ВЕСТНИК ПЕРМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

2026 • ФИЗИКА • Вып. 3

УДК 62-57; 621.036.7
PACS 07.20.Pe, 07.05.Tp, 02.70.−c

Точность экспоненциальной зависимости температуры маслобака в подкапотном пространстве при его разогреве нагретым воздухом в условиях пониженных температур

С. В. Мингалев[1†], Е. А. Попов[1], Ю. К. Непомнящий[2]

[1] АО «ОДК-Авиадвигатель», Пермь, Россия
[2] Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия
[†] mingalev-sv@avid.ru

Статья посвящена разработке аналитического подхода для прогнозирования изменения температуры масла в маслобаке при его нагреве горячим воздухом в подкапотном пространстве авиационного двигателя в условиях пониженных температур. Актуальность исследования обусловлена ростом вязкости масла на холоде, что приводит к повышенному износу и риску отказов при запуске двигателя. В работе предлагается аналитическое решение на основе системы уравнений сохранения массы и энергии для воздуха в подкапотном пространстве и уравнения нагрева масла. Из этой системы уравнений найдено выражение для максимально достижимой температуры масла. С использованием метода многих масштабов получено аналитическое выражение для зависимости температуры масла от времени, имеющее вид экспоненты с характерным временем, зависящим от параметров масла, эжекторного подогрева, теплообмена воздуха в подкапотном пространстве с окружающей средой и маслобаком. Проведена оценка точности приближения путём сравнения с численным решением для диапазонов безразмерных параметров, характерных для авиационных двигателей. Показано, что максимальная относительная ошибка определения времени достижения температуры близкой к максимальной не превышает 10% при малом параметре, равном 0.1 и снижается до менее чем 1% при его значении 0.01. Получена приближённая формула, позволяющая оценить погрешность определения времени достижения температуры близкой к максимальной.

Ключевые слова: авиационный двигатель; подогрев масла; подкапотное пространство; низкие температуры; аналитическое решение; метод многих масштабов; точность приближения

Поступила в редакцию 27.04.2026; после рецензии 21.05.2026; принята к опубликованию 21.05.2026

Accuracy of the exponential dependence of temperature in an oil tank in the engine compartment when heated with warm air under low-temperature conditions

S. V. Mingalev[1†], E. A. Popov[1], Yu. K. Nepomnyashchy[2]

[1] UEC-Aviadvigatel JSC, Perm, Russia
[2] Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia
[†] mingalev-sv@avid.ru

© Мингалев С. В., Попов Е. А., Непомнящий Ю. К., 2026

распространяется на условиях лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

The paper develops an analytical approach for predicting changes in oil temperature in an oil tank when heated by hot air in the compartment of an aircraft engine under low-temperature conditions. This problem deserves attention as oil viscosity increases at low temperatures, which leads to increased wear and the risk of engine failures. The paper proposes an analytical solution based on a system of mass and energy conservation equations for the air in the engine compartment and the oil heating equation. Using the method of multiple scales, we obtain the analytical expression for the dependence of oil temperature on time, which has the form of an exponential function with a characteristic time depending on the oil parameters, ejector heating, and heat exchange involving the air in the compartment, environment, and the oil tank. The maximum achievable temperature was found to be independent of the approximation accuracy. The approximation accuracy was assessed by comparison with a numerical solution for the ranges of dimensionless parameters characteristic of aircraft engines. It is shown that the maximum relative error in determining the time to reach a temperature close to the maximum does not exceed 10 % when the small parameter value is 0.1 and decreases to 1 % or less when the value is 0.01. An approximate formula was obtained to estimate the error in determining the time to reach a temperature close to the maximum.

Keywords: aircraft engine; oil preheating; low temperatures; analytical solution; compartment; method of multiple scales; approximation accuracy

Received 27 April 2026; revised 21 May 2026; accepted 21 May 2026

doi: 10.17072/1994-3598-2026-3-30-37

1. Введение

Исследование посвящено разработке подхода для предсказания изменения температуры при нагревании горячим воздухом маслобака в подкапотном пространстве двигателя при его запуске в условиях пониженных температур. Сходные решения, основанные на нагреве масла воздухом, поступающим от внешнего источника, использовались для авиационных двигателей с 1930-х гг. [1]. В дальнейшем, с 1950-х гг. источником подогревающего воздуха стала вспомогательная силовая установка, устанавливаемая на самолёт [2]. Необходимость применения таких решений связана с ростом вязкости масла при уменьшении температуры, что приводит к износу деталей и повышению вероятности возникновения поломки при холодном старте двигателя [3–6].

Существует два подхода к определению изменения температуры при нагревании горячим воздухом маслобака. Первый из них состоит в трёхмерном численном моделировании [7, 8], а второй – в термодинамическом одномерном расчёте, в котором задача разбивается на небольшое количество объёмов, обменивающихся энергией и массой [9–13]. В настоящей работе используется второй подход, однако интерес представляет не численное, а аналитическое решение.

Получить такое решение можно из следующих соображений. В исследуемой системе подкапотное пространство обменивается теплом с маслобаком. Для теплообмена между ними может быть записан эмпирический закон Ньютона–Рихмана, из которого выводится экспоненциальное уменьшение температуры до температуры воздуха в подкапотном пространстве. Температура в подкапотном пространстве в свою очередь определяется балансом энергии, поступающей от эжекторов горячего воздуха и уходящей на нагревание атмосферы. Схожий подход использовался в [14–17] для получения зависимости температуры масла от времени при использовании электрически нагреваемых матов.

Как это будет показано далее, система дифференциальных уравнений, определяющих эволюцию исследуемой системы, является нелинейной, и экспоненциальное решение является лишь приближением. Вопрос, на который необходимо было ответить в ходе проведения настоящего исследования, состоял в том, как параметры задачи влияют на точность этого приближения для характерных для авиационного двигателя значений параметров.

2. Геометрия задачи

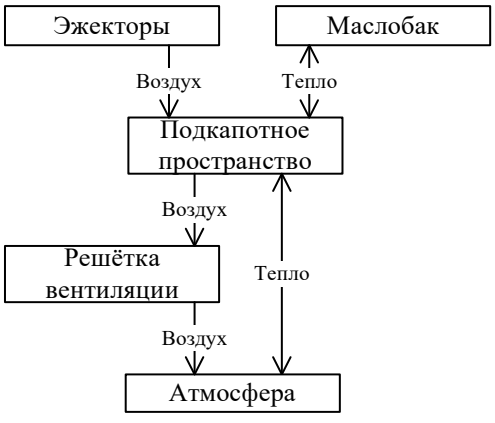


Рис. 1. *Схематическое изображение геометрии задачи*

На рисунке 1 показано схематическое изображение решаемой задачи. Горячий воздух из эжекторов поступает в подкапотное пространство; вследствие этого, холодный воздух в нём замещается горячим и начинает отдавать часть тепла маслу через корпус маслобака и в атмосферу через внешний корпус. Дополнительно воздух из подкапотного пространства уходит в атмосферу через решётки вентиляции (площадь которых в несколько тысяч раз больше размеров отверстий эжекторов).

3. Поиск решения

3.1. Получение системы уравнений

Для получения системы уравнений, описывающих нагревание масла, запишем закон сохранения энергии идеальной жидкости для воздуха в подкапотном пространстве в интегральной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\left(\frac{\rho v^2}{2}+\rho\varepsilon\right)dV=-\oint\rho\mathbf{v}\left(\frac{v^2}{2}+w\right)d\mathbf{f}\,, \quad (3.1)$$

где ρ – плотность воздуха в подкапотном пространстве, $\mathbf{v}$ – его скорость, v – модуль его скорости, ε – внутренняя энергия единицы массы воздуха, w – энтальпия (тепловая функция) единицы массы воздуха. Интеграл слева берётся по всему объёму подкапотного пространства V, а справа – по всей поверхности, ограничивающей подкапотное пространство.

Предположим, что:

1) Кинетической энергией воздуха в подкапотном пространстве можно пренебречь по сравнению с его внутренней энергией (для авиационного двигателя вклад кинетической энергии составляет ~0.01% (как это показывают трёхмерные газодинамические расчёты)),

$$\varepsilon >> \frac{v^2}{2};$$

2) При расчёте потока энергии через отверстия вентиляции подкапотного пространства вкладом части потока, связанной с кинетической энергией, можно пренебречь (для авиационного двигателя он составляет ~0.01%; в случае эжекторов вкладом кинетической энергии уже пренебрегать нельзя: он составляет ~50% (как это показывают трёхмерные газодинамические расчёты)). Введение приближений 1 и 2 приводит к тому, что вся кинетическая энергия нагревающего потока воздуха из эжекторов превращается в тепло; таким образом, несмотря на то, что изначально использовалось уравнение для идеальной жидкости, потери на вязкое трение оказываются учтены;

3) Скорость является ненулевой только на поверхностях, через которые воздух поступает в подкапотное пространство ($\mathbf{f}_i$) или уходит из него ($\mathbf{f}_e$);

4) Температура и давление воздуха в окружающей среде не меняются;

5) Подгоночные параметры модели, коэффициенты теплопередачи через стенки маслобака и корпуса, ограничивающего подкапотное пространство, не зависят от температуры.

Учитывая вышеуказанные предположения и добавляя в уравнение (3.1) слагаемые, ответственные за теплопередачу через стенки, ограничивающие подкапотное пространство, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\rho\varepsilon dV=\int h_c(T_e-T)df_c-\int\rho\mathbf{v}w d\mathbf{f}_e+$$
$$+\int h_o(T_o-T)df_o-\int\rho\mathbf{v}\left(\frac{v^2}{2}+w\right)d\mathbf{f}_i,$$

где T_e – температура окружающей среды, T_o – температура маслобака, T – температура воздуха в подкапотном пространстве, f_c – площадь поверхности, через которую воздух в подкапотном пространстве обменивается теплом с окружающей средой, f_o – площадь поверхности маслобака, $\mathbf{f}_i$ – площадь отверстий эжекторов, $\mathbf{f}_e$ – площадь отверстий вентиляции подкапотного пространства, h_o – коэффициент теплопередачи через стенки маслобака, h_c – коэффициент теплопередачи через стенки корпуса, ограничивающего подкапотное пространство.

Вводя усреднённую по расходу энтальпию единицы массы воздуха на выходе из эжекторов $\overline{w}_i$ и на выходе из решётки вентиляции $\overline{w}_e$; массовый расход из эжекторов G_i и через решётки вентиляции G_e; усреднённую по объёму внутреннюю энергию воздуха в подкапотном пространстве $\overline{\varepsilon}$; среднюю плотность $\overline{\rho}$; среднюю температуру $\overline{T}$, коэффициенты теплопередачи $\overline{h}_o$ и $\overline{h}_c$ (которые являются подгоночными параметрами) по формулам

$$\overline{w}_{e,i}=\frac{\int\rho w\mathbf{v}d\mathbf{f}_{e,i}}{\int\rho\mathbf{v}d\mathbf{f}_{e,i}},\ \overline{\varepsilon}=\frac{\int\rho\varepsilon dV}{\int\rho dV},\ v_i^2=\frac{\int\rho\mathbf{v}v^2d\mathbf{f}_i}{\int\rho\mathbf{v}d\mathbf{f}_i}$$

$$\overline{T}=f^{-1}\int Tdf,\ G_{e,i}=\left|\int\rho\mathbf{v}d\mathbf{f}_{e,i}\right|,\ \overline{\rho}=V^{-1}\int\rho dV,$$

$$\overline{h}_o=\frac{\int h_o(T_o-T)df_o}{\int(T_o-T)df_o},\ \overline{h}_c=\frac{\int h_c(T_e-T)df_c}{\int(T_e-T)df_c}$$

получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{\rho}\overline{\varepsilon}V=-\overline{w}_eG_e+\left(\frac{v_i^2}{2}+\overline{w}_i\right)G_i+$$
$$+\overline{h}_c(T_e-\overline{T})f_c+\overline{h}_o(\overline{T}_o-\overline{T})f_o.$$

Заменяя скорость истечения газа по формуле

$$v_i = \frac{G_i}{f_i \rho_i}$$

где ρ_i – плотность воздуха в эжекторах, и пользуясь формулами для идеального газа

$$\bar{w}_i = \frac{\gamma T_i}{\gamma - 1}\frac{R}{M},\ \bar{w}_e = \frac{\gamma \bar{T}}{\gamma - 1}\frac{R}{M},\ \rho_i = \frac{p_i M}{R T_i},$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{T}}{\gamma - 1}\frac{R}{M},$$

где γ – показатель адиабаты, R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса воздуха, окончательно получим

$$\frac{V}{\gamma - 1}\frac{R}{M}\frac{\partial \bar{\rho}\bar{T}}{\partial t} = \bar{h}_c (T_e - \bar{T}) f_c + \frac{G_i^3}{2}\left(\frac{R T_i}{f_i M p_i}\right)^2 + \\ + \bar{h}_o (\bar{T}_o - \bar{T}) f_o - \frac{\bar{T} G_e - T_i G_i}{\gamma - 1}\frac{\gamma R}{M}. \quad (3.2)$$

Закон сохранения массы воздуха в подкапотном имеет вид

$$V\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = -G_e + G_i. \quad (3.3)$$

Поскольку всё тепло, отводимое от воздуха в подкапотном пространстве через стенки маслобака, идёт на нагрев масла, то для его температуры справедливо уравнение

$$c\rho_o V_o \frac{\partial \bar{T}_o}{\partial t} = -\bar{h}_o f_o (\bar{T}_o - \bar{T}), \quad (3.4)$$

где V_o – объем маслобака, c – теплоёмкость единицы массы масла. Отметим, что при расчётах произведение $c\rho_o$ считается постоянным; обосновать такое приближение можно тем, что при изменении температуры широко используемого в авиации масла Turbonycoil 600 с 0°C до 10°C это произведение увеличивается всего на 0.65%, что примерно в 10 раз меньше характерного значения малого параметра, в который входит $c\rho_o$.

Уравнения (3.2), (3.3) и (3.4) позволяют предсказать изменение температуры маслобака по заданным параметрам окружающей среды и поступающего из эжекторов нагревающего воздуха. Эту систему уравнений необходимо дополнить уравнением для расхода через решётки вентиляции корпуса подкапотного пространства G_e, однако, как будет показано далее, в используемом приближении этот параметр равен G_i.

3.2. Обезразмеривание

Измеряя время, температуру, плотность и расход воздуха в следующих единицах:

$$[t] = \frac{p_e M}{T_e R}\frac{V}{G_i},\ [T] = T_e,\ [\rho] = \frac{p_e M}{T_e R},\ [G_e] = G_i,$$

преобразуем систему уравнений (3.2), (3.3) и (3.4) к виду

$$\frac{\partial \bar{\rho}\bar{T}}{\partial t} = k(\bar{T}_o - \bar{T}) - \bar{T}(K + G_e\gamma) + (K + \gamma)T_\infty,$$

$$\frac{\partial \bar{T}_o}{\partial t} = -\alpha\frac{k + K + \gamma}{K + \gamma}(\bar{T}_o - \bar{T}), \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = -G_e + 1,$$

где введены безразмерные параметры:

$$T_\infty = \frac{K T_e + \gamma T_i}{T_e (K + \gamma)} + \frac{\gamma - 1}{K + \gamma}\frac{R}{2 T_e M}\left(\frac{T_i}{p_i}\right)^2 \frac{G_i^2}{f_i^2}, \quad (3.6)$$

$$K = \frac{\bar{h}_c f_c}{G_i R}(\gamma - 1)M,\ k = \frac{\bar{h}_o f_o}{G_i R}(\gamma - 1)M,$$

$$\alpha = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{k V p_e}{c\rho_o V_o T_e}\frac{K + \gamma}{k + K + \gamma}.$$

3.3. Метод многих масштабов

Будем считать параметр α малым и искать решение методом многих масштабов в виде рядов:

$$\bar{T} = \bar{T}_0 + \alpha\bar{T}_1 + \ldots,\ \bar{T}_o = \bar{T}_{o,0} + \alpha\bar{T}_{o,1} + \ldots,$$

$$G_{e,0} = G_{e,0} + \alpha G_{e,1} + \ldots,\ \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t_0} + \alpha\frac{\partial}{\partial t_1},$$

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}_0 + \alpha\bar{\rho}_1 + \ldots,$$

где введены времена t_j,

$$t_j = \alpha^j t.$$

Записывая систему уравнений (3.5) в нулевом порядке по малому параметру, а также уравнение, показывающее изменение температуры масла, в первом порядке, получим:

$$\frac{\partial \bar{\rho}_0 \bar{T}_0}{\partial t_0} = k(\bar{T}_{o,0} - \bar{T}_0) - \bar{T}_0(K + G_{e,0}\gamma) + (K + \gamma)T_\infty, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{o,0}}{\partial t_0} = 0, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial t_0} = -G_{e,0} + 1, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{o,0}}{\partial t_1} + \frac{\partial \bar{T}_{o,1}}{\partial t_0} = -\frac{k + K + \gamma}{K + \gamma}(\bar{T}_{o,0} - \bar{T}_0). \quad (3.10)$$

Учитывая независимость $\bar{T}_{o,0}$ от t_0 (что следует из уравнения (3.8)), найдём, что вековой член в уравнении (3.10) (который необходимо приравнять нулю) имеет вид

$$\frac{\partial \bar{T}_{o,0}}{\partial t_1} + \frac{k + K + \gamma}{K + \gamma}(\bar{T}_{o,0} - \bar{\bar{T}}_0) = 0, \quad (3.11)$$

где введено усреднение по t_0:

$$\overline{\overline{T}}_0 = \lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}\overline{T}_0 dt_0 .$$

Для нахождения $\overline{\overline{T}}_0$ усредним уравнение (3.9), умноженное на $\overline{T}_0$, и уравнение (3.7) по t_0. В результате получим:

$$k(\overline{T}_{o,0} - \overline{\overline{T}}_0) - (K+\gamma)\overline{\overline{T}}_0 + (K+\gamma)T_\infty = 0 , \quad (3.12)$$

$$\lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} G_{e,0}\overline{T}_0 dt_0 = \overline{\overline{T}}_0 . \quad (3.13)$$

Выражая $\overline{\overline{T}}_0$ из (3.12) и подставляя в (3.11), найдём:

$$\frac{\partial\overline{T}_{o,0}}{\partial t_1} + \overline{T}_{o,0} - T_\infty = 0 . \quad (3.14)$$

3.4. Приближённое решение

Решение уравнения (3.14) позволяет получить зависимость температуры масла от времени, которая имеет вид

$$\overline{T}_{o,0} = T_\infty + (T_{init} - T_\infty)e^{-t_1} . \quad (3.15)$$

где T_{init} – безразмерная начальная температура масла. Величина T_∞, равная максимальной достижимой температуре, не зависит от α и точности найденного решения, как это можно заключить из системы уравнений (3.5), если приравнять к нулю все производные по времени. Первое слагаемое в T_∞ в уравнении (3.6) связано с замещением холодного воздуха в подкапотном пространстве тёплым и потерями тепла через внешний корпус. Второе слагаемое определяется кинетической энергией нагревающего воздуха, поступающего внутрь подкапотного пространства.

Найденное решение определяет приближённо только время достижения той или иной температуры (поскольку максимальная температура определяется точно). Если температуру масла выразить в виде

$$\overline{T}_{o,0} = T_{init} + \lambda(T_\infty - T_{init}) ,$$

то, пользуясь найденным приближённым решением, получим для времени достижения маслом температуры $T_{init} + \lambda(T_\infty - T_{init})$, формулу

$$t = -\frac{\ln(1-\lambda)}{\alpha} . \quad (3.16)$$

Её точность и будет предметом исследования в следующей главе. Введённая безразмерная переменная λ равна изменению (относительно начального значения) температуры масла, делённому на максимально возможное изменение этой величины.

4. Точность решения

4.1. Расход через вентиляционную решётку

Для исследования точности будем считать, что расход через вентиляционную решётку определяется уравнением

$$G_e' = f_e\sqrt{2\rho_e\frac{p_e - \overline{p}}{\xi}} ,$$

где ξ - коэффициент гидравлического сопротивления; ρ_e и p_e - плотность и давление воздуха в окружающей среде; $\overline{p}$ - давление воздуха в подкапотном пространстве. Переходя к безразмерному расходу, получим

$$G_e = \Xi\sqrt{1 - \overline{\rho}\overline{T}} , \quad (4.1)$$

где $\overline{T}$ и $\overline{\rho}$ - температура и плотность воздуха в подкапотном пространстве, Ξ - безразмерный параметр, равный

$$\Xi = \frac{f_e p_e}{G_i}\sqrt{\frac{2M}{RT_e\xi}} ,$$

где f_e – площадь отверстий вентиляции подкапотного пространства, G_i – суммарный расход из эжекторов, M – молярная масса воздуха, R – универсальная газовая постоянная, T_e и p_e – температура и давление воздуха в окружающей среде.

Таким образом, к решаемой системе уравнений (3.7), (3.8), (3.9) добавляется ещё одно – (4.1).

4.2. Точность

Эволюция системы определяется пятью параметрами и при исследовании точности будем считать, что они изменяются в следующих пределах: T_∞ = [1.1; 1.7], K = [0.1; 10], k = [0.1; 10], Ξ = [5; 100], α = [0.01; 0.1]. Эти значения были выбраны, исходя из их характерных значений для авиационных двигателей.

Для определения точности приближённого решения (3.16) система уравнений (3.5), (4.1) решалась численно в Maple для разных значений параметров задачи. В итоге определялись значения времён достижения маслом температур $T_{init} + \lambda(T_\infty - T_{init})$, которые затем использовались для нахождения относительной ошибки использования приближённого решения (3.16) по формуле

$$\varepsilon = \frac{t_{calc}(\lambda) - \left(-\frac{\ln(1-\lambda)}{\alpha}\right)}{t_{calc}(\lambda)}\cdot 100\% , \quad (4.2)$$

где $t_{calc}(\lambda)$ – полученные численно времена. Затем в случае λ=0.99 методом подбора были опре-

делены такие ординаты и абсциссы, чтобы полученные точки приближённо формировали кривую, как это показано на рис. 2. После чего подбиралась зависимость (показанная на рис. 2 сплошной линией), позволяющая получить верхнюю оценку значения относительной ошибки. Причина, по которой верхняя оценка была получена только для λ=0.99, связана с тем, что это значение λ соответствует наиболее важному с практической точки зрения случаю, когда температура масла достигает значения, близкого к максимальному. В этом случае (как это показывает рис. 2) ошибка определения времени (в %) может быть оценена по формуле

$$\varepsilon \le \frac{\alpha(1+2e^{-\Xi})}{T_\infty^{0.7}}\left[\frac{144.66}{1+2.863\sqrt[3]{K/k}}-5.74\right],$$

которая для исследуемого интервала даёт максимальное отклонение от точного решения ~5% для α=0.05 и ~10% для α=0.1.

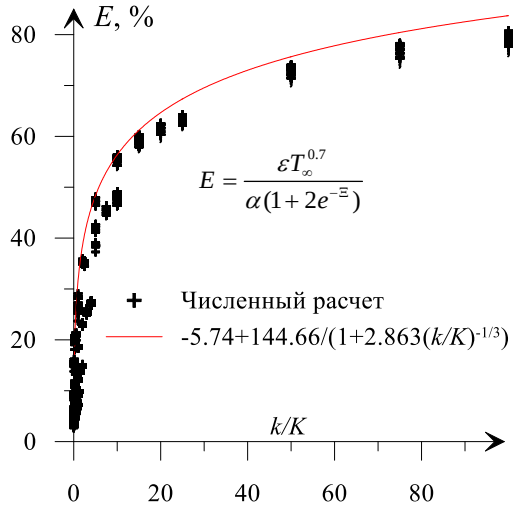


Рис. 2. *Зависимость функции относительной ошибки ε (в %) и параметров задачи E от отношения k/K, полученная численно для значений параметров в интервалах T_∞ = [1.1; 1.7], K = [0.1; 10], k = [0.1; 10], Ξ = [5; 100], α = [0.01; 0.1] при λ=0.99*

В таблице приведены значения максимальных относительных ошибок для λ= 0.25, 0.50, 0.75 и 0.99. Из этой таблицы можно сделать вывод, что приближённая формула даёт хорошую аппроксимацию точного решения вплоть до времени нагрева масла до температуры $T_{init}+0.75(T_\infty-T_{init})$. При этом если λ=0.25, то время достижения соответствующей температуры определяется уже со значительной ошибкой. Из этого можно сделать вывод о том, что при определении коэффициентов теплопередачи K и k по экспериментальным данным с использованием экспоненциальной зависимости, необходимо брать часть экспериментальной кривой в конце испытания, а не её всю.

Значения максимальной относительной ошибки, к которой приводит использование приближённого решения вместо точного для α=0.01, 0.05 и 0.1; λ=0.25, 0.5, 0.75 и 0.99

λ\α	0.01	0.05	0.1
0.25	3%	15.5%	27%
0.5	1.3%	7.3%	14%
0.75	0.9%	5.0%	8.9%
0.99	0.8%	4.4%	8.6%

5. Заключение

Получена аналитическая формула, определяющая зависимость от времени температуры масла в маслобаке при нагревании его горячим воздухом. Для размерных величин она имеет вид

$$T_o = T'_\infty + (T'_{init} - T'_\infty)e^{-\alpha' t},$$

где T'_{init} – размерная начальная температура, T'_∞ – размерная максимально достижимая температура, которая определяется выражением

$$T'_\infty = \frac{KT_e + \gamma T_i}{K+\gamma} + \frac{\gamma-1}{K+\gamma}\frac{R}{2M}\left(\frac{T_i}{p_i}\right)^2\frac{G_i^2}{f_i^2},$$

α' – размерный температурный коэффициент, равный

$$\alpha' = \frac{G_i}{\gamma-1}\frac{kR}{cM\rho_o V_o}\frac{K+\gamma}{k+K+\gamma}.$$

Также здесь используются обозначения:

$$K = \frac{\bar{h}_c f_c}{G_i R}(\gamma-1)M,\quad k = \frac{\bar{h}_o f_o}{G_i R}(\gamma-1)M.$$

Входными параметрами для вычисления зависимости являются: T_e и p_e – температура и давление окружающего воздуха; T_i, p_i и G_i – температура, давление и массовый расход нагревающего воздуха; f_i – суммарная площадь отверстий эжекторов нагревающего воздуха; c, ρ_o – удельная теплоёмкость и плотность масла; V_o – объем маслобака; $\bar{h}_c f_c$ и $\bar{h}_o f_o$ – произведения коэффициентов теплопередачи на площадь поверхности для подкапотного пространства и маслобака (как правило подбираются под экспериментальные значения); γ – показатель адиабаты воздуха, M – молярная масса воздуха, R – универсальная газовая постоянная.

Оценка ошибки, возникающей из-за использования приближённой формулы, показала, что для характерных значений параметров, встречающихся в авиационных двигателях, максимальная ошибка определения времени не превышает 5–10%. Также в статье приведена формула, которая позволяет оценить ошибку для заданных значений параметров.

Список литературы

1. *Gilly Ch. G.* Патент, US1862114A. Airplane engine heater. заявл. 07.07.1930; опубл. 07.06.1932.
2. *Kuhn J.* Патент US2777301A. All-purpose power and air conditioning system. заявл. 30.06.1952; опубл. 15.01.1957.
3. *Савушкин С. А., Балышин К. Э., Козлов А. Н., Браилко А. А.* Особенности эксплуатации авиационных топливозаправщиков в условиях Крайнего Севера // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2023. Т. 26, № 5. С. 53-64.
4. *Тембо Ч., Бультроков И. В., Домнышев Д. А., Голубь С. А.* Обеспечение запуска двигателя грузового автомобиля при низких температурах за счёт теплоты отработавших газов предпускового подогревателя // Мат. конф. «Повышение эффективности эксплуатации машин в АПК на основе современных технологий». Новосибирск: Новосибирский государственный аграрный университет, 2022. С. 25–29.
5. *Wang P., Qin B., Shi L., Kang W., Zhao B., Deng K.* Experimental investigation of the effects of preheating temperature on low-temperature cold start performance, emissions and energy conversion of diesel-electric hybrid // Energy Conversion and Management. 2023. Vol. 281, 116844.
6. *Roberts A., Brooks R., Shipway Ph.* Internal combustion engine cold-start efficiency: A review of the problem, causes and potential solutions // Energy Conversion and Management. 2014. Vol. 82. P. 327–350.
7. *Гизатуллин Р. Р., Пещеренко С. Н, Лыкова Н. А.* Моделирование охлаждения масла погружного электродвигателя с помощью теплообменника// Вестник Пермского университета. Физика. 2021. № 1. С. 69–75.
8. *Zhang T., Zhou W., Huasheng C., Gao Z.* Heating simulation analysis of lubrication system at low temperature // J. Phys. Conf. Ser. 2023. Vol. 2541, 012017.
9. *Di Battista D., Cipollone R.* Experimental and numerical assessment of methods to reduce warm up time of engine lubricant oil // Applied Energy. 2016. Vol. 162. P. 570–580.
10. *Zhao L., Lei J., Liu Y., Deng W., Yang L.* Energy-based cold-start strategies for diesel engines at extreme low temperature // Thermal Science and Engineering Progress. 2024. Vol. 47, 102274.
11. *Zhao Zh., Yang J.* Design and characteristic research of ultra-low-temperature cold-start system based on small SI diesel engine // Applied Thermal Engineering. 2026. Vol. 288, 129520.
12. *Gao Z., Guo Y., Zhu W., Du W., Huang L., Zhang H.* Numerical simulation of startup performance in high-power diesel engine lubrication systems under high-altitude and cold conditions // Lubricants. 2026. Vol. 14, № 2, 88.
13. *Малоземов А. А., Грабец М. П., Козьминых Д. В.* Моделирование процессов в системах охлаждения и смазки дизельных двигателей транспортных машин со средствами предпускового подогрева // Современные проблемы теории машин. 2024. № 17. С. 47–50.
14. *Никитин А. В., Чистопрудов Д. А.* Математическая модель динамики нагрева моторного масла двигателя при низких температурах // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. № 12. С. 404–410.
15. *Никитин А. В., Чистопрудов Д. А., Столяревский С. П.* Идентификация тепловых процессов в поддоне картера двигателя специального транспортного средства с помощью нейронечётких математических моделей // Труды НГТУ им. Р. Е. Алексеева. 2018. Т. 122, № 3. С. 153–163.
16. *Никитин А. В.* Математическая модель определения параметров системы непрерывного поддержания температуры масла ходового двигателя // Известия Института инженерной физики. 2018. Т. 47, № 1. С. 26–31.
17. *Никитин А. В., Чистопрудов Д. А.* Методика определения оптимального управления процессом разогрева моторного масла в условиях априорной неопределённости его свойств // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2018. Т. 42, № 2. С. 69–84.

References

1. Gilly Ch. G. Airplane engine heater: Patent US1862114A; filed 07 Jul. 1930; publ. 07 Jun. 1932.
2. Kuhn J. All-purpose power and air conditioning system: Patent US2777301A; applicant Garrett Corp.; filed 30 Jun. 1952; publ. 15 Jan. 1957.
3. Savushkin S. A., Balyshin K. E., Kozlov A. N., Brailko A. A. Operation features of aviation tankers in the conditions of the Far North. *Civil Aviation High Technologies*, 2023, vol. 26, no. 5, pp. 53–64.
4. Tembo Ch., Bultrokov I. V., Domnyshev D. A., Golub S. A. Obespechenie zapuska dvigatelya gruzovogo avtomobilya pri nizkikh temperaturakh za schet teploty otrabotavshikh gazov predpuskovogo podogrevatelya [Ensuring the starting of a truck engine at low temperatures using heat from the exhaust gases of the starting heater]. Conf. Proc. "*Povyshenie effektivnosti ekspluatatsii mashin v APK na osnove sovremennykh tekhnologii*". Novosibirsk: Novosibirsk State Agricultural University, 2022, pp. 25–29 (In Russian).
5. Wang P., Qin B., Shi L., Kang W., Zhao B., Deng K. Experimental investigation of the effects

of preheating temperature on low-temperature cold start performance, emissions and energy conversion of diesel-electric hybrid. *Energy Conversion and Management*, 2023, vol. 281, 116844.
6. Roberts A., Brooks R., Shipway Ph. Internal combustion engine cold-start efficiency: A review of the problem, causes and potential solutions. *Energy Conversion and Management*, 2014, vol. 82, pp. 327–350.
7. Gizatullin R. R., Peshcherenko S. N., Lykova N. A. Simulation of oil cooling of a submersible motor using a heat exchanger. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2021, no. 1, pp. 69–75 (In Russian).
8. Zhang T., Zhou W., Huasheng C., Gao Z. Heating simulation analysis of lubrication system at low temperature. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2023, vol. 2541, 012017.
9. Di Battista D., Cipollone R. Experimental and numerical assessment of methods to reduce warm up time of engine lubricant oil. *Applied Energy*, 2016, vol. 162, pp. 570–580.
10. Zhao L., Lei J., Liu Y., Deng W., Yang L. Energy-based cold-start strategies for diesel engines at extreme low temperature. *Thermal Science and Engineering Progress*, 2024, vol. 47, 102274.
11. Zhao Zh., Yang J. Design and characteristic research of ultra-low-temperature cold-start system based on small SI diesel engine. *Applied Thermal Engineering*, 2026, vol. 288, 129520.
12. Gao Z., Guo Y., Zhu W., Du W., Huang L., Zhang H. Numerical simulation of startup performance in high-power diesel engine lubrication systems under high-altitude and cold conditions. *Lubricants*, 2026, vol. 14, no. 2, 88.
13. Malozemov A. A., Grabetc M. P., Kozminykh D. V. Simulation of processes in cooling and lubrication systems of diesel engines of transport vehicles with preheating facilities. *Sovremennye problemy teorii mashin*, 2024, no. 17, pp. 47–50 (In Russian).
14. Nikitin A. V., Chistoprudov D. A. Mathematical model of dynamics of heating of the engine oil at low temperatures. *Izvestiya Tula State University. Tekhnicheskie nauki*, 2018, no. 12, pp. 404–410.
15. Nikitin A. V., Chistoprudov D. A., Stolyarevskiy S. P. Identification of thermal processes in the oil sump of the engine special vehicles by using neuro mathematical models. *Transactions of NNSTU n.a. R. E. Alekseev*, 2018, vol. 122, no. 3, pp. 153–163 (In Russian).
16. Nikitin A. V. Mathematical model for determining the parameters of a continuous engine oil temperature maintenance system. *Izvestiya Instituta inzhenernoy fiziki* (In Russian), 2018, vol. 47, no. 1, pp. 26–31.
17. Nikitin A. V., Chistoprudov D. A. The method of determining the optimal control of heating process of the engine oil under conditions of a priori uncertainty of its properties. *Prikaspijskij zhurnal: upravlenie i vysokie tehnologii*, 2018, vol. 42, no. 2, pp. 69–84 (In Russian).

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:
Мингалев С. В., Попов Е. А., Непомнящий Ю. К. Точность экспоненциальной зависимости температуры маслобака в подкапотном пространстве при его разогреве нагретым воздухом в условиях пониженных температур // Вестник Пермского университета. Физика. 2026. № 3. С. 30–37. doi: 10.17072/1994-3598-2026-3-30-37

Please cite this article in English as:
Mingalev S. V., Popov E. A., Nepomnyashchy Yu. K. Accuracy of the exponential dependence of temperature in an oil tank in the engine compartment when heated with warm air under low-temperature conditions. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2026, no. 3, pp. 30–37. doi: 10.17072/1994-3598-2026-3-30-37

Сведения об авторах
1. *Мингалев Станислав Викторович*, канд. физ.-мат. наук, начальник бригады поддержки газодинамических программ отделения ИТ, АО «ОДК-Авиадвигатель»; Комсомольский пр., 93, Пермь, 614990
2. *Попов Евгений Андреевич*, канд. физ.-мат. наук, ведущий конструктор отделения ИТ, АО «ОДК-Авиадвигатель»; Комсомольский пр., 93, Пермь, 614990
3. *Непомнящий Юрий Константинович,* студент, факультет прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет; Комсомольский пр., 29, Пермь, 614990

Author information
1. *Stanislav V. Mingalev*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Gas-Dynamic Programs Support Team, Modeling and Simulation Department, UEC-Aviadvigatel JSC; 93, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia
2. *Evgeny A. Popov*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Modeling and Simulation Lead Engineer, UEC-Aviadvigatel JSC; 93, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia
3. *Yuri K. Nepomnyashchy*, 3rd year Student, Perm National Research Polytechnic University; 29, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia