

УДК 532.5
PACS 47.65.-d

Субгармонические режимы электроконвекции слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле

В. А. Ильин[†], Д. Е. Дудин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

[†] ilin1@psu.ru

В слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле плоского горизонтального конденсатора изучены субгармонические режимы электроконвекции. Рассмотрен случай невесомости в неизотермической жидкости. Исследование проведено в рамках электрогидродинамического приближения в случае электрокондуктивного механизма зарядообразования. На основе маломодовой модели электроконвекции с применением сечений Пуанкаре и Фурье-анализа на диаграмме частота модуляции – электрическое число Рэлея определены границы областей существования различных динамических режимов. Результаты исследований для некоторого набора частот были опубликованы ранее. Новым результатом является обнаружение и исследование субгармонических режимов конвекции. В работе исследован характер отклика конвективной системы на внешнее воздействие в различных субгармонических областях. Определены сценарии перехода к хаосу для нового интервала значений управляющих параметров.

Ключевые слова: электроконвекция; слабопроводящая жидкость; субгармонические режимы.

Поступила в редакцию 16.04.2026; после рецензии 11.05.2026; принята к опубликованию 15.05.2026

Subharmonic regimes of electroconvection in a weakly conductive liquid under an alternating electric field

V. A. Il'in[†], D. E. Dudin

Perm State University, Perm, Russia

[†] ilin1@psu.ru

We have studied subharmonic regimes of electroconvection in a weakly conductive liquid subjected to an alternating electric field in a horizontal parallel-plate capacitor. The analysis was carried out under conditions of weightlessness in a non-isothermal liquid, within the framework of the electrohydrodynamic approximation, in the case of an electroconductive mechanism of charge formation. Based on a low-mode model of electroconvection, using Poincaré sections and Fourier analysis on the modulation frequency – electric Rayleigh number diagram, we determined the boundaries of the regions of existence of various dynamic regimes. The results of studies for a specific set of frequencies have been published previously. The new result is the discovery and study of subharmonic convection regimes. The paper investigates the response of the convective system to external action in various subharmonic regions. Scenarios of transition to chaos for a new range of control parameter values were determined.

Keywords: electroconvection; weakly conductive liquid; subharmonic regimes.

Received 16 April 2026; revised 11 May 2026; accepted 15 May 2026

doi: 10.17072/1994-3598-2026-2-05-12

1. Введение

Исследование нелинейных динамических систем остается ключевым направлением в прикладной математике, теоретической физике и инженерных науках [1, 2]. Одной из особенно сложных и интересных задач является анализ осциллирующих и хаотических режимов течений жидкостей, которые имеют широкий спектр приложений в различных областях. Нелинейность, чувствительность к начальным условиям, наличие резонансных и субгармонических откликов, а также возникновение детерминированного хаоса обуславливают необходимость применения специализированных моделей и инструментов анализа.

Для анализа свойств различных режимов течений жидкости с успехом применяются модифицированные модели Лоренца. В данной работе на базе одной из таких моделей для случая переменного электрического поля [3–5] проведено исследование параметрической электроконвекции неизотермической слабопроводящей жидкости. Рассматривается только электрокондуктивный механизм [6], приводящий к возникновению зарядов в объеме жидкости из-за температурной зависимости электропроводности, что может запускать неустойчивости даже при отсутствии внешнего поля. Он особенно проявляется в технически значимых жидкостях, таких как трансформаторные масла. Электрогидродинамические процессы, происходящие при этом, имеют сложную природу и не до конца изучены [7–10].

Настоящее исследование продолжает работы [3–5]. Полученные результаты позволят выявить области устойчивой синхронизации, оценить устойчивость и управляемость режимов, а также расширят понимание нелинейной динамики в электрогидродинамических системах.

2. Постановка задачи

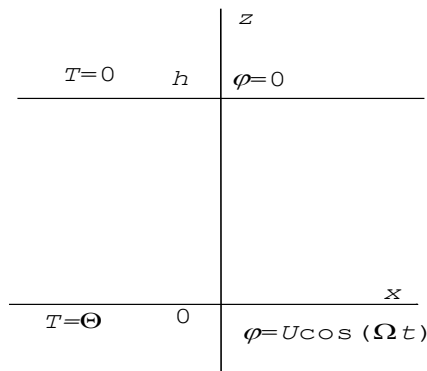


Рис. 1. Горизонтальный слой. Геометрия задачи и оси координат

Рассмотрим плоский горизонтальный слой вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле в отсутствие гравитационного поля (рис. 1). Ось x направлена

вдоль нижней границы слоя, ось z – перпендикулярна границам слоя. Идеально тепло- и электропроводные границы конденсатора расположены в $z = 0, h$ (h – толщина слоя), нагреты до разной температуры $T(0)=\Theta$, $T(h)=0$ (Θ – характерная разность температур).

Случай $\Theta > 0$ соответствует нагреву снизу. Слой находится в переменном электрическом поле, которое направлено вдоль оси z перпендикулярно границам. Потенциал поля верхней границы равен нулю, потенциал нижней – изменяется со временем по гармоническому закону: $\varphi(0) = U \cos(\Omega t)$. Здесь U – амплитуда напряжения, $\Omega = 2\pi/t_f$ – частота, t_f – период модуляции.

Сила, определяющая действие на жидкость со стороны электрического поля, является кулоновской:

$$\vec{f}_e = \rho_e \vec{E}, \quad (2.1)$$

здесь $\vec{E}$ – напряжённость электрического поля, ρ_e – свободный заряд единицы объёма. Диэлектрическая проницаемость ε считается постоянной.

Используем электрогидродинамическое приближение, когда магнитные эффекты малы по сравнению с электрическими [6]. Напряжение в конденсаторе мало, поэтому инжекция не рассматривается.

Будем пренебрегать поверхностной электризацией жидкости. Будем использовать омическую модель проводимости, которая обычно реализуется в плоских конденсаторах при достаточно большом межэлектродном расстоянии $d \geq 1$ см и сравнительно небольших напряжённостях поля $E = 1$ кВ/см.

Не учитываем в уравнении теплопроводности вязкую диссипацию и джоулев разогрев. В этом случае уравнения электроконвекции жидкого диэлектрика имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) &= -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \rho_e \vec{E}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) T &= \chi \Delta T, \\ \operatorname{div} \vec{v} &= 0, \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div}(\sigma \vec{E}) + (\vec{v} \nabla) \rho_e &= 0, \\ \operatorname{div}(\varepsilon \vec{E}) &= \rho_e, \quad \vec{E} = -\nabla \varphi, \quad \sigma = \sigma_0(1 + \beta_\sigma T). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь $\vec{v}$, p , T – поля скорости, давления и температуры, σ – проводимость жидкости, ϕ – потенциал электрического поля, η – динамическая вязкость, ρ – плотность жидкости, χ , β , β_σ – коэффициенты температуропроводности, теплового расширения жидкости и температурный коэффициент проводимости, ε_0 – электрическая посто-

янная. Электропроводность жидкости линейно зависит от температуры.

Обезразмерим в уравнениях переменные на основе масштабов: расстояния – h , времени – $\rho h^2/\eta$, скорости – χ/h , температуры – Θ , давления – $\eta\chi/h^2$, потенциала – U , напряжённости поля – U/h , плотности заряда – $\varepsilon\varepsilon_0 U/h^2$. Тогда уравнения электротермической конвекции жидких диэлектриков примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}} (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} &= -\nabla p + \Delta \vec{v} + R' \rho_e \vec{E}, \\ \text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) T &= \Delta T, \\ \text{div} \vec{v} &= 0, \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}_e} \text{div}(\sigma \vec{E}) + \frac{1}{\text{Pr}} (\vec{v} \nabla) \rho_e &= 0, \\ \text{div} \vec{E} &= \rho_e, \quad \vec{E} = -\nabla \varphi, \\ \sigma &= 1 + S_\sigma T, \quad \vec{\gamma} = (0, 0, 1). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Система уравнений (2.3) содержит следующие безразмерные параметры: $R' = \varepsilon\varepsilon_0 U^2/\eta\chi$ – электрический аналог числа Галилея, $\text{Pr} = \eta/\chi\rho$ – число Прандтля, $\text{Pr}_e = \tau_{эл}/\tau_{сд} = \varepsilon\varepsilon_0\eta/h^2\rho_0\sigma_0$ – электрическое число Прандтля, характеризующее отношение времени релаксации заряда в системе и гидродинамического времени системы, $\omega = \Omega\rho h^2/\eta$ – безразмерная частота модуляции электрического поля, $S_\sigma = \beta_\sigma\Theta$ – параметр, характеризующий неоднородности электропроводности жидкости. При малом значении этого параметра можно использовать безындукционное приближение, когда учитывается только внешнее электрическое поле.

Изменением числа ионов в уравнении для заряда за счёт диффузии пренебрегаем, поскольку в нашем случае характерные времена диффузии ионов превышают времена релаксации свободных зарядов в поле. Время релаксации заряда, диффузионное и гидродинамическое времена можно оценить согласно выражениям $\tau_{эл} = \varepsilon\varepsilon_0/\sigma_0$, $\tau_{диф} = h^2/D_0$, $\tau_{сд} = h^2\rho_0/\eta$ (D_0 – коэффициент диффузии заряженных частиц, ионов).

Для оценки используем характерные для слабопроводящей жидкости значения параметров [11]: $\varepsilon = 2.2$, $\sigma = 2.54 \cdot 10^{-11}$ См/м, $D_0 = 10^{-10}$ м²/с, $h = 0.01$ м, $\nu = \eta/\rho_0 = 10^{-6}$ м²/с (кинематическая вязкость – отношение динамической вязкости к плотности жидкости). Тогда $\tau_{эл} = 1$ с, $\tau_{диф} = 10^6$ с, $\tau_{сд} = 10^2$ с. Таким образом, $\tau_{эл} \ll \tau_{диф}$, т. е. диффузионными процессами можно пренебречь, поскольку эволюция конвективных

структур за счёт них проявляется только на временах на шесть порядков больших времени $\tau_{эл}$.

Размерная циклическая частота Ω выражается через безразмерную частоту ω следующим образом: $\Omega = \omega/\tau_{сд}$, или размерная линейная частота $\nu_{разм}$ – через безразмерную частоту $\nu_{безразм}$: $\nu_{разм} = \nu_{безразм}/\tau_{сд}$. В задаче используются значения $\nu_{безразм} \leq 8$, с учётом оценки гидродинамического времени размерная частота $\nu_{разм} < 0.1$ Гц.

3. Маломодовая модель электротермической конвекции

Представим поля скорости, температуры, давления и плотности заряда в виде: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$, $T = T_0 + \vartheta$, $p = p_0 + p'$, $\rho_e = \rho_{e0} + \rho'_e$ (штрихи означают отклонения величин от равновесных значений, далее штрихи опускаем, ϑ – это возмущение температуры). Равновесные величины найдены в [3–5].

В случае $\text{Pr}_e = 0$, который соответствует случаю мгновенной релаксации электрического заряда, можно исключить плотность свободных зарядов ρ_e из системы (2.3).

Задача изотропна в плоскости слоя, поэтому ограничимся рассмотрением плоских возмущений: $\vec{v} = (u, 0, w)$, где u , w – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости. В этом случае можно ввести функцию тока:

$$w = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad u = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad (3.1)$$

после чего уравнения, описывающие электротермическую конвекцию слабопроводящей жидкости, примут вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi + \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \Delta \psi - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \Delta \psi \right) &= \Delta^2 \psi - \\ &- \text{Ra}_\sigma \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x \partial z} \cos^2 \omega t, \\ \text{Pr} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} &= \Delta \vartheta + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \\ \text{Ra}_\sigma &= S_\sigma R'. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь Ra_σ – электрический аналог числа Рэлея. Как правило, $\beta_\sigma \sim 10^{-2}$ град⁻¹, поэтому в обычных условиях при умеренном нагреве ($\Theta \sim 10$ град) $S_\sigma = \beta_\sigma \Theta = 10^{-1}$. Теоретические исследования электротермической конвекции в постоянных полях, использующие условие $\beta_\sigma \Theta \ll 1$, находятся в хорошем согласии с экспериментом. Учитывая характерные плотности слабопроводящих жидкостей 900 кг/м³ и вышеприведённую кинематическую вязкость 10^{-6} м²/с, можно оценить динамическую

вязкость как $\eta = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$. Коэффициент температуропроводности $\chi = 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$. Тогда оценка числа Галилея даёт значение: $R' = 2U^2$; при напряжении до 1 кВ: $R' = 2 \cdot 10^6$. Тогда $Ra_\sigma = S_\sigma R' = 2 \cdot 10^5$.

В случае свободных недеформируемых идеально теплопроводных границ слоя граничные условия для функции тока и возмущения температуры запишутся в виде

$$z = 0, 1: \psi = \psi'' = \vartheta = 0. \quad (3.3)$$

Для решения системы уравнений (3.2) используем метод Галёркина и следующие аппроксимации полей ψ и ϑ , удовлетворяющие граничным условиям (3.3):

$$\begin{aligned} \psi &= (A_1(t) \sin \pi z + A_2(t) \sin 2\pi z) \sin kx, \\ \vartheta &= (B_1(t) \sin \pi z + B_2(t) \sin 2\pi z) \cos kx + \\ &\quad + C(t) \sin 2\pi z. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь k – волновое число, характеризующее периодичность возмущений в плоскости слоя, $A_1(t)$, $A_2(t)$, $B_1(t)$, $B_2(t)$, $C(t)$ – амплитуды, зависящие от времени.

Подставляя разложения (3.4) в систему (3.2), после ортогонализации получаем систему пяти обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд A_1 , A_2 , B_1 , B_2 и C .

Перемасштабируем все переменные:

$$\begin{aligned} k &\rightarrow \pi k, \quad t \rightarrow \frac{\text{Pr}}{\pi^2(1+k^2)} t, \\ A_1 &\rightarrow \frac{\sqrt{2}(1+k^2)}{k} X, \quad A_2 \rightarrow \frac{\sqrt{2}\pi(1+k^2)}{k} V, \\ B_1 &\rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\pi} Y, \\ B_2 &\rightarrow \sqrt{2}W, \quad C \rightarrow \frac{Z}{\pi}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

и после преобразований получим пятимодовую модель электротермической конвекции:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -\text{Pr}(X - e \cos^2 2\pi v t V), \\ \dot{Y} &= -Y + X + XZ, \\ \dot{Z} &= -bZ - XY, \\ \dot{V} &= -\text{Pr}(dV + (e/d) \cos^2 2\pi v t Y), \\ \dot{W} &= -dW + X. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Здесь циклическая частота представлена через линейную частоту $\omega = 2\pi v$ и введены новые параметры:

$$\begin{aligned} e &= \frac{Ra_\sigma}{Ra_{\sigma 0}}, \quad Ra_{\sigma 0} = \frac{3\pi^4(1+k^2)^3}{8k^2}, \\ b &= \frac{4}{1+k^2}, \quad d = \frac{4+k^2}{1+k^2}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где b , d – геометрические параметры. Динамическая система (3.6) является обобщением маломодовой модели Лоренца [1] на случай электротермической конвекции.

4. Результаты и обсуждение

Пятимодовая модель (3.6) решалась методом Рунге–Кутты–Фельберга 4–5 порядка с адаптивным шагом. Для интегрирования дифференциальных уравнений в качестве начальных условий брались либо малые значения амплитуд, либо осуществлялась процедура продолжения по параметру. В этом случае для некоторого значения параметра e при интегрировании по времени в качестве начальных данных использовались значения переменных, полученные в конце интегрирования при предыдущем значении параметра.

Для анализа решений применялся Фурье анализ. Для отрисовки карты режимов электроконвекции использовались следующие методы: сечение Пуанкаре, являющееся дискретным методом в теории динамических систем, позволяющее изучать поведение траекторий периодических или квазипериодических систем с помощью их пересечений (причём фиксируются только точки, в которых траектории пересекают плоскость в одном направлении) с плоскостью в фазовом пространстве (вообще говоря, произвольной), называемой гиперплоскостью; отображение количества локальных максимумов в Фурье-спектре, находящихся на равных расстояниях.

Исследование проведено для числа Прандтля $\text{Pr} = 100$. Для этого значения найдено волновое число в минимуме нейтральной кривой [3]: $k = 0.962$. Для него $b = 2.077$, $d = 2.56$; $Ra_{\sigma 0} = 281$. Вычисления проведены до $e = 300$, тогда $Ra_\sigma = 84300$, что соответствует напряжению менее 1 кВ.

Конвекция возникает колебательным образом. По мере удаления от границы устойчивости, благодаря нелинейному взаимодействию полей скорости и температуры, скорости и плотности заряда, квадратичной нелинейности в уравнениях (3.6), свойства режимов изменяются.

В ранних исследованиях [3–5] были рассмотрены разные частоты внешнего электрического поля меньше трёх безразмерных единиц. В настоящей работе рассмотрены частоты больше и применён ранее не использовавшийся метод сечений Пуанкаре.

По результатам исследований в области частот от 3 до 7.5 была построена динамическая карта режимов (рис. 2) с помощью Фурье-анализа при прямом продолжении по параметру ϵ . Шаг по параметрам: $\Delta\epsilon = 0.5$ и $\Delta\nu = 0.01$, время моделирования: $\tau = 100$, отсекаемая длина переходного процесса: $\tau_0 = 30$ и шаг дискретизации: $\Delta\tau = 0.001$.

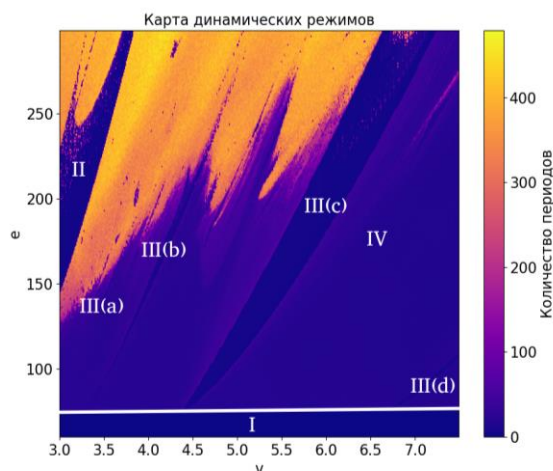


Рис. 2. Карта режимов электроконвекции

Карта режимов электроконвекции на плоскости частота модуляции ν – амплитуда модуляции ϵ представлена на рис. 2. На этой карте: I – область равновесия; II – область синхронных колебаний, в которой отклик системы содержит частоту внешнего поля и её высшие гармоники кратные нечётному числу внешней частоты; III – область субгармонических режимов колебаний, в котором отношение собственных частот системы и внешней частоты выражаются дробью $\frac{n}{m}$, где m и n – натуральные числа, при этом $m > 1$; IV – между синхронными и субгармоническими областями расположены области квазипериодических режимов колебаний с двумя несоизмеримыми частотами и комбинарованными частотами; над ними сверху расположены области хаотических колебаний.

Выделены следующие основные типы нестационарных электроконвективных движений жидкости: затухающие колебания, режим синхронных колебаний (рис. 3), различные субгармонические режимы (рис. 5, 7, 9, 11), квазипериодический режим (рис. 6, 8, 10, 12, 13) и хаос. На этих рисунках представлены график зависимости амплитуды $X(t)$ от времени и его Фурье-спектр. Также можно обозначить два сценария перехода к хаосу через: перемежаемость (рис. 4) и квазипериодичность (рис. 13). На этих рисунках дополнительно приведен график полученный непрерывным вейвлет-преобразованием с синхросжатием спектра [2]. При возникновении перемежаемого хаоса промежутки времени между последовательными всплесками не повторяются, а оказываются случайными. Чем дальше система по параметрам от точки воз-

никновения перемежаемости, тем короче ламинарные стадии.

Были обнаружены и изучены различные субгармонические режимы колебаний: режим III(a) с отношением частот системы и внешней частоты $n/4$ (рис. 5), режим III(b) с отношением частот системы и внешней частоты $2n/3$ (рис. 7), режим III(c) с отношением частот системы и внешней частоты $(2n-1)/2$ (рис. 9), режим III(d) с отношением частот системы и внешней частоты $(2n-1)/3$ (рис. 11).

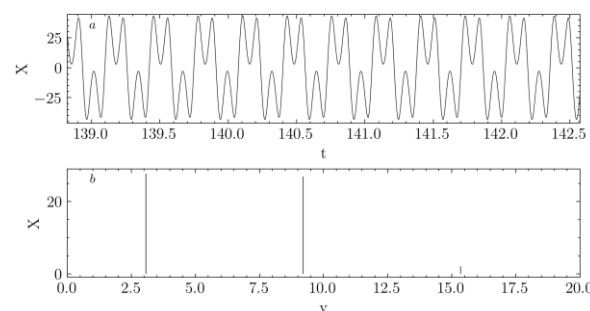


Рис. 3. Область II. Синхронный режим при $\nu = 3.07$, $\epsilon = 155$. а – график зависимости амплитуды X от времени; б – Фурье-спектр

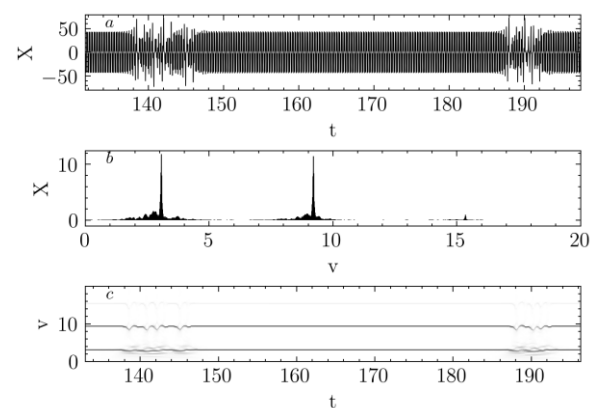


Рис. 4. Перемежаемый хаос при $\nu = 3.0701$, $\epsilon = 155$. а – график зависимости амплитуды X от времени; б – Фурье-спектр; в – график частотно-временного представления амплитуды X

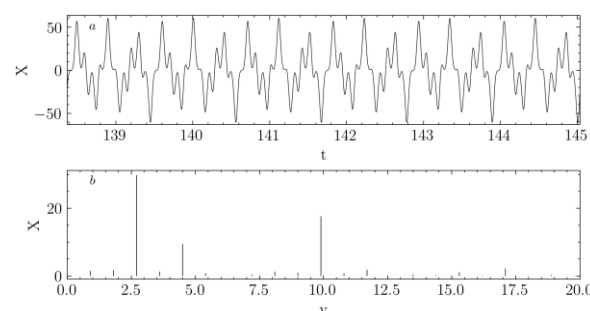


Рис. 5. Область III(a). Субгармонический режим с зависимостью $\frac{n}{4}$ при $\nu = 3.6$, $\epsilon = 155$. а – график зависимости амплитуды X от времени; б – Фурье-спектр

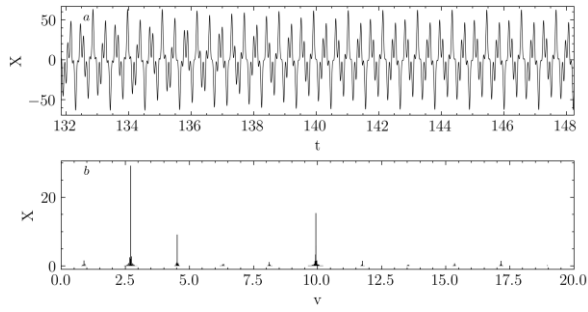


Рис. 6. Квазипериодический режим при $\nu = 3.613$, $\epsilon = 155$. *a* – график зависимости амплитуды X от времени; *b* – Фурье-спектр

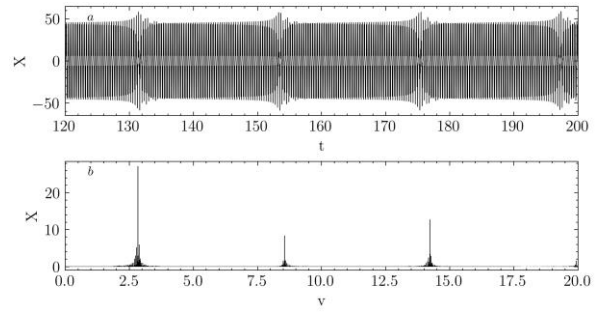


Рис. 10. Квазипериодический режим при $\nu = 5.695$, $\epsilon = 155$. *a* – график зависимости амплитуды X от времени; *b* – Фурье-спектр

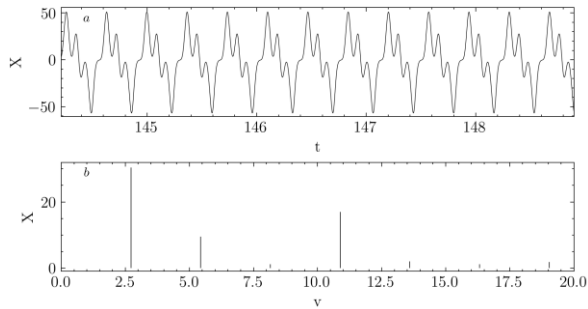


Рис. 7. Область III(b). Субгармонический режим с зависимостью $2\pi/3$ при $\nu = 4.08$, $\epsilon = 155$. *a* – график зависимости амплитуды X от времени; *b* – Фурье-спектр

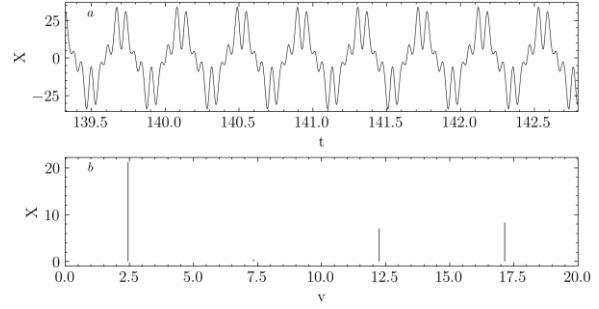


Рис. 11. Область III(d). Субгармонический режим с зависимостью $(2\pi-1)/3$ при $\nu = 7.35$, $\epsilon = 100$. *a* – график зависимости амплитуды X от времени; *b* – Фурье-спектр

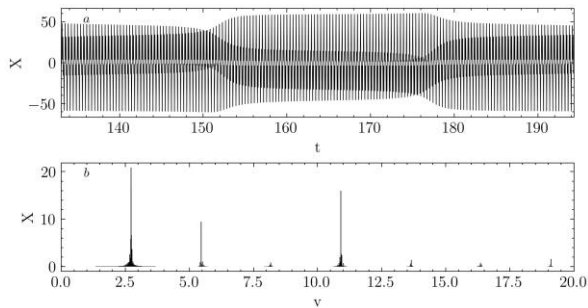


Рис. 8. Квазипериодический режим при $\nu = 4.094$, $\epsilon = 155$. *a* – график зависимости амплитуды X от времени; *b* – Фурье-спектр

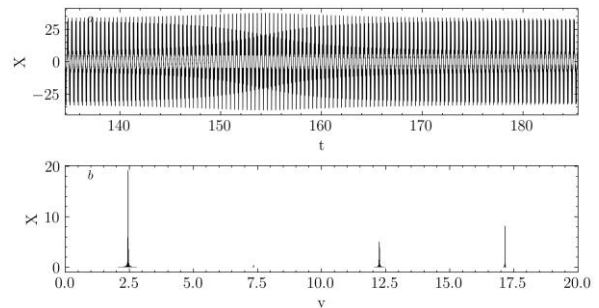


Рис. 12. Квазипериодический режим при $\nu = 7.353$, $\epsilon = 100$. *a* – график зависимости амплитуды X от времени; *b* – Фурье-спектр

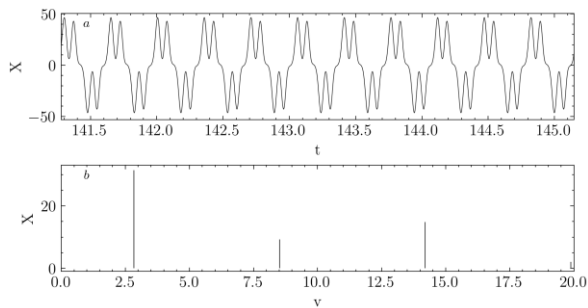


Рис. 9. Область III(c). Субгармонический режим с зависимостью $(2\pi-1)/2$ при $\nu = 5.68$, $\epsilon = 155$. *a* – график зависимости амплитуды X от времени; *b* – Фурье-спектр

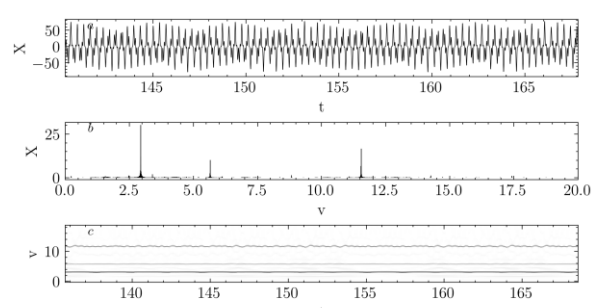


Рис. 13. Квазипериодический режим при $\nu = 4.5$, $\epsilon = 202.5$. *a* – график зависимости амплитуды X от времени; *b* – Фурье-спектр; *c* – график частотно-временного представления амплитуды X

5. Заключение

На основе пятимодовой модели обнаружены и изучены новые, ранее не наблюдавшиеся, субгармонические режимы электротермической конвекции слабопроводящей жидкости при ранее не исследованных частотах (больше трёх) переменного электрического поля горизонтального конденсатора в невесомости.

По совокупности выделены разные режимы: синхронный, субгармонические, квазипериодический режимы и хаос. Обнаружено несколько новых субгармонических режимов с необычными частотными закономерностями. Также были определены сценарии перехода к хаосу через: перемежаемость или квазипериодичность.

Список литературы

1. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности. М.: Мир, 1991. С. 368.
2. Thakur G., Brevdo E., Fuckar N.-S., Wu H.-T. The Synchrosqueezing algorithm for time-varying spectral analysis: robustness properties and new paleoclimate applications // *Signal Processing*, 2013. Vol. 93. P. 1079–1094. DOI: 10.1016/j.sigpro.2012.11.029
3. Ильин В. А., Смородин Б. Л. Конвекция омической жидкости в периодическом электрическом поле // *Вестник Пермского университета. Физика*. Вып. 1. Пермь, 2003. С. 102 – 107.
4. Ильин В. А., Смородин Б. Л. Нелинейные режимы электроконвекции слабопроводящей жидкости // *Письма в ЖТФ*. 2007. Т. 33, № 8. С. 81–87. DOI: 10.1134/S1063785007040256
5. Картавых Н. Н., Смородин Б. Л., Ильин В. А. Параметрическая электроконвекция слабопроводящей жидкости в горизонтальном плоском конденсаторе // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2015. Т. 148, № 1 (7). С. 178–189. DOI: 10.1134/s1063776115080087
6. Болога М. К., Гросу Ф. П., Кожухарь И. А. Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 176 с.
7. Жакин А. И. Электродинамика // *Успехи физических наук*. 2012. Т. 182. С. 495–520. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495
8. Афанасьев С. Б., Стишков Ю. К. Электрофизические процессы в жидкостях и газах. Раздел 4. ЭГД-устройства. СПб: Изд-во СПбГУ, 2007. 87 с.
9. Стишков Ю. К. Электрофизические процессы в жидкостях при воздействии сильных электрических полей. М.: Юстицинформ, 2019. 262 с.
10. Панкратьева И. Л., Полянский В. А. Основные механизмы электризации слабопроводящих многокомпонентных сред // *Известия РАН*.

Механика жидкости и газа. 2017. № 5. С. 15–22. DOI: 10.7868/S0568528117050024

11. Смородин Б. Л., Тараут А. В. Электроконвекция при наличии автономной униполярной инжекции и остаточной проводимости // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2012. Т. 142. № 2 (8). С. 403–412. DOI: 10.1134/S1063776112070187

References

1. Berzhe P., Pomo I., Vidal' K. *Poryadok v haose. O deterministskom podhode k turbulentnosti*. [Order in chaos. On the deterministic approach to turbulence]. Moscow: Mir, 1991. 368 p. (In Russian)
2. Thakur G., Brevdo E., Fuckar N.-S., Wu H.-T. The Synchrosqueezing algorithm for time-varying spectral analysis: robustness properties and new paleoclimate applications. *Signal Processing*, 2013, vol. 93, pp. 1079–1094. DOI: 10.1016/j.sigpro.2012.11.029
3. Il'in V. A., Smorodin B. L. Konveksiya omicheskoy zhidkosti v periodicheskom elektricheskom pole [Convection of an ohmic liquid in a periodic electric field]. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2003, no. 1, pp. 102–107. (In Russian)
4. Il'in V. A., Smorodin B. L. Nonlinear regimes of electroconvection in a low-conducting liquid. *Technical Physics Letters*, 2007, vol. 33, no. 4, pp. 355–357. DOI: 10.1134/S1063785007040256
5. Kartavykh N. N., Smorodin B. L., Il'in V. A. Parametric electroconvection in a weakly conducting fluid in a horizontal parallel-plate capacitor. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2015, vol. 121, no. 1, pp. 155–165. DOI: 10.1134/s1063776115080087
6. Bologa M. K., Grosu F. P., Kozhukhar' I. A. *Elektrokonveksiya i teploobmen* [Electrical Convection and Heat Exchange]. Kishinev: Shtiintsa, 1977. 320 p. (In Russian)
7. Zhakin A. I. Electrohydrodynamics. *Physics-Uspexhi*, 2012, vol. 55, no. 5, pp. 465–488. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495
8. Afanasyev S. B., Stishkov Yu. K. *Elektrofizicheskie processy v zhidkostyax i gazax. Razdel 4. EGD-ustrojstva* [Electrophysical processes in liquids and gases. Section 4. EHD devices]. St. Petersburg: St. Petersburg State University, 2007. 87 p. (In Russian).
9. Stishkov Yu. K. *Elektrofizicheskie processy v zhidkostyah pri vozdejstvii sil'nykh elektricheskikh polei*. [Electrophysical Processes in Liquids under the Influence of Strong Electric Fields] Moscow: Yustitsinform, 2019. 262 p. (In Russian).
10. Pankrat'eva I. L., Polyanskii V. A. Basic mechanisms of electrification of weakly conductive multicomponent media. *Fluid Dynamics*, 2017,

- vol. 52, no. 5, pp. 610–616. DOI: 10.1134/S0015462817050027
11. Smorodin B. L., Taraut A. V. Electroconvection in the presence of autonomous unipolar injection and residual conductivity. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2012, vol. 115, pp. 361–369. DOI: 10.1134/S1063776112070187

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Ильин В. А., Дудин Д. Е. Субгармонические режимы электроконвекции слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле // Вестник Пермского университета. Физика. 2026. № 2. С. 5–12. doi: 10.17072/1994-3598-2026-2-05-12

Please cite this article in English as:

Il'in V. A., Dudin D. E. Subharmonic regimes of electroconvection in a weakly conductive liquid under an alternating electric field. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2026, no. 2, pp. 5–12. doi: 10.17072/1994-3598-2026-2-05-12

Сведения об авторах

1. *Ильин Владимир Алексеевич*, канд. физ.-мат. наук, доцент, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068
2. *Дудин Данил Евгеньевич*, студент, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068

Author information

1. *Vladimir A. Il'in*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia
2. *Danil E. Dudin*, Student, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia