ВЕСТНИК ПЕРМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

2026 • ФИЗИКА • Вып. 3

УДК 532.546; 532.5.013.4
PACS 47.55.pb, 47.56.+r

Влияние гидроизолирующих слоёв на конвективную неустойчивость жидкости в пористой среде

А. Е. Самойлова

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия
samoilova.a@icmm.ru

В работе изучено влияние гидроизолирующих теплопроводных слоёв на конвективную устойчивость жидкости в пористой среде при подогреве снизу. Рассматривается трёхслойная гидродинамическая система, состоящая из горизонтального слоя пористой среды с жидкостью, который помещён между двумя горизонтальными слоями непроницаемыми для жидкости, но проводящими тепло. На верхней границе системы задана температура, а на нижней – тепловой поток. Тепловые свойства и толщина каждого слоя полагаются различными. Линейный анализ устойчивости проводится в рамках сопряженной задачи о конвекции в центральном слое и о теплопередаче в непроницаемых слоях сверху и снизу. Получены аналитические выражения для функции тока и температуры конвективной неустойчивости в зависимости от геометрических и тепловых параметров слоёв. Получены выражения, определяющие кривые нейтральной устойчивости, построены графики нейтральных кривых в широком диапазоне относительной толщины и тепловодности слоёв. В предельном случае бесконечно тонких гидроизолирующих слоёв получено совпадение с известными результатами для однослойной системы. Критические значения числа Рэлея-Дарси и волнового числа оказываются разбросаны в интервалах значений в зависимости от соотношения толщины и теплопроводности слоёв. Края этих интервалов соответствуют предельным случаям однослойной системы с теплоизолированными или идеально теплопроводными границами.

Ключевые слова: тепловая конвекция; пористая среда; нейтральные кривые

Поступила в редакцию 09.06.2026; после рецензии 03.08.2026; принята к опубликованию 10.08.2026

Effect of impermeable thick boundaries on the convective instability in a porous layer

A. E. Samoilova

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia
samoilova.a@icmm.ru

The study investigates the influence of impermeable, thermally conductive layers on the convective stability of a fluid in a porous medium heated from below. A three-layer hydrodynamic system is studied, consisting of a horizontal layer of a porous medium with a fluid, which is placed between two horizontal layers that are impermeable to fluid but conductive to heat. The temperature is fixed at the upper boundary of the system, while the heat flux is imposed at the lower boundary. The thermal properties and thickness of each layer are assumed to be different. Linear stability analysis is conducted within the conjugate problem involving convection in the central layer and heat transfer in the impermeable layers above and below. Analytical expressions for the stream function and temperature of convective perturbations are derived, depending on the geometric and thermal parameters of the layers. Neutral stability curves were constructed in a wide range of relative thick-

© Самойлова А. Е., 2026

распространяется на условиях лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

ness and thermal conductivity of the layers. The critical values of the Rayleigh–Darcy number and the wavenumber take values within specific ranges, depending on the layers' parameters. The boundaries of these ranges correspond to the limiting cases of a single-layer system with either thermally insulated or perfectly thermally conductive boundaries.

Keywords: thermal convection; porous media; neutral curve

Received 09 June 2026; revised 03 August 2026; accepted 10 August 2026

doi: 10.17072/1994-3598-2026-3-74-80

1. Введение

Задача о конвективной устойчивости слоя жидкости в пористой среде, подогреваемой снизу, стоит в ряду классических проблем тепловой конвекции. Впервые изученная теоретически и экспериментально ещё в середине прошлого века [1–3], данная задача продолжает привлекать внимание исследователей по сей день. В настоящее время литература изобилует исследованиями того, как возникновение и последующее развитие конвекции изменяется под влиянием различных эффектов, таких как эффекты Бринкмана, небусснесковские эффекты, эффекты прокачки, вращение, слоистость, анизотропия, внутренний нагрев, и т.д. [4, 5].

Настоящая работа посвящена модификации классической задачи Хортона–Лэпвуда–Роджерса, связанной с наличием двух непроницаемых проводящих тепло слоёв, находящихся сверху и снизу пористого слоя с жидкостью. Впервые подобная модификация изучалась в работе [6], где рассматривались теплопроводящие слои с одинаковыми тепловыми свойствами и толщинами, а на внешних границах системы был задан теплопоток. Авторы показали, что учёт конечности толщины теплопроводных стенок оказывает существенное влияние на порог возникновения тепловой конвекции и вид нейтральных кривых. Позднее в работах [7, 8] были рассмотрены ситуации с другими тепловыми условиями на внешних границах. Мотивацией подобных исследований выступает необходимость ухода от типичных идеализированных границ системы. Действительно, даже в хорошо поставленном лабораторном эксперименте невозможно реализовать бесконечно тонкую границу раздела, так что данные идеализированных моделей затруднительно применять на практике. В настоящей работе рассматривается постановка задачи, которая является обобщением системы, рассмотренной в работе [8], на случай различающихся свойств непроницаемых слоёв.

Данная работа продолжает цикл исследований роли тепловой конвекции в морских донных отложениях и влияния тепломассопереноса на устойчивость газовых гидратов в них. В рамках построения обобщённой гидродинамической модели морских донных отложений изучается влияние различных факторов на возникновение свободной тепловой конвекции под действием геотермического градиента: анизотропии свойств среды [9], пространственной неоднородности параметров [10]. В настоящей работе непроницаемые для жидкости слои моделируют ситуацию присутствия выраженных гидроизолирующих горизонтов, которые возникают в пределах верхних нескольких сотен метров донных морских отложений [11, 12]. Генезис донных отложений определяет вид таких гидроизолирующих горизонтов: это протяжённые горизонтальные слои плохо проницаемой породы (например, окаменелые глины), разделяющие основной массив более проницаемой породы [13].

2. Постановка задачи

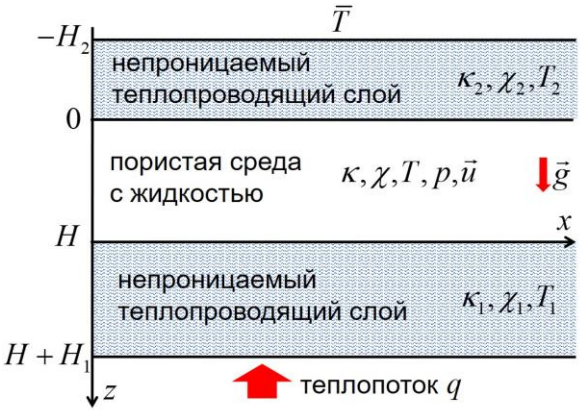


Рис. 1. *Математическая модель донных отложений с гидроизолирующими слоями: трёхслойная система «непроницаемый массив–пористая среда с жидкостью–непроницаемый массив»*

Мы рассматриваем трёхслойную систему, состоящую из горизонтального слоя пористой среды, насыщенной жидкостью, окружённого сверху и снизу слоями непроницаемой среды (рис. 1). Непроницаемые слои обладают неодинаковыми свойствами: толщина H_1 и H_2, теплопроводность κ_1 и κ_2, температуропроводность χ_1 и χ_2. Толщина среднего слоя пористой среды с жидкостью – H, его эффективная теплопроводность κ и температуропроводность χ. На всю систему действует геотермический градиент, распространяющийся из недр, так что на нижней границе нижнего непроницаемого слоя задаётся постоянный теплопоток $-q$. На верхней границе всей системы ста-

вится условие постоянства температуры, $T_2 = \bar{T}$. Система находится в поле силы тяжести, вертикальная ось направлена вдоль вектора ускорения свободного падения с началом координат на верхней границе среднего слоя; горизонтальные оси направлены вдоль верхней границы слоя пористой среды. Далее всюду индексы «1» и «2» будут обозначать принадлежность к нижнему и верхнему непроницаемому слою, соответственно.

Безразмерные уравнения, описывающие конвекцию в среднем слое, сопряжённую с теплопроводным переносом тепла в окружающих непроницаемых слоях, с соответствующими граничными условиями сшивки температуры и теплопотоков имеют следующий вид [4]:

$$\nabla p + \vec{u} + \mathrm{Rp} T\vec{k} = 0\,, \tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u}\cdot\nabla T = \Delta T\,, \tag{2}$$

$$\nabla\cdot\vec{u} = 0\,, \tag{3}$$

$$\frac{\partial T_{1,2}}{\partial t} = \tilde{\chi}_{1,2}\Delta T_{1,2}\,, \tag{4}$$

$$z = 0:\ u_z = 0\,,\ T = T_2\,,\ \frac{\partial T}{\partial z} = \tilde{\kappa}_2\frac{\partial T_2}{\partial z}\,, \tag{5}$$

$$z = 1:\ u_z = 0\,,\ T = T_1\,,\ \frac{\partial T}{\partial z} = \tilde{\kappa}_1\frac{\partial T_1}{\partial z}\,, \tag{6}$$

$$z = 1 + d_1 : \frac{\partial T_1}{\partial z} = \tilde{\kappa}_1^{-1}\,,\ z = -d_2 :\ T_2 = \bar{T}\,. \tag{7}$$

В уравнениях и граничных условиях (4)–(7) приняты следующие обозначения для безразмерных параметров:

$$d_{1,2} = \frac{H_{1,2}}{H}\,,\ \tilde{\chi}_{1,2} = \frac{\chi_{1,2}}{\chi}\,,\ \tilde{\kappa}_{1,2} = \frac{\kappa_{1,2}}{\kappa}\,. \tag{8}$$

При обезразмеривании уравнений (1)–(7) использовались следующие характерные масштабы физических величин:

$$[r] = H\,,\ [\vec{u}] = \frac{\chi}{H}\,,\ [T] = \Theta\,,$$

$$[p] = \frac{\eta\chi}{K}\,,\ [t] = \frac{H^2}{\chi_m}\,, \tag{9}$$

где H – толщина центрального слоя, Θ – характерный перепад температур в данном слое, вызванный геотермическим теплопотоком q, K – коэффициент проницаемости пористой среды, η – динамическая вязкость жидкости, χ – эффективный коэффициент температуропроводности, κ_m – эффективная теплопроводность пористой среды, насыщенной жидкостью, $(\rho c_p)_f$ – теплоёмкость в единице объёма жидкости, $(\rho c_p)_m$ – теплоёмкость единицы объёма, насыщенной жидкостью пористой среды. Также введены следующие обозначения:

$$\chi_m = \frac{\kappa_m}{(\rho c_p)_m}\,,\ \chi = \frac{\kappa_m}{(\rho c_p)_f}\,,\ \Theta = \frac{qH}{\kappa_m}\,. \tag{10}$$

Задача о тепловой конвекции в данной системе характеризуется единственным безразмерным параметром, который является и управляющим параметром – числом Рэлея–Дарси:

$$\mathrm{Rp} = \frac{\rho_{0f} g\beta\Theta HK}{\eta\chi}\,, \tag{11}$$

где g – ускорение свободного падения, β – коэффициент объёмного расширения.

Задача (1)–(7) допускает стационарное решение, соответствующее состоянию механического равновесия с линейным профилем температуры через всю систему:

$$\vec{u}_0 = 0\,,\ T_0 = \bar{T} + \frac{d_1}{\tilde{\kappa}_1} + z + 1\,,\ \frac{dp_0}{dz} = -\mathrm{Rp}\,T_0\,,$$

$$T_{01} = \bar{T} + \frac{d_1}{\tilde{\kappa}_1} + \frac{z+1}{\tilde{\kappa}_1}\,,\ T_{02} = \bar{T} + 1 + \frac{d_1}{\tilde{\kappa}_1} + \frac{z}{\tilde{\kappa}_2}\,. \tag{12}$$

Естественная двухмерность донных отложений позволяет упростить задачу и рассматривать плоские возмущения равновесия, так что скорость возмущённого потока $\vec{u} = (u_x, 0, u_z)$. Ввиду несжимаемости жидкости мы можем для удобства ввести функцию тока согласно выражениям:

$$u_x = -\frac{\partial\psi}{\partial z}\,,\ u_z = \frac{\partial\psi}{\partial x}\,. \tag{13}$$

Линеаризованная задача в терминах функции тока ψ, возмущений температуры в среднем слое Θ и в непроницаемых слоях Θ_1 (для нижнего) и Θ_2 (для верхнего) имеет следующий вид:

$$\Delta\psi + \mathrm{Rp}\frac{\partial\Theta}{\partial x} = 0\,, \tag{14}$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial x} = \Delta\Theta\,, \tag{15}$$

$$\frac{\partial\Theta_1}{\partial t} = \tilde{\chi}_1\Delta\Theta_1\,,\ \frac{\partial\Theta_2}{\partial t} = \tilde{\chi}_2\Delta\Theta_2\,, \tag{16}$$

$$z = 0:\ \psi = 0\,,\ \Theta = \Theta_2\,,\ \frac{\partial\Theta}{\partial z} = \tilde{\kappa}_2\frac{\partial\Theta_2}{\partial z}\,, \tag{17}$$

$$z = 1:\ \psi = 0\,,\ \Theta = \Theta_1\,,\ \frac{\partial\Theta}{\partial z} = \tilde{\kappa}_1\frac{\partial\Theta_1}{\partial z}\,, \tag{18}$$

$$z = 1 + d_1 :\ \frac{\partial\Theta_1}{\partial z} = 0\,,\ z = -d_2 :\ \Theta_2 = 0\,. \tag{19}$$

Решая данную задачу на собственные значения, мы получим пороги возбуждения конвекции, а также пространственные характеристики конвективных течений в широком диапазоне значений параметров: толщин слоёв, их относительных температуропроводностей и теплопроводностей.

3. Основные результаты

Решение краевой задачи (14)–(19) для случая нейтральных возмущений можно представить в виде:

$$\psi = \sqrt{\mathrm{Rp}}\, f(z)\sin kx\,,\ \Theta = g(z)\cos kx\,,$$
$$\Theta_1 = g_1(z)\cos kx\,,\ \Theta_2 = g_2(z)\cos kx\,. \qquad (20)$$

Решение для возмущений температуры в непроницаемых слоях из уравнений (16) и граничных условий (19) можно записать в виде:

$$g_1(z) = E_1[\mathrm{ch}\, kz - \mathrm{th}\, k(1+d_1)\,\mathrm{sh}\, kz],$$
$$g_2(z) = E_2[\mathrm{ch}\, kz + \mathrm{ch}\, kd_2\,\mathrm{sh}\, kz]. \qquad (21)$$

Исключая константы E_1, E_2 можно свести влияние окружающих непроницаемых слоёв к следующим эффективным граничным условиям при $z = 0$ и 1 для возмущений температуры и функции тока в среднем слое:

$$\frac{dg}{dz}(0) = \tilde{\kappa}_2 k\,\mathrm{cth}\, kd_2\, g(0),$$
$$\frac{dg}{dz}(1) = -\tilde{\kappa}_1 k\,\mathrm{th}\, kd_1\, g(1). \qquad (22)$$

Решение уравнений для среднего слоя (14), (15) с условием непротекания при $z = 1$ даёт:

$$f(z) = C_1(\mathrm{ch}\,\sigma_1 z - \cos\sigma_2 z) + C_2\,\mathrm{sh}\,\sigma_1 z - C_3\sin\sigma_2 z, \qquad (23)$$

$$g(z) = C_1(\mathrm{ch}\,\sigma_1 z + \cos\sigma_2 z) + C_2\,\mathrm{sh}\,\sigma_1 z + C_3\sin\sigma_2 z. \qquad (24)$$

Применяя условия (22), а также условие непротекания $f(0) = 0$, мы получаем систему линейных однородных алгебраических уравнений для коэффициентов C_1, C_2, C_3 со следующей матрицей:

$$\begin{pmatrix} \mathrm{ch}\,\sigma_1 - \cos\sigma_2 & -\mathrm{sh}\,\sigma_1 & \sin\sigma_2 \\ -2\tilde{\kappa}_2 k\,\mathrm{coth}\, kd_2 & \sigma_1 & \sigma_2 \\ \sigma_1\,\mathrm{sh}\,\sigma_1 - \sigma_2\sin\sigma_2 + \tilde{\kappa}_1 k\,\mathrm{th}\, kd_1(\mathrm{ch}\,\sigma_1 + \cos\sigma_2) & \sigma_1\,\mathrm{ch}\,\sigma_1 + \tilde{\kappa}_1 k\,\mathrm{th}\, kd_1\,\mathrm{sh}\,\sigma_1 & \sigma_2\cos\sigma_2 + \tilde{\kappa}_1 k\,\mathrm{th}\, kd_1\sin\sigma_2 \end{pmatrix}. \qquad (25)$$

Требование обращения определителя этой матрицы в ноль даёт следующее выражение, которое описывает нейтральную кривую, т.е. зависимость $\mathrm{Rp}(k, d_1, d_2, \tilde{\kappa}_1, \tilde{\kappa}_2)$ для нейтральных возмущений:

$$k(\tilde{\kappa}_1\,\mathrm{th}\, kd_1 + \tilde{\kappa}_2\,\mathrm{cth}\, kd_2)\times$$
$$\times(\sigma_1\,\mathrm{ch}\,\sigma_1\sin\sigma_2 + \sigma_2\,\mathrm{sh}\,\sigma_1\cos\sigma_2) +$$
$$+(2\tilde{\kappa}_1\tilde{\kappa}_2\,\mathrm{th}\, kd_1\,\mathrm{cth}\, kd_2 + 1)k^2\,\mathrm{sh}\,\sigma_1\sin\sigma_2 -$$
$$-\sigma_1\sigma_2(1 - \mathrm{ch}\,\sigma_1\cos\sigma_2) = 0. \qquad (26)$$

Минимизация этой кривой даёт критическое значение числа Рэлея–Дарси, соответствующее порогу возникновения конвекции при фиксированных значениях $d_1, d_2, \tilde{\kappa}_1, \tilde{\kappa}_2$. Отметим, что на возбуждение конвекции не влияет отношение температуропроводностей, а только теплопроводностей слоёв, что в целом ожидаемо для стационарной задачи.

Полезно обсудить некоторые частные случаи, изученные ранее в работах других авторов. В пределе $d_2 = 0$, $d_1 \to \infty$, $\tilde{\kappa}_1 = \tilde{\kappa}_2 = 1$, уравнение (26) сводится к уравнению (35) из [9] для случая изотропной среды. Действительно, этот предельный случай соответствует полубесконечному непроницаемому слою ниже пористого слоя и отсутствию непроницаемого слоя над пористым слоем. Верхняя граница пористого слоя в этом случае поддерживается при постоянной температуре. Условия этого предельного случая совпадают с условиями из предыдущей работы автора, описывающей конвекцию в морских донных отложениях под непроницаемым морским дном [9].

Другой предельный случай – идентичных непроницаемых слоёв – был изучен в работе [8]. Авторы рассмотрели тепловую конвекцию в пористом слое, зажатом между двумя толстыми теплопроводными границами с идентичными свойствами (толщиной, теплопроводностью и т.д.). Нетрудно убедиться, что наше уравнение (26) в пределе $d_1 = d_2 = d$ and $\tilde{\kappa}_1 = \tilde{\kappa}_2 = \kappa$ совпадает в точности с соответствующим уравнением (41) из [8].

Результаты численного решения уравнения (26) для различных значений параметров d_1, d_2, $\tilde{\kappa}_1, \tilde{\kappa}_2$, представлены на рис. 2, 3. В наших расчётах выбраны значения этих параметров равные 0.01, 1 и 1000. Различные кривые на рис. 2, *а*, *б*, и 3, *а*, *б* показывают, как изменяются нейтральные кривые с изменением относительной глубины и теплопроводности непроницаемых слоёв.

В предельном случае идентичных непроницаемых слоёв ($d_1 = d_2 = d$ и $\tilde{\kappa}_1 = \tilde{\kappa}_2 = \kappa$) эволюция нейтральных кривых при изменении κ и d показана на рис. 2, *а*. В случае, когда непроницаемые слои в 10 раз толще среднего слоя, более высокая их теплопроводность приводит к увеличению критических значений числа Рэлея–Дарси и волнового числа (см. кривые 1 и 4).

Действительно, малая величина κ означает, что непроницаемые слои довольно плохо отводят тепло от среднего слоя, и это примерно соответствует классической задаче Хортона–Лэпвуда–Роджерса с постоянным тепловым потоком на границах, для которой известны критические значе-

ния $\mathrm{Rp}_c = 12$, $k_c = 0$ [1, 2]. В противоположном случае большой относительной теплопроводности непроницаемых слоёв κ возмущения температуры внутри этих слоёв практически отсутствуют. Эта ситуация близка к классической задаче Хортона–Лэпвуда–Роджерса с постоянной температурой на границах, с критическими параметрами $\mathrm{Rp}_c = 4\pi^2$, $k_c = \pi$ [1, 2].

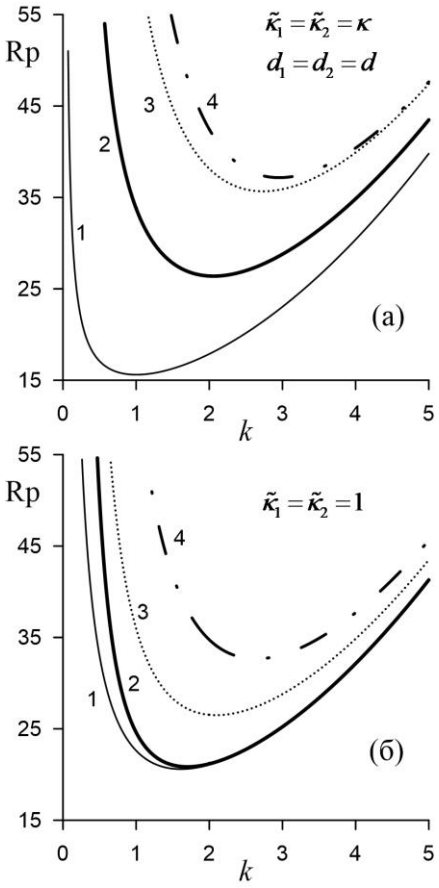


Рис. 2. *Нейтральные кривые конвективной неустойчивости в пористом слое, окружённом непроницаемыми слоями. Частный случай идентичных непроницаемых слоёв: (а) одинаковые теплопроводности и толщины,* $d_1 = d_2 = d$, $\tilde{\kappa}_1 = \tilde{\kappa}_2 = \kappa$*:* $d = 10$, $\kappa = 0.1$ *(кривая 1),* $d = 1$, $\kappa = 1$ *(кривая 2),* $d = 0.1$, $\kappa = 10$ *(кривая 3),* $d = 10$, $\kappa = 10$ *(кривая 4). (б) Одинаковые теплопроводности, но разные толщины,* $\tilde{\kappa}_1 = \tilde{\kappa}_2 = 1$*:* $d_1 = 0.01$, $d_2 = 1000$ *(кривая 1),* $d_1 = 0.01$, $d_2 = 1$ *(кривая 2),* $d_1 = 1000$, $d_2 = 1$ *(кривая 3),* $d_1 = 1000$, $d_2 = 0.01$ *(кривая 4).*

Для идентичных теплопроводностей непроницаемых слоёв критические значения Rp_c и k_c слегка увеличиваются с ростом глубины слоёв (см. кривые 3 и 4 на рис. 2, *а*). Этот результат может показаться парадоксальным, потому что ожидается, что нейтральная кривая приблизится к хорошо известной нейтральной кривой, полученной в однослойной модели в задаче Хортона–Лэпвуда–Роджерса, по мере того как глубина непроницаемых слоёв уменьшается до нуля. Rees *et al*. [6] проясняют это несоответствие путем тщательного изучения влияния глубины слоёв в сравнении с величиной теплопроводности. Действительно, при сложном соотношении теплопроводностей, недостаточно учитывать лишь соотношение толщин, в чём можно убедиться из графиков на рис. 3, *а, б*.

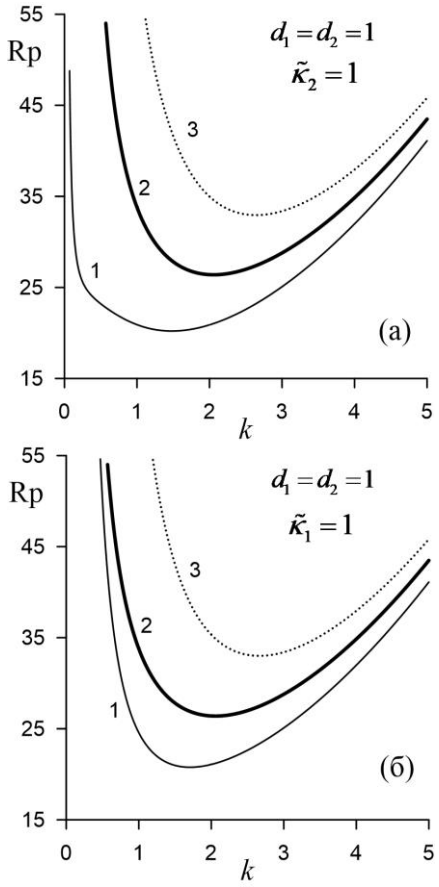


Рис. 3. *Нейтральные кривые конвективной неустойчивости в пористом слое, окруженном непроницаемыми слоями. (а) Одинаковые толщины, теплопроводность верхнего непроницаемого слоя* $\tilde{\kappa}_2 = 1$, $d_1 = d_2 = 1$*:* $\tilde{\kappa}_1 = 0.01$, 1, 1000 *(кривые 1, 2 и 3, соответственно). (б) Одинаковые толщины* $d_1 = d_2 = 1$*, теплопроводность нижнего непроницаемого слоя* $\tilde{\kappa}_1 = 1$*:* $\tilde{\kappa}_2 = 0.01$, 1, 1000 *(кривые 1, 2 и 3, соответственно).*

На рисунке 2, *б* представлены нейтральные кривые конвективной неустойчивости для случая одинаковой теплопроводности всех трёх слоёв, $\tilde{\kappa}_1 = \tilde{\kappa}_2 = 1$, и различной глубины непроницаемых слоёв. Из рисунка видно, что изменение толщины верхнего непроницаемого слоя практически не влияет на критическое число Рэлея–Дарси и критическое волновое число, если нижний непроницаемый слой очень тонкий (см. кривые 1 и 2). В про-

тивоположном случае толстого нижнего непроницаемого слоя уменьшение толщины верхнего слоя приводит к росту критического числа Рэлея–Дарси и критического волнового числа (см. кривые 3 и 4).

Случай одинаковых толщин трёх слоёв ($d_1 = d_2 = 1$) при фиксированной теплопроводности верхнего непроницаемого слоя ($\tilde{\kappa}_2 = 1$) и теплопроводности нижнего непроницаемого слоя ($\tilde{\kappa}_1 = 1$) представлены на рис. 3, *а* и 3, *б*, соответственно. Уменьшение или увеличение относительной теплопроводности одного из непроницаемых слоёв приводит к приближению нейтральной кривой к одному из упомянутых выше результатов для однослойной системы. Для идеально теплопроводных границ – к кривой с $\mathrm{Rp}_c = 4\pi^2$, $k_c = \pi$, а для теплоизолированных – к кривой с $\mathrm{Rp}_c = 12$, $k_c = 0$. А также к промежуточной ситуации с одной теплоизолированной границей, а другой – идеально теплопроводной, для которой $\mathrm{Rp}_c = 27.1$, $k_c = 2.3$. Как видно, влияние тепловых свойств непроницаемых слоёв практически симметрично: критические значения Rp_c и k_c очень близки, если поменять первый и второй слой местами.

4. Заключение

В рамках изучения термоконвективных течений в верхних слоях донных отложений, решена задача об устойчивости жидкости в слое пористой среды при наличии сверху и снизу гидроизолирующих слоёв. Данная трёхслойная система находится в поле вертикального градиента температуры и силы тяжести. Задача о конвективной устойчивости в среднем слое с жидкостью решалась совместно с задачами о распространении тепла в твёрдых непроницаемых слоях. Управляющий параметр задачи – число Рэлея–Дарси зависит от большого количества характеристик системы: относительной толщины слоёв, относительных тепло- и температуропроводности слоёв. В аналитическом виде получены выражения для распределения температуры и скорости фильтрации в зависимости от относительных характеристик слоёв. Получено выражение, определяющее порог возникновения конвекции в зависимости от относительных характеристик слоёв. Численно получены нейтральные кривые в широком диапазоне относительных толщин и тепловых характеристик. Показано, что наличие гидроизолирующих слоёв оказывает существенное влияние на порог возникновения конвекции, а также на характерный размер конвективных валов (волновое число). В конечном итоге распространение тепловых конвективных возмущений за пределы слоя с жидкостью приводит к тому, что характерные значения критического числа Рэлея–Дарси и волнового числа стремятся к одному из известных предельных значений. Эти предельные значения соответствуют следующим конфигурациям однослойной системы: (1) обе границы теплоизолирующие, (2) обе границы идеально теплопроводные, (3) одна граница – теплоизолирующая, другая – теплопроводный. Примечательно, что несмотря на нашу постановку задачи, в которой тепловые условия на внешних границах смешанные, т.е. ближе к конфигурации (3), в зависимости от соотношения теплопроводностей и толщин, можно получить значения и для двух других конфигураций. С точки зрения применения результатов теоретических расчетов к данным натурных наблюдений или лабораторных экспериментов в работе продемонстрирована необходимость учёта свойств конечных гидроизолирующих слоёв.

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы № 124021600038-9.

Список литературы

1. *Horton C. W., Rogers F. T.* Convection currents in a porous medium. Journal of Applied Physics. 1945. Vol. 16. P. 367–370.
2. *Lapwood E.R.* Convection of a fluid in a porous medium // Proceedings of Cambridge Philosophical Society. 1948. Vol. 44. P. 508–521.
3. *Bories S., Thirriot C.* Échanges thermiques et tourbillons dans une couche poreuse horizontale // La Houille Blanche. 1969. Vol. 24, № 3. P. 237–245.
4. *Nield D. A., Bejan A.* Convection in porous media. New York: Springer, 2017. 988 p.
5. *Pop I., Ingham D. B.* Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modeling of Viscous Fluids and Porous Media. Oxford: Pergamon, 2001. 648 p.
6. *Mojtabi A., Rees D. A. S.* The effect of conducting bounding plates on the onset of Horton–Rogers–Lapwood convection // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2011. Vol. 54, № 1–3. P. 293–301.
7. *Rees D. A. S., Mojtabi A.* The effect of conducting boundaries on weakly nonlinear Darcy–Bénard convection // Transport in Porous Media. 2011. Vol. 88, № 1. P. 45–63. DOI: 10.1007/s11242-011-9722-0.
8. *Mohammad A. N., Rees D. A. S., Mojtabi A.* The effect of conducting boundaries on the onset of convection in a porous layer which is heated from below by internal heating // Transport in Porous Media. 2017. Vol. 117. P. 189–206.
9. *Самойлова А. Е., Егорова А. А.* Влияние анизотропии проницаемости и свойств дна на тепловую конвекцию в донных отложениях // Вест-

ник Пермского университета. Физика. 2024. № 4. С. 55–63.
10. *Егорова А. А., Самойлова А. Е.* Фильтрационное течение в донных морских отложениях под действием параметрических неоднородностей / Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: Мат. конф., М.: ООО «Принт Про», 2025. С. 164–167.
11. *Paull C. K., Matsumoto R., Wallace P. J. and Dillon W. P.* Proceedings, scientific results, ocean drilling program, leg 164, gas hydrate sampling on the Blake Ridge and Carolina Rise // Proceedings of the Ocean Drilling Program: Scientific Results. 2000. Vol. 164. P. 1–459.
12. *Zhang Z., Liu L., Lu W., Liu C., Ning F., Dai S.* Permeability of hydrate-bearing fine-grained sediments: Research status, challenges and perspectives. Earth-Science Reviews. 2023. Vol. 244, 104517.
13. *Кузнецов В.Г.* Литология. Осадочные горные породы и их изучение: учеб. пособие для вузов. М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2007. 511 с.

References

1. Horton C.W., Rogers F.T. Convection currents in a porous medium. *Journal of Applied Physics*. 1945, vol.16, pp. 367–370.
2. Lapwood E.R. Convection of a fluid in a porous medium. *Proceedings of Cambridge Philosophical Society*, 1948, vol. 44, pp. 508–521.
3. Bories S., Thirriot C. Échanges thermiques et tourbillons dans une couche poreuse horizontale. *La Houille Blanche*, 1969, vol. 24, no. 3,.pp. 237–245.
4. Nield D. A., Bejan A. *Convection in Porous Media*. New York: Springer, 2017. 988 p.
5. Pop I., Ingham D. B. *Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modeling of Viscous Fluids and Porous Media*. Oxford: Pergamon, 2001. 648 p.
6. Mojtabi A., Rees D. A. S. The effect of conducting bounding plates on the onset of Horton–Rogers–Lapwood convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2011, vol. 54, no. 1–3, pp. 293–301.
7. Rees D. A. S., Mojtabi A. The effect of conducting boundaries on weakly nonlinear Darcy–Bénard convection. *Transport in Porous Media*, 2011, vol. 88, no. 1, pp. 45–63.
8. Mohammad A. N., Rees D. A. S., Mojtabi A. The effect of conducting boundaries on the onset of convection in a porous layer which is heated from below by internal heating. *Transport in Porous Media*, 2017, vol. 117, pp.189–206.
9. Samoilova A. E., Egorova A. A. Influence of permeability anisotropy and boundary conditions on thermal convection in seabed sediments // *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 2024, no. 4, pp. 55–63.
10. Egorova A. A., Samoilova A. E. Filtration flow in seabed sediments due to parametrical nonhomogeneities. *Proc. Int. Conf. "Physical and mathematical modeling of processes in geomedia"*. Moscow, 2025, pp. 164–167. (in Russian)
11. Paull C. K., Matsumoto R., Wallace P. J., Dillon W. P. Ocean drilling program, leg 164. Gas hydrate sampling on the Blake Ridge and Carolina Rise. *Proceedings of the Ocean Drilling Program: Scientific Results*, 2000, vol. 164, pp. 1-459.
12. Zhang Z., Liu L., Lu W., Liu C., Ning F., Dai S. Permeability of hydrate-bearing fine-grained sediments: Research status, challenges and perspectives. *Earth-Science Reviews*, 2023, vol. 244, 104517.
13. Kuznetsov V.G. *Lithology. Sedimentary Rocks and Their Study*. Moscow: Nedra-Biznestsentr, 2007. 511 p. (in Russian)

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:
Самойлова А. Е. Влияние гидроизолирующих слоёв на конвективную неустойчивость жидкости в пористой среде // Вестник Пермского университета. Физика. 2026. № 3. С. 74–80. doi: 10.17072/1994-3598-2026-3-74-80

Please cite this article in English as:
Samoilova A. E. Effect of impermeable thick boundaries on the convective instability in a porous layer. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2026, no. 3, pp. 74–80. doi: 10.17072/1994-3598-2026-3-74-80

Сведения об авторах
Анна Евгеньевна Самойлова, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник лаборатории подземной утилизации углерода, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Ак. Королёва, 1, Пермь, 614013

Author information
Anna E. Samoilova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia