

УДК 532.546; 532.5.013.4
PACS 47.56.+r, 47.55.pd

Напорная прокачка смеси через замкнутую двумерную область пористой среды с учетом закупорки

Н. П. Пьянников^a, Б. С. Марышев^{a,b}

^a Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
email: ivanov@psu.ru

^b Институт механики сплошных сред УрО РАН
614013, Пермь, Академика Королева, 1
email: bmaryshev@mail.ru

Рассматривается фильтрация смеси, прокачиваемой в горизонтальном направлении через прямоугольную область пористой среды. На боковых стенках области задается перепад давления, определяющий фильтрационный поток, верхняя и нижняя стенки считаются непроницаемыми. Учтено, что перенос любой нерастворимой примеси в пористой среде сопровождается процессом ее осаждения на стенки пор - иммобилизацией. Иммобилизация замедляет перенос, изымая часть примеси из потока. Осажденная примесь занимает часть объема пор, тем самым уменьшая пористость и проницаемость среды, что приводит к частичной или полной закупорке среды. При исследовании распространения тяжелой примеси в гравитационном поле показано, что при достаточной концентрации и малой скорости прокачивания наблюдается конвективное течение в виде вихря, перемешивающее примесь, вызывая существенное увеличение времени работы такого фильтрующего элемента. Исследованы условия возникновения вихря и время его жизни в зависимости от параметров системы.

Ключевые слова: транспорт в пористой среде; закупорка; фильтрация; конвекция

Поступила в редакцию 11.04.2018; принята к опубликованию 20.05.2018

The pressure pumping of mixture through a closed two-dimensional porous domain with clogging

N. P. Pyannikov^a, B. S. Maryshev^{a,b}

^a Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm
email: ivanov@psu.ru

^b Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS. Ac. Korolev St. 1, 614013, Perm
email: bmaryshev@mail.ru

The filtration of a mixture which horizontally pumped through a rectangular region of a porous medium is considered. On the side walls of the domain a pressure drop is defined, which determines the filtration flow, the upper and lower boundaries are assumed to be impermeable. It is also taken into account that the transfer of any insoluble solute in a porous medium is accompanied by the process of its deposition onto the walls by immobilization (sorption effects). Immobilization slows down the transport, removing a portion of the solute from the stream. The adsorbed part of

solute takes up part of the pore volume, thereby reducing the porosity and permeability of the medium, which results in partial or complete blockage of the medium. The propagation of a heavy solute in a gravitational field is investigated, it is shown that, at a sufficient concentration and a slow speed of filtration flux, the convective flow in the form of a vortex is observed. The existence of vortex leads to the additional mixing effect and entails a substantial increase in the operating time of this filter element. The conditions for the appearance of a vortex and its lifetime are investigated. The dependences of vortex properties on the parameters of the system are plotted.

Keywords: Transport in porous media; clogging; filtration; convection

Received 11.04.2018; accepted 20.05.2018

doi: 10.17072/1994-3598-2018-3-14-23

1. Введение

Работа посвящена исследованию влияния закупорки на горизонтальное напорное фильтрационное течение в канале пористой среды. Если на боковых границах канала задан перепад давления, то в соответствии с законом Дарси [1] возникает горизонтальный фильтрационный поток. В рассматриваемой задаче происходит фильтрация смеси, состоящей из примеси и несущей жидкости, насыщающей пористую среду. Другими словами, описывается распространение плоского диффузионного фронта в горизонтальном направлении.

Чаще всего в качестве модели диффузии при описании переноса примеси в пористой среде используется стандартная модель диффузии–адвекции, основанная на законе Фика [3]. Однако массоперенос в пористой среде не всегда корректно описывается классической моделью, поскольку часть жидкости связана, а частицы примеси, находящиеся в связанной жидкости или прилипшие к твердому скелету, неподвижны. Они не переносятся вовсе (находятся в немобильной фазе), что подтверждается экспериментами [4, 5]. Наличие такой примеси приводит к замедлению диффузии и, как следствие, к существенному изменению течения и характеристик переноса.

Обычно перенос примеси через пористую среду с учетом неподвижности части примеси описывается с помощью МММ подхода (Mobile-Immobile media) [6]. В рамках МММ подхода предполагается, что смесь разделена на две фазы: мобильная – дрейфующая в фильтрационном потоке и немобильная – осевшая на твердый скелет среды или находящаяся в связанной жидкости. Предполагается, что пространственный перенос примеси обусловлен исключительно динамикой мобильной фазы. Для ее описания используется классическое уравнение диффузии–адвекции [7] с дополнительным слагаемым, которое описывает отток примеси в немобильную фазу. Межфазный поток примеси описывается некоторым кинетическим уравнением и обычно зависит от концентраций примеси, находящейся в обеих фазах. Существует достаточно

много моделей такого типа, отличающихся видом кинетического уравнения.

Впервые МММ подход был предложен в работе [8] и развит в работе [6]. В этих работах для описания изменения концентрации немобильной примеси была использована кинетика первого порядка, в рамках которой скорость межфазного перехода полагается линейной функцией концентраций примеси в обеих фазах.

Экспериментально [6, 9] показано, что для достаточно малых значений концентрации линейная модель корректно описывает перенос. В случае больших значений концентрации необходимо учитывать эффект насыщения немобильной фазы (концентрация осевшей примеси не может превышать некоторый предел). А стационарное состояние при этом должно описываться изотермой Ленгмюра [10]. Это обстоятельство было впервые учтено в [11], где была предложена модель с кинетикой второго порядка

При переносе оседающая внутри поры примесь уменьшает объем поры. В этом случае пористость линейно зависит от объемной концентрации примеси, находящейся в немобильной фазе. При этом гидродинамическое сопротивление потоку через пору увеличивается. Таким образом, осаждение примеси сказывается и на проницаемости среды. Обычно зависимость проницаемости от пористости среды описывается законом Козени–Кармана [12], полученным из геометрических соображений. Существует еще несколько распространенных эмпирических соотношений, описывающих случай значительных значений концентрации примеси или некоторые специальные виды примесей [13].

В данной работе изучается влияние закупорки на перенос примеси через горизонтальный канал пористой среды. На боковых границах канала задается перепад давления. Верхняя и нижняя границы канала считаются непроницаемыми. В качестве закона движения жидкости использована модель Дарси [1]. Учет иммобилизации производится в рамках МММ модели с кинетикой второго порядка [11], зависимость проницаемости от пористости учитывается формулой Козени–Кармана [12].

Статья состоит из введения, заключения и трех содержательных параграфов. Во введении даются общий разбор литературы по теме и мотивация, которой руководствовались авторы данной работы. В п. 2 приводится вывод основных уравнений, описывающих рассматриваемые эффекты, и обсуждаются основные механизмы транспорта смеси, приводящие к закупорке пор. В третьем параграфе обсуждаются постановка задачи и метод решения. Четвертый параграф посвящен обсуждению полученных результатов и составлению непротиворечивой картины явления. В заключении обсуждаются условия реализации конвективного режима фильтрации и его влияния на характерные времена работы фильтрующего элемента.

2. Вывод уравнений

2.1. Диффузия с учетом иммобилизации примеси

Рассмотрим перенос примеси через пористую среду. Будем считать, что смесь способна взаимодействовать с твердым скелетом пористой среды. Такую активность проявляют многие примеси, в том числе бактерии и коллоиды. Управление временем нахождения примеси в образце и потоками этой примеси важно для экологических приложений, нефтедобычи, а также для пищевой промышленности.

Некоторые частицы примеси могут в конкретный момент времени не взаимодействовать со скелетом. Такие частицы будут диффундировать обычным образом, подчиняясь закону Фика [3]. Будем считать, что они составляют подвижную часть примеси (мобильную фазу), обозначим их концентрацию c_m . Другие же частицы взаимодействуют со скелетом, происходит захват частицы скелетом (прилипание к скелету или частица попадает в объем связанной жидкости) – иммобилизация. Такая частица остается неподвижной до тех пор, пока она не «оторвется» от скелета. Подобные частицы составляют неподвижную примесь (немобильную фазу), обозначим их концентрацию c_{im} .

В достаточно общем случае уравнения переноса примеси с учетом иммобилизации могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\phi(c_m + c_{im})] &= -\mathbf{V}\nabla c_m + D\Delta(\phi c_m), \\ \frac{\partial}{\partial t} c_{im} &= \mathfrak{R}(c_m, c_{im}), \end{aligned} \quad (1)$$

где c_m , c_{im} – объемные концентрации примеси, находящейся в мобильной и немобильной фазах соответственно, \mathbf{V} – скорость фильтрации, D – эффективный коэффициент диффузии, ϕ – пористость среды, $\mathfrak{R}(c_m, c_{im})$ – кинетическая функция,

описывающая динамику перехода примеси между фазами. Первое из уравнений (1) представляет собой классическое уравнение диффузии, в котором изменение полной концентрации со временем обеспечивается потоком мобильной фазы примеси. Второе уравнение представляет собой связь между концентрациями примеси, находящейся в мобильной и немобильной фазах, выбор кинетической функции $\mathfrak{R}(c_m, c_{im})$ определяет конкретную модель описания процесса иммобилизации. К примеру, в одной из первых работ [6] эта связь была выбрана следующим образом:

$$\mathfrak{R}(c_m, c_{im}) = \alpha(c_m - K_d c_{im}).$$

Такая линейная кинетическая функция соответствует линейной МММ модели, в работах [6, 8] показано, что она корректно описывает перенос примеси в случае малых концентраций примеси. Если же мы говорим о закупорке пор, то, очевидно, эта модель с трудом может описывать наблюдающиеся эффекты. При оседании примеси на стенки пор имеет место насыщение немобильной фазы, поскольку стенка ограничена и может вместить лишь ограниченное число частиц. В этом случае нужно использовать следующую кинетическую функцию второго порядка, предложенную в [11]:

$$\mathfrak{R}(c_m, c_{im}) = \alpha(c_m(Q_0 - c_{im}) - K_d c_{im}), \quad (2)$$

где α , K_d – коэффициенты переноса и распределения примеси, Q_0 – концентрация насыщения пористой среды.

При оседании частицы на стенку поры пористой среды объем поры сокращается. Поскольку пористость – это отношение объема пор к объему образца, т. е. объемная концентрация пор, то, очевидно, что пористость должна уменьшаться на величину объемной концентрации примеси в немобильной фазе:

$$\phi = \phi_0 - c_{im}, \quad (3)$$

где ϕ_0 – пористость чистой среды.

2.2. Концентрационная конвекция с учетом закупорки

Перенос примеси чаще всего обусловлен двумя явлениями, это собственно диффузия, связанная с неоднородностью концентрации, и адвекция, связанная с течением насыщающей среду жидкости. Для описания процесса необходимо знать скорость фильтрации. Обычно [3] уравнение движения жидкости, насыщающей пористую среду, записывается в рамках приближения Дарси [1] для несжимаемой жидкости следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{\kappa(\phi)} \mathbf{V} + \rho(c_m) \mathbf{g} \mathbf{j} &= -\nabla P, \\ \operatorname{div} \mathbf{V} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\kappa(\phi)$ – проницаемость пористой среды, η – коэффициент динамической вязкости жидкости, $\rho(c_m)$ – плотность смеси, P – давление, g – ускорение свободного падения, \mathbf{j} – единичный вектор, направленный вертикально вверх. Проницаемость среды $\kappa(\phi)$ обычно является функцией пористости, поскольку гидродинамическое сопротивление поры зависит от ее объема. Простейшая зависимость такого типа дается формулой Козени–Кармана [12], которую мы будем использовать в настоящей работе:

$$\kappa(\phi) = \kappa_0 \phi^3 / (1 - \phi)^2, \quad (5)$$

где κ_0 – проницаемость чистой среды.

Собирая уравнения (4)–(5), получим систему, описывающую концентрационную конвекцию в пористой среде с учетом закупоривания:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\phi(c_m + c_{im})] &= -\mathbf{V}\nabla c_m + D\Delta(\phi c_m), \\ \frac{\partial}{\partial t} c_{im} &= \alpha(c_m(Q_0 - c_{im}) - K_d c_{im}), \\ \frac{\eta}{\kappa(\phi)} \mathbf{V} + \rho(c_m) \mathbf{g} \mathbf{j} &= -\nabla P, \\ \operatorname{div} \mathbf{V} &= 0, \\ \kappa(\phi) &= \kappa_0 \phi^3 / (1 - \phi)^2, \\ \phi &= \phi_0 - c_{im}. \end{aligned} \quad (6)$$

Очевидно, что систему (6) необходимо дополнить уравнением состояния $\rho(c_m)$. В случае, когда вариации плотности невелики, принято использовать приближение Буссинеска [3], в рамках которого $\rho(c_m) = \rho_l(1 + \beta_c c_m)$, где ρ_l – плотность несущей жидкости и β_c – коэффициент концентрационного расширения. При этом зависимость плотности от концентрации учитывается только в слагаемом, описывающим влияние плавучести ($\rho(c_m) \mathbf{g} \mathbf{j}$), в остальных слагаемых плотность считается константой и равна ρ_l . Такое приближение возможно, поскольку ускорение свободного падения достаточно велико, т. е. произведение $g\beta_c$ того же порядка, что и остальные слагаемые, в то время как в других слагаемых малые вариации плотности можно не учитывать. Те же соображения позволяют учитывать зависимость пористости от концентрации только в формуле Козени–Кармана для проницаемости. В первом уравнении системы (6) слагаемые $D\Delta(\phi c_m)$ и $\frac{\partial}{\partial t} [\phi(c_m + c_{im})]$ линейно зависят от пористости, а слагаемое $-\mathbf{V}\nabla c_m \sim \kappa(\phi)$. Если проанализировать формулу Козени–Кармана (зависимость $\kappa(\phi)$), то видно, что влияние вариации пористости на последнее слагаемое минимум на порядок больше остальных. Тогда везде, кроме за-

висимости $\kappa(\phi)$, положим $\phi = \phi_0$, а уравнения концентрационной конвекции в указанных приближениях запишем в виде:

$$\begin{aligned} \phi_0 \frac{\partial}{\partial t} (c_m + c_{im}) &= -\mathbf{V}\nabla c_m + \phi_0 D\Delta c_m, \\ \frac{\partial}{\partial t} c_{im} &= \alpha(c_m(Q_0 - c_{im}) - K_d c_{im}), \\ \frac{\eta}{\kappa(\phi)} \mathbf{V} + c_m \mathbf{j} \beta_c \rho_l &= -\nabla p, \\ P &= \rho_l g z + p, \quad \operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \\ \kappa(\phi) &= \kappa_0 \phi^3 / (1 - \phi)^2, \\ \phi &= \phi_0 - c_{im}, \end{aligned} \quad (7)$$

где p – добавка к гидростатическому давлению.

3. Постановка задачи

Рассматривается задача о фильтрации смеси, состоящей из твердых частиц и несущей жидкости через пористый фильтр, представляющий собой прямоугольную область. На боковых границах задан перепад давления, что обеспечивает прокачку в горизонтальном направлении. На левой границе задана концентрация частиц, а на правой – отсутствие диффузионного потока. Верхняя и нижняя границы считаются непроницаемыми. Конфигурация задачи представлена на рис. 1. Задача решается в рамках приближения (7).

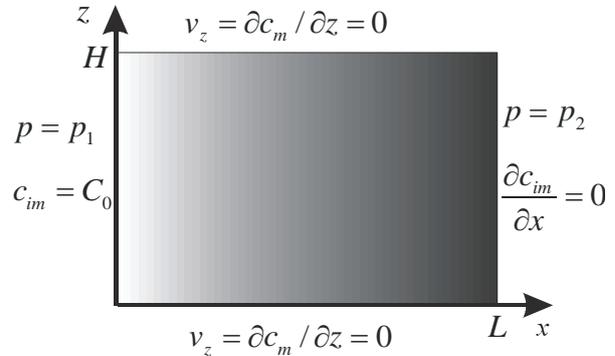


Рис. 1. Конфигурация задачи

Обезразмерим уравнения (7), для этого выберем следующие масштабы длины, времени и давления:

$$\begin{aligned} [L] &= H, \quad [t] = \frac{H^2}{D}, \quad [V] = \frac{D}{H}, \\ [P] &= p_1 - p_2, \\ [c_m, c_{im}] &= C_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда безразмерная форма уравнений (7) может быть записана в виде:

$$\begin{aligned}
\partial_t(c_m + c_{im}) &= -V \cdot \nabla c_m + \Delta c_m, \\
\partial_t c_{im} &= a c_m (q_0 - c_{im}) - b c_{im}, \\
V + \kappa(\phi) R p c_m \mathbf{j} &= -\kappa(\phi) \nabla P; \quad \operatorname{div} V = 0 \\
\kappa(\phi) &= \phi^3 / (1 - \phi)^2, \quad \phi = \phi_0 - C_0 c_{im}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Уравнения (9) содержат пять безразмерных параметров: $a = \alpha C_0 D / H^2$, $b = \alpha K_d D / H^2$ – безразмерные коэффициенты адсорбции и десорбции соответственно, $R p = C_0 g H \kappa_0 \rho \beta_c / (D \eta \phi_0)$ – число Релея-Дарси, C_0 – концентрация примеси в прокачиваемой смеси и ϕ_0 – пористость незагрязненной среды. Граничные условия для системы (9) могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned}
c_m|_{x=0} &= C_0, \quad \frac{\partial c_m}{\partial x}|_{x=L} = \frac{\partial c_m}{\partial z}|_{z=0} = \frac{\partial c_m}{\partial z}|_{z=1} = 0, \\
p|_{x=0} &= p_1, \quad p|_{x=L} = p_2, \quad v_z|_{z=0} = v_z|_{z=1} = 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Введем функцию тока следующим образом:

$$v_x = \frac{d\psi}{dz}, \quad v_z = -\frac{d\psi}{dx}. \tag{11}$$

Тогда уравнение непрерывности разрешается тождественно и система принимает конечный вид:

$$\begin{aligned}
\partial_t(c_m + c_{im}) &= -V \cdot \nabla c_m + \Delta c_m, \\
\partial_t c_{im} &= a c_m (q_0 - c_{im}) - b c_{im}, \\
\Delta \psi &= R p \kappa(\phi) (\partial_z c_m - \partial_x c_m) \\
V &= \{\partial_z \psi; -\partial_x \psi\}, \\
\kappa(\phi) &= \phi^3 / (1 - \phi)^2, \quad \phi = \phi_0 - C_0 c_{im}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Система (12) совместно с граничными условиями (10) решается численно с помощью явной схемы второго порядка точности по пространственным координатам и первого порядка по времени [14]. Решение задачи зависит от восьми безразмерных параметров, наиболее важными и легко изменяемыми в практических ситуациях являются два параметра: это числа Релея-Дарси и Пекле. Для упрощения анализа задачи значения остальных шести параметров в данной работе зафиксированы. Так, геометрический параметр L выбран $L = 1$, т. е. область квадратная для упрощения расчета. Коэффициенты адсорбции и десорбции a и b выбраны как $a = 15$, $b = 19$ из соображений наблюдаемости эффекта; подробнее выбор их значений будет обсужден ниже. Значение концентрации примеси на входе выбрано $C_0 = 0.2$, это значение не мало, т. е. позволяет проявиться нелинейным эффектам модели иммобилизации (по оценкам [11] линейная модель применима вплоть до $C_0 = 0.1$), но в то же время оно не способно обеспечить пол-

ную закупорку поры (т. е. обращение проницаемости в ноль, что не учитывается используемой моделью). Предельное значение концентрации примеси в немобильной фазе выбрано $q_0 = 5$, что в совокупности с $C_0 = 0.2$ дает полную закупорку поры, только в пределе нулевого коэффициента адсорбции. Значение пористости $\phi = 3$ соответствует характерным значениям для водоносных слоев и большинства наполнителей фильтрующих элементов.

4. Результаты

4.1. Поля при различных значениях параметров

При прокачке примеси через прямоугольный фильтр нами обнаружено два возможных режима фильтрации. Первый режим можно условно назвать напорным. Ему соответствует следующий сценарий: практически плоский диффузионный фронт проходит внутри полости, после чего концентрация внутри полости становится равной концентрации на входе и фильтр, по сути, перестает функционировать. В этом режиме небольшое искривление фронта, обусловленное полем тяжести, практически не влияет на структуру течения. Поскольку характерные значения числа Пекле для более-менее реалистичных систем составляют десятки, сотни и даже тысячи, то основной вклад в перенос примеси в таком режиме оказывает заданный градиент давления, а скорость продвижения фронта близка к числу Пекле. Такой режим наблюдается при малых значениях числа Релея-Дарси (когда влияние гравитации мало) или же при больших значениях числа Пекле.

Другой режим фильтрации можно условно назвать конвективным, он характеризуется значительным искривлением диффузионного фронта и наличием конвективного вихря в структуре течения. Однако по прошествии времени концентрация выравнивается и фильтр перестает работать.

Возникновение вихря происходит следующим образом: из-за гравитационного распределения в начале процесса примесь скапливается в нижней части области вблизи входа (вблизи левого нижнего угла). Скопление примеси приводит к частичной закупорке, что обеспечивает вынос примеси в верхнюю часть полости и интенсифицирует течение. Такая конфигурация течения создает вертикальный перепад примеси в полости, обуславливая появление вихря, который обеспечивает дополнительное перемешивание и вынос примеси в верхнюю часть области.

На рис. 2 представлено поле линий тока внутри рассматриваемой области в фиксированный момент времени. Видно, что при относительно малых значениях числа Релея-Дарси (в данном случае, при значении $R p = 10$) вихрь отсутствует, и поле

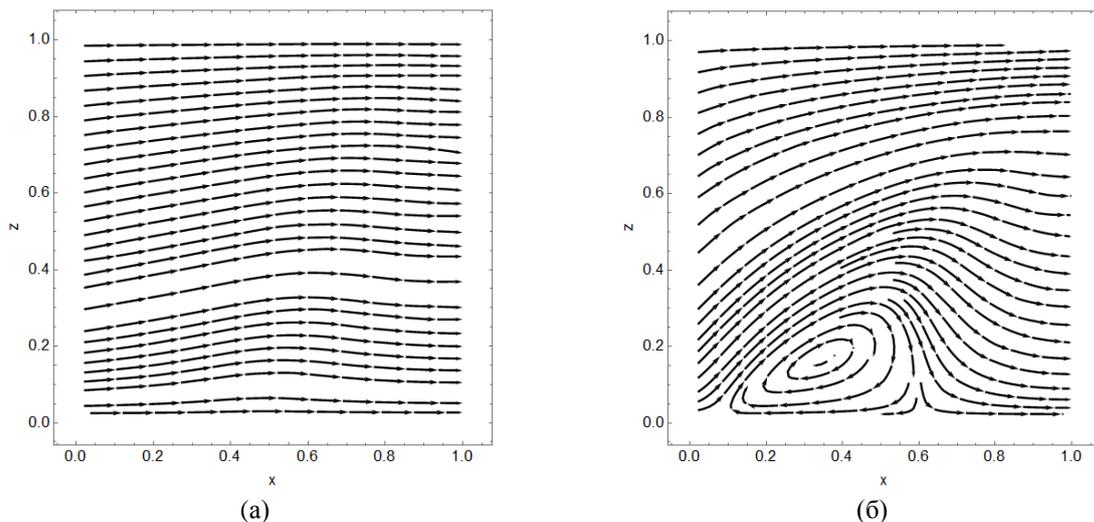


Рис. 2. Поле функции тока: а – для случая отсутствия конвективного вихря, $R_p=10$; б – в присутствии вихря $R_p=30$ в некоторый момент времени $t=0.05$ до установления равновесия для $Pe=100$

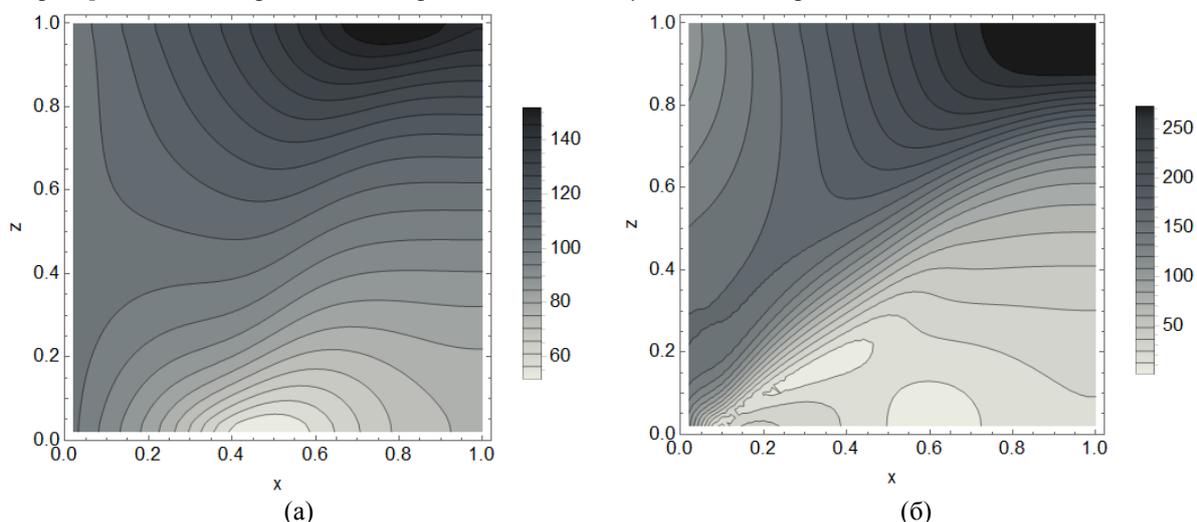


Рис. 3. Значение модуля скорости в рассматриваемой области: а – для случая без вихря, $R_p=10$; б – в присутствии вихря, $R_p=30$ в некоторый момент времени $t=0.05$ до установления равновесия для $Pe=100$

скоростей достаточно близко к однородному состоянию. При увеличении числа Рейля–Дарси возникает вихрь, обусловленный конвективной неустойчивостью. Последняя возникает из-за вертикальной неоднородности концентрации, которая, в свою очередь, обеспечивается закупоркой пористой среды. В результате наиболее интенсивное течение возникает в верхней части области (см. рис. 3).

При этом фронт распространения концентрации и проницаемости (рис. 4, 5) значительно отклоняется от вертикального. На рис. 4, в видно, что неоднородность сохраняется достаточно длительное время. Кроме того, при наличии вихря основной поток примеси проходит через верхнюю часть области (рис. 6) и режим фильтрации значительно меняется по сравнению со случаем без вихря. При этом зависимость проницаемости от горизонтальной координаты достаточно сильная в нижней ча-

сти области, где и происходит закупорка (см. рис. 5), этот эффект и обеспечивает само наличие вихря.

Зависимости модуля скорости от вертикальной координаты представлены на рис. 6, где видно, что наиболее неоднородный случай соответствует наличию вихря. Для возникновения такого конвективного режима фильтрации необходимо, чтобы коэффициенты адсорбции и десорбции были соизмеримы. При значительном преобладании адсорбции закупорка происходит значительно раньше, чем успевает проявить себя сила тяжести (т. е. вертикальная неоднородность концентрации оказывается мала), в противоположном случае заметной закупорки вообще не происходит. Именно этим определяется выбор значений параметров сорбции, порядок значений параметров соответствует характерным для естественных пористых сред значениям [6].

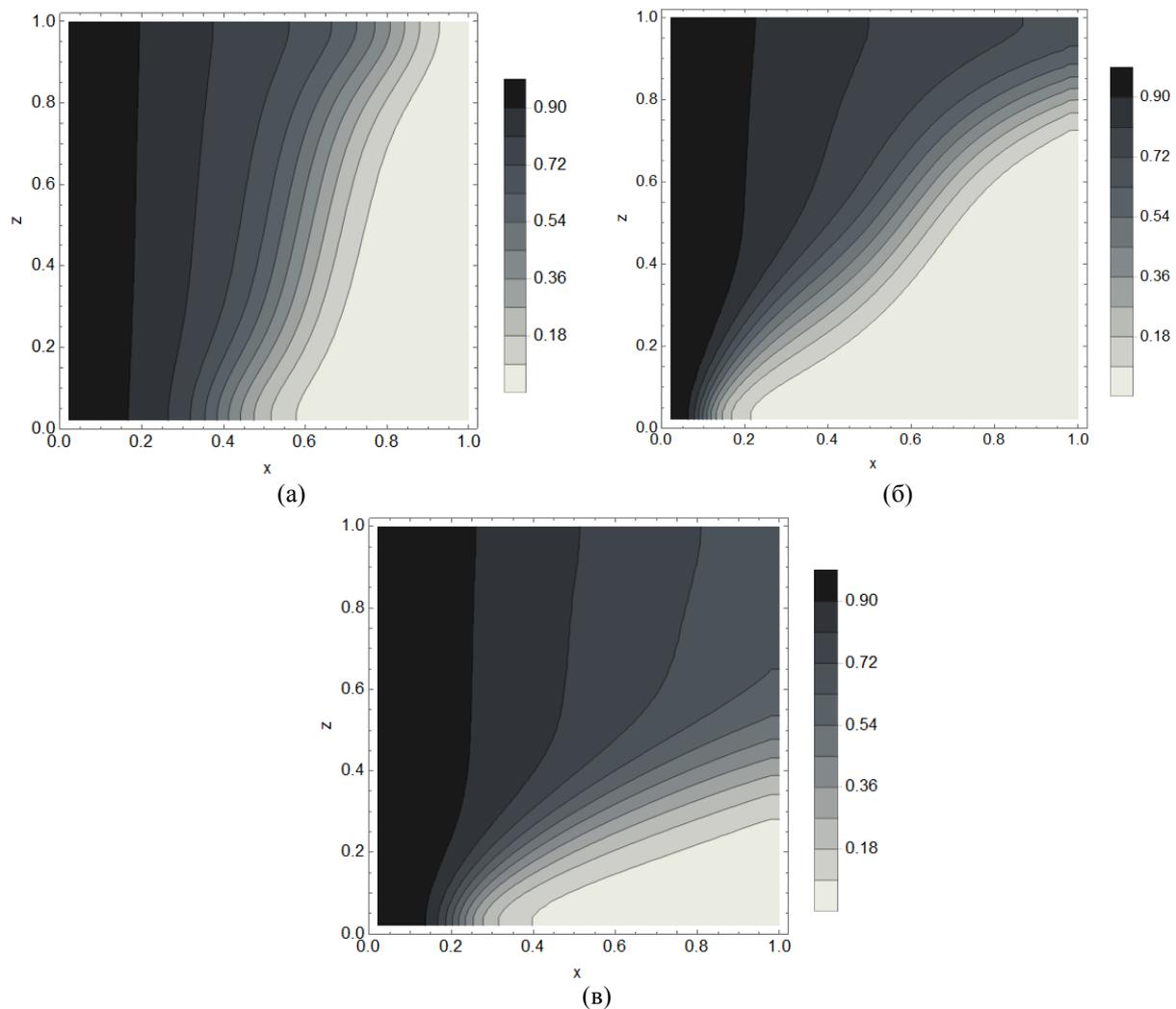


Рис. 4. Распределение концентрации во всей рассматриваемой области: а – для случая без вихря, $Re=10$; б – в присутствии вихря, $Re=30$ в некоторый момент времени до установления равновесия $t=0.05$; в – в более поздний момент $t=0.3$, для $Re=100$

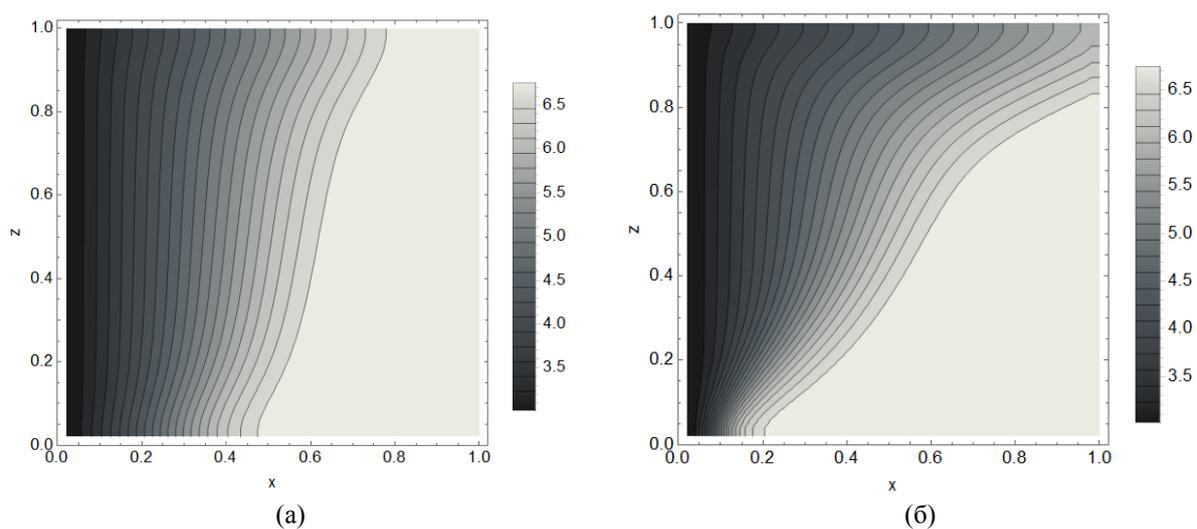


Рис. 5. Распределение проницаемости во всей рассматриваемой области: а – для случая без вихря, $Re=10$; б – в присутствии вихря, $Re=30$, в некоторый момент времени $t=0.05$ до установления равновесия, для $Re=100$

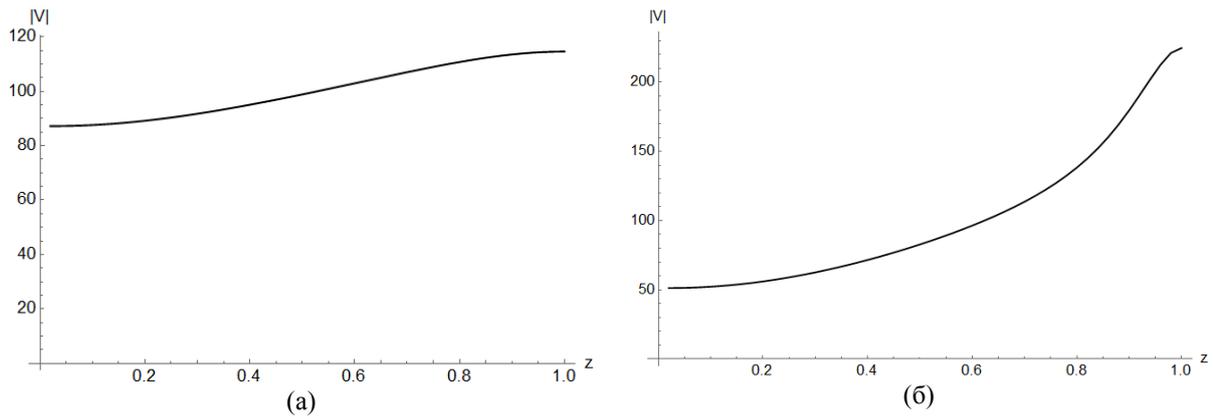


Рис. 6. Вертикальное распределение модуля скорости на правом конце трубы в некоторый момент времени до установления равновесия: а – без вихря, $R_p=10$; б – при наличии вихря, $R_p=30$. Значения параметров: $Pe=100$, $a=15$, $b=19$, $c_0=0.2$, $q_0=5$, $\phi=3$, $L=1$

4.2. Интегральные характеристики

На рис. 7 приведены зависимости перепада концентрации между верхней и нижней границами на выходе из фильтра при различных значениях параметров. Линия $Rd = 30$, $Pe = 10$ соответствует напорному режиму фильтрации, перепад возникает вследствие гравитационного распределения примеси, которое приводит к несколько большей закупорке в нижней части фильтра, в результате чего в верхней части перенос осуществляется интенсивнее. Однако, достигнув максимума, перепад идет на убыль. График в точности соответствует кривой выхода примеси в случае без учета влияния гравитации (зависимость концентрации от времени в сечении фильтра при однократной мгновенной инъекции примеси см. [4, 6, 9]). С одной оговоркой, перепад концентрации навязан гравитационным полем, а не инъекцией, однако выравнивание происходит точно так же диффузионным образом, конвективное движение несущественно. Остальные линии на рис. 7 соответствуют конвективному режиму фильтрации, в этом случае зависимость содержит участок «плато», т. е. некоторый значительный перепад концентрации сохраняется некоторое время. Этот эффект связан с наличием вихря, который мешает выравниванию концентрации. Вихревое движение уносит часть примеси вдоль нижней стенки фильтра обратно, поскольку в зоне, где появляется вихрь (у нижней стенки), проницаемость намного выше, чем в зоне переноса примеси (у верхней стенки), поэтому перенос в обратном направлении происходит достаточно интенсивно. В результате перепад концентрации держится достаточно долгое время, но не бесконечное. Благодаря диффузии и медленному напорному течению в нижней части области со временем происходит выравнивание концентрации, исчезают вихрь и перепад концентрации на выходе из фильтра.

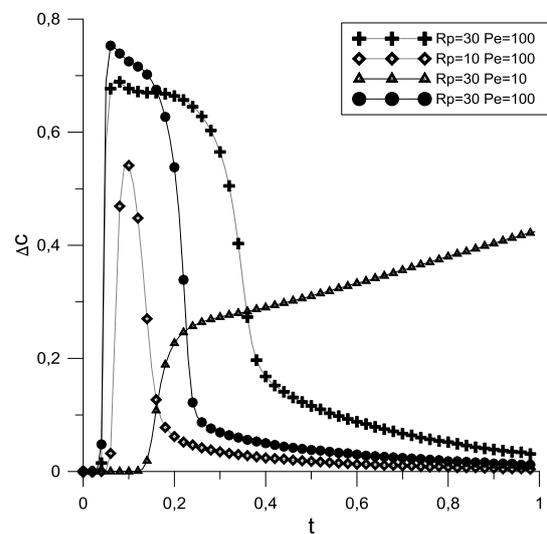


Рис. 7. Зависимость вертикального перепада концентрации на правом конце фильтра ($\Delta C = C(1,1,t) - C(1,0,t)$) от времени при четырех различных наборах Pe и R_p , значения параметров указаны в легенде

На рис. 8, 9 приведено время существования вихря в зависимости от значений параметров. Видно, что увеличение числа Пекле приводит к стабилизации системы – исчезновению перепада концентрации и, соответственно, вихря, с другой стороны: рост числа Рейля-Дарси сопровождается ростом неоднородности и увеличением «времени жизни» вихря. На рис. 8, 9 также показано точками «время сохранения значительного перепада концентрации». Эта характеристика рассчитана на основе данных рис.7, т. е. показан интервал времени при котором $\Delta C > 0.2$. Видно, что эти точки коррелируют со «временем жизни» вихря. Видно, что перепад концентрации всегда сохраняется чуть дольше, чем существует вихрь, но такое отличие, скорее всего, связано со способами определения этих времен, поскольку разница сохраняется для всех значений параметров.

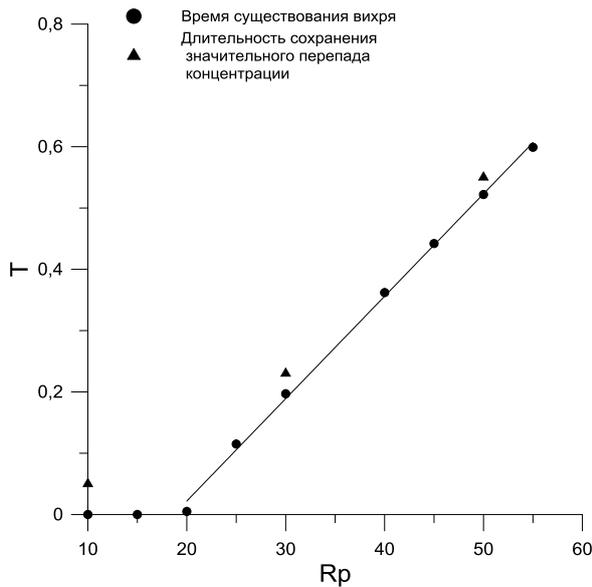


Рис. 8. Длительность существования вихря T в зависимости от числа Рейля-Дарси R_p при $Pe=100$

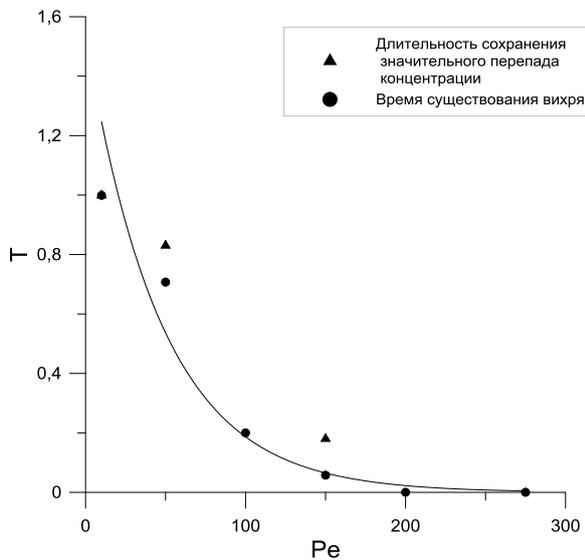


Рис. 9. Длительность существования вихря T в зависимости от числа Пекле Pe при $R_p=30$

5. Заключение

Рассмотрена фильтрация смеси прокачиваемой в горизонтальном направлении через прямоугольную область пористой среды, с учетом закупорки. Исследовано распространение тяжелой примеси в гравитационном поле, показано, что наблюдаются два характерных режима фильтрации: напорный и конвективный. Первый характеризуется малым отклонением диффузионного фронта от вертикального положения и отсутствием конвективного вихря. Второй – значительной неоднородностью концентрации по вертикали и присутствием вихря. Показано, что во втором режиме конвекции нижняя часть фильтра продолжает функционировать достаточно продолжительное время, превышаю-

щее в несколько раз время функционирования фильтра в напорном режиме (см. рис. 7), что обуславливает существенное увеличение времени работы такого фильтрующего элемента. Исследованы условия возникновения вихря и время его жизни в зависимости от параметров системы.

Список литературы

1. Darcy H. P. G. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Victor Dalmont, Paris, 1856.
2. Bejan A., Tien C. L. Natural convection in horizontal space bounded by two concentric cylinders with different end temperatures // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1979. Vol. 22. P. 919–927.
3. Nield D. A., Bejan A. Convection in Porous Media. New York: Springer. 2006. 654 p.
4. Latrille C., Cartalade A. New experimental device to study transport in unsaturated porous media // In: Birkle P., Torres I. S. (Eds). Water–Rock Interaction. Leiden: CRC Press, 2010. P. 299–302.
5. Agaoglu B., Scheytt T., Coptly N. K., Laboratory-scale experiments and numerical modeling of cosolvent flushing of multi-component NAPLs in saturated porous media // Journal of Contaminant Hydrology. Vol. 140. 2012. P. 80–94.
6. Van Genuchten M. Th., Wierenga P. J. Mass transfer studies in sorbing porous media I. analytical solutions // Soil Science Society of America Journal. 1976. Vol. 40. P. 473–480.
7. Einstein A. The theory of the Brownian movement // Annalen. der Physik. 1905. Vol. 17. P. 549.
8. Deans H. A. A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // SPE Journal. 1963. Vol. 3. P. 49–52.
9. Bromly M., Hinz C. Non-Fickian transport in homogeneous unsaturated repacked sand // Water Resources Research. 2004. Vol. 40, W07402.
10. Harter R. D., Baker D. E. Applications and misapplications of the Langmuir equation to soil adsorption phenomena // Soil Science Society of America Journal. 1977. Vol. 41. P. 1077–1080.
11. Selim, H. M., Amacher M. C. Reactivity and transport of heavy metals in soils. Boca Raton: CRC, 1997. 240 p.
12. Kozeny J. Über kapillare Leitung des Wassers im Boden // Akademie der Wissenschaften in Wien Sitzungsberichte. 1927. Vol. 136. P. 271–306
13. Gruesbeck C., Collins R. E. Entrainment and deposition of fine particles in porous media // SPE Journal. 1982. Vol. 22. P. 847–856.
14. Калиткин Н. Н. Численные методы. 2-е изд. СПб: БХВ-Петербург. 2011.

References

1. Darcy H. P. G. *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Victor Dalmont, Paris, 1856.

2. Bejan A., Tien C. L. Natural convection in horizontal space bounded by two concentric cylinders with different end temperatures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1979, vol. 22, pp. 919–927.
3. Nield D. A., Bejan A. *Convection in Porous Media*. New York: Springer, 2006, 654 p.
4. Latrille C., Cartalade A. New experimental device to study transport in unsaturated porous media. In: Birkle, P., Torres I. S. (Eds.) *Water–Rock Interaction*. Leiden: CRC Press, 2010, pp. 299–302.
5. Agaoglu B., Scheytt T., Copty N. K., Laboratory-scale experiments and numerical modeling of cosolvent flushing of multi-component NAPLs in saturated porous media. *Journal of Contaminant Hydrology*, 2012, vol. 140, pp. 80–94.
6. Van Genuchten M. Th., Wierenga P. J. Mass transfer studies in sorbing porous media I. analytical solutions. *Soil Science Society of America Journal*, 1976, vol. 40, pp. 473–480.
7. Einstein A. The theory of the Brownian movement. *Annalen der Physik*, 1905, vol. 17, pp. 549.
8. Deans H. A. A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media. *SPE Journal*, 1963, vol. 3, pp. 49–52.
9. Bromly M., Hinz C. Non-Fickian transport in homogeneous unsaturated repacked sand. *Water Resources Research*, 2004, vol. 40, W07402.
10. R.D. Harter, D.E. Baker. Applications and misapplications of the Langmuir equation to soil adsorption phenomena. *Soil Science Society of America Journal*, 1977, vol. 41, pp. 1077–1080.
11. Selim, H. M., Amacher M. C. *Reactivity and transport of heavy metals in soils*. Boca Raton: CRC press, 1997, 240 p.
12. Kozeny J. Über kapillare Leitung des Wassers im Boden. *Akademie der Wissenschaften in Wien Sitzungsberichte*, 1927, vol. 136, pp. 271–306
13. Gruesbeck C., Collins R. E. Entrainment and deposition of fine particles in porous media. *SPE Journal*, 1982, vol. 22, pp. 847 – 856.
14. Kalytkin N. N. *Chislennyye metody* (Numerical methods), 2 ed. St.Petersburg: BHV-Peterburg, 2011 (In Russian).

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Пьянников Н. П., Марышев Б. С. Напорная прокачка смеси через замкнутую двумерную область пористой среды с учетом закупорки // Вестник Пермского университета. Физика. 2018. № 3 (41). С. 14–23. doi: 10.17072/1994-3598-2018-3-14-23

Please cite this article in English as:

Pyanikov N. P., Maryshev B. S. The pressure pumping of mixture through a closed two-dimensional porous domain with clogging // Bulletin of Perm University. Physics, 2018, no. 3 (41), pp. 14–23. doi: 10.17072/1994-3598-2018-3-14-23