

УДК: 514.86, 533. 537
PACS: 47.40.-x, 02.60.Cb

Численное исследование скоростного скольжения несущей и дисперсной фазы при взаимодействии ударной волны с электрически заряженной газозвесью

Д. А. Тукмаков

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН
420111, Казань, ул. Лобачевского, 2/31
email: tukmakovDA@imm.knc.ru

Рассматривается распространение ударной волны из чистого газа в гетерогенную смесь, состоящую из твердых частиц, взвешенных в газе и имеющих электрический заряд. Применяемая математическая модель учитывает скоростное и тепловое взаимодействия несущей и дисперсной компонент смеси. Математическая модель предполагала монодисперсный состав твердой фазы, т.е. все частицы имеют одинаковый линейный размер, сферическую форму и состоят из одного материала. Силовое взаимодействие частиц и газа включало в себя силу Стокса, силу присоединённых масс, а также динамическую силу Архимеда. Несущая среда описывалась как вязкий сжимаемый теплопроводный газ. Уравнения математической модели решались явным конечно-разностным методом второго порядка точности с применением схемы нелинейной коррекции сеточной функции. Система уравнений математической модели дополнялась граничными и начальными условиями для искомых функций: на границах расчётной области задавались граничные условия Дирихле для составляющих скорости несущей и дисперсной фаз, для остальных динамических функций задавались условия Неймана. Для уравнения Пуассона, описывающего распределение внутреннего электрического поля заряженной газозвеси, задавались однородные граничные условия Дирихле. В результате проведения численных расчётов были выявлены различия в скоростном скольжении несущей и дисперсной фаз при распространении ударной волны в нейтральную и электрически заряженную запыленные среды. Было также установлено влияние размера частиц на интенсивность скоростного скольжения несущей и дисперсной компонент гетерогенной смеси при распространении ударной волны из чистого газа в запыленную среду.

Ключевые слова: многофазные среды; межфазное взаимодействие; ударные волны; уравнение Навье-Стокса; сила Кулона

Поступила в редакцию 16.12.2019; принята к опубликованию 17.01.2020

Numerical study of the velocity slip of a carrier and a dispersed phase in the interaction of a shock wave with an electrically charged gas suspension

D. A. Tukmakov

Institute of Mechanics and Engineering KazanSC RAS, Lobachevskij st. 2/31, 420111, Kazan, Russia
email: tukmakovDA@imm.knc.ru

In this paper, we consider the propagation of a shock wave from a pure gas into a heterogeneous mixture consisting of solid particles suspended in a gas and having an electric charge. The applied mathematical model takes into account the speed and thermal interaction of the carrier and dispersed components of the mixture. The mathematical model assumed a monodisperse composition of the solid component of the mixture, that is, it was assumed that all particles have the same linear size, shape and consist of one material. The force interaction of particles and gas included the Stokes force, the strength of the attached masses, as well as the dynamic force of Archimedes. The carrier medium was described as a viscous compressible heat-conducting gas. The equations of the mathematical model were solved by the explicit finite-difference method of the second order of accuracy, using the non-linear correction of the grid function. The system of equations of the mathematical model was supplemented by boundary and initial conditions for the desired functions: at the boundaries of the computational domain, the Dirichlet boundary conditions were set for the velocity components of the carrier and dispersed phase for the remaining dynamic functions Neumann conditions were set. For the Poisson equation describing the distribution of the internal electric field of a charged gas suspension, homogeneous Dirichlet boundary conditions were specified. As a result of numerical calculations, differences were revealed in the velocity slip of the carrier and dispersed phases, in cases where the shock wave propagates into a neutral and electrically charged dusty medium. It was also revealed the effect of particle size on the speed of sliding of the carrier and dispersed components of a heterogeneous mixture during the propagation of a shock wave into a neutral and electrically charged gas suspension.

Keywords: multiphase media; interphase interaction; shock waves; Navier–Stokes equation; Coulomb force

Received 16.12.2019; accepted 17.01.2020

doi: 10.17072/1994-3598-2020-1-35-42

1. Введение

Многие природные явления и промышленные технологии связаны с течениями многофазных сред [1–16]. В ряде случаев возникает необходимость исследования динамики дисперсных сред, движущихся как под действием аэродинамических сил, так и под влиянием сил электрической природы [9–17]. В данной статье используется ряд известных из литературы результатов методологии математического моделирования динамики неоднородных сред. Общая теория гидродинамики многофазных сред представлена в работе [1]; работы [2–4] посвящены методике численного моделирования ударно-волновой динамики газозвесей. Работа [5] посвящена аналитическому расчёту динамики одиночных частиц, в то время как в работе [6] проводится обзор экспериментальных и теоретических результатов по исследованию влияния концентрации частиц на интенсивность взаимодействия несущей и дисперсной фаз. Статьи [7] и [8] посвящены соответственно математическому моделированию двухфазных потоков в стационарной постановке и экспериментальному исследованию течений газозвесей в трубах. В статье [11] проводится сопоставление экспериментального исследования и численных расчётов течения запылённой электрически заряженной двухфазной сре-

ды в канале без учета взаимобратного силового влияния компонент смеси. В работе [12] проводилось экспериментальное исследование массопереноса дисперсной компоненты пылевой плазмы применительно к напылению покрытий на поверхности. В статье [13] осуществлено численное моделирование динамики нестационарных течений пылевой плазмы без учета влияния вязкости несущей среды. В работе [15] обсуждается применение электрически заряженных запылённых сред в целях нанесения покрытий на окрашиваемые поверхности.

В ряде работ [9, 10, 16] изучалось влияние различных параметров дисперсной фазы на скорость и профиль ударной волны при распространении ударных волн в запылённых средах и распространении ударных волн из чистого газа в запылённые среды, а также распространении ударных волн из запылённых сред в чистый газ. В работах [13, 17] исследовалась генерация акустических импульсов в газе, вызванных движением электрически заряженных дисперсных частиц, движущихся под действием силы Кулона.

Одним из параметров течений многофазных сред является *скоростное скольжение фаз* – модуль разности векторов скорости несущей и дисперсной компонент смеси. Скоростное скольжение фаз имеет значение при исследовании ударно-волновых и скоростных потоков в неоднородных

средах. В данной работе моделируется течение взвеси, представляющей собой электрически заряженную запылённую среду монодисперсного состава. Предполагается, что все включения дисперсной фазы имеют одинаковый размер и состав, а также сферическую форму, при этом со стороны несущей среды частицы находятся под действием силы аэродинамического сопротивления, динамической силы Архимеда, силы присоединенных масс [1], также в математической модели учитывается действие силы тяжести, действующей на частицы в одном из координатных направлений. При описании движения электрически заряженной многофазной среды учитывается сила Кулона [18], действующая со стороны внутреннего электрического поля, которое создано электрически заряженными дисперсными включениями газозвеси.

2. Математическая модель

Для описания движения неоднородной среды применяется система уравнений динамики многоскоростной и многотемпературной газозвеси с учетом скоростного скольжения фаз и межфазного теплообмена. Одним из наиболее важных параметров дисперсной компоненты гетерогенной смеси является «средняя плотность», представляющая собой произведение объемного содержания дисперсной компоненты на физическую плотность материала дисперсной фазы [1–3]. Физическая плотность материала дисперсных включений в процессе течения многофазной среды не изменяется. При этом объемное содержание является функцией временной и пространственных переменных. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа [19, 20] с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [9, 10], при описании математической модели, применённой в данной работе, использовались обозначения из монографий [1, 2], где индекс «1» обозначает параметр несущей среды, индекс «2» – дисперсной фазы:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla^i (\rho_i \mathbf{V}_i) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_1 V_1^k V_1^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik}) = \\ = -F_k + \alpha \nabla^k p, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_2 V_2^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_2 V_2^k V_2^i) = F_k - \alpha \nabla^k p, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_1}{\partial t} + \nabla^i (V_1^i (e_1 + p - \tau_{ii}) - V_1^i \tau_{ki} - \lambda \nabla^i T) = \\ = -Q - |F_k| (V_1^k - V_2^k) + \alpha \nabla^k (p V_1^k), \end{aligned} \quad (4)$$

$i, k = 1, 2$

$$\frac{\partial e_2}{\partial t} + \nabla^k (e_2 V_2^k) = Q, \quad k = 1, 2, \quad (5)$$

$$\mathbf{V}_i = [u_i, v_i], \quad i = 1, 2$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} = \rho_2 q_0, \quad (6)$$

где \mathbf{V}_i – вектора скорости компонент смеси, V_i^k – k -я компонента вектора \mathbf{V}_i , q_0 – удельный заряд единицы массы твердой фракции, φ – потенциал электрического поля, F_k – k -я составляющая вектора межфазного силового взаимодействия, Q – межфазный тепловой поток. Тензор вязких напряжений несущей среды вычисляется следующим образом [20]:

$$\tau_{x_1 x_1} = \mu \left(2 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{x_2 x_2} = \mu \left(2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{x_1 x_2} = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right),$$

$$D = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2}.$$

Межфазное силовое взаимодействие описывалось уравнениями:

$$\begin{aligned} F_{x_1} = \frac{3\alpha}{8r} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \\ + \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \\ + 0.5 \alpha \rho_2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \right. \\ \left. + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) - q_0 \rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{x_2} = \frac{3\alpha}{8r} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (v_1 - v_2) + \\ + \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) + \\ + \frac{\alpha \rho_1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial t} - \right. \\ \left. - u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) - \alpha \rho_{20} \left(q_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} + g \right). \end{aligned}$$

Компоненты вектора межфазного силового взаимодействия включают в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда, силу присоединенных масс [1], силу тяжести, действующую в направлении координатной оси x_2 , а также силу Кулона [18], в

выражении для поперечной составляющей вектора межфазного силового взаимодействия g – ускорение свободного падения. Здесь p, ρ_1, u_1, v_1 – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении координатных осей x_1 и x_2 соответственно; T_1, e_1 – температура и полная энергия газа; $\rho_2, T_2, e_2, u_2, v_2$ – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы, r – радиус сферической частицы, λ и μ – теплопроводность и вязкость несущей среды соответственно, α – объемное содержание дисперсной фазы в общем объеме смеси, средняя плотность дисперсной фазы записывается через выражение – $\rho_2 = \alpha \rho_{20}$, где ρ_{20} – физическая плотность вещества дисперсной фазы. Температура несущей среды находится из уравнения

$$T_1 = \frac{\gamma - 1}{R} \left(\frac{e_1}{\rho_1} - \frac{1}{2} (u_1^2 + v_1^2) \right),$$

где R – газовая постоянная несущей фазы, γ – постоянная адиабаты. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_2 = \rho_2 C_p T_2$, где C_p – удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы. Тепловой поток между компонентами смеси описывается выражением

$$Q = \frac{6\alpha Nu_{12} \lambda (T_1 - T_2)}{(2r)^2}.$$

Относительное число Нуссельта Nu_{12} определяется с помощью аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха и Рейнольдса – M_{12}, Re_{12} и от числа Прандтля [2]:

$$M_{12} = \frac{|\bar{V}_1 - \bar{V}_2|}{c},$$

$$Re_{12} = \frac{\rho_1}{\mu} |\bar{V}_1 - \bar{V}_2| 2r,$$

$$Pr = \frac{\gamma C_p \mu}{\lambda},$$

здесь c – скорость звука,

$$Nu_{12} = 2 \exp(-M_{12}) + 0.459 Re_{12}^{0.55} Pr^{0.33}.$$

Коэффициент аэродинамического сопротивления – C_d вычислялся с использованием следующего выражения [2]:

$$C_d = \frac{24}{Re_{12}} + \frac{4}{Re_{12}^{0.5}} + 0.4.$$

В применяемой математической модели диаметр частиц – d варьируется в интервале $10^{-6} \text{ м} \leq d \leq 10^{-3} \text{ м}$.

На границах расчетной области задавались граничные условия Дирихле для составляющих векторов скоростей и граничные условия Неймана для остальных функций [2,19,20].

Составляющие силы Кулона на единицу объема газозвеси определяются через ее удельный заряд, объемную плотность твердой фазы и напряженность электрического поля. Потенциал электрического поля в расчетной области определяется из решения уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газозвеси, отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [18]:

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho_{31}}{\varepsilon \varepsilon_0},$$

$$\mathbf{E} = -\bar{\nabla} \varphi,$$

$$\Delta^2 \varphi = -\frac{\rho_2 q_0}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \varepsilon_0 = \frac{10^{-9} \text{ Ф}}{36\pi \text{ м}}.$$

Здесь $\varepsilon = 1$ – относительная диэлектрическая проницаемость воздуха, ε_0 – абсолютная диэлектрическая постоянная воздуха, \mathbf{E} – напряженность электрического поля.

Система уравнений динамики многофазной среды (1)–(4) решалась явным конечно-разностным методом Мак–Кормака [20]. Шаг по времени вычислялся исходя из условия Куранта–Фридрихса–Леви [20]. Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы коррекции [20] после перехода с n -го на новый временной слой $-t = t^{n+1}$. Алгоритм численного решения системы уравнений математической модели был реализован на языке Fortran.

Уравнение Пуассона для потенциала электрического поля (6) решалось методом конечных разностей с помощью итерационной схемы метода установления [21] на газодинамической расчетной сетке.

Тестирование алгоритма решения уравнений динамики многофазной среды было проведено в работе [9] в которой сопоставлялись результаты расчетов нестационарных течений неоднородной среды, проведенных описанной выше методикой моделирования, с известными из литературы результатами численного моделирования, в которых применялся метод крупных частиц [2]. Также результаты расчётов ударно-волновых течений запылённой среды явным конечно-разностным методом Мак–Кормака были сопоставлены с результатами физического эксперимента [10]. Сопоставление расчётов течений многофазных сред с численными расчетами, проведенными на основе другой методики моделирования и результатами физического эксперимента, показали приемлемое соответствие.

3. Результаты расчетов и обсуждение

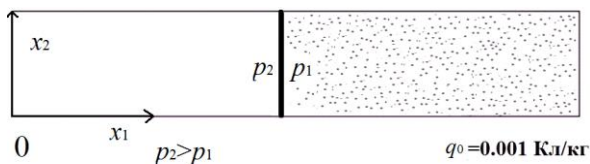


Рис. 1. Схематическое изображение ударной трубы с заряженной газозвесью в камере низкого давления

В данной работе численно моделировалось распространение прямого скачка уплотнения, движущегося из чистого газа в запылённую среду. Моделируемая ударная труба представляет собой канал, разделённый на две части: в левой части канала находится газ, сжатый до большего давления, чем газ в правой части канала. При этом правая часть канала содержит гетерогенную среду – газ с взвешенными в нём твердыми частицами (рис. 1). В расчётах предполагалось, что давление газа в камерах высокого и низкого давлений $p_2=196$ КПа и $p_1=98$ КПа, соответственно. Дисперсная фаза в камере низкого давления имела объёмное содержание $\alpha=0.0005$, и истинную плотность материала $\rho_{20}=1850$ кг /м³. Длина канала $L=10$ м, ширина – $h=0.1$ м; предполагалось, что все частицы дисперсной фазы имеют электрический заряд одинакового знака, с удельным массовым зарядом $q_0=0.001$ Кл/кг.

В начальный момент времени распределения давления, плотности и температуры газа, а также объёмного содержания частиц дисперсной фазы задавались следующими условиями: $0 < x < 5$, $p=196$ КПа, $\rho_1=2.408$ кг/м³, $T_1=293$ К, $\alpha=0$; $x \geq 5$, $p=98$ КПа, $\rho_1=1.204$ кг/м³, $T_1=293$ К, $\alpha=0.0005$.

На рис. 2 представлены результаты численных расчётов распространения ударной волны из чистого газа в газозвесь (кривая 2) и результаты расчётов распространения ударной волны в однородном вязком газе (кривая 1). Можно наблюдать, что наличие в камере низкого давления запылённой среды приводит к увеличению интенсивности и уменьшению скорости движения волны сжатия.

На рис. 3 изображено распределение удельной силы Кулона вдоль канала. При одинаковом знаке заряда всех частиц сила Кулона внутреннего электрического поля, формируемого заряженной дисперсной компонентой газозвеси, направлена из запылённой среды в чистый газ. Максимальное значение удельной силы Кулона достигается на границе раздела запылённой среды и чистого газа.

Из результатов численных расчётов (рис. 4) следует, что скорость дисперсной фазы, при одинаковой интенсивности ударной волны, распространяющейся из чистого газа, в газозвеси с более крупным размером частиц меньше.

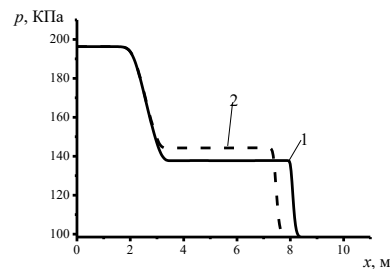


Рис. 2. Пространственное распределение давления при распространении ударной волны: в чистом газе (кривая 1); из чистого газа в запылённую среду (кривая 2). Диаметр частиц $d=4$ мкм, момент времени $t=10.3$ мс

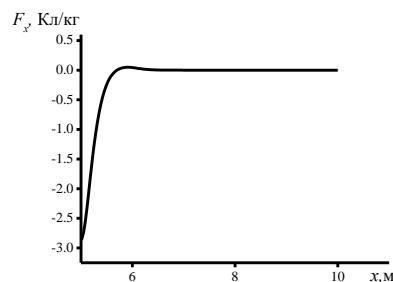
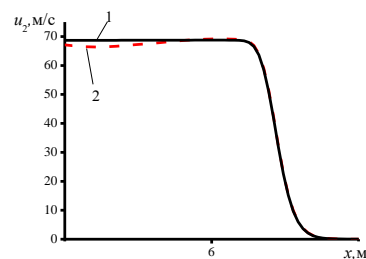
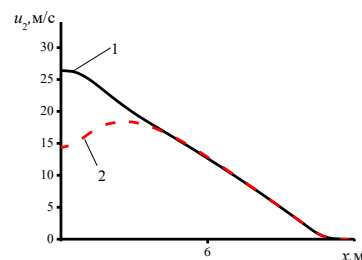


Рис. 3. Пространственное распределение удельной силы Кулона на единицу массы дисперсной компоненты вдоль канала



(а)



(б)

Рис. 4. Пространственное распределение продольной составляющей скорости дисперсной фазы в канале: а – $d=4$ мкм; б – $d=400$ мкм. Распределения продольной составляющей скорости дисперсной компоненты для электрически нейтральной газозвеси (кривая 1) и заряженной газозвеси (кривая 2). Момент времени $t=10$ мс

Отличие в распределениях скоростей нейтральных и электрически заряженных газовзвесей составляет для мелкодисперсных частиц – $\Delta u_2 = 1.4$ м/с, для крупнодисперсных газовзвесей – $\Delta u_2 = 12$ м/с. Как для мелкодисперсных, так и для крупнодисперсных газовзвесей в области возрастания абсолютного значения силы Кулона достигается наибольшее отличие величин скоростей нейтральной и заряженной запылённых сред. При рассмотрении значений межфазного скоростного скольжения следует отметить, что наибольшей интенсивности скоростное скольжение несущей и дисперсной фаз наблюдается на участке соприкосновения ударной волны и невозмущенной запылённой среды: 70 м/с и 5.5 м/с для крупно- и мелкодисперсных газовзвесей соответственно. Данная закономерность является характерной как для электрически заряженной, так и для нейтральной запылённой среды (рис. 5). Для электрически заряженных и нейтральных газовзвесей вблизи контакта чистого газа и запылённой среды имеется отличие в скоростном скольжении фаз. На участке возрастания удельной силы Кулона в электрически заряженных газовзвесах происходит увеличение скоростного скольжения фаз.

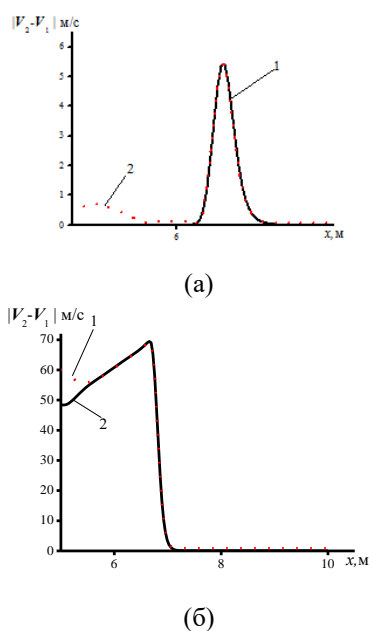


Рис. 5. Пространственное распределение величины скоростного скольжения фаз вдоль продольной координаты: а – $d = 4$ мкм; б – $d = 400$ мкм. Распределения скоростного скольжения несущей и дисперсной компонент гетерогенной смеси для электрически нейтральной газовзвеси (кривая 1) и электрически заряженной газовзвеси (кривая 2). Момент времени $t = 10$ мс

В примененной в данной работе математической модели рассматривались частицы сферической формы. Выявленные в расчётах закономерности могут быть вызваны тем, что при увеличении

линейного размера частиц происходит трехкратное увеличение массы частицы. Таким образом, крупные частицы, имея большую массу находятся под более существенным воздействием силы Кулона, в то время как мелкодисперсные частицы испытывают меньшее воздействие силы Кулона на единичную частицу. При этом за счет меньшей инерционности динамика твердой компоненты газовзвеси мелкодисперсных частиц имеет не столь существенное скоростное скольжение относительно несущей среды. Это также позволяет объяснить, почему для газовзвесей более крупных частиц наблюдается большее отличие в скоростном скольжении фаз. Таким образом, дисперсная компонента газовзвеси с крупными частицами имеет более интенсивное скоростное скольжение и в случае электрически заряженных частиц испытывает большее влияние силы Кулона.

4. Выводы

Численные расчеты для распространения ударной волны в нейтральную и электрически заряженную запылённую среды показали отличия в величинах продольных составляющих скоростей дисперсной компоненты и скоростного скольжения фаз. Выявлено, что наибольшее значение различия параметров скорости дисперсной компоненты и скоростного скольжения фаз наблюдается на участке увеличения силы Кулона, достигающей своего наибольшего значения на границе запылённой среды и чистого газа. При этом как для нейтральной, так и для заряженной запылённой среды наибольшее значение скоростного скольжения компонент газовзвеси наблюдается на участке взаимодействия ударной волны и невозмущенной газовзвеси. Увеличение линейного размера частиц приводит к увеличению интенсивности скоростного скольжения компонент смеси. Также для крупнодисперсных газовзвесей существует большее различие в величинах продольной скорости дисперсной компоненты и межфазном скоростном скольжении при распространении ударной волны в нейтральную и заряженную запылённые среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-01-00442).

Список литературы

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
3. Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газовзвесах частиц металлов. Новосибирск, 2015. 301 с.

4. Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2016. V. 56. № 12. P. 2068–2078. DOI: 10.1134/S0965542516120137
5. Varaksin A. Y., Protasov M. V., Yatsenko V. P. Analysis of the deposition processes of solid particles onto channel walls // *High Temperature*. 2013. V. 51. № 5. P. 665–672. DOI: 10.1134/S0018151X13050210
6. Varaksin A. Y. Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows // *High Temperature*. 2014. V. 52. № 5. P. 752–769. DOI: 10.1134/S0018151X14050204
7. Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle // *Thermophysics and Aeromechanics*. 2013. V. 20. № 1. P. 79–86. DOI: 10.1134/S0869864313010071
8. Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // *Powder Technology*. 2019. V. 345, P. 346–351. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.12.098
9. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2015. V. 7. N. 3. P. 246–253. DOI: 10.1134/S2070048215030072
10. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock wave dispersion of gas-particle mixtures // *Doklady Physics*. 2016. Vol. 61. No. 2, P. 70–73. DOI: 10.1134/S1028335816020038
11. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas-solid suspension flow by applying electric field // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. V. 93, P. 778–787. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063
12. Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an rf glow discharge // *Plasma Physics Reports*. 2013. V. 39. № 13. P. 1096–1098. DOI: 10.1134/S1063780X13050176
13. Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // *High Temperature*. 2012. V. 50. № 5. P. 571–578. DOI: 10.1134/S0018151X12040050
14. Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of acoustic disturbances by a moving charged gas suspension // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2018. V. 91. N. 5. P. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8
15. Панюшкин В. В., Пашин М. М. Измерение заряда порошка, наносимого распылителями с внешней зарядкой // *Лакокрасочные материалы и их применение*. 1984. № 2. С. 25–27.
16. Tukmakov D. A. Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops destruction // *Lo-bachevskii Journal of Mathematics*. 2019. V. 40. N. 6. P. 824–827. DOI: 10.1134/S1995080219060234
17. Тукмаков Д. А. Численное моделирование колебаний электрически заряженной гетерогенной среды, обусловленных межкомпонентным взаимодействием // *Известия вузов. ПНД*. 2019. Т. 27. № 3. С. 73–85. DOI: 10.18500/0869-6632-2019-27-3-73-85
18. Сальянов Ф. А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М.: Наука, 1997. 240 с.
19. Тукмаков А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*. 2006. № 4. С. 33–36.
20. Fletcher C. A. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer, 1988. 502 p.
21. Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // *Математическое моделирование*. 1993. Т. 5. № 3. С. 74–83.
22. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И. *Вычислительные методы*. Т. 2. М.: Наука, 1977, 401 с.

References

1. Nigmatulin R. I. *Dinamika mnogofaznyh sred* (The dynamics of multiphase media) Part 1 Science, 1987. 446 p. (in Russian).
2. Kutushev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh processov v aerodispersnyh i poroshkoobraznyh sredah* (Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media). St. Petersburg: Nedra, 2003, 284 p. (in Russian).
3. Fedorov A. V., Fomin V. M., Khmel T. A. *Volnovye processy v gazovzvesyakh chastic metallov* (Wave processes in gas-suspended particles of metals). Novosibirsk, 2015. 301 p. (in Russian).
4. Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, no. 12, pp. 2068–2078, DOI: 10.1134/S0965542516120137
5. Varaksin A. Y., Protasov M. V., Yatsenko V. P. Analysis of the deposition processes of solid particles onto channel walls. *High Temperature*, 2013, vol. 51, no. 5, pp. 665–672, DOI: 10.1134/S0018151X13050210

6. Varaksin A. Y. Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows. *High Temperature*, 2014, vol. 52, no. 5, pp. 752–769. DOI: 10.1134/S0018151X14050204
7. Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2013, vol. 20, no. 1, pp. 79–86. DOI: 10.1134/S0869864313010071
8. Zhuoqing A. Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines. *Powder Technology*, 2019, vol. 345, pp. 346–351. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.12.098
9. Gubaidullin D. A., Tukumakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2015, vol. 7, no. 3, pp. 246–253. DOI: 10.1134/S2070048215030072
10. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukumakov D. A. Shock wave dispersion of gas – particle mixtures. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 70–73. DOI: 10.1134/S1028335816020038
11. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas – solid suspension flow by applying electric field, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, vol. 93, pp. 778–787. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.0.063
12. Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an rf glow discharge. *Plasma Physics Reports*, 2013, vol. 39, no. 13, pp. 1096–1098. DOI: 10.1134/S1063780X13050176
13. Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge. *High Temperature*, 2012, vol. 50, no. 5, pp. 571–578. DOI: 10.1134/S0018151X12040050
14. Tukumakov A. L., Tukumakov D. A. Generation of acoustic disturbances by a moving charged gas suspension, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2018, vol. 91, no. 5, pp. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8
15. Panyushkin V. V., Pashin M. M. Izmerenie zaryada poroshka, nanosimogo raspylitelyami s vneshnej zaryadkoj (Measurement of the charge of the powder applied by sprayers with external charging), *Lakokrasochnye materialy i ih primeneniye*, 1984, no. 2, pp. 25–27 (In Russian).
16. Tukumakov D. A. Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops destruction. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2019, vol. 40, no. 6, pp. 824–827. DOI: 10.1134/S1995080219060234
17. Tukumakov D. A. Numerical simulation of oscillations of an electrically charged heterogeneous medium due to inter-component interaction. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 27, no. 3, pp. 73–85. DOI: 10.18500/0869-6632-2019-27-3-73-85 (in Russian).
18. Salyanov F. A. *Osnovy fiziki nizkotemperaturnoj plazmy, plazmennyyh apparatov i tekhnologij* (Fundamentals of low-temperature plasma physics, plasma devices and technologies). Moscow: Nauka, 1997. 240 p. (in Russian).
19. Tukumakov A. L. Chislennoye modelirovaniye akusticheskikh techeniy pri rezonansnykh kolebaniyakh gaza v zakrytoj trube (Numerical modeling of acoustic flows during resonant gas oscillations in a closed pipe) *Aviacionnaya tekhnika*, 2006, no. 4, pp. 33–36 (in Russian).
20. Fletcher C. A. *Computation techniques for fluid dynamics*. Berlin: Springer, 1988, 502 p.
21. Muzafarov I. F., Utyuzhnikov S. V. Application of compact difference schemes to investigation of unstationary gas flows. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 1993, vol. 5, no. 3, pp. 74–83 (in Russian).
22. Krylov V. I., Bobkov V. V., Monastic P. I. *Vychislitel'nye metody* (Computational Methods). Vol. 2, Moscow: Nauka, 1977, 401 p. (in Russian).

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Тукмаков Д. А. Численное исследование скоростного скольжения несущей и дисперсной фазы при взаимодействии ударной волны с электрически заряженной газозвесью // Вестник Пермского университета. Физика. 2020. № 1. С. 35–42. doi: 10.17072/1994-3598-2020-1-35-42

Please cite this article in English as:

Tukumakov D. A. Numerical study of the velocity slip of a carrier and a dispersed phase in the interaction of a shock wave with an electrically charged gas suspension. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2020, no. 1, pp. 35–42. doi: 10.17072/1994-3598-2020-1-35-42