

УДК 532.5.032
PACS 47.55.Dz, 47.50.Gj

Продольные колебания капли в сосуде конечного объёма с неоднородными стенками

А. А. Алабужев

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия
alabuzhev@icmm.ru

В данной работе изучается влияние свойств поверхностей подложек на колебания капли жидкости, зажатой между торцами цилиндрического сосуда конечного объёма, заполненного другой жидкостью. В равновесном состоянии капля имеет форму цилиндра и ограничена в осевом направлении торцами сосуда. Поверхности торцов неоднородные и могут отличаться друг от друга свойствами смачивания. Учитывается динамика линии контакта трёх сред (капля–жидкость–твёрдая поверхность): скорость движения контактной линии пропорциональна отклонению краевого угла от его равновесного значения. Коэффициент пропорциональности (параметр смачивания) является функцией координат поверхности подложки, что позволяет рассматривать эту поверхность как неоднородную. На сосуд действует вибрационная сила, которая направлена вдоль оси симметрии сосуда и перпендикулярна его торцам. Такие вибрации возбуждают только нечётные гармоники осесимметричных колебаний капли, но из-за неоднородности и разных свойств поверхностей будут возбуждаться как чётные гармоники, так и азимутальные моды, спектр которых определяется видом неоднородности. Исследована зависимость частот и декрементов затухания собственных колебаний от параметров задачи. Показано, что неоднородность меняет эффективный параметр смачивания, уменьшая его, и качественно меняет зависимость декрементов затухания от параметра Хоккинга для вытянутых капель. При исследовании вынужденных колебаний обнаружены хорошо заметные резонансные эффекты. Показано, что присутствуют резонансные частоты азимутальных мод.

Ключевые слова: цилиндрическая капля; идеальная жидкость; неоднородная поверхность; движение линии контакта; осевые колебания; собственные колебания; вынужденные колебания.

Поступила в редакцию 10.03.2026; после рецензии 23.04.2026; принята к опубликованию 23.04.2026

Longitudinal oscillations of a droplet in a vessel of finite volume with inhomogeneous walls

A. A. Alabuzhev

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia
alabuzhev@icmm.ru

This article examines how the properties of substrate surfaces influence the oscillations of a liquid droplet clamped between the ends of a cylindrical vessel of finite volume filled with another liquid. At equilibrium, the droplet is cylindrical and confined axially by the ends of the vessel. The end surfaces are non-uniform and may differ in their wetting properties. The dynamics of the contact line between three media (droplet–liquid–solid surface) is considered: the contact line velocity is proportional to the deviation of the contact angle from its equilibrium value. The proportionality coefficient (wetting parameter) is a function of the substrate surface coordinates, which allows this surface to be considered non-uniform. The vessel is subject to a vibrational force directed along the

vessel's axis of symmetry and perpendicular to its ends. Such vibrations excite only odd harmonics of axisymmetric droplet oscillations; but due to inhomogeneity and different surface properties, there will be excited both even harmonics and azimuthal modes, the spectrum of which is determined by the type of inhomogeneity. The dependence of the frequencies and damping factors of natural oscillations on the problem parameters is investigated. It is shown that inhomogeneity changes the effective wetting parameter, decreasing it, and qualitatively alters the dependence of the damping factors on the Hawking parameter for elongated droplets. When studying forced oscillations, clearly visible resonance effects were discovered. It is shown that resonant frequencies of azimuthal modes are present.

Keywords: cylindrical drop; ideal liquid; heterogeneous surface; contact line dynamics; axisymmetric oscillations; free oscillation; forced oscillations

Received 10 March 2026; revised 23 April 2026; accepted 23 April 2026

doi: 10.17072/1994-3598-2026-2-24-29

1. Введение

Свойства поверхности подложки оказывают основополагающее влияние как на течение жидкости, так и на движении линии контакта трёх сред [1–5]. В большинстве случаев неоднородность представляет собой рельеф поверхности – шероховатость (бугорки, бороздки, каверны и пр.) естественного или искусственного происхождения. Кроме этого, подложка может состоять из разных материалов, различающиеся, например, по свойствам смачивания.

В данной работе исследуются собственные и вынужденные продольные (параллельные оси симметрии) колебания цилиндрической капли, находящейся в сосуде конечного объёма подобно задаче [6]. В отличие от работы [6], будем рассматривать неоднородные поверхности торцов сосуда, которые отличаются друг от друга, используя модель движения линии контакта трёх сред, предложенную [7]. В результате, для каждого торца будет введена своя функция неоднородности $\Lambda^*(x, y)$, где x, y – координаты в плоскости поверхности торца.

Ранее было показано, что в случае однородных подложки продольные вибрации возбуждают нечётные гармоники осесимметричных колебаний капли [8, 9]. Движение линии контакта по неоднородной поверхности приводит к возбуждению азимутальных мод, спектр которых определяется видом неоднородности. Отличающиеся друг от друга поверхности нарушают это симметрию, т.е. в спектре будут присутствовать как нечётные, так и чётные гармоники, как было показано в [8, 9]. Отметим, что зависимость частот собственных колебаний от параметра смачивания различаются для разных неоднородностей поверхности.

2. Постановка задачи

Постановка задачи во многом аналогична [6]. Рассматривается капля несжимаемой жидкости

плотностью ρ_i^* , которая находится в цилиндрическом сосуде радиуса R_0^* и высотой h^* (рис. 1). В равновесном состоянии капля имеет форму цилиндра радиуса r_0^* , который ограничен в осевом направлении параллельными твёрдыми поверхностями (дном и крышкой сосуда). Равновесный краевой угол между боковой поверхностью капли и твёрдой поверхностью прямой. Капля в сосуде окружена несжимаемой жидкостью плотностью ρ_e^* . Поверхность раздела деформируемая (коэффициент поверхностного натяжения σ^*) и в цилиндрической системе координат (r^*, α, z^*) описывается уравнением $F(r^*, \alpha, z^*, t^*) = r^* - r_0^* - \zeta^*(\alpha, z^*, t^*) = 0$, где $\zeta^*(\alpha, z^*, t^*)$ – отклонение поверхности от равновесного положения. На сосуд действует вибратонная сила с частотой ω^* и амплитудой A^* , которая направлена вдоль оси симметрии сосуда.

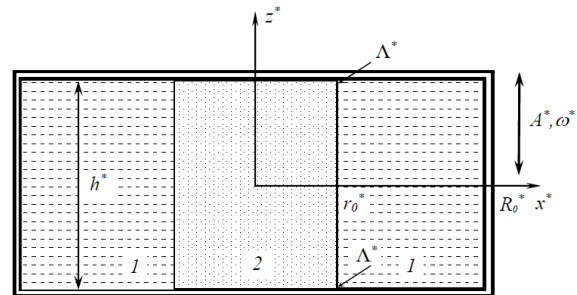


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 – жидкость, 2 – капля

Принимая в качестве характерных величин длины – R_0^* , высоты – h^* , плотности – $\rho_e^* + \rho_i^*$, времени – $\sigma^{-1/2} \sqrt{(\rho_e^* + \rho_i^*) R_0^3}$, потенциала скорости – $A^* \sqrt{\sigma} ((\rho_e^* + \rho_i^*) R_0^3)^{-1/2}$, давления – $A^* \sigma (R_0^*)^{-2}$ и отклонения поверхности – A^* , переходим к безразмерным переменным и получаем следующую линейную задачу:

$$p_j = -\rho_j (\varphi_{jt} + \omega^2 b z \cos(\omega t)),$$

$$\Delta \varphi_j = 0, \quad j = i, e, \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + b^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$r = 1: [\varphi_r] = 0, \quad \zeta_t = \varphi_r, \quad [p] = \zeta + \zeta_{\alpha\alpha} + b^2 \zeta_{zz}, \quad (2)$$

$$z = \pm \frac{1}{2}: \varphi_z = 0, \quad (3)$$

$$r = r_0: \varphi_r = 0, \quad (4)$$

$$r = 1, \quad z = \pm \frac{1}{2}: \zeta_t = \mp \Lambda_{u,b}(\alpha) \zeta_z, \quad (5)$$

где p – давление жидкости, φ – потенциал скорости, $\Lambda_{u,b}(\alpha)$ – безразмерный параметр Хокинга на верхнем и нижнем торце сосуда, соответственно, квадратные скобки соответствуют скачку величины на границе раздела между внешней жидкостью и каплей. Более подробно об ограничениях модели можно посмотреть в [6–10].

В задаче (1)–(5) введены безразмерные параметры: $b = r_0^*/h^*$ – геометрический параметр, $\rho_i = \rho_i^* (\rho_e^* + \rho_i^*)^{-1}$, $\rho_e = \rho_e^* (\rho_e^* + \rho_i^*)^{-1}$ – соотношения плотностей, $\lambda = \Lambda^* \sigma^{-1/2} b \sqrt{(\rho_e^* + \rho_i^*) R_0^*}$ – капиллярный параметр, $\omega = \omega^* \sigma^{-1/2} \sqrt{(\rho_e^* + \rho_i^*) R_0^*}$ – частота вибраций.

3. Собственные колебания

Решение краевой задачи (1)–(5), за исключением внешней силы, будем искать в виде ряда Фурье по собственным функциям оператора Лапласа (1) с учётом граничных условий (3) и (4). Подробнее это решение можно посмотреть в работах [6, 9, 10], в которых использовались аналогичные методы решения. В результате, получаем задачу на собственные значения, собственными числами которой являются комплексные решения Ω – частоты собственных колебаний. При этом $\text{Im}(\Omega) > 0$, что означает затухание свободных колебаний. Это затухание вызвано лишь условием на линии контакта и не связано с вязкостью. Данная система решалась численно методом двумерных секущих при $m=10$, $n=100$ (относительная ошибка с $n=10$ ~10%, с $n=200$ ~1%).

Аналогично [6], рассмотрим частный случай неоднородности поверхности пластин: $\Lambda(\alpha) \sim |x| \sim |\cos(\alpha)|$, т.е. коэффициент Хокинга λ растёт линейно по x . Отметим, что неоднородность необходимо учитывать только вблизи контактной линии. Таким образом, в дальнейшем будем предполагать, что $\Lambda(\alpha) = \lambda_0 |\cos(\alpha)|$ или $\Lambda_{u,b}(\alpha) = \lambda_{u,b} |\cos(\alpha)|$. Очевидно, что значения частот будут количественно отличаться друг от друга

при разных неоднородностях, но качественно, получаемые эффекты будут аналогичные.

На рис. 2 приведена зависимость частоты и инкремента затухания колебаний первой (нечётной) гармоники осесимметричной моды для случаев одинаковых однородных ($R_0 \rightarrow \infty$), различающих однородных ($R_0 \rightarrow \infty$) и неоднородных поверхностей подложек ($R_0 = 5$). Используемая неоднородность качественно не меняет поведение кривых. Отметим, что в предельных случаях λ_0 неоднородность неважна: при малых значениях λ_0 линия контакта неподвижна, при больших – не взаимодействует с поверхностью. Неоднородность поверхности уменьшает параметр Хокинга, т.е. эффективный параметр становится меньше в сравнении с однородной поверхностью (см. рис. 2). Кроме того, с увеличением радиуса сосуда R_0 значения частот растут [6, 10]. Однако при расстояниях между боковой поверхностью капли и стенкой сосуда сравнимых (или меньших) радиуса капли, возникает вопрос применимости используемой модели, которая, например, не учитывает силу Бьеркнеса и пр.

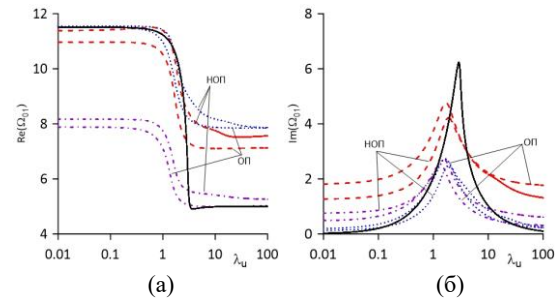


Рис. 2. Зависимость частоты $\text{Re}(\Omega_{01})$ (а) и коэффициента затухания $\text{Im}(\Omega_{01})$ (б) первой гармоники осесимметричной моды собственных колебаний от параметра Хокинга λ_u ($b=1$, $R_0=5$) для однородной (ОП) ($R_0 \rightarrow \infty$) и неоднородной (НОП) поверхности подложки ($R_0=5$): одинаковые однородные поверхности ($\lambda_u = \lambda_b$) – сплошная линия, $\lambda_b = 0.1$ – пунктирная, $\lambda_b = 1$ – штриховая, $\lambda_b = 10$ – штрих-пунктирная

Кроме колебательного режима (свободны колебания), взаимодействие контактной линии с подложкой может приводить к монотонному затуханию колебания, т.е. занулению частоты собственных колебаний. Этот эффект определяется двумя параметрами: размерами капли b и параметра Хокинга λ_0 . Например, при малом значении b , т.е. для вытянутых капель, такой эффект возникает при конечных значениях λ_0 (т.е. при максимальном затухании, см. рис. 2, б) из-за затухания поверхностных капиллярных волн на поверхности

раздела (рис. 3). Другими словами, уменьшение b приводит к увеличению боковой поверхности при неизменном радиусе капли и к увеличению диссипации энергии поверхностных волн. Частота затухает на некотором промежутке значений λ_0 (рис. 3, а, сплошная линия). Границы этого интервала соответствуют точкам ветвления для декремента затухания (рис. 3, б). Из графиков на рис. 3 видно, что граница этого интервала смещаются из-за неоднородности (рис. 3, а) и присутствует локальный максимум(ы) для декремента затухания (рис. 3, б). Например, для случая неоднородной поверхности при $\lambda_b = 1$, конец этого интервала сдвинут далеко вправо. Следовательно, неоднородность может качественно менять такие зависимости. Кроме того, при малых значениях b возможно развитие неустойчивости Рэлея–Плато монотонным образом. Критическое значение $b = 1/\pi$, что соответствует половине длины волны Рэлееской неустойчивости.

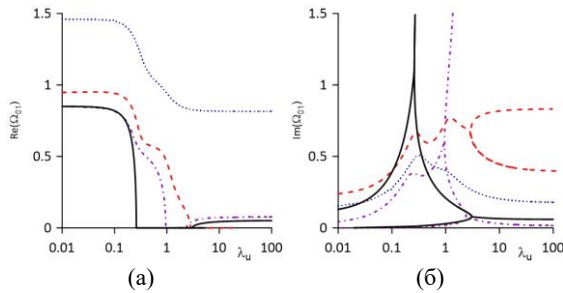


Рис. 3. Зависимость частоты $\text{Re}(\Omega_{01})$ (а) и коэффициента затухания $\text{Im}(\Omega_{01})$ (б) первой гармоники осесимметричной моды собственных колебаний от параметра Хоккинга ($b = 0.32$, $R_0 = 5$), однородные разные поверхности – сплошная линия ($\lambda_b = 1$, $R_0 \rightarrow \infty$), неоднородная поверхность: $\lambda_b = 0.1$ – пунктирная, $\lambda_b = 1$ – штриховая, $\lambda_b = 10$ – штрих-пунктирная

Подобный эффект наблюдается и для основных частот азимутальных мод $m \geq 2$ для сплюснутых капель. В этом случае увеличивается длина линии контакта при неизменной высоте капли, что приводит к увеличению диссипации на контактной линии.

4. Вынужденные колебания

Рассмотрим теперь вынужденные колебания пузырька в пульсационном поле давления. Решение краевой задачи (1)–(5), аналогично случаю свободных колебаний. Полученная система решалась численно методом Гаусса при $m = 10$, $n = 200$ (относительная ошибка с $n = 50 \sim 10\%$, с $n = 250 \sim 1\%$).

Введём обозначение максимального отклонения боковой поверхности пузырька от равновесно-

го положения в середине слоя (при $z = 0.25$, $\alpha = 0$):

$$\zeta_q = \max \left(\left| \zeta \right|_{z=0.25, \alpha=0} \right).$$

Отметим, что амплитуда колебаний боковой поверхности и линии контакта зависит от угла α в отличие от однородных пластин. Аналогично определим обозначения для максимального отклонения линии контакта на твёрдой поверхности:

$$\zeta_{us,bs} = \max \left(\left| \zeta \right|_{z=\pm 1/2, \alpha=0} \right),$$

и в середине слоя:

$$\zeta_0 = \max \left(\left| \zeta \right|_{z=0, \alpha=0} \right).$$

На рис. 4 показаны амплитуды колебаний линии контакта (рис. 4, а, б) и отклонения поверхности (рис. 4, в, г) при $b = 1$ для однородных и неоднородных пластин. В случае неоднородных поверхностей подложек хорошо заметны дополнительные резонансные пики, которые соответствуют гармоникам азимутальной моды $m = 2$. Тем не менее, пики на частотах осесимметричной моды более заметны, так как именно они возбуждаются внешней силой и, только благодаря движению линии контакта по неоднородной поверхности, возбуждают другие моды. Кроме того, этот пик выше в сравнении с однородной поверхностью из-за эффективного уменьшения параметра Хоккинга, т.е. уменьшения диссипации энергии.

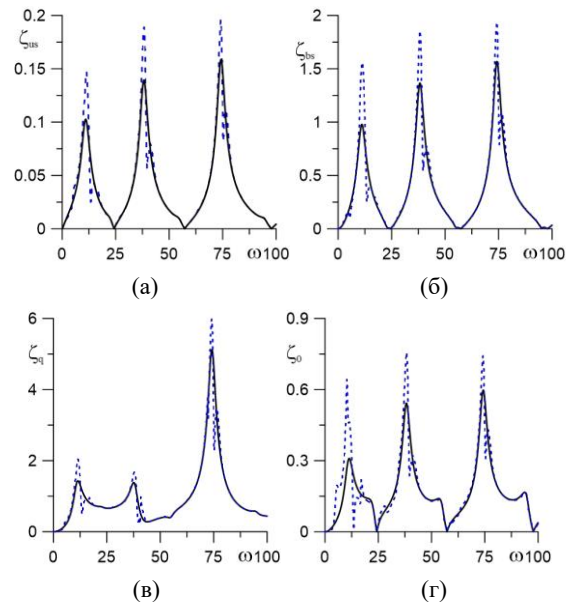


Рис. 4. Зависимость амплитуды ζ_{us} (а) и ζ_{bs} (б) колебаний линии контакта и амплитуды ζ_q (в) и ζ_0 (г) колебаний поверхности от частоты внешнего воздействия ω ($b = 1$, $\lambda_u = 0.1$, $\lambda_b = 1$). Однородная поверхность – сплошная линия ($R_0 \rightarrow \infty$), неоднородная – штриховая ($R_0 = 5$)

На рис. 5 показаны амплитуды колебаний линии контакта (рис. 5, а, б) и отклонения поверхности (рис. 5, в, г) при $b = 0.32$ для однородных и неоднородных пластин. Видно отсутствие резонансных пиков первой гармоники, так как частота этой гармоники равна нулю (см. рис. 3, б). При одинаковых поверхностях возбуждаются только нечетные гармоники, поэтому отклонение поверхности равно нулю при $z = 0$ (рис. 5, г, $\lambda_u = \lambda_b = 1$).

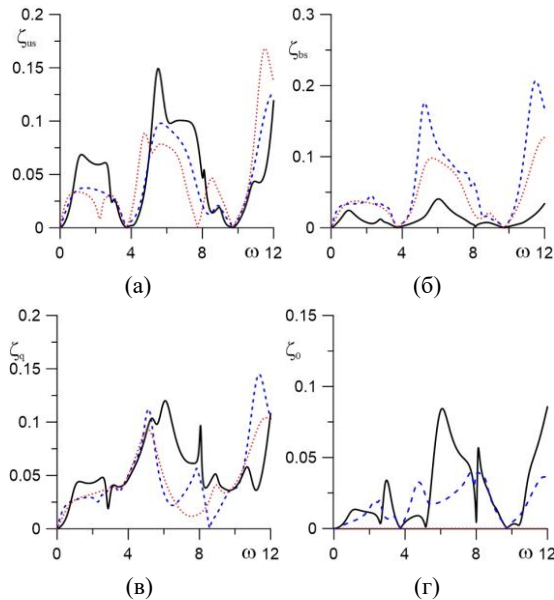


Рис. 5. Зависимость амплитуды ζ_{us} (а) и ζ_{bs} (б) колебаний линии контакта и амплитуды ζ_q (в) и ζ_0 (г) колебаний поверхности от частоты внешнего воздействия ω ($b = 1$, $R_0 = 5$, $\lambda_u = 1$). $\lambda_b = 0.1$ – сплошная линия, $\lambda_b = 1$ – штриховая, $\lambda_b = 10$ – пунктирная

На рис. 6 построена форма линии контакта и боковой поверхности в разные моменты периода колебаний. Видно, что форма линии контакта (рис. 6, а, б) отличается от окружности, которая была бы в случае однородной поверхности. Кроме того, линия контакта неподвижна при $\alpha = 90^\circ$ и $\alpha = 270^\circ$, т.е. при $\Lambda(\alpha) = 0$.

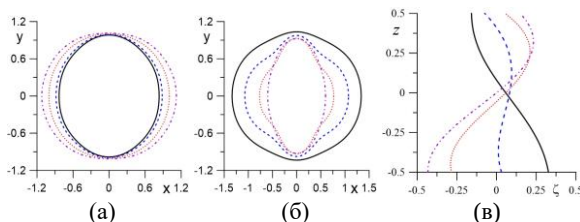


Рис. 6. Форма линии контакта (вверх – а, низ – б) и сечение боковой поверхности (в) при $\alpha = 0$ в разные моменты периода колебаний $T = 2\pi\omega^{-1}$ ($b = 1$, $R_0 = 5$, $\omega = 8$, $\lambda_u = 1$, $\lambda_b = 10$, $\varepsilon = 1$). $t = 0$ – сплошная линия, $t = 0.125T$ – штриховая, $t = 0.25T$ – пунктирная, $t = 0.375T$ – штрихпунктирная

5. Заключение

Исследованы собственные и вынужденные колебания капли жидкости в сосуде конечного объема цилиндрической формы. Капля зажата торцами с различающимися неоднородными поверхностями и окружена другой жидкостью. Движение контактной линии моделируется модифицированным уравнением Хокинга. На сосуд действуют осевые вибрации.

Показано, что неоднородные поверхности эффективно изменяют значения параметра Хокинга и приводят к появлению локальных экстремумов для декрементов затухания. Происходит сдвиг интервала значений, на котором монотонно затухает первая гармоника осесимметричной моды, из-за неоднородности, и изменение его длины из-за различающихся свойств поверхностей торцов. Показано, что частоты собственных колебаний понижаются с уменьшением радиуса сосуда.

Внешние вибрации возбуждают колебания нечетных гармоник осесимметричной моды. Различающиеся свойства поверхностей нарушают симметрию, что приводит к возбуждению четных гармоник. При движении линии контакта по неоднородной подложке возбуждаются азимутальные моды, спектр которых определяется формой неоднородности поверхности. Показано, что форма линии контакта на неоднородной поверхности отличается от окружности в случае однородной. Возможно определение формы неоднородности подложки, исходя из формы линии контакта.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (бюджетная тема № 126020916825-4)

Список литературы

1. Dussan E. B. On the spreading of liquids on solid surfaces: static and dynamic contact lines // Ann. Rev. Fluid Mech. 1979. Vol. 11. P. 371–400. DOI: 10.1146/annurev.fl.11.010179.002103
2. де Жен П.Ж. Смачивание: статика и динамика // УФН. 1987. Т. 151. Вып. 4. С. 619–681. DOI: 0.3367/UFNr.0151.198704c.0619
3. Bonn D., Eggers J., Indekeu J. et al. Wetting and spreading // Rev. Mod. Phys. 2009. Vol. 81. P. 739–805. DOI: 10.1103/RevModPhys.81.739
4. Bormashenko E. Wetting of flat and rough curved surfaces // J. Phys. Chem. C. 2009. Vol. 113. P. 17275–17277. DOI: 10.1021/jp905237v
5. Erbil H.Y. The debate on the dependence of apparent contact angles on drop contact area or three-phase contact line: A review // Surface Science Reports. 2014. Vol. 69. P. 325–365. DOI: 10.1016/j.surfrep.2014.09.001
6. Алабужев А. А. Влияние неоднородности поверхности подложки на продольные колебания капли в ограниченном объеме жидкости //

- Вестник Пермского университета. Физика. 2025. № 3. С. 43–52. DOI: 10.17072/1994-3598-2025-3-43-52
7. Hocking L. M. The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // *Journal of Fluid Mechanics*. 1987. Vol. 179. P. 253–266. DOI: 10.1017/S0022112087001514
 8. Alabuzhev A. A., Kashina M. A. Influence of surface properties on axisymmetric oscillations of an oblate drop in an alternating electric field // *Radio-physics and Quantum Electronics*. 2019. Vol. 61. P. 589–602. DOI: 10.1007/s11141-019-09919-4
 9. Pyankova M. A., Alabuzhev A. A. Influence of the properties of the plate surface on the oscillations of the cramped drop // *Phys. Fluids*. 2022. Vol. 34, 092015. DOI: 10.1063/5.0101011
 10. Алабузhev A. A. Продольные колебания цилиндрической капли в ограниченном объеме жидкости // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2016. Т. 9, № 3. С. 316–330. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.3.26
 4. Bormashenko, E. Wetting of flat and rough curved surfaces. *J. Phys. Chem. C*, 2009, vol. 113, pp. 17275–17277. DOI: 10.1021/jp905237v
 5. Erbil H. Y. The debate on the dependence of apparent contact angles on drop contact area or three-phase contact line: A review. *Surface Science Reports*, 2014, vol. 69, pp. 325–365. DOI: 10.1016/j.surfrep.2014.09.001
 6. Alabuzhev A. A. The influence of the substrate surface heterogeneity on axisymmetric oscillations of a drop in a finite volume of liquid. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2025 no. 3, pp. 43–52. DOI: 10.17072/1994-3598-2025-3-43-52
 7. Hocking L. M. The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary. *J. Fluid Mech.*, 1987, vol. 179, pp. 253–266. DOI: 10.1017/S0022112087001514
 8. Alabuzhev A. A., Kashina M. A. Influence of surface properties on axisymmetric oscillations of an oblate drop in an alternating electric field. *Radio-physics and Quantum Electronics*, 2019, vol. 61, pp. 589–602. DOI: 10.1007/s11141-019-09919-4
 9. Pyankova M. A., Alabuzhev A. A. Influence of the properties of the plate surface on the oscillations of the cramped drop. *Phys. Fluids*, 2022, vol. 34, 092015. DOI: 10.1063/5.0101011
 10. Alabuzhev A. A. Axisymmetric oscillations of a cylindrical drop in the final volume of fluid. *Computational Continuum Mechanics*, 2016, vol. 9, no. 3, pp. 316–330. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.3.26

References

1. Dussan E. B. On the spreading of liquids on solid surfaces: static and dynamic contact lines. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1979, vol. 11, pp. 371–400. DOI: 10.1146/annurev.fl.11.010179.002103
2. de Gennes P. G. Wetting: statics and dynamics. *Reviews of Modern Physics*, 1985, vol. 57, pp. 827–863. DOI: 10.1103/RevModPhys.57.827
3. Bonn D., Eggers J., Indekeu J., Meunier J. Wetting and spreading. *Rev. Mod. Phys.*, 2009, vol. 81, pp. 739–805. DOI: 10.1103/RevModPhys.81.739

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Алабузhev A. A. Продольные колебания капли в сосуде конечного объёма с неоднородными стенками // Вестник Пермского университета. Физика. 2026. № 2. С. 24–29. doi: 10.17072/1994-3598-2026-2-24-29

Please cite this article in English as:

Alabuzhev A. A. Longitudinal oscillations of a droplet in a vessel of finite volume with inhomogeneous walls. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2026, no. 2, pp. 24–29. doi: 10.17072/1994-3598-2026-2-24-29

Сведения об авторах

Алабузhev Алексей Анатольевич, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник лаборатории вычислительной гидродинамики, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Ак. Королёва, 1, Пермь, 614013, профессор кафедры теоретической физики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068

Author information

Aleksey A. Alabuzhev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Computational Hydrodynamics, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia; Professor, Department of Theoretical Physics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia