
ФИЛОСОФИЯ

УДК 1(091):51

DOI: 10.17072/2078-7898/2021-4-528-540

ПИФАГОРЕИЗМ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ*Косилова Елена Владимировна**Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (Москва)*

Рассматриваются два противоположных подхода в онтологии математики — реалистский (математика не зависит от человека) и конструктивистский (математические объекты создаются математиками). Против реалистского подхода существуют возражения П. Бенасеррафа о некаузальном характере математики и, соответственно, невозможности достичь ее из физического мира. Против конструктивизма возражение сводится к эффективности математики в прикладных науках. В XX в. преобладал конструктивистский подход, который к концу века совпал с общей тенденцией к скептическому отношению к научному знанию в философии науки. Однако в это же время наука стала играть все более весомую роль в жизни общества, что неминуемо привело к появлению реалистских онтологий. Философия математики К. Мейясу, М. Тегмарка, Р. Пенроуза является современным видом реализма. Рассматривается концепция К. Мейясу, делается вывод о ее близости пифагореизму. Математическое познание позволяет выйти из круга корреляционизма при условии, что математика понимается чисто формально, не интуитивно. Показывается, что логика и физика не могут быть контингентны при условии надежности математики. Совпадение математических структур с физическими ранее получило название предустановленной гармонии между математикой и физикой. Сейчас это объясняется тем, что вселенная устроена по математическим законам. Таким образом, возникает новый пифагореизм. Он отличается от платонизма тем, что в платонизме математика представляет собой особый мир, а в пифагореизме она встроена в физический мир и определяет его законы. В статье показывается необходимость применения аристотелевской онтологии материи и формы. Математика представляет собой форму, а физическое воплощение требует материи. С материей связано течение времени в физическом мире, а также наличие в нем каузальности. Автор приходит к выводу, что принятие идеи о том, что вселенная устроена по математическим законам, приводит к заключению о тождестве бытия и мышления.

Ключевые слова: реализм, пифагореизм, аристотелизм, тождество бытия и мышления, К. Мейясу, М. Тегмарк, Р. Пенроуз.

PYTHAGOREANISM IN MODERN PHILOSOPHY OF MATHEMATICS*Elena V. Kosilova**Lomonosov Moscow State University (Moscow)*

There are two opposing approaches in the ontology of mathematics — realistic (mathematics does not depend on the human being) and constructivist (mathematical objects are created by mathematicians) ones. P. Benacerraf objected to the realistic approach by stating that mathematics is non-causal in nature and, accordingly, it is impossible to reach it from the physical world. The objection to constructivism is based solely on the idea of the effectiveness of mathematics in applied sciences. In the 20th century, the constructivist approach was prevailing. By the end of the century, this prevalence coincided with the general tendency: a skeptical attitude towards scientific knowledge in the philosophy of science. However, at the same time, science began to play a huge role in life. This inevitably led to the emergence of realistic ontologies. The phi-

losophy of mathematics by Q. Meillassoux, M. Tegmark, R. Penrose represents a modern kind of realism. The paper deals with Meillassoux's theory and arrives at a conclusion about its closeness to Pythagoreanism. Mathematical knowledge gives an opportunity to get out of the circle of correlationism, provided that mathematics is understood purely formally, not intuitively. The paper shows that logic and physics cannot be contingent if mathematics is reliable. The coincidence of mathematical structures with physical ones was previously called the «pre-established harmony between mathematics and physics». Now this is explained by the fact that the universe is organized according to mathematical laws. Thus, a new Pythagoreanism appears. It differs from Platonism in that in Platonism, mathematics is an autonomous world, while in Pythagoreanism it is built into the physical world and determines its laws. The article shows the need to apply the Aristotelian ontology of matter and form. Mathematics is a form, while physical embodiment requires matter. The flow of time in the physical world is associated with matter, as well as the presence of causality in it. The author comes to a conclusion that acceptance of the idea that the universe is arranged according to mathematical laws leads to the idea of the identity of being and thought.

Keywords: realism, Pythagoreanism, Aristotelianism, identity of being and thought, Q. Meillassoux, M. Tegmark, R. Penrose.

В этой статье пойдет речь о некоторых новых идеях в философии математики. В явном виде они предстают сейчас, в XXI в., хотя возводятся к философским размышлениям прошлого века о природе математики и о ее связи с физикой. Новое понимание математики, конечно, нельзя назвать абсолютно новым, поскольку почти все идеи о природе математики с точки зрения ее онтологии были выдвинуты в истории философии начиная с Пифагора. Новым оно является только на фоне представлений, которые преобладали в конце XX в.

Касательно методологии будет исследована литература по философии математики последних лет (на материале Стэнфордской энциклопедии), критически проанализированы идеи К. Мейясу относительно роли математики в познании мира, приведена критика его концепта контингентности и проведено сопоставление его идей с идеями нового пифагореизма; во второй части новый пифагореизм будет проанализирован с точки зрения философии — к каким следствиям он ведет, как соотносится с предустановленной гармонией математики и физики, и как мы должны относиться к вытекающему из него концепту тождества бытия и мышления.

Два лагеря в философии математики

До сих пор можно было выделить два противоположных воззрения на философию математики. Оговорюсь сразу, что речь идет не о теории оснований математики (не о спорах логицизма, формализма и интуиционизма), а об онтологии математических объектов. И главный вопрос, который поднят в этой связи, звучит так: суще-

ствуют ли математические объекты отдельно от математиков (которые их открывают), или свободно ли математики изобретают свою математическую вселенную? Обзор соответствующих идей дан в Стэнфордской энциклопедии [Horsten L., 2019; Bueno O., 2020]. Выделяются два полюса философских учений об онтологии математики: реализм (и близкий к нему платонизм) и номинализм (и близкий к нему фикционализм). Относительно второго полюса надо заметить также, что к нему примыкает конструктивизм, но не в смысле конструктивизма Маркова, а в смысле социального конструктивизма Д. Блур [Блур Д., 2012]. Что же это за полюса?

Согласно реализму математическая вселенная — совокупность математических объектов — существует независимо от математиков. Математик предстоит этой вселенной как первооткрыватель, как исследователь. Например, трансфинитные числа существовали до того, как Кантор их открыл, а также и все остальные математические объекты.

Главное возражение против математического реализма сформулировал П. Бенасерраф [Benacerraf P., 1983], и с тех пор его повторяли многие философы. Аргумент звучит так: для того чтобы исследовать что-то, надо иметь к этому доступ. Чтобы иметь доступ к какой-то реальности, надо, чтобы она каузально воздействовала на исследователя (грубо говоря, чтобы ее можно было пощупать). Математические объекты абстрактны, они не находятся в физической вселенной. Следовательно, они не воздействуют на математиков и у математиков нет к ним эпистемического доступа. Отсюда следует, что мате-

матики изобретают свои объекты и эти объекты могли быть другими.

Второй полюс, который я называю конструктивизмом, причисляя сюда и номиналистов, и фикционалистов (детальное обсуждение разницы между которыми увело бы нас в сторону), развивает идеи относительности математики, ее зависимости от культуры и социальной ситуации, ее, так сказать, необязательности. Согласно конструктивистам, математики изобретают математические объекты, а не открывают их. Правда, встает вопрос о том, как они при этом пользуются логикой. Конструктивисты не ставят под сомнение, что получаемая вселенная математических объектов логична, что объекты согласованы между собой, их свойства не произвольны. Следовательно, они не ставят под сомнение логику, хотя и не рассматривают вопроса о ее происхождении.

Главное возражение против конструктивизма — эффективность математики в естественных науках, о чем мы будем говорить ниже. Кроме того, в своей обычной работе почти любой математик «чувствует себя» реалистом, т.е. исследователем уже заранее существующего. Математическую практику в этом смысле следует брать в расчет.

Конструктивизм в философии математики принимает и еще одну форму: исследования когнитивных способностей человека. Это область, которая сейчас представляется очень перспективной. Среди самых первых результатов: геометрическое мышление, судя по всему, запрограммировано в мозге, найдена соответствующая локализация [Hohol M., 2019]. Имеются врожденные механизмы арифметического счета, но тот счет, которым мы пользуемся в школе, кажется, основан не на них. Локализация логики не найдена вообще, а «врожденной логикой» не исключено, что является ошибочная логика (искажение *modus tollens*) [Tall D., 2002]. Может показаться, что изучение работы мозга напрямую не относится к конструктивизму, но, во-первых, мы можем отнести его к эволюционной эпистемологии, которая исторически была тесно связана с радикальным конструктивизмом, во-вторых, в смысле онтологии математических объектов оно принадлежит к лагерю, противоположному реализму. Разумеется, оно будет релятивизировать математику, поскольку сводит ее к продукции человеческого мозга. В той мере,

в какой когнитивистика относится к эмпирическим наукам, вопроса о нормативности и истинности математики и логики (их часто изучают вместе) вообще не может вставать. Когда же в разговор вступают философы, которые тоже обсуждают находки когнитивной науки, то встает вопрос об истине. Например, изучалось формирование логики в детстве и молодости и было показано, что под воздействием обучения в колледже происходит переход от наивной и неправильной детской логики к правильной взрослой [Tall D., 2002]. Две эти логики называются не просто детской и взрослой, но все-таки правильной и неправильной. После того как человек овладевает правильной логикой, неправильность наивной детской ему уже представляется очевидной. По поводу невозможности релятивизировать логику при помощи психологии есть известное рассуждение Э. Гуссерля [Гуссерль Э., 2001].

Реализм К. Мейясу

Теоретический конструктивизм вытекал из учения Канта [Лекторский В.А., 2005]. Именно с Канта началось то глобальное течение в философии, которое сейчас получило название *корреляционизма*. Автор этого термина — влиятельный современный французский философ К. Мейясу [Мейясу К., 2015]. В полемике с корреляционизмом он стремится ввести новый реализм.

Корреляционизм — это, согласно Мейясу, любая философия, которая ставит в соответствие познаваемому объекту познающего субъекта, — конечно же, со всеми его свойствами. Таким образом, вместо объекта как такового и субъекта как такового у нас есть корреляция между ними. Согласимся с Мейясу, что именно так обычно вводится понятие субъекта в курсе гносеологии: в обязательной связке с объектом. Кант был, конечно, не первый, но самый знаменитый из философов, который любую истинность познания напрямую увязывал с познающими способностями. То, что считается всеобщим и необходимым, т.е. математика, сводилось у него к тому, что так устроены у всех людей чувственность и рассудок. Последующие философы в ходе детрансцендентализации нашли, что рассудок устроен не так, как думал Кант, и не у всех одинаково. Таким образом, математика

оказывается даже не общезначимой, не то что имеющей объективную истинность.

Корреляционизм кажется неопровержимым, поскольку любую мысль увязывает с субъектом, следовательно, мысль о выходе из корреляционистского круга также является мыслью субъекта и скоррелирована с ним. Однако Мейясу решительно порывает с этой корреляцией и провозглашает математику средством для познания Великого Внешнего (Great Outdoors в переводе на английский), т.е. объективной реальности.

Математика, считает он, дает доступ к локковским первичным качествам объектов, к кантовской вещи в себе: «...все те аспекты объекта, которые могут быть сформулированы в математических выражениях, могут содержательно мыслиться как свойства объекта в себе (курсив авт. — Е.К.). Из всего того, что в объекте может дать повод для математического осмысления (в виде формулы или в цифровом формате), а не из воспринимаемого или ощущаемого, есть смысл сделать свойства вещи не только как она есть для меня, но и как она есть без меня» [Мейясу К., 2015, с. 8]; «Защищаемый нами тезис, следовательно, двояк: с одной стороны, мы допускаем, что ощущаемое существует только как отношение субъекта к миру; но, с другой стороны, математизируемые свойства объекта полагаются как избавленные от ограничения этой связью, они присутствуют в объекте действительно такими, как я их себе представляю, есть ли или нет у меня отношения к объекту» [Мейясу К., 2015, с. 9]. Он верит в достоверную математику Декарта. Математику он называет гидом к вселенной без человека, к мирозданию самому по себе, никак не связанному с человеком.

Круг эмпиризма

Думается, что прежде всего для Мейясу важна современная ситуация в науке. Она находится в разительном несоответствии с превалированием скептической линии в философии познания. Все попытки постпозитивистов и скептиков ограничить претензии науки на абсолютную истину совершенно не интересны самой науке, шествие которой в XX–XXI вв. можно назвать только триумфальным. Мы все тотально зависим от техники, которой снабжает нас наука. Достаточно назвать мобильную связь через спутник. Попытки релятивизировать науку выглядят ото-

рванными от жизни. Они только углубляют тот разрыв философии и реальной науки, который приводит к неприязненному отношению к философии со стороны многих ученых. Какая-то теория реализма на современном уровне философии должна была появиться.

Эпистемология в философии описывает круг, который можно назвать кругом эмпиризма. Начинается он с оптимистического эмпиризма, который учит, что наблюдениями (и/или экспериментами) можно адекватно познать мир. На этом этапе философы не сомневаются в том, что познавательные способности человека устроены достаточно хорошо. На втором этапе появляется критика познавательных способностей и эмпиризм становится умеренным. Затем критика усиливается, философия обращает внимание на субъективность познающего субъекта, на его ограниченность и, наконец, выносит вердикт о том, что адекватное познание невозможно. Появляется тотальный скептицизм. Однако в то же время сама наука идет вперед, скептическая философия становится для нее неактуальной, и в конце концов появляется новый оптимистический эмпиризм. Этот круг философия описала трижды: в Античности от Аристотеля к скептикам, в XVII–XVIII вв. от Фрэнсиса Бэкона и Локка до Юма и Канта, в XX в. от позитивистов до постпозитивизма и радикального и социального конструктивизма.

Именно сейчас в эпистемологии создается ситуация конфликта скептической философии науки (кроме Блура следует назвать Б. Латура), которая сосредоточена на социальных, а не предметных аспектах научной деятельности и колоссальных успехах науки как познания мира. Как уже говорилось, это подкрепляется и научно-техническим прогрессом. Назревает необходимость объяснить эти успехи, и пусть это уже не может быть наивным оптимизмом Бэкона или плоским позитивизмом Венского кружка, но это должно быть учением о том, что мир так или иначе познаваем.

В своей статье автор сосредоточилась на роли математики в современной науке. Именно в связи с этим был приведен пример работы К. Мейясу. Рассмотрим, как он видит взаимоотношение математики и физики, и обсудим альтернативные варианты.

Проблема контингентности у К. Мейясу

Вторая, после математики, главная мысль его работы — контингентность законов физики. Под контингентностью им понимается абсолютная, принципиальная случайность. Он рассуждает о новом Абсолюте философии — о том, что он называет Гиперхаосом. Гиперхаос — это не просто хаос, присутствующий в нашем мире, это хаос как бы между мирами — свойство реальности быть ни на чем не основанной. Наш мир может в любой момент поменять все физические законы и превратиться в совершенно другой мир. «Все что угодно может вполне реально обрушиться — и деревья, и звезды, и *физические и логические законы* (курсив наш. — Е.К.). Но не в силу некоторого вышестоящего закона, обрекающего любую вещь на исчезновение, но, наоборот, — в силу отсутствия такого вышестоящего закона, который способен был бы предотвратить исчезновение чего бы то ни было» [Мейясу К., 2015, с. 75]. Контингентность означает, что может произойти не просто что угодно вопреки законам, но и самые законы в любой момент могут как угодно измениться. Ссылается он в этой связи и на Юма, указывавшего на ненадежность нашего предвидения будущего.

Против теории гиперхаоса Мейясу есть два возражения. Во-первых, как мы видим, он считает контингентной логику. В качестве примера закона логики, который может «обрушиться», он приводит закон достаточного основания. Закон достаточного основания вообще не имеет к современной логике отношения, это метафизический принцип. Законом же логики называется любое тождественно истинное высказывание. Возможно, Мейясу имеет в виду не совсем современную логику, а более классическую. Тогда под логикой мы будем понимать некую совокупность важнейших принципов мышления: *modus ponens*, правило подстановки, идею логического вывода, определения связей. Если такая логика обрушится, то как возможна надежная математика? Конечно, без логики математика невозможна (или это будет нечеловеческая математика — вариант не исключенный, но таких сильных ходов у Мейясу нет). Может быть, вся математика и не может быть основана на логике, в отличие от того, что думал Б. Рассел, но вывод и подстановка — это самые основы математики. Обрушиваться они никак не могут.

Однако главное утверждение Мейясу — это контингентность законов физики. Но и физика не может быть абсолютно контингентна при условии стабильности математики.

Физические законы связаны с математикой теснейшим образом. Если раньше типично для физики было открывать законы эмпирически, то сейчас значительное количество их предсказывается на кончике пера, и перо это математическое. Даже в классических законах мы постоянно сталкиваемся с феноменами математики. Небесные тела движутся по орбитам, являющимися коническими сечениями. Скорость — это производная. Все уравнения теоретической механики, лагранжианы и гамильтонианы считаются исключительно математически. Механика, которая является разделом физики, изучается на механико-математическом, а не физическом факультете МГУ, настолько она математизирована. Тригонометрические функции были введены для описания углов треугольников. Но потом оказалось, что с помощью их можно описывать законы протекания тока в цепи с емкостью и индуктивностью. В этой цепи нет никаких углов и никаких треугольников! Но ток течет почему-то по отвлеченным математическим принципам. Аналогично происходит со всеми превращениями, вплоть до превращений элементарных частиц. Если мы возьмем для примера ньютоновский закон гравитации $F = \gamma m_1 m_2 / R^2$, то первой или третьей степени расстояния в знаменателе не может быть, потому что это связано с трехмерностью пространства. И так далее. Поэтому вопрос о том, насколько контингентна физика при неизменности математики, далеко не тривиален. Самое вероятное здесь — это не контингентность законов, а случайность космологических констант. Учение на этот счет развито в философии антропного принципа и носит название «тонкая настройка» (*fine tuning*). Возможно, изменяема метрика пространства. Этот открытый вопрос надо адресовать физикам. Вопрос хаосогенеза физики А. Бузов и Л. Бузов поднимают в своей статье [Бузов А., Бузов Л., 2016] и указывают, что при принятии теории хаоса (Гиперхаоса в терминах Мейясу) вселенная не могла бы иметь тот вид, который она имеет сейчас: согласованный физически и математически, доступный для познания.

Какая онтология математики подразумевается в учении Мейясу? В новой метафизике мате-

матика должна занимать центральное, привилегированное положение. Это должно быть пифагорейство на новом уровне: числа правят миром, математические законы правят миром. Аналогичные мысли высказывает и F. Gironi [Gironi F., 2011], также говоря о неопифагореизме. Однако Мейясу сам предвидит такой вариант развития его мысли и специально указывает, что он не пифагореец [Мейясу К., 2015, с. 22]. Поэтому его собственная философия математики остается загадкой. Тем не менее, продолжаем считать, что мир с постоянной математикой — мир Пифагора.

Взаимоотношение между математикой и физикой – 1: предустановленная гармония

Идея предустановленной гармонии между математикой и физикой была высказана многими учеными в начале XX в. Заключается она в том, что математические теории изоморфны физическим законам. Возможно, наибольшую известность у нас получила статья Ю. Вигнера «Непостижимая эффективность математики в естественных науках» [Вигнер Ю., 1968]. Вигнер указывает, что многие теории были открыты (конструктивисты скажут: изобретены) математиками без всякой связи с физикой. И лишь через некоторое время оказывалось, что они прекрасно работают в физике. Вигнер особо отмечает исключительную точность математически формализованных предсказаний, которая значительно превышает точность закона, который мог быть бы установлен индуктивно. Математизированная физика, как это очевидно, не является индуктивной — она сначала ищет математическую модель, а затем проверяет ее на практике. И очень часто оказывается, что модели работают как физические законы.

Очень определенно о родстве математики и физики высказывался знаменитый математик и физик Д. Гильберт: «Теория гравитации Эйнштейна показала со всей очевидностью, что геометрия есть не что иное, как ветвь физики; геометрические истины во всех отношениях устанавливаются так же, как физические истины, и ничем не отличаются от последних. Например, теорема Пифагора и закон всемирного тяготения Ньютона взаимосвязаны, поскольку они оба подчиняются одному и тому же фундаментальному физическому понятию — потенциалу. Но для каждого, кто знаком с теорией гравитации

Эйнштейна, не подлежит сомнению, что оба эти закона, столь различные внешне и считавшиеся ранее столь далекими, один из которых стал известен еще в древности и был одной из первых теорем, изучаемых в школе, а другой описывает взаимодействие масс, не только однотипны по своей природе, но и являются лишь частью одного и того же общего закона» [Гильберт Д., 1998, с. 61]. Эту идею Гильберта, что геометрия — ветвь физики, мы вряд ли сможем принять без возражений. Проще все-таки думать, что они находятся в предустановленной гармонии — что, впрочем, этими словами сказал и сам Гильберт: «...поражает явление, которое мы, правда, в другом смысле, чем Лейбниц, называем предустановленной гармонией и которое есть не что иное, как непосредственное воплощение и реализация математической мысли. Древнейшим примером этого представляется коническое сечение, которое изучали задолго до того, как догадались, что нашли» [Гильберт Д., 1998, с. 57].

Очень похожие мысли высказывали Эйнштейн и Дирак [Dirac P.A.M., 1940]. Отечественный историк физики В. Визгин написал об этом статью «Догмат веры физика-теоретика» [Визгин В.П., 2004].

Взаимоотношение между математикой и физикой – 2: новый пифагореизм

Если же мы зададимся вопросом, что в этой гармонии первично, математика или физика, то ответом будет — математика. Как подчеркивают и Гильберт, и Вигнер, и другие, математические законы открываются и существуют сами по себе, вне связи с физикой. Затем оказывается, что они работают и в физике. Может быть, дело не в первичности математики в реальности, а в свойствах человеческой науки, в том, что у человека математическое познание опережает физическое? Но нет: математика доказывает собственные выводы из собственных аксиом. Она не нуждается в опытах, она *сущностно автономна* от физики. Поэтому возникает новое представление: не предустановленная гармония и не геометрия как ветвь физики, а вселенная устроена по математическим законам.

Рассмотрим идеи еще одного мыслителя, физика М. Тегмарка. Его книга «Наша математическая вселенная» [Тегмарк М., 2014] переведена на русский язык, она написана в качестве попу-

ляризации его идей. Для профессиональной аудитории физиков он написал известную статью «The Mathematical Universe» [Tegmark M., 2008] и в ней выступает уже не как популяризатор, а как профессионал, излагающий свои философские идеи (известна история, что эту статью долго не хотели печатать топовые физические журналы по причине того, что она не экспериментальная, а «слишком философская»). Он уже прямо ссылается на Пифагора и Галилея, которого также относит к пифагорейцам. Тегмарк представляет вселенную в виде двух начал: строгой и точной математической структуры и некоего нередуцируемого остатка. Собственно, остаток — это то, что мы непосредственно видим глазами, ибо математическую структуру увидеть глазами нельзя. Он называет этот остаток «багаж» (baggage). С багажом имеет дело физика. Исходно эмпирические знания — это знания о багаже, но постепенно за этими знаниями о багаже вырисовываются знания о структурах. Таким образом, познание вселенной движется от физики к математике. Но если мы, так сказать, зададимся вопросом о «сотворении» вселенной, о ее «онтологическом составе», то математические структуры будут первичны, а потом уже они облекутся неким количеством багажа, в котором они воплощаются. Онтологически первична математика — она как бы не могла быть другой (в рамках нашего мира). Математика онтологична настолько, насколько она позволяет думать о структуре бытия, как заметил мексиканский исследователь Flores Peña [Flores Peña G.R., 2018].

Взгляды Тегмарка получили осмысление среди философов [Gironi F., 2011; Grygiel W., 2018; Król Z., 2006]. Все согласны с тем, что это новое возвращение древних мыслей Пифагора. Поэтому данное направление в современной философии науки можно обозначить как новый пифагореизм. В отличие от древнего, он базируется на глубоких знаниях математики и физики, на факте их необъяснимой другими способами предустановленной гармонии.

Реализм: пифагореизм и платонизм

Близок к пифагорейским мыслям и еще один известный математик и физик — Р. Пенроуз. Кроме известных у нас книг «Новый ум короля» и «Тени разума», в которых он обсуждает в том числе свою экстравагантную гипотезу о кванто-

вых процессах во внутриклеточных органеллах нейронов, он автор книги «Путь к реальности» [Пенроуз Р., 2007]. На первый взгляд это не философская книга, но она посвящена философской проблеме: онтологии мира, который описывается математикой. Речь в ней идет об онтологических свойствах математики. Сам себя Пенроуз объявляет платоником и реалистом. У него нет сомнений, что математические объекты и структуры существуют независимо от конструирующей деятельности математиков. Пенроуз даже говорит о математических понятиях как о данных Богом, что подчеркивает их объективный характер. Важным вопросом, поднятым им, является абсолютный характер математической истины, выражающий стабильность, неизменность и необходимость взаимоотношений между объектами, принадлежащими миру математики. Что касается доступа к этой истине, Пенроуз утверждает, что она основана на платоническом понимании, которое не может быть отождествлено с алгоритмическими операциями. Такая концепция мира математики требует интуиции, умопознания.

Мысль автора статьи заключается в том, что и Мейясу, и Тегмарк, и Пенроуз представляют не течение классического платонизма в философии математики, а версию современного пифагореизма. Основное отличие платонизма от пифагореизма можно сформулировать следующим образом. С точки зрения платонизма существует независимый мир математических объектов. Платоники говорят о независимости этого мира, главным образом, от конструктивной деятельности математиков. Поэтому у них получается, что это особый мир, не имеющий общего с миром людей. Поэтому он автономен и от физического мира, по сути, не связан с ним.

С точки зрения пифагореизма мир математики не оторван от физического: он первичен по отношению к физическому миру и диктует ему свои законы. Его роль в мире активная, творческая. По сути, именно об этом шла речь у исследователей, которые писали о предустановленной гармонии математики и физики. Современная теоретическая физика, которая не разделяется с математикой, заставляет склоняться именно к пифагореизму, исходя из того, что вселенная устроена по математическим законам.

Польский исследователь З. Круль пишет о разнице пифагореизма и платонизма: «Пифагореизмом в философии математики будет назы-

ваться мнение, что предметы математики являются частью реального мира или *реальными причинами его онтологической структуры*. Пифагореизм и платонизм в философии математики имеют много точек соприкосновения и сходства. Суть различия между этими двумя позициями заключается в проблеме причинно-следственной связи. В пифагореизме числа можно рассматривать как *реальные причины* возникновения мира. По словам же Платона, числа не способны производить пространство, а значит, и физический мир (курсив наш. — Е.К.)» [Król Z., 2006, p. 34].

Другой польский исследователь М. Хоголь пишет: «Важным аргументом в пользу признания Пенроуза современным пифагорейцем является также необычайное восхищение комплексными числами и вера в то, что они являются основой для построения и описания мира. В книге “Путь к реальности” он посвящает этим объектам целую главу и называет ее “Волшебство комплексных чисел”. В этой главе часто встречается слово “магия”...» [Hohol M., 2009, p. 86].

Пенроуз — автор концепции трех миров, которая в некоторых чертах напоминает аналогичную концепцию Поппера. Однако его третий мир — мир математики (у Поппера был мир любого объективного знания). Кроме того, у Поппера мир ума связывал мир физики и третий, а у Пенроуза порядок другой, мир ума замыкает триаду. Однако для Пенроуза важно переплетение этих миров. Они могут причинно воздействовать друг на друга, почему Хоголь и Круль и относят Пенроуза к пифагорейцам, а не к платоникам.

По поводу развития пифагореизма в философии математики в настоящее время проходит постоянно действующий семинар Fermi society of philosophy (США), участники которого также неоднократно указывали на то, что на современном уровне развития математической физики корректнее говорить не просто о платонизме, а именно о пифагореизме, который предполагает «творческую», онтологическую роль математики в мироздании, а не отдельное независимое от мира платоническое царство математических идей [Burov A., Burov L., 2016]. В упомянутой статье авторы рассматривают условия, при которых возможно познание Вселенной, и подчеркивают, что именно математика, а не физика, должна играть основополагающую роль в онтологии Вселенной.

Материя и форма в пифагорейской вселенной

Чем физический мир, прежде всего, отличается от математического? Тем, что в нем есть материя. Именно ее М. Тегмарк называет «багажом». И с этим же связано второе главное отличие видимого мира от математического: математический мир неподвижен, в физическом же есть движение, в нем идет время. Время — принципиально вне-математическое явление. С ним же связаны неотъемлемые от физического мира причинные отношения. Тегмарк рассматривает проблему времени и решает ее посредством ссылки на четырехмерный мир в смысле Минковского. В четырехмерном мире не имеет смысла говорить о ходе времени, оно там «уже состоялось». Стандартным возражением является квантовая непредсказуемость событий, но Тегмарк решает эту проблему посредством ссылки на мультиверс (множественность вселенных). Условие множественности вселенных у него такое: если наблюдатель внутри вселенной («лягушка») описывает ее более сложным образом, чем наблюдатель извне, видящий четыре измерения («птица»), то вселенная множественна. Поскольку фундаментальные законы извне кажутся проще тех, что внутри, то он делает вывод, что вселенных много. И все математически допустимые физические варианты где-то, вероятно, реализуются [Tegmark M., 2008].

Если же строить метафизическую картину мира с точки зрения нас, «лягушек», то надо учитывать ход времени и феномен причинности. Феномен причинности представляет собой нелегкую проблему для пифагореизма. Абсолютно пифагорейская вселенная будет находиться в покое или, говоря античными словами, пребывать в божественных видах движения, прежде всего круговом, и на это движение ничто не будет воздействовать. Преобразования вещей, их взаимодействие, любые причинно-следственные связи в нее можно вписать с трудом.

Как представляется, эти две особенности физического мира, время и причинность, связаны с наличием в нем материи. Именно материя в истории философии начиная с Аристотеля — это то второе начало, тот тегмарковский багаж, который позволяет воплотиться чистым формам в виде математических структур. Философия Аристотеля очень подходит для современного взгляда на математическую вселенную. Соглас-

но Аристотелю, любая вещь состоит из двух начал, формы — носителя всех свойств — и материи, которая воспринимает эту форму и дает ей воплощение. Материя свойств не имеет и не существует сама по себе. Это дуализм, т.е. философское учение о двух принципиально разных началах. Причем Аристотель специально указывал, что математика имеет дело не с материей: «А точность, именно математическую точность, нужно требовать не во всех случаях, но лишь для предметов, у которых нет материи. Таким образом, этот способ не подходит для науки о природе, ибо природа во всех, можно сказать, случаях связана с материей» [Аристотель, 1934, с. 42]. И сейчас мы можем сказать, что материальный мир является математическим с некоторой погрешностью. Именно материя вносит эту погрешность. Галилей, конечно, считал, что книга природы написана на языке математики, однако, думается, Аристотель с его подчеркиванием неточности материальной природы был ближе к истине. Материя вносит в форму (т.е. математическую структуру) как бы «белый шум», отклонение от точности и строгости, некоторую долю хаоса.

Однако Аристотель говорит о форме, а Тегмарк — о математических законах, имеем ли мы право приравнять эти две вещи, считать их одним и тем же началом, противоположным материи? Полагаем, что да.

Для этого нам надо спросить, насколько в физике математические законы подобны аристотелевским формам. У Аристотеля было четыре причины для каждой вещи: формальная, материальная, действующая и целевая. Принято говорить, что современная физика не оперирует целевыми причинами, а сосредоточена на действующих. О формальных и материальных причинах вообще ничего не говорится, и мы, находясь внутри дискурса физики, даже не очень понимаем, что Аристотель имел в виду. Но когда мы говорим, например: «сила гравитации прямо пропорциональна массам и обратно пропорциональна квадрату расстояния», $F = \gamma m_1 m_2 / R^2$, — мы ничего не говорим о действующих причинах. Что тут действует, чем и почему? Тут сказано именно о форме, в которой связаны определенные переменные. Или возьмем различные формулы для энергии: $E = mv^2/2$, $E = kx^2/2$, $E = mgh$, $E = \hbar\nu$. Можем ли мы сказать, что, например, в последней формуле Планка движущая причи-

на — это частота ν электромагнитной волны? Нет, это просто пропорциональность двух величин — форма их связи. Современная физика дает нам не действующие, она дает формальные причины. Это, конечно, не общепринятый взгляд среди философов физики, но он, как кажется, указывает на то, что аристотелевские формы и пифагорейские математические законы (они же тегмарковские структуры) — это в сущности одно и то же.

Следствие пифагорейского взгляда на математику: тождество бытия и мышления

Важно сказать и еще об одном следствии принятия пифагорейской точки зрения на современном этапе. Мы с необходимостью должны будем прийти к тождеству бытия и мышления. Ведь математика рассматривается одновременно в двух аспектах, как порождение человеческого мышления и как наука о подлинном устройстве вселенной. Математика — это то онтологическое место, в котором мышление делается тождественным бытию.

Эта идея кажется экстравагантной даже более, чем идея предустановленной гармонии. Вспомним, что она имеет очень долгую историю. Сначала совсем загадочно высказался Парменид: «Одно и то же — мысль и то, что она мыслит». Другие античные и все средневековые философы о ней не вспоминали (и особенно она не укладывается в мировоззрение христианства; но, возможно, с ней, подумав, согласились бы гностики). Она появляется у Спинозы в высказывании «Порядок и связь идей те же, что порядок и связь вещей», хотя тут речь идет не о полном тождестве, а о чем-то близком к тому, что Лейбниц почти сразу же после этого назвал как раз предустановленной гармонией. Потом были Шеллинг и Гегель, у последнего вся природа развивается строго по законам логики, поскольку она есть производное от Абсолютного духа. У Гегеля получается тождество бытия и мышления Духа, а не человека. У него мы видим самое нужное для нас: человек начинает мыслить, как Дух, и, следовательно, тождественно с самим бытием, когда мыслит логически.

По большому счету, на своих наибольших вершинах мышление человека — это его работа в математике и логике. Математика является связующим мостом между мышлением человека и устройством мироздания.

Разумеется, тождество бытия и мышления — странная идея, она никак не кажется само собой разумеющейся. Вся современная гносеология вместе с когнитивной наукой подводит к тому, что это не так, и автор написала об этой идее не для того, чтобы на ней настаивать. Мы должны иметь в виду то, что именно следует из того пифагореизма, который мы имеем на сегодняшний день: некоторые современные авторы делают отсюда вывод о существовании Высшего Разума [Burov A., Burov L., 2016]). Возможно, это заставит нас отнестись к нему с дополнительной критичностью.

Мы также должны принять во внимание следующий момент. Является ли любое математическое описание процесса или закона выходом к реальности в себе? Вовсе нет. Многие описания математических процессов являются моделями, модели являются гипотезами. Именно такой подход к математике продиктован современной философией математики как прикладной дисциплины. Математика предлагает модели, которые либо подходят, либо непригодны на практике. Следует также отметить, что из многих естественных наук математика находится в предварительно установленной гармонии только с физикой. Такие науки, как биология, гораздо реже оперируют математическими моделями, а погрешность в них гораздо выше. Однако вполне возможно, что мы все еще находимся на пороге открытия в этой области.

Перспективы реализма в математике

Возвращаясь к роли математики в выходе из «круга корреляционизма», мы можем обратить внимание еще на одну статью (точнее, текст выступления на семинаре) К. Мейясу, посвященную этой проблеме, — «Iteration, reiteration, repetition: an speculative analysis of the meaningless sign» [Meillassoux Q., 2012]. Он предлагает нам направление, в котором следует мыслить математику, не зависимую от субъекта, не трансцендентальную: это формализм. В названии работы так и звучит: «meaningless sign», знак без значения. Формализм — это работа в математике, но не основанная на интуиции, на придании смысла преобразованиям, которые проводятся по чисто формальным правилам. Как было замечено выше, логику нельзя считать контингентной, потому что именно на ней будет основываться работа по преобразованию знаков и последовательностей знаков.

О «кризисе интуиции» в математике заговорили уже во времена Венского кружка [Хан Г., 1972]. Современная математика становится, если можно так выразиться, нечеловеческой. Надо кстати отметить, что направление, которое представляет К. Мейясу (спекулятивный реализм), близко к деантропоморфизации объектов, субъектов и самого мышления. Э. Гуссерль с сожалением говорил, что наука — он имел в виду в первую очередь геометрию — впадает в «искусшение языком», она перестает быть понятной, перестает «реактивировать смысл» [Гуссерль Э., 1996, с. 221–222]. Современные философы говорят об этом уже с одобрением. Благодаря логическому и математическому формализму, т.е. деантропоморфизации мышления, человек разрывает корреляционистский круг, внутри которого наука зависит от него, и выходит в область чистого мышления, приближающегося к объективному познанию мира (мы опять видим витающую здесь идею о тождестве бытия и мышления).

Ставя вопрос об онтологическом статусе математических и физических истин, мы опять вынуждены поспорить с Мейясу. Мы видели, что математика у новых пифагорейцев лежит в основании мира. Поэтому физические истины покоятся на математических, физические объекты — это облеченные в материю воплощения математических объектов, и утверждения о физических объектах — это пересказанные на другом языке утверждения математики. Мы видели, что материальный мир отличается от математического тем, что в нем идет время и существует причинность. Хотя, по сути, причинность также можно свести к ходу времени. Время является фундаментальной осью существования физического мира. Можно сказать, оно неразрывно связано с материей. Отсюда заключаем, что в физическом мире мы видим изменения, в основе которых лежит причинность. Однако все происходит в соответствии с математическими законами, описывающими структуры мира. Нельзя сказать, что математика является причиной физики, поскольку в мире они в сущности совпадают. Здесь можно провести связь и с проблемой явления и сущности: сущность мира математическая, физика же, с ее неразрывной связью с материей, «отвечает» за явление. Но познание явления в физике состоит в выявлении его математической формы и тем самым в прорыве к его сущности. Мы больше не говорим о предоста-

новленной гармонии между математикой и физикой, мы видим, что они, по сути говоря, являются двумя сторонами одной вещи.

Заключение

Итак, в начале XXI в. в математической философии появились реалистические онтологии, часть из которых можно отнести даже к новому пифагореизму. Некоторые из них появились в ответ на конструктивизм в философии науки конца XX в. В онтологии К. Мейясу с помощью математики (причем чисто формальной) мы разрываем корреляционистский круг и выходим к познанию вещи самой по себе. Математика описывает не наше мышление, а свойства реального мира.

То же говорит М. Тегмарк и обосновывает, что такое понимание математики является новым пифагореизмом. Наша вселенная имеет математический характер, именно поэтому математика адекватно описывает ее. Аналогичную теорию разворачивает Р. Пенроуз, которого также можно отнести к новым пифагорейцам. Сам факт необъяснимой эффективности математики в физике был замечен Д. Гильбертом, П. Дираком и другими физиками в начале XX в.; ему посвятил известную статью Ю. Вигнер. Однако тогда говорили об удивительной предустановленной гармонии между математикой и физикой. Математика считалась чисто абстрактной наукой, а устройство вселенной, как считалось, описывает физика.

Однако теперь мы видим, что именно математика описывает устройство вселенной, так как сама вселенная математична. И феномен предустановленной гармонии исчезает. Физическая вселенная — это просто воплощение математических структур в материи. Причем материя вносит в бесконечную точность математики свой «белый шум», некоторую долю хаоса.

Однако самое важное свойство материи в данном аспекте — это то, что она существует во времени. В физической вселенной, в отличие от чисто математической, течет время. На этом течении основана и видимая нами физическая причинность. Математика составляет сущность мира, в то время как физика дает нам его явление. До тех пор, пока мы занимаемся явлениями, мы находимся, по Мейясу, внутри корреляционизма. Когда мы выходим к математическому описанию, мы уже не скоррелированы с

объектом, а имеем дело с ним как с вещью самой по себе.

Однако, как выяснилось, такое пифагорейское понимание устройства вселенной приводит к достаточно проблематичному выводу — речь идет, в сущности, о тождестве бытия и мышления. Математика является, с одной стороны, человеческой наукой, с другой стороны, сущностью мира. Мейясу считает, что формальная (лишенная интуиции) математика уже не является корреляционистской, однако нельзя не сказать, что она продолжает оставаться человеческой наукой, никакая наука не может окончательно выйти за пределы наших познавательных способностей. Здесь, думается, надо быть осторожным.

Двери для других онтологических учений остаются открытыми.

Выражение признательности

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Мозг, когнитивные системы, искусственный интеллект».

Acknowledgements

The research was supported by the Interdisciplinary Scientific and Educational School of Moscow University «Brain, Cognitive Systems, Artificial Intelligence».

Список литературы

- Аристотель*. Метафизика. М.; Л.: СОЦЭКГИЗ, 1934. 348 с.
- Блур Д.* Возможна ли альтернативная математика? / пер. Е. Напреенко // Социология власти. 2012. № 6–7. С. 150–177.
- Вигнер Е.* Непостижимая эффективность математики в естественных науках // Успехи физических наук. 1968. Т. 94, вып. 3. С. 535–546.
- Визгин В.П.* Догмат веры физика-теоретика. 2004. URL: <http://realigion.me/article/23643.html> (дата обращения: 17.07.2021).
- Гильберт Д.* Познание природы и логика // Знание-сила. 1998. № 1. С. 55–62.
- Гуссерль Э.* Собрание сочинений. Т. 3(1): Логические исследования (Т. 2, ч. 1). М.: Гнозис, 2001. 576 с.
- Гуссерль Э.* Начало геометрии. Введение Жака Деррида. М.: Ad Marginem, 1996. 269 с.
- Лекторский В.А.* Кант, радикальный конструктивизм и конструктивный реализм в эпистемологии // Вопросы философии. 2005. № 8. С. 11–21.

Мейясу К. После конечности: эссе о необходимости контингентности. М.: Кабинетный ученый, 2015. 196 с.

Пенроуз Р. Путь к реальности или Законы, управляющие Вселенной. Полный путеводитель. М.: Изд-во Ин-та компьютерных исследований, 2007. 912 с.

Тегмарк М. Наша математическая вселенная. М.: Corpus, АСТ, 2014. 592 с.

Хан Г. Кризис интуиции // Математики о математике: сб. ст. М.: Знание, 1972. С. 25–42.

Benacerraf P. Mathematical Truth // *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* / ed. by P. Benacerraf, H. Putnam. 2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1983. P. 403–420. DOI: <https://doi.org/10.1017/cbo9781139171519.022>

Bueno O. Nominalism in the Philosophy of Mathematics // *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* / ed. by E.N. Zalta. (Fall 2020 ed.). URL: <https://plato.stanford.edu/archives/fall2020/entries/nominalism-mathematics/> (accessed: 15.02.2021).

Burov A., Burov L. Genesis of a Pythagorean Universe // *Trick or Truth? The Mysterious Connection Between Physics and Mathematics* / ed. by A. Aguirre, B. Foster, Z. Merali. Cham, CH: Springer, 2016. P. 157–170. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-27495-9_14

Dirac P.A.M. The Relation between Mathematics and Physics // *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*. 1940. Vol. 59, pt. II. P. 122–129. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0370164600012207>

Flores Peña G.R. El signo sin significado // *Revista Espiral*. 2018. URL: <http://revistaespiraltijuana.org/2018/06/09/el-signo-sin-significado-gerardo-r-flores/> (accessed: 12.08.2019).

Gironi F. Meillassoux's Speculative Philosophy of Science: Contingency and Mathematics // *Pli: The Warwick Journal of Philosophy*. 2011. Vol. 22. P. 25–60.

Grygiel W. On the adequacy of qualifying Roger Penrose as a complex Pythagorean // *Philosophical problems in Science*. 2018. No. 65. P. 61–84.

Hohol M. Foundations of Geometric Cognition. L.; N.Y.: Routledge, 2019. 204 p. DOI: <https://doi.org/10.4324/9780429056291>

Hohol M. Roger Penrose — pitagorejszyk zespolony? // *Semina Scientiarum*. 2009. Vol. 8. P. 79–90.

Horsten L. Philosophy of Mathematics // *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* / ed. by E.N. Zalta. (Spring 2019 ed.). URL: <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/philosophy-mathematics/> (accessed: 15.02.2021).

Król Z. Platonizm matematyczny i hermeneutyka. Warszawa, PL: Wyd. IFiS PAN, 2006. 245 s.

Meillassoux Q. Iteration, reiteration, repetition: an speculative analysis of the meaningless sign / transl. by R. Mackay. 2012. URL: https://cdn.shopify.com/s/files/1/0069/6232/files/Meillassoux_Workshop_Berlin.pdf (accessed: 17.07.2021).

Tall D. Advanced Mathematical Thinking. N.Y.: Kluwer Academic Publishers, 2002. 310 p.

Tegmark M. The Mathematical Universe // *Foundations of Physics*. 2008. Vol. 38, iss. 2. P. 101–150. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10701-007-9186-9>

Получена: 05.03.2021. Доработана после рецензирования: 28.07.2021. Принята к публикации: 24.08.2021

References

Aristotle (1934). *Metafizika* [Metaphysics] Moscow, Leningrad: SOTSEKGIZ Publ., 348 p.

Benacerraf, P. (1983). Mathematical truth. *Philosophy of Mathematics: Selected readings*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 403–420. DOI: <https://doi.org/10.1017/cbo9781139171519.022>

Bloor, D. (2012). [Can there be an alternative mathematics?]. *Sociologiya vlasti* [Sociology of Power]. No. 6–7, pp. 150–177.

Bueno, O. Nominalism in the philosophy of mathematics. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, ed. by E.N. Zalta. (Fall 2020 Edition). Available at: <https://plato.stanford.edu/archives/fall2020/entries/nominalism-mathematics/> (accessed: 15.02.2021).

Burov, A. and Burov, L. (2016). Genesis of a Pythagorean universe. *Trick or truth? The mysterious connection between physics and mathematics*. Cham: Springer Publ., pp. 157–170. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-27495-9_14

Dirac, P.A.M. (1940). The relation between mathematics and physics. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*. Vol. 59, pt. 2, pp. 122–129. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0370164600012207>

Flores Peña, G.R. (2018). [The sign without meaning]. *Revista Espiral*. Available at: <http://revistaespiraltijuana.org/2018/06/09/el-signo-sin-significado-gerardo-r-flores/> (accessed 12.08.2019).

Gironi, F. (2011). Meillassoux's speculative philosophy of science: Contingency and mathematics. *Pli: The Warwick Journal of Philosophy*. Vol. 22, pp. 25–60.

Grygiel, W. (2018). On the adequacy of qualifying Roger Penrose as a complex Pythagorean. *Philosophical Problems in Science*. No. 65, pp. 61–84.

Hahn, H. (1972). [Crisis of intuition]. *Matematiki o matematike* [Mathematicians on mathematics]. Moscow: Znanie Publ., pp. 25–42.

Hilbert, D. (1998). [Cognition of nature and logic]. *Znanie-sila* [Knowledge is power]. No. 1, pp. 55–62.

Hohol, M. (2009). Roger Penrose — pythagorean of complex numbers? *Semina Scientiarum*. Vol. 8, pp. 79–90.

Hohol, M. (2019). *Foundations of geometric cognition*. London, New York: Routledge Publ., 204 p. DOI: <https://doi.org/10.4324/9780429056291>

Horsten, L. Philosophy of mathematics. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, ed. by E.N. Zalta. (Spring 2019 Edition). Available at: <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/philosophy-mathematics/> (accessed: 15.02.2021).

Husserl, E. (1996). *Nachalo geometrii. Vvedenie Zhaka Derrida* [Origin of geometry. Introduction by J. Derrida]. Moscow: AdMarginem Publ., 269 p.

Husserl, E. (2001). *Sobraniye sochineniy. T. 3(1): Logicheskie issledovaniya (T. 2, ch. 1)* [Collection of works. Vol. 3(1): Logical research (Vol. 2, pt. 1)]. Moscow: Gnozis Publ., 576 p.

Król, Z. (2006). *Matematyczny i hermeneutyka* [Mathematical and hermeneutics]. Warsaw: IFiS PAN Publ., 245 p.

Lektorskiy, V.A. (2005). [Kant, radical constructivism and constructive realism in epistemology]. *Voprosy filosofii*. No. 8, pp. 11–21.

Meillassoux, Q. (2012). *Iteration, reiteration, repetition: a speculative analysis of the meaningless*

sign. Available at: https://cdn.shopify.com/s/files/1/0069/6232/files/Meillassoux_Workshop_Berlin.pdf (accessed 17.07.2021).

Meillassoux, Q. (2015). *Posle konechnosti: esse o neobkhodimosti kontingentnosti* [After finitude: An essay on the necessity of contingency]. Moscow: Kabinetnyy Uchenyy Publ., 196 p.

Penrose, R. (2007). *Put' k real'nosti ili Zakony, upravlyayushchiye Vseennoy. Polnyy putevoditel'* [The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Univers]. Moscow: ICR Publ., 912 p.

Tall, D. (2002). *Advanced mathematical thinking*. New York: Kluwer Academic Publ., 310 p.

Tegmark, M. (2014). *Nasha matematicheskaya vseleennaia* [Our mathematical universe]. Moscow: Korpus, AST Publ., 592 p.

Tegmark, M. (2008). The mathematical universe. *Foundations of Physics*. Vol. 38, iss. 2, pp. 101–150. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10701-007-9186-9>

Vizgin, V.P. (2004). *Dogmat very fizika-teoretika* [Article of faith of the theoretical physicist]. Available at: <http://realigion.me/article/23643.html> (accessed 17.07.2021).

Wigner, E. (1968). [The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences]. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences]. Vol. 94, iss. 3, pp. 535–546.

Received: 05.03.2021. Revised: 28.08.2021. Accepted: 24.08.2021

Об авторе

Косилова Елена Владимировна

кандидат философских наук,
доцент кафедры онтологии и теории познания

Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова,
119991, Москва, Ломоносовский пр., 27/4;
e-mail: implicatio@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2261-7680>

About the author

Elena V. Kosilova

Candidate of Philosophy, Associate Professor
of the Department of Ontology and Gnoseology

Lomonosov Moscow State University,
27/4, Lomonosovsky av., Moscow, 119991, Russia;
e-mail: implicatio@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2261-7680>

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Косилова Е.В. Пифагореизм в современной философии математики // Вестник Пермского университета. Философия. Психология. Социология. 2021. Вып. 4. С. 528–540. DOI: 10.17072/2078-7898/2021-4-528-540

For citation:

Kosilova E.V. [Pythagoreanism in modern philosophy of mathematics]. *Vestnik Permskogo universiteta. Filosofia. Psihologia. Sociologia* [Perm University Herald. Philosophy. Psychology. Sociology], 2021, issue 4, pp. 528–540 (in Russian). DOI: 10.17072/2078-7898/2021-4-528-540