичный вектор намагниченности суспензии,  $M_s$  – намагниченность насыщения материала феррочастиц,  $v$  – объем частицы) направлены в одну сторону под углом  $\theta$  к директору ЖК. Таким образом, можно говорить о мягком угловом сцеплении намагниченности ФН  $\mathcal{M} = M_s f \mathbf{m}$  ( $f$  – объемная доля частиц) с директором ЖК  $\mathbf{n}$ . Ранее были подробно изучены два предельных случая планарного  $\theta = 0$  [15] и гомеотропного  $\theta = \pi/2$  [16] сцепления директора ЖК и намагниченности.

Поведение ФН во внешнем магнитном поле  $\mathbf{H} = [0, 0, H]$  будем описывать с помощью континуальной теории, основанной на термодинамическом потенциале свободной энергии [24]:

$$F = \int F_V(\mathbf{n}, \mathbf{m}, f) dV. \quad (1)$$

Объемная плотность свободной энергии содержит следующие вклады:

$$F_V(\mathbf{n}, \mathbf{m}, f) = \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 +$$

$$+ K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2] - \frac{1}{2} \chi_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2 -$$

$$- M_s f (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}) - \frac{w_p}{d} f (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e})^2 + \frac{k_B T}{v} f \ln f. \quad (2)$$

Здесь  $K_{11}$ ,  $K_{22}$ ,  $K_{33}$  – модули Франка,  $\chi_a > 0$  – анизотропия диамагнитной восприимчивости ЖК,  $w_p$  – плотность поверхностной энергии сцепления примесных частиц с ЖК-матрицей,  $d$  – поперечный диаметр частицы,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура. В силу малых значений объемной доли примеси  $f \ll 1$  мы пренебрегаем магнитодипольными взаимодействиями частиц.

Первое слагаемое в (2) (слагаемое в квадратных скобках) представляет собой плотность свободной энергии ориентационно-упругих деформаций поля директора ЖК. Второе и третье слагаемые соответственно позволяют учесть взаимодействие диамагнитного нематика и магнитных моментов частиц с внешним магнитным полем. Четвертое слагаемое представляет энергию сцепления молекул ЖК с поверхностью примесных частиц. Последнее слагаемое учитывает вклад энтропии смешения идеального раствора частиц суспензии.

Приложенное магнитное поле  $\mathbf{H}$  вызывает поворот частиц и молекул ЖК. Появляющаяся в результате этого деформация ориентационной

структуры отвечает комбинациям поперечного и продольного изгибов, таким образом решение для директора и намагниченности можно искать в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= [\cos \varphi, 0, \sin \varphi], \\ \mathbf{m} &= [\cos \psi, 0, \sin \psi], \\ \mathbf{e} &= [\cos(\psi - \theta), 0, \sin(\psi - \theta)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Так как направления вектора  $\mathbf{e}$  и магнитного момента  $\boldsymbol{\mu} = M_s v \mathbf{m}$  частицы жестко связаны между собой, то отклонение директора  $\mathbf{n}$  и намагниченности  $\mathbf{m}$  от оси  $x$  можно соответственно описать с помощью двух углов  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  (см. рис. 2, б). Угол  $\theta$ , учитывающий степень отклонения магнитного момента частицы от ее длинной оси  $\mathbf{e}$ , будет входить в качестве свободного параметра.

Задачу удобно решать в безразмерном виде. Следуя работам [15, 16], определим толщину слоя  $\zeta = z/L$ , напряженность магнитного поля  $h = HL\sqrt{\chi_a/K_{11}}$ ,  $g = f/\bar{f}$  – приведенную объемную долю частиц в суспензии ( $\bar{f} = Nv/V$  – средняя плотность дисперсной системы, где  $N$  – число магнитных частиц в суспензии,  $V$  – объем ФН), энергию сцепления частиц с ЖК-матрицей  $\sigma = w_p \bar{f} L^2 / (K_{11} d)$ , параметр сегрегации  $\kappa = k_B T \bar{f} L^2 / (K_{11} v)$ , параметр анизотропии ориентационной упругости  $k = K_{33}/K_{11}$  и последний параметр  $b = M_s \bar{f} L / \sqrt{K_{11} \chi_a}$ , который отвечает за преобладание одного из двух ориентационных механизмов ФН. При  $b \gg 1$  ориентационные искажения возникают преимущественно из-за дипольного механизма, а в случае  $b \ll 1$  они вызваны квадрупольным механизмом. Для ФН на основе жидкого кристалла 6СНВТ согласно [25] имеем (в единицах СГСЭ):  $\chi_a = 3.5 \times 10^{-8}$ ,  $K_{11} = 7.5 \times 10^{-7}$  дин,  $K_{33} = 9.51 \times 10^{-7}$  дин,  $\bar{f} \sim 10^{-5}$ ,  $T = 300$  К,  $M_s \sim 10^2$  Гс,  $d \sim 10^{-6}$  см,  $w_p = 10^{-4} - 10^{-2}$  дин/см и, полагая толщину слоя  $L \sim 10^{-3}$  см, получим оценки безразмерных параметров  $b \approx 10$ ,  $\sigma \approx 10^{-2} - 1$ ,  $\kappa \approx 0.1$  и  $k = 1.27$ .

### 3. Уравнения ориентационного и магнитного равновесия

Подставляя решения (3) в выражение (2), запишем функционал свободной энергии ФН в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \tilde{F} = F \frac{L}{SK_{11}} &= \int_{-1/2}^{1/2} \left[ \frac{1}{2} (\cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right)^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} h^2 \sin^2 \varphi - bgh \sin \psi - \right. \\ &\quad \left. - \sigma g \cos^2(\varphi - \psi + \theta) + \kappa g \ln g \right] d\zeta. \end{aligned} \quad (4)$$

Равновесные значения трех скалярных переменных  $\varphi(\zeta)$ ,  $\psi(\zeta)$  и  $g(\zeta)$ , являющиеся

результатом конкуренции между силами ориентационной упругости, внешним магнитным полем, ориентационным сцеплением дисперсной фазы с матрицей и ориентационным взаимодействием с ограничивающими поверхностями, могут быть получены из условия минимума свободной энергии (4). В результате минимизации (4) получается следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} &[(k-1)\sin^2 \varphi + 1] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} + \\ &+ \frac{1}{2} (k-1) \sin 2\varphi \left( \frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 + \frac{1}{2} h^2 \sin 2\varphi - \\ &- \sigma g \sin 2(\varphi - \psi + \theta) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$bh \cos \psi + \sigma \sin 2(\varphi - \psi + \theta) = 0, \quad (6)$$

$$g(\zeta) = Q \exp \left[ \frac{bh}{\kappa} \sin \psi(\zeta) + \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2(\varphi(\zeta) - \psi(\zeta) + \theta) \right]. \quad (7)$$

$$Q^{-1} = \int_{-1/2}^{1/2} \exp \left[ \frac{bh}{\kappa} \sin \psi(\zeta) + \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2(\varphi(\zeta) - \psi(\zeta) + \theta) \right] d\zeta. \quad (8)$$

Величина  $Q$  определится из условия постоянного числа частиц в системе

$$\int f dV = Nv.$$

Система интегро-дифференциальных уравнений (5)–(8) с граничными условиями:

$$\varphi(-1/2) = \varphi(1/2) = 0 \quad (9)$$

образует замкнутую краевую задачу и позволяет описать равновесные состояния ФН в постоянном магнитном поле.

### 4. Результаты и обсуждение

В отсутствие внешнего магнитного поля ФН находится в состоянии с однородными распределениями директора  $\varphi(\zeta) = 0$ , намагниченности  $\psi(\zeta) = \theta$  и объемной доли частиц  $g(\zeta) = 1$ . При  $h$  отличных от нуля такое решение уравнений равновесия отсутствует, т. е. включение поля приводит к появлению искажений ориентационной структуры и ФН беспороговым образом намагничивается в направлении поля. В слабых полях искажения ориентационной и магнитной структуры ФН малы  $\varphi(\zeta) \ll 1$ ,  $\psi(\zeta) = \theta + \delta\psi$ ,  $\delta\psi \ll 1$  и  $g(\zeta) \approx 1$ , что позволяет линеаризовать систему уравнений (5)–(8):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} - 2\sigma(\varphi - \delta\psi) = 0,$$

$$bh \cos \theta + 2\sigma(\varphi - \delta\psi) = 0. \quad (10)$$

Используя граничные условия (9), запишем решение системы (10), которое позволяет описать магнитоориентационный отклик ФН при малых значениях  $h$ :

$$\varphi(\zeta) = \varphi_0(1 - 4\zeta^2),$$

$$\psi(\zeta) = \theta + \varphi_0[1 + 4(\sigma^{-1} - \zeta^2)]. \quad (11)$$

Здесь величина  $\varphi_0 = (bh/8) \cos \theta$  отвечает отклонению директора ЖК от оси  $x$  в середине слоя при  $\zeta = 0$ . Как видно из (11), с ростом поля увеличивается угол между направлениями намагниченности и директором ЖК. Несмотря на то, что на границах слоя направление директора ЖК фиксировано  $\varphi(\pm 1/2) = 0$ , значение угла ориентации намагниченности  $\psi(\zeta)$  увеличивается с ростом поля.

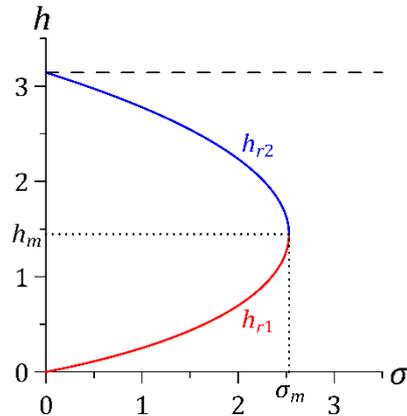
Согласно работе [15] в случае планарного сцепления директора ЖК и намагниченности  $\theta = 0$  система уравнений (5)–(8) допускает однородное решение  $\varphi(\zeta) = 0$ ,  $\psi(\zeta) = \pi/2$  и  $g(\zeta) = 1$ , при котором директор параллелен оси  $x$ , а магнитные моменты феррочастиц ориентированы в направлении поля. Это решение может существовать лишь при энергии сцепления  $\sigma$ , не превышающей некоторое пороговое значение  $\sigma_m$ . Согласно [15] случай  $\sigma < \sigma_m$  мы будем называть слабым сцеплением. В противоположном случае сильного сцепления частиц с матрицей  $\sigma \geq \sigma_m$  магнитное поле вызывает беспороговый переход ФН из исходного состояния в неоднородную фазу, в которой директор и намагниченность стремятся ориентироваться по полю. В работе [15] было получено выражение для магнитных полей  $h_r$ , которые определяют границу между однородным  $\varphi(\zeta) = 0$ ,  $\psi(\zeta) = \pi/2$ ,  $g(\zeta) = 1$  и неоднородными решениями системы (5)–(8) при  $\theta = 0$

$$\pi^2 - h_r^2 + \frac{2\sigma b h_r}{2\sigma - b h_r} = 0. \quad (12)$$

Результаты решения уравнения (12) для  $b = 10$  представлены на рис. 3. Область, ограниченная двузначной сплошной кривой и осью ординат  $\sigma = 0$ , отвечает однородному состоянию  $\varphi(\zeta) = 0$ ,  $\psi(\zeta) = \pi/2$  и  $g(\zeta) = 1$ . Область, находящаяся правее сплошной кривой, отвечает неоднородному состоянию ФН. При  $\sigma < \sigma_m$  включение магнитного поля приводит к беспороговому ориентационному отклику ФН. При достижении поля значения  $h = h_{r1} < h_m$  (нижняя красная ветвь на рис. 3) происходит переход в однородное состояние  $\varphi(\zeta) = 0$ ,  $\psi(\zeta) = \pi/2$  и  $g(\zeta) = 1$ , которое является устойчивым, пока магнитное поле не превысит значения  $h = h_{r2} > h_m$  (верхняя синяя ветвь на

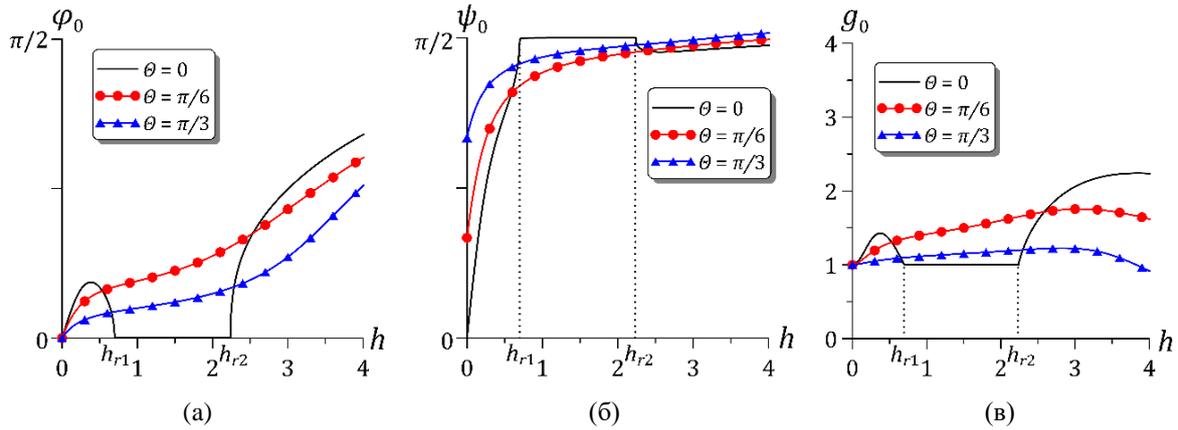
рис. 3). В полях  $h > h_{r2}$  ФН находится в неоднородном состоянии. Здесь нужно отметить, что представленная фазовая диаграмма справедлива лишь для случая, когда переходы между ориентационными фазами происходят по типу фазовых переходов второго рода. В работе [15] было показано, что при сильной сегрегации магнитной примеси, когда параметр  $\kappa$  принимает значения меньше некоторого трикритического  $\kappa_*$ , переходы между однородными и неоднородными состояниями происходят скачком, а поля равновесных переходов первого рода определяются из условия равенства свободных энергий сосуществующих фаз. Далее мы будем рассматривать лишь случай  $\kappa > \kappa_*$ , т. е. ориентационные переходы второго рода.

Здесь нужно отметить еще один предельный случай гомеотропного сцепления директора и намагниченности  $\theta = \pi/2$ , для которого согласно [16] существует порог перехода Фредерикса, превышающий значение магнитного поля в чистом ЖК  $h_c^{LC} = \pi$ . Все рассматриваемые далее переходы для различных значений угла наклона  $\theta$  происходят в полях, не превышающих значения  $h_c^{LC}$ , поэтому случай  $\theta = \pi/2$  мы рассматривать не будем.

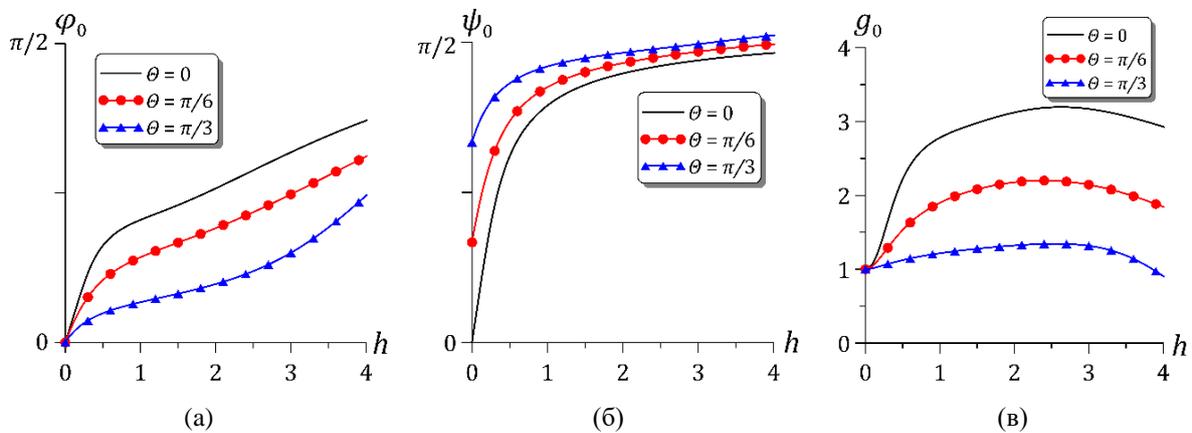


**Рис. 3.** Фазовая диаграмма для  $b = 10$  и  $\theta = 0$  (планарное сцепление директора и намагниченности). Здесь  $\sigma_m = 2.53$ ,  $h_m = 1.45$ . Штриховая линия отвечает магнитному полю перехода Фредерикса в чистом ЖК  $h_c^{LC} = \pi$

Из условий симметрии задачи следует, что середине слоя ( $\zeta = 0$ ) отвечают максимальные углы отклонения директора ЖК  $\varphi_0$  и намагниченности  $\psi_0$  от оси  $x$ . Зависимости этих углов и приведенной объемной доли частиц  $g_0$  от магнитного поля представлены на рис. 4 и 5. Во всех расчетах использовались значения материальных параметров из работы [15]:  $b = 10$ ,  $\kappa = 0.5$  и  $k = 1.27$ , которые удовлетворяют представленным выше оценкам. Для этих параметров пороговое значение энергии сцепления  $\sigma_m = 2.53$ . На рис. 4 представлен случай слабого  $\sigma = 2 < \sigma_m$ , а на рис. 5 – сильного  $\sigma = 3.5 > \sigma_m$



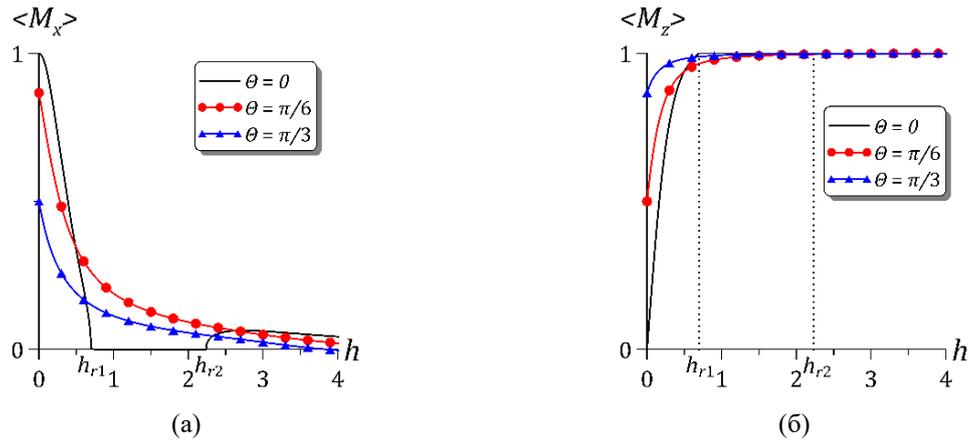
**Рис. 4.** Зависимости углов ориентации: а – директора; б – намагниченности; в – приведенной объемной доли феррочастиц в середине слоя от магнитного поля  $h$  при  $b = 10$ ,  $\kappa = 0.5$ ,  $k = 1.27$  и  $\sigma = 2 < \sigma_m$  (слабое сцепление) для разных углов  $\theta$ . Здесь  $h_{r1} = 0.70$  и  $h_{r2} = 2.24$



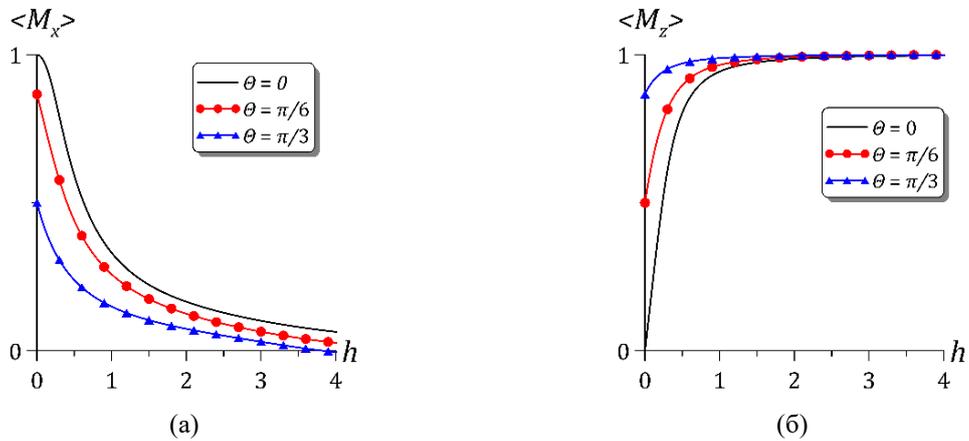
**Рис. 5.** Зависимости углов ориентации: а – директора; б – намагниченности; в – приведенной объемной доли феррочастиц в середине слоя от магнитного поля  $h$  при  $b = 10$ ,  $\kappa = 0.5$ ,  $k = 1.27$ ,  $\sigma = 3.5 > \sigma_m$  (сильное сцепление) для разных углов  $\theta$

сцепления частиц с ЖК-матрицей для различных значений угла  $\theta = 0, \pi/6$  и  $\pi/3$ . Как видно из рис. 4 и 5, включение магнитного поля вызывает беспороговый переход ФН в неоднородное состояние, когда директор и намагниченность стремятся ориентироваться в направлении поля как в случае слабого, так и сильного сцеплений. С ростом поля значения углов ориентации директора  $\varphi_0$  и намагниченности  $\psi_0$  монотонно возрастают за исключением случая слабого сцепления  $\sigma = 2$  для  $\theta = 0$ . По мере увеличения магнитного поля от нуля до  $h_{r1}$  (см. фазовую диаграмму на рис. 3) происходит отрыв намагниченности от директора и при достижении поля значения  $h_{r1}$  частицы ориентируются в направлении поля, а ЖК-матрица возвращается к исходной однородной планарной текстуре. При достижении магнитного поля значения  $h_{r2}$  начинает проявляться квадрупольный механизм ориентации ФН, связанный с положительной анизотропией диамагнитной восприимчивости, и происходит переход в

неоднородное состояние. Из рис. 4, в и 5, в видно, что для всех исследуемых случаев значение приведенной объемной доли частиц в середине слоя немонотонно зависит от магнитного поля. Это связано с эффектом сегрегации, заключающемся в том, что примесь устремляется в ту область слоя, где минимальна ее суммарная энергия в магнитном поле и ориентационная энергия в матрице. Более высокой интенсивности расслоения примеси отвечает сильное сцепление частиц с ЖК-матрицей и меньшие значения угла  $\theta$ . Интересным является то, что наличие начального угла наклона между директором и намагниченностью качественно не влияет на магнитоориентационный отклик ФН в случае сильного и слабого сцепления частиц с матрицей. Из сравнения рис. 4, а с рис. 5, а, а также рис. 4, б с 5, б для  $\theta = \pi/6$  и  $\pi/3$ , соответственно, видно лишь небольшое количественное отличие. Из этого можно сделать вывод, что начальная наклонная ориентация директора и намагниченности приводит к синхронному ориентационному



**Рис. 6.** Средние по слою (а)  $x$ -компонента и (б)  $z$ -компонента намагниченности ФН как функции напряженности магнитного поля  $h$  при  $b = 10$ ,  $\kappa = 0.5$ ,  $k = 1.27$  и  $\sigma = 2 < \sigma_m$  (слабое сцепление) для разных углов  $\theta$ . Здесь  $h_{r1} = 0.70$  и  $h_{r2} = 2.24$



**Рис. 7.** Средние по слою (а)  $x$ -компонента и (б)  $z$ -компонента намагниченности ФН как функции напряженности магнитного поля  $h$  при  $b = 10$ ,  $\kappa = 0.5$ ,  $k = 1.27$  и  $\sigma = 3.5 > \sigma_m$  (сильное сцепление) для разных углов  $\theta$

отклику молекул ЖК и феррочастиц на магнитное поле как для сильного, так и слабого сцеплений. В свою очередь, при  $\theta = 0$  для  $\sigma < \sigma_m$  отклики частиц и матрицы является асинхронными, имеют место возвратные переходы и происходит отрыв директора от намагниченности.

Для описания ориентационной структуры ЖК достаточно задавать лишь один вектор – директор  $\mathbf{n}(\zeta)$ , который может менять только свое направление. В свою очередь, вектор намагниченности примесной подсистемы может менять не только свое направление, но и величину. Поэтому определение намагниченности сводится к нахождению двух распределений: единичного вектора  $\mathbf{m}(\zeta)$ , задающего ориентацию намагниченности в пространстве, и локальной объемной доли феррочастиц  $f(\zeta)$ , отвечающей за изменение намагниченности по величине. Таким образом, для полного понимания магнитоориентационного отклика ФН рассмотрим дополнительно поведение намагниченности,

которая в безразмерной форме имеет вид  $\mathbf{M} = \mathcal{M}/(M_s f) = g\mathbf{m}$  (напомним, что  $\mathcal{M} = M_s f \mathbf{m}$ ). Используя явный вид вектора  $\mathbf{m}$  (см. (3)), можно определить усредненные по толщине слоя компоненты намагниченности соответственно поперек и вдоль поля

$$\begin{aligned} \langle M_x \rangle &= \int_{-1/2}^{1/2} g(\zeta) \cos \psi(\zeta) d\zeta, \\ \langle M_z \rangle &= \int_{-1/2}^{1/2} g(\zeta) \sin \psi(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (13)$$

Зависимости этих компонент от величины магнитного поля для  $\theta = 0, \pi/6$  и  $\pi/3$  в случае слабого  $\sigma = 2$  и сильного  $\sigma = 3.5$  сцепления частиц с ЖК-матрицей соответственно представлены на рис. 6 и 7. Из этих рисунков видно, что с ростом  $h$  ФН намагничивается в направлении поля, так что

$\langle M_x \rangle$  монотонно уменьшается, а  $\langle M_z \rangle$  увеличивается и стремится к состоянию насыщения, в котором магнитные моменты феррочастиц направлены по полю. В рассматриваемом случае жесткого сцепления ЖК с границами слоя состояние ориентационного и магнитного насыщения, когда директор и намагниченность параллельны приложенному полю, достигается только при  $h \rightarrow \infty$ . Исключение составляет случай слабого сцепления  $\sigma = 2$  для  $\theta = 0$ , когда при уже при  $h = h_{r1}$  ФН полностью намагничен по полю. Из рис. 6 и 7 следует, что с увеличением угла  $\theta$  ФН быстрее выходит на насыщение с ростом магнитного поля. Из рис. 6а и 7а видно, что для  $\theta = \pi/3$  при  $h \approx 4$   $x$ -компонента усредненной намагниченности принимает отрицательные значения, что связано с поворотом частиц на угол  $\psi$ , превышающий значение  $\pi/2$ .

В слабых полях решения для углов ориентации директора и намагниченности задаются выражениями (11), подстановка которых в (13) с учетом (7) с точностью до квадратичных по  $h$  слагаемых позволяет получить

$$\begin{aligned} \langle M_x \rangle &= \cos \theta - \frac{b(\sigma + 6) \sin \theta \cos \theta}{12\sigma} h - \\ &\quad - \frac{b^2(\sigma^2 + 10\sigma + 30) \cos^3 \theta}{240\sigma^2} h^2, \\ \langle M_z \rangle &= \sin \theta + \frac{b(\sigma + 6) \cos^2 \theta}{12\sigma} h - \\ &\quad - \frac{b^2(\sigma^2 + 10\sigma + 30) \sin \theta \cos^2 \theta}{240\sigma^2} h^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Эти выражения описывают поведение усредненных компонент намагниченности в малых магнитных полях. Из (14) видно, что для  $0 < \theta < \pi/2$  компоненты намагниченности линейно зависят от магнитного поля, а для  $\theta = 0$   $x$ -компонента усредненной намагниченности убывает пропорционально квадрату магнитного поля. Согласно [16] для  $\theta = \pi/2$  искажения ориентационной структуры в ФН появляются лишь при достижении магнитного поля некоторого порогового значения. Таким образом, решения (11), а вместе с этим и разложения (14) для этого случая являются неприменимыми.

## 5. Заключение

В работе в рамках континуальной теории изучены индуцированные магнитным полем ориентационные переходы в плоском слое ФН. Рассматривались условия жесткого планарного сцепления молекул ЖК на границах слоя, а сцепление матрицы с поверхностью

палочкообразных магнитных частиц считалось мягким и планарным. Предполагалось, что магнитные моменты частиц направлены под углом к их длинным осям частиц, таким образом, в отсутствие внешнего магнитного поля между директором ЖК и вектором намагниченности сохраняется постоянный угол, что отвечает наклонному сцеплению директора и намагниченности. Магнитное поле было приложено нормально границам, а возникающая деформация ориентационной структуры отвечала поперечному и продольному изгибам.

Получены уравнения ориентационного и магнитного равновесия ФН, в результате численного решения которых исследованы ориентационные, магнитные и концентрационные искажения для центральной части слоя ФН. Установлено, что начальная наклонная ориентация директора и намагниченности приводит к синхронному магнитоориентационному отклику молекул ЖК и феррочастиц как для сильного, так и слабого сцеплений между компонентами суспензии. Показано, что под действием магнитного поля ФН беспороговым образом монотонно намагничивается в направлении магнитного поля, за исключением предельного случая слабого планарного сцепления директора и намагниченности.

## Благодарности

Авторы выражают благодарность В. Г. Ремизовой за проявленный интерес к статье, ценные замечания и помощь в переводе аннотации. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-02-00231.

## Acknowledgments

The authors are grateful to V.G. Remizova for her interest in the article, valuable comments and help in translating the abstract. The reported study was funded by RFBR, project number 19-02-00231.

## Список литературы

1. Bisoyi H. K., Kumar S. Liquid-crystal nanoscience: an emerging avenue of soft self-assembly // *Chemical Society Reviews*. 2011. Vol. 40. P. 306–319. DOI: 10.1039/b901793n
2. Draper M., Saez I. M., Cowling S. J., Gai P., Heinrich B., Donnio B., Guillon D., Goodby J. W. Self-Assembly and Shape Morphology of Liquid-Crystalline Gold Metamaterials // *Advanced Functional Materials*. 2011. Vol. 21. P. 1260–1278. DOI: 10.1002/adfm.201001606
3. Stamatiou O., Mirzaei J., Feng X., Hegmann T. Nanoparticles in Liquid Crystals and Liquid Crystalline Nanoparticles // *Topics in Current*

- Chemistry. 2012. Vol. 318. P. 331–394. DOI: 10.1007/128\_2011\_233
4. *Lisetski L., Soskin M., Lebovka N.* Carbon Nanotubes in Liquid Crystals: Fundamental Properties and Applications // *Physics of Liquid Matter: Modern Problems, Springer Proceedings in Physics*. 2015. Vol. 171. P. 243–297. DOI: 10.1007/978-3-319-20875-6\_10
  5. *Reznikov Y., Glushchenko A., Garbovskiy Y.* Ferromagnetic and ferroelectric nanoparticles in liquid crystals / In: *Lagerwall P. F. J., Scalia G.* (Ed.) *Liquid Crystals with Nano and Microparticles*. // World Scientific Publishing Co., 2016. P. 657–693. DOI: 10.1142/9789814619264\_0019
  6. *Yadav S. P., Singh S.* Carbon Nanotube Dispersion in Nematic Liquid Crystals: An Overview // *Progress in Materials Science*. 2016. Vol. 80. P. 38–76. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2015.12.002
  7. *Muševic I.* Nematic Liquid-Crystal Colloids // *Materials*. 2018. Vol. 11. N. 1, 24. DOI: 10.3390/ma11010024
  8. *Ingo Dierking.* From colloids in liquid crystals to colloidal liquid crystals // *Liquid Crystals*. 2019. Vol. 46. N. 13–14. P. 2057–2074. DOI: 10.1080/02678292.2019.1641755
  9. *Chang C., Zhao Y., Liu Y., An L.* Liquid crystallinity of carbon nanotubes // *RSC Advances*. 2018. Vol. 8. N. 28. P. 15780–15795. DOI: 10.1039/c8ra00879e
  10. *Чаусов Д. Н., Курилов А. Д., Беляев В. В.* Жидкокристаллические наноконкомпозиты, легированные наночастицами редкоземельных элементов // *Жидкие кристаллы и их практическое использование*. 2020. Т. 20. Вып. 2. С. 6–22. DOI: 10.18083/LCAppl.2020.2.6
  11. *Brochard F., de Gennes P. G.* Theory of magnetic suspensions in liquid crystals // *Journal de Physique*. 1970. Vol. 31. N. 7. P. 691–708. DOI: 10.1051/jphys:01970003107069100
  12. *Podoliak N., Buchnev O., Buluy O., Giampaolo D’Alessandro, Kaczmarek M., Reznikov Y., Sluckin T. J.* Macroscopic optical effects in low concentration ferronematics // *Soft Matter*. 2011. Vol. 7. N. 10. P. 4742–4749. DOI: 10.1039/c1sm05051f
  13. *Burylov S., Petrov D., Lacková V., Zakutanská K., Burylova N., Voroshilov A., Skosar V., Agresti F., Kopčanský P., Tomašovičová N.* Ferromagnetic and antiferromagnetic liquid crystal suspensions: Experiment and theory // *Journal of Molecular Liquids*. 2021. Vol. 321, 114467. DOI: 10.1016/j.molliq.2020.114467
  14. *Liu Q., Ackerman P. J., Lubensky T. C., Smalyukh I. I.* Biaxial ferromagnetic liquid crystal colloids // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2016. Vol. 113. P. 10479–10484. DOI: 10.1073/pnas.1601235113
  15. *Zakhlevnykh A. N., Petrov D. A.* Weak coupling effects and reentrant transitions in ferronematic liquid crystals // *Journal of Molecular Liquids*. 2014. Vol. 198. P. 223–233. DOI: 10.1016/j.molliq.2014.06.028
  16. *Makarov D. V., Zakhlevnykh A. N.* Tricritical phenomena at the Fréedericksz transition in ferronematic liquid crystals // *Physical Review E*. 2010. Vol. 81. N. 5, 051710. DOI: 10.1103/PhysRevE.81.051710
  17. *Porte G., Jadot J. P.* A phase transition-like instability in static samples of twisted nematic liquid crystal when the surfaces induce tilted alignments // *Journal de Physique*. 1978. Vol. 39. N. 2. P. 213–223. DOI: 10.1051/jphys:01978003902021300
  18. *Blinov L. M., Chigrinov V. G.* *Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials*. New York: Springer-Verlag, 1994. 464 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-2692-5
  19. *Buluy O., Nepijko S., Reshetnyak V., Ouskova E., Zadorozhnyi V., Leonhardt A., Ritschel M., Schönhense G., Reznikov Y.* Magnetic sensitivity of a dispersion of aggregated ferromagnetic carbon nanotubes in liquid crystals // *Soft Matter*. 2011. Vol. 7. N. 2. P. 644–649. DOI: 10.1039/C0SM00131G
  20. *Комогорцев С. В., Исхаков Р. С., Балаев А. Д., Кудашов А. Г., Окотруб А. В., Смирнов С. И.* Магнитные свойства ферромагнитных наночастиц Fe<sub>3</sub>C, капсулированных в углеродных нанотрубках // *Физика твердого тела*. 2007. Т. 49. Вып. 4. С. 700–703.
  21. *Lynch M. D., Patrick D. L.* Organizing carbon nanotubes with liquid crystals // *Nano Letters*. 2002. Vol. 2. N. 11. P. 1197–1201. DOI: 10.1021/nl025694j
  22. *Jeong H. S., Youn S. Ch., Kim Y. H., Jung H.-T.* Orientation control of liquid crystals using carbon-nanotube-magnetic particle hybrid materials // *Physical Chemistry Chemical Physics*. 2013. Vol. 15. N. 24. P. 9493–9497. DOI: 10.1039/C3CP00052D
  23. *Scalia G.* Alignment of Carbon Nanotubes in Thermotropic and Lyotropic Liquid Crystals // *ChemPhysChem*. 2010. Vol. 11. N. 2. P. 333–340. DOI: 10.1002/cphc.200900747
  24. *Burylov S. V., Raikher Yu. L.* Macroscopic properties of ferronematics caused by orientational interactions on the particle surfaces. II. Behavior of real ferronematics in external fields // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1995. Vol. 258. P. 123–141. DOI: 10.1080/10587259508034553
  25. *Kopčanský P., Tomašovičová N., Timko M., Koneracká M., Závřivá V., Tomčo L. and Jadzyn J.* The sensitivity of ferronematics to external magnetic fields // *Journal of Physics: Conference Series*. 2010. Vol. 200, 072055. DOI: 10.1088/1742-6596/200/7/072055

## References

1. Bisoyi H. K., Kumar S. Liquid-crystal nanoscience: an emerging avenue of soft self-assembly. *Chemical Society Reviews*, 2011, vol. 40, pp. 306–319. DOI: 10.1039/b901793n
2. Draper M., Saez I. M., Cowling S. J., Gai P., Heinrich B., Donnio B., Guillon D., Goodby J. W. Self-Assembly and Shape Morphology of Liquid-Crystalline Gold Metamaterials. *Advanced Functional Materials*, 2011, vol. 21, pp. 1260–1278. DOI: 10.1002/adfm.201001606
3. Stamatoiu O., Mirzaei J., Feng X., Hegmann T. Nanoparticles in Liquid Crystals and Liquid Crystalline Nanoparticles. *Topics in Current Chemistry*, 2012, vol. 318, pp. 331–394. DOI: 10.1007/128\_2011\_233
4. Lisetski L., Soskin M., Lebovka N. Carbon Nanotubes in Liquid Crystals: Fundamental Properties and Applications. *Physics of Liquid Matter: Modern Problems, Springer Proceedings in Physics*, 2015, vol. 171, pp. 243–297. DOI: 10.1007/978-3-319-20875-6\_10
5. Reznikov Y., Glushchenko A., Garbovskiy Y. Ferromagnetic and ferroelectric nanoparticles in liquid crystals / In: Lagerwall P. F. J., Scalia G. (Ed.) *Liquid Crystals with Nano and Microparticles*. World Scientific Publishing Co., 2016, pp. 657–693. DOI: 10.1142/9789814619264\_0019
6. Yadav S. P., Singh S. Carbon Nanotube Dispersion in Nematic Liquid Crystals: An Overview. *Progress in Materials Science*, 2016, vol. 80, pp. 38–76. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2015.12.002
7. Mušević I. Nematic Liquid-Crystal Colloids. *Materials*, 2018, vol. 11, no. 1, 24. DOI: 10.3390/ma11010024
8. Ingo Dierking. From colloids in liquid crystals to colloidal liquid crystals. *Liquid Crystals*, 2019, vol. 46, no. 13–14, pp. 2057–2074. DOI: 10.1080/02678292.2019.1641755
9. Chang C., Zhao Y., Liu Y., An L. Liquid crystallinity of carbon nanotubes. *RSC Advances*, 2018, vol. 8, no. 28, pp. 15780–15795. DOI: 10.1039/c8ra00879e
10. Chausov D.N., Kurilov A.D., Belyaev V.V. Liquid crystal nanocomposites doped with rare earth elements. *Liquid Crystals and their Application*, 2020, vol. 20, no. 2, pp. 6–22. DOI: 10.18083/LCAppl.2020.2.6 (in Russian)
11. Brochard F., de Gennes P. G. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals. *Journal de Physique*, 1970, vol. 31, no. 7, pp. 691–708. DOI: 10.1051/jphys:01970003107069100
12. Podoliak N., Buchnev O., Buluy O., Giampaolo D'Alessandro, Kaczmarek M., Reznikov Y., Sluckin T. J. Macroscopic optical effects in low concentration ferronematics. *Soft Matter*, 2011, vol. 7, no. 10, pp. 4742–4749. DOI: 10.1039/c1sm05051f
13. Burylov S., Petrov D., Lacková V., Zakutanská K., Burylova N., Voroshilov A., Skosar V., Agresti F., Kopčanský P., Tomašovičová N. Ferromagnetic and antiferromagnetic liquid crystal suspensions: Experiment and theory. *Journal of Molecular Liquids*, 2021, vol. 321, 114467. DOI: 10.1016/j.molliq.2020.114467
14. Liu Q., Ackerman P. J., Lubensky T. C., Smalyukh I. I. Biaxial ferromagnetic liquid crystal colloids. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2016, vol. 113, pp. 10479–10484. DOI: 10.1073/pnas.1601235113
15. Zakhlevnykh A. N., Petrov D. A. Weak coupling effects and reentrant transitions in ferronematic liquid crystals. *Journal of Molecular Liquids*, 2014, vol. 198, pp. 223–233. DOI: 10.1016/j.molliq.2014.06.028
16. Makarov D. V., Zakhlevnykh A. N. Tricritical phenomena at the Fréedericksz transition in ferronematic liquid crystals. *Physical Review E*, 2010, vol. 81, no. 5, 051710. DOI: 10.1103/PhysRevE.81.051710
17. Porte G., Jadot J. P. A phase transition-like instability in static samples of twisted nematic liquid crystal when the surfaces induce tilted alignments. *Journal de Physique*, 1978, vol. 39, no. 2, pp. 213–223. DOI: 10.1051/jphys:01978003902021300
18. Blinov L. M., Chigrinov V. G. *Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials*. New York: Springer-Verlag, 1994. 464 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-2692-5
19. Buluy O., Nepijko S., Reshetnyak V., Ouskova E., Zadorozhnyi V., Leonhardt A., Ritschel M., Schönhense G., Reznikov Y. Magnetic sensitivity of a dispersion of aggregated ferromagnetic carbon nanotubes in liquid crystals. *Soft Matter*, 2011, vol. 7, no. 2, pp. 644–649. DOI: 10.1039/C0SM00131G
20. Komogortsev S. V., Iskhakov R. S., Balaev A. D., Kudashov A. G., Okotrub A. V., Smirnov S. I. Magnetic properties of Fe<sub>3</sub>C ferromagnetic nanoparticles encapsulated in carbon nanotubes. *Physics of the Solid State*, 2007, vol. 49, pp. 734–738. DOI: 10.1134/S1063783407040233
21. Lynch M. D., Patrick D. L. Organizing carbon nanotubes with liquid crystals. *Nano Letters*, 2002, vol. 2, no. 11, pp. 1197–1201. DOI: 10.1021/nl025694j
22. Jeong H. S., Youn S. Ch., Kim Y. H., Jung H.-T. Orientation control of liquid crystals using carbon-nanotube-magnetic particle hybrid materials. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 2013, vol. 15, no. 24, pp. 9493–9497. DOI: 10.1039/C3CP00052D

23. Scalia G. Alignment of Carbon Nanotubes in Thermotropic and Lyotropic Liquid Crystals. *ChemPhysChem*, 2010, vol. 11, no. 2, pp. 333–340. DOI: 10.1002/cphc.200900747
24. Burylov S. V., Raikher Yu. L. Macroscopic properties of ferronematics caused by orientational interactions on the particle surfaces. II. Behavior of real ferronematics in external fields. *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 1995, vol. 258, pp. 123–141. DOI: 10.1080/10587259508034553
25. Kopčanský P., Tomašovičová N., Timko M., Konečková M., Závěšová V., Tomčo L. and Jadzyn J. The sensitivity of ferronematics to external magnetic fields // *Journal of Physics: Conference Series*, 2010, vol. 200, 072055. DOI: 10.1088/1742-6596/200/7/07205

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Петров Д. А., Ханнанов Р. Р. Магнитоориентационный отклик ферронематика с наклонным сцеплением директора и намагниченности // Вестник Пермского университета. Физика. 2021. № 2. С. 48–58. doi: 10.17072/1994-3598-2021-2-48-58

**Please cite this article in English as:**

Petrov D. A., Khannanov R. R. Magneto-orientation response of ferronematic with a tilted orientation of the director and magnetization. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2021, no. 2, pp. 48–58. doi: 10.17072/1994-3598-2021-2-48-58

**Сведения об авторах**

1. *Данил Александрович Петров*, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры физики фазовых переходов, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, д. 15, Пермь, 614990
2. *Рифат Рифхатович Ханнанов*, студент, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, д. 15, Пермь, 614990

**Author information**

1. *Danil A. Petrov*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor Associate, Department of Phase transition physics, Perm State University, Bukireva str, 15, 614990, Perm, Russia
2. *Rifat R. Khannanov*, student, Perm State University, Bukireva str, 15, 614990, Perm, Russia