

УДК 532.61; 532.612.4  
PACS 47.80.-v, 47.55.nb

## Модификация метода капиллярных волн

А. И. Шмырова<sup>a</sup>, И. А. Мизёва<sup>a</sup>, П. А. Артамонова<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН

614013, Пермь, ул. Ак. Королева, 1

<sup>b</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

614990, Пермь, ул. Букирева, 15

email: lutsik@icmm.ru

Метод капиллярных волн широко распространен для исследования поверхностных свойств жидкости. Тем не менее этот метод практически не реализуется в современных коммерческих тензиометрах, что связано как с ограничениями, накладываемыми способами возбуждения и измерения характеристик волны, так и с трудоемкостью его практической реализации. В работе предложена модифицированная версия метода капиллярных волн, позволяющая обойти существующие ограничения и недостатки. Основными особенностями предлагаемой модификации являются акустическая генерация волны и интерферометрический способ восстановления 3D профиля межфазной поверхности. В качестве источника колебаний использован динамик с регулируемой частотой и амплитудой вибраций. Акустические колебания передаются при помощи волновода и создают сосредоточенный источник возмущений давления вблизи границы раздела исследуемой жидкости. Использование интерферометра Физо и метода пространственного сдвига фаз позволяет измерять отклонения формы поверхности с точностью до 5 нм. Для расчета длины волны и коэффициента затухания полученный профиль поверхности аппроксимировался уравнением затухающей цилиндрической волны. Погрешность в определении величины поверхностного натяжения предложенным методом составляет 0.3 %. Измеренные величины поверхностного натяжения совпадают с табличными и определенными в ходе эксперимента другими тензиометрическими методами на сертифицированных коммерческих установках. Бесконтактный способ возбуждения волны и необходимый малый объем исследуемой жидкости открывают перспективы использования предлагаемого метода для изучения свойств магнитных и биологических жидкостей, а также реологических исследований в физической химии поверхностных явлений.

**Ключевые слова:** поверхностное натяжение; цилиндрические волны; интерферометрия

*Поступила в редакцию 28.04.2018; принята к опубликованию 28.05.2018*

## Capillary waves modified technique

A. I. Shmyrova<sup>a</sup>, I. A. Mizeva<sup>a</sup>, P. A. Artamonova<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Acad. Korolev St. 1, 614013, Perm

<sup>b</sup>Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm

email: lutsik@icmm.ru

Capillary waves are frequently used to measure the surface tension of liquids. However, this approach has not found wide application in the manufacture of modern commercial tensiometers because of the limitations imposed by capillary wave excitation techniques and the labor input associated with its practical implementation. In this paper we introduce a modified version of the capillary wave method which allows one to avoid the existing limitations and disadvantages. The distinguishing features of the proposed technique are as follows: acoustic wave generation and application of an

interferometry technique for 3D surface profile reconstruction. A dynamic speaker with controlled vibration frequency and amplitude is used to produce acoustic vibrations, which are transferred via waveguides and create the local source of pressure oscillations on the fluid surface. Application of a conventional Fizeau interferometer and the spatial phase shifting method makes it possible to perform surface form measurements with an accuracy of 5 nm. For calculating wavelengths and the damping coefficient, the surface profile is fitted with a decaying cylindrical wave equation. The accuracy of surface tension measurement by the modified capillary wave technique is 0.3 %, and the measured values coincide with the known values of these parameters determined using other measuring instruments. Owing to the non-contact way of wave generation and the small amounts of the examined fluid, the proposed method can be used in biological, magnetic fluids studies and rheological investigations in physical chemistry.

**Keywords:** surface tension; cylinder waves; capillary waves; interferometry

*Received 28.04.2018; accepted 28.05.2018*

doi: 10.17072/1994-3598-2018-3-32-38

## 1. Введение

Идея исследования волн на поверхности жидкости для изучения свойств границы раздела возникла достаточно давно. Совместный учет влияния гравитации и поверхностного натяжения на форму межфазной границы, подвергаемой периодическому возмущению, позволяет получить дисперсионное соотношение, связывающее временную и пространственную частоту возникающей бегущей волны с плотностью и поверхностным натяжением [1]. Вклад обоих механизмов, стремящихся вернуть возмущённую поверхность к состоянию механического равновесия, разный для волн разной длины. Влияние гравитации растёт с увеличением длины волны, в то время как капиллярные силы оказываются доминирующими в случае коротковолновых возмущений. В промежуточном случае  $\lambda \sim \sqrt{2\pi a}$ , где  $a$  – капиллярная постоянная Лапласа, волны носят смешанный характер и называются гравитационно-капиллярными, а в предельных – гравитационными или капиллярными волнами. Для исследования свойств поверхности жидкости предпочтительно иметь дело с капиллярными волнами.

Позднее теория была обобщена на случай вязкой жидкости [2] и на случай бассейна конечной глубины [3]. Вязкость жидкости влияет, главным образом, на затухание плоской волны и лишь в виде малых поправок – на её длину. Таким образом, задавая частоту возбуждения волны и измеряя её длину и коэффициент затухания, можно рассчитать поверхностное натяжение и вязкость жидкости.

Метод капиллярных волн (МКВ) не получил широкого применения в качестве тензиометрического, но оказался весьма востребован при изучении свойств мономолекулярных слоёв поверхностно-активных веществ [4–6]. Наличие на поверхности дополнительных диссипативных механизмов, связанных с поверхностной вязкостью и

упругостью слоя молекул сурфактанта, сказывается на характеристиках волны, что позволяет, используя модифицированное дисперсионное соотношение, исследовать вязкоупругие свойства поверхностных слоёв.

На сегодняшний день широкое применение МКВ ограничено рядом сложностей его практической реализации. В частности, существующие в литературе теоретические исследования выполнены для случая плоской волны [1–3]. С одной стороны, это упрощает вид получаемых соотношений за счет исключения одного из главных радиусов кривизны. С другой стороны, такая постановка существенно усложняет лабораторную реализацию метода. Используемая для генерации плоской волны колеблющаяся пластина имеет конечный размер. При этом из-за концевых эффектов считать волну от такого источника плоской можно лишь на расстояниях значительно меньше длины пластины, что накладывает ограничения на проведение измерений вдали от пластины. Необходимость уменьшения погрешности измерения длины волны, к которой метод чувствителен, предполагает проведение измерений на больших дистанциях от источника. Выходом из этой ситуации на данный момент является компромисс между точностью измерений и соблюдением условий применимости теории плоской волны.

Другое ограничение метода связано со способом генерации волны. Механическое возбуждение частично погруженным телом позволяет получать колебания только на относительно низких частотах, оставаясь в пределах гравитационных или капиллярно-гравитационных волн. Такой способ предполагает контакт тела с жидкостью, что может приводить к неконтролируемому загрязнению поверхности. Альтернативой является генерация волны путем деформации межфазной поверхности в сильно неоднородном электрическом поле [7]. Для этого между поверхностью и параллельной, близко расположенной пластиной, создаётся пери-

одическая разность потенциалов с амплитудой в несколько сотен вольт. Такой метод возбуждения является бесконтактным и позволяет работать в высокочастотном диапазоне. Его использование в системах с ионными сурфактантами и проводящих средах может сопровождаться появлением электроконвективного движения.

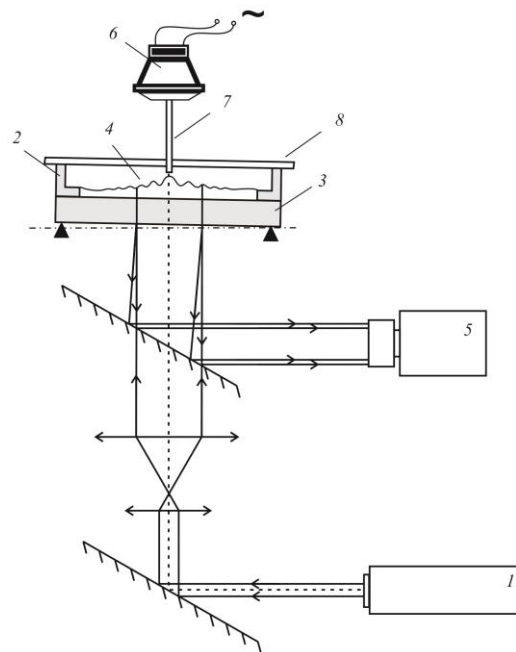
Сложности в реализации метода и обработке результатов связаны с трудоемкостью применяемых методов регистрации волны. Вплоть до настоящего времени применяются сканирующие методы с применением локальных кондуктометрических [4] или оптических [7, 8] датчиков. Успешное применение таких методов измерения требует высокой точности позиционирования датчика и проведения измерений в нескольких точках. Точность таких измерений довольно высока, но конечные размеры зонда накладывают ограничение на длину волны, ограничивая тем самым частотный диапазон метода величиной 1000 Гц [9]. Свести к минимуму описанные выше недостатки удастся лишь в достаточно больших рабочих кюветах, что требует значительного объема исследуемой жидкости.

В настоящей статье представлена модифицированная версия МКВ, позволяющая обойти перечисленные выше ограничения и недостатки. В качестве способа генерации волны предложено акустическое воздействие на границу раздела локализованным излучателем, что позволяет бесконтактно возбуждать поверхностные волны в широком частотном диапазоне и исключает электростатические механизмы воздействия на адсорбированные слои. Для регистрации деформации границы раздела применен интерференционный метод, позволяющий получать мгновенный профиль на всей исследуемой поверхности с чувствительностью 5 нм. Кроме того, представлены математические методы восстановления профиля поверхности и расчета характеристик волны. В конце статьи приводятся результаты тестовых измерений для ряда хорошо изученных систем и обсуждаются условия применимости и перспективы использования метода в некоторых актуальных задачах физико-химической гидродинамики.

## 2. Методика эксперимента

### 2.1. Экспериментальная установка

Для регистрации мгновенной карты рельефа межфазной поверхности использовался метод оптической интерференции, отличающийся высокой пространственной чувствительностью. В основе метода лежит явление интерференции при суперпозиции двух когерентных пучков, получаемых разделением исходного лазерного луча с помощью полупрозрачного зеркала. Один из этих пучков называется опорным и имеет чаще всего плоский волновой фронт, а второй – предметный, прошед-



**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки: 1 – He-Ne лазер, 2 – рабочая ячейка, 3 – дно ячейки, 4 – свободная поверхность исследуемой жидкости, 5 – видеокамера, 6 – источник звуковых колебаний, 7 – трубка-волновод, 8 – крышка кюветы

ший через исследуемую неоднородность, имеет сложный вид волнового фронта, несущего информацию о зондируемом образце.

В работе используется лазерный интерферометр, собранный по оптической схеме Физо (рис. 1). Луч He-Ne лазера 1 преобразуется в плоскопараллельный пучок диаметром ~1 см и пропускается через рабочую ячейку 2, где последовательно отражается от дна ячейки 3 и от свободной поверхности налитой в неё исследуемой жидкости 4. Эти два отраженных пучка при суперпозиции образуют на матрице камеры 5 интерференционную картину. Положение рабочей ячейки настраивается так, чтобы поверхность дна ячейки и свободная поверхность жидкости образовывали угол ~30°, что позволяет наблюдать деформации границы раздела в полосах равной толщины. Такой подход дает возможность применить метод пространственного сдвига фаз для восстановления рельефа свободной поверхности с высокой точностью. Размер поля зрения камеры 5 составлял 1 см, при разрешении матрицы 2500x2000 пикс., пространственное разрешение составило 5 мкм/пикс. АЦП камеры 5 (Baumer TXG50, Германия) работало в 12-битном режиме, что позволяло в несколько раз увеличить чувствительность метода по сравнению с 8-битным АЦП. Время экспозиции кадра составляет 4 мкс, благодаря чему было исключено размытие интерференционной картины бегущей волной во всём достижимом на практике диапазоне

частот. Матрица камеры дополнительно не охлаждается, что значительно снижает теоретически достижимое значение соотношения сигнал–шум, при этом чувствительность интерферометра остаётся достаточно высокой и позволяет регистрировать детали рельефа свободной поверхности с разрешением по вертикали 5 нм. Изображение интерферограммы с камеры передавалось на персональный компьютер.

В эксперименте использовались две рабочие ячейки диаметром 2 и 9 см. Чтобы оценить влияние размеров слоя на характеристики возбуждаемых волн, глубина жидкого слоя также варьировалась в диапазоне 0.2–3.0 мм. В маленькой ячейке исследуемая жидкость заливалась вровень с внутренним бортиком (рис. 1), чтобы минимизировать влияние пристеночных менисков. В большой ячейке мениски располагались далеко, и межфазная поверхность в центре была практически идеально плоской.

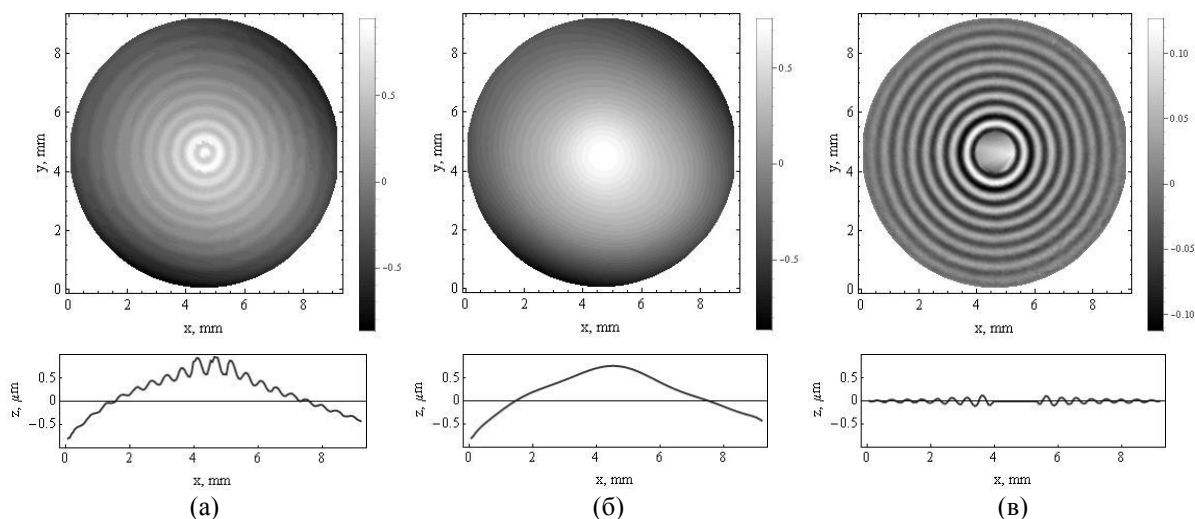
Возбуждение волны производилось с помощью акустических колебаний, создающих вблизи поверхности периодические пульсации давления. Для генерации звуковой волны использовался миниатюрный динамик 6, подключённый к генератору синусоидальных колебаний. Звуковая волна направлялась к поверхности жидкости при помощи трубки волновода 7, срез которой располагался параллельно поверхности на расстоянии ~0.1 мм. Диаметр трубки составлял 0.8 мм, а длина – 25 мм. Трубка подводилась к поверхности через отверстие в крышке 8, препятствующей испарению жидкости. В работе были проведены эксперименты с водой высокой степени очистки, поверхность которой дополнительно очищалась непосредственно

в кювете перед измерением  $\sigma$  при помощи аспиратора, и н-деканом. Расчет поверхностного натяжения производился по формуле Кельвина (3) для плоской капиллярной волны без учёта вязкости и толщины слоя жидкости, а также по формуле (2) с учётом глубины бассейна. После проведения экспериментов в ячейке проводилось контрольное измерение поверхностного натяжения при помощи тензиометра Sigma 701 (KSV Instruments Ltd).

## 2.2. Методы обработки

Обработка полученных интерферограмм проводилась в три этапа. На первом этапе из интерферограммы восстанавливался 3D профиль поверхности при помощи программного пакета IntelliWave (Mahr GmbH, Германия).

Используя это же программное обеспечение, осуществлялась предобработка профилей поверхности. Мгновенный профиль поверхности представлял из себя некоторый случайный рельеф с низкой пространственной частотой, промодулированный бегущей капиллярной волной с высокой пространственной частотой (рис. 2, а). Низкочастотный рельеф связан с исходной кривизной мениска и его колебаниями вибрационной природы, так как специальных мер по виброизоляции установки не применялось. Далее производилась частотная фильтрация, которая заключалась в аппроксимации исходного рельефа полиномом Цернике 5-го порядка (рис. 2, б) и его вычитании. Результирующая картина течения представляет собой затухающую цилиндрическую волну, представленную на рис. 2, в. Для определения характеристик пространственных возмущений границы

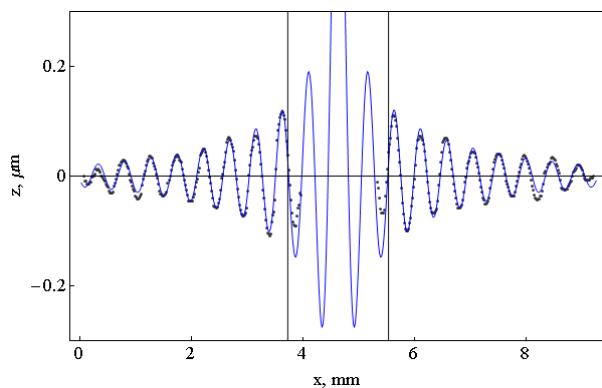


**Рис. 2.** Характерный профиль поверхности жидкости. Градация серого соответствует отклонению поверхности жидкости от нулевого уровня, мкм (вверху). Сечение 3D профиля плоскостью перпендикулярной свободной поверхности жидкости, проходящей через точку, в которой возбуждается волна (снизу): а – исходные профиль и сечение, наблюдаемое в эксперименте; б – постоянная крупномасштабная деформация поверхности, наблюдаемая в отсутствие волны; в – восстановленный профиль капиллярной волны, полученный вычитанием постоянной составляющей из исходной волны

раздела, полученных после фильтрации, профиль поверхности аппроксимировался 2D уравнением для цилиндрической волны в виде:

$$z(x, y) = \frac{z_0}{\sqrt{r}} e^{-\beta r} \operatorname{Re}[e^{-(2\pi i \nu t + kr)}]. \quad (1)$$

Здесь  $r$  – радиус вектор, направленный от центра волны до точки с координатами  $(x, y)$ ,  $\omega$  – частота звуковых колебаний,  $k$  – волновой вектор,  $t$  – время,  $z_0$  – амплитуда волны в центре,  $\beta$  – параметр затухания (рис. 3). Таким образом, коэффициент затухания цилиндрической волны распадается на две части: первая  $\sim 1/\sqrt{r}$  соответствует затуханию функции Бесселя, вторая  $\sim e^{-\beta r}$  связана с вязкостью жидкости.



**Рис. 3.** Результат аппроксимации профиля поверхности жидкости: точки – экспериментальные данные, сплошная линия – результат аппроксимации функцией (1). Вертикальные черные линии ограничивают центральную область экспериментальных точек, которые не используются при аппроксимации

Описанная процедура обработки экспериментальных данных производилась над серией последовательных снимков, после чего проводилось осреднение измеренных характеристик волны. Определив из аппроксимации волновое число  $k$  и зная плотность исследуемого вещества  $\rho$  и глубину слоя, можно рассчитать поверхностное натяжение жидкости  $\sigma$  по формуле [3]

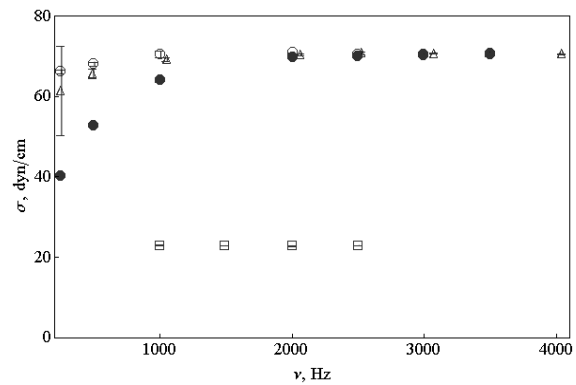
$$\sigma_1 = \frac{\rho}{k^3} \left( \frac{4\pi^2 \nu^2}{th(kH)} - gk \right). \quad (2)$$

Отметим, что без учета толщины слоя жидкости формула (2) обращается в формулу Кельвина [3]:

$$\sigma_2 = \frac{\rho}{k^3} (4\pi^2 \nu^2 - gk). \quad (3)$$

Расчеты проводились в пакете Mathematica 9.0. Точность измерения  $k$  достигала 0.1%.

### 3. Результаты



**Рис. 4.** Зависимость коэффициента поверхностного натяжения от параметров эксперимента. Символами (○) и (●) обозначены данные, полученные для воды в кювете диаметром 9 см при толщине слоя 0.2 мм с учетом (●) и без учета (○) глубины слоя жидкости; (Δ) – результаты измерения поверхностного натяжения воды, полученные в малой кювете при толщине слоя 0.4 мм; (□) – поверхностное натяжение n-декана

На рис. 4 показаны результаты измерения поверхностного натяжения в зависимости от частоты звуковой волны для различных параметров эксперимента. На графике приведены значения  $\sigma$ , полученные для воды в кювете диаметром 9 см при толщине слоя 0.2 мм, рассчитанные с учетом (●) и без учета (○) глубины слоя жидкости по формулам (2) и (3). Сравнивая результаты для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , отметим, что для  $\nu \leq 1000$  Гц результаты существенно расходятся. На самых низких частотах  $< 500$  Гц формула (3), не учитывающая глубину бассейна, даёт заниженные значения, что, по всей видимости, связано с ростом влияния вязкости при увеличении длины капиллярных волн. Таким образом, в области низких частот учет толщины слоя существенен. В то же время на частотах выше 1500 Гц  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  совпадают между собой и с табличным значением поверхностного натяжения воды при данной температуре с точностью до  $\pm 0.1$  дин/см, а также совпадают со значением  $\sigma$ , которое было получено методом отрыва кольца на тензиометре KSV Sigma 701.

Сравнение результатов измерения поверхностного натяжения воды, полученных в кювете большего радиуса и в кювете размером 2 см при толщине слоя 0.4 мм (Δ), показало, что размер экспериментальной ячейки также влияет на измеряемые параметры в области низких частот. Исходя из представленных результатов, можно установить динамический диапазон частот для конкретной жидкости, в котором измерения поверхностного натяжения не подвержены систематическим погрешностям ( $\geq 1500$  Гц).

Для сравнения на рис. 4 также нанесены результаты измерения поверхностного натяжения для *n*-декана (□). Полученные значения также хорошо согласуются с результатами измерений другими методами тензиометрии и табличными значениями. Также необходимо отметить, что уменьшение поверхностного натяжения приводит к увеличению динамического диапазона частот, в котором измерения достоверны.

#### 4. Обсуждение результатов

Работа представляет разработку модифицированного метода капиллярных волн для определения поверхностного натяжения. Отличием модифицированного метода являются регистрация 3D профиля волны и поиск аппроксимирующей функции, наиболее точно описывающей профиль волны во всех точках. Такой подход существенно повышает точность определения волнового числа по сравнению с локальными измерениями с помощью зонда. Погрешность определения длины волны на одной реализации составляет 0.01 %, а проведенные исследования случайной ошибки выявили, что погрешность составляет 0.1%. В работе определен динамический диапазон частот, в котором метод дает надежные результаты. Важно то, что при достаточно высоких частотах метод не чувствителен к глубине слоя жидкости и вязкости среды, что дает возможность не учитывать эти параметры и пользоваться для расчетов формулой (3). К достоинствам модифицированного метода можно отнести его бесконтактность в сочетании с незначительным расходом рабочей жидкости (~0.1 см<sup>3</sup>). К недостаткам относится ограничение по вязкости исследуемой жидкости, так как быстрое затухание волны приводит к тому, что детали рельефа поверхности вязких жидкостей оказываются ниже чувствительности прибора.

Описанные преимущества метода могут быть решающими в задачах, где требуется измерение поверхностного натяжения на поверхности жидкости, находящейся в силовом поле, например магнитном. Это могут быть как жидкие кристаллы, для которых предполагается анизотропия поверхностного натяжения в определенном фазовом состоянии, так и магнитная жидкость, для которой остаётся открытым вопрос о влиянии магнитного поля на межфазное натяжение. И в том и в другом случаях контактные методы измерения непригодны. Более того, в таких задачах затруднено применение и бесконтактных методов, основанных на анализе равновесной межфазной поверхности. В этих условиях предложенный метод может оказаться единственным решением.

Помимо длины волны в эксперименте измеряли пространственный коэффициент затухания волн на поверхности, несущий информацию о вязкости и реологических характеристиках жидкости. В

настоящее время авторами проводятся исследования о возможности определения реологических свойств жидкости из таких измерений.

Таким образом, использование современных экспериментальных методик позволило избавиться от ряда недостатков и существенно облегчить практическое применение МКВ. Предложенная в работе экспериментальная установка может быть реализована как серийное изделие.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 17-41-590095 р\_а.

#### Список литературы

1. Thomson W. The influence of wind on waves in water supposed frictionless // *Philosophical Magazine*. 1871. Vol. 42. P. 368–370.
2. Hansen R. S., Ahmad J. Waves at interfaces // *Progress in Surface and Membrane Science*. 1971. Vol. 4. P. 1–56.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
4. Русанов А. И., Прохоров В. А. Межфазная тензиометрия. СПб.: Химия, 1994. 400 с.
5. Noskov B. A. Interfacial elasticity as studied by wave methods / In: Miller R., Liggieri L., Krotov V. V. (Eds.). *Interfacial rheology*. Leiden: CRC Press, 2009. P. 103–136.
6. Rubio R. Surface rheology studies of spread and Adsorbed polymer layers / In: Miller R., Liggieri L., Krotov V. V. (Eds.). *Interfacial rheology*. Leiden: CRC Press, 2009. P. 178–251.
7. Sohl C. H., Miyano K., Ketterson J. B. Novel technique for dynamic surface tension and viscosity measurements at liquid–gas interfaces // *Review of Scientific Instruments*. 1978. Vol. 49. P. 1464–1469. DOI: 10.1063/1.1135288
8. Behroozi F., Lambert B., Buhrow B. Direct measurement of the attenuation of capillary waves by laser interferometry: Noncontact determination of viscosity // *Applied Physics Letters*. 2001. Vol. 78. N. 16. P. 2399–2401. DOI: 10.1063/1.1365413
9. Mucic N., Javadi A., Kovalchuk N. M., Aksenenko E. V., Miller R. Dynamics of interfacial layers – Experimental feasibilities of adsorption kinetics and dilational rheology // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2011. Vol. 168. N. 1–2. P. 167–178. DOI: 10.1016/j.cis.2011.06.001

#### References

1. Thomson W. The influence of wind on waves in water supposed frictionless. *Philosophical Magazine*, 1871, vol. 42, pp. 368–370.
2. Hansen R. S., Ahmad J. Waves at interfaces. *Progress in Surface and Membrane Science*, 1971, vol. 4, pp. 1–56.

3. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Fluid Mechanics*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1987. 554 p.
4. Rusanov A. I., Prohorov V. A. *Mezhfaznaia tenziometriia* (Interphase tensiometry). St.Petersburg: Chemistry, 1994. 400 p. (In Russian).
5. Noskov B. A. Interfacial elasticity as studied by wave methods. In: Miller R., Liggieri L., Krotov V. V. (Eds.). *Interfacial rheology*. Leiden: CRC Press, 2009, pp. 103–136.
6. Rubio R. Surface rheology studies of spread and Adsorbed polymer layers. In: Miller R., Liggieri L., Krotov V. V. (Eds.). *Interfacial rheology*. Leiden: CRC Press, 2009, pp. 178–251.
7. Sohl C. H., Miyano K., Ketterson J. B. Novel technique for dynamic surface tension and viscosity measurements at liquid–gas interfaces. *Review of Scientific Instruments*, 1978, vol. 49, pp. 1464–1469. DOI: 10.1063/1.1135288
8. Behroozi F., Lambert B., Buhrow B. Direct measurement of the attenuation of capillary waves by laser interferometry: Noncontact determination of viscosity. *Applied Physics Letters*, 2001, vol. 78, no. 16, pp. 2399–2401. DOI: 10.1063/1.1365413
9. Mucic N., Javadi A., Kovalchuk N. M., Aksenenko E. V., Miller R. Dynamics of interfacial layers – Experimental feasibilities of adsorption kinetics and dilational rheology. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2011, vol. 168, no. 1–2, pp. 167–178. DOI: 10.1016/j.cis.2011.06.001

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Шмырова А. И., Мизёва И. А., Артамонова П. А. Модификация метода капиллярных волн // Вестник Пермского университета. Физика. 2018. № 3 (41). С. 32–38. doi: 10.17072/1994-3598-2018-3-32-38

**Please cite this article in English as:**

Shmyrova A. I., Mizeva I. A., Artamonova P. A. Capillary waves modified technique // Bulletin of Perm University. Physics, 2018, no. 3 (41), pp. 32–38. doi:10.17072/1994-3598-2018-3-32-38