ВЕСТНИК ПЕРМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
2022 **Философия. Психология. Социология** Выпуск 3

ФИЛОСОФИЯ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ, СТРУКТУРЫ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВА» (Тематический выпуск)

УДК 1:51

DOI: 10.17072/2078-7898/2022-3-361-367

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ, СТРУКТУРЫ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВА (ВВЕДЕНИЕ К ТЕМАТИЧЕСКОМУ ВЫПУСКУ)

Ламберов Лев Дмитриевич *(приглашенный редактор)*

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина (Екатеринбург)

Статья служит введением к проблематике, обсуждаемой в следующих статьях. Рассматривается гипотеза интеграции, предполагающая, что адекватное решение философской проблемы должно одновременно давать ответ и на онтологические, и на эпистемологические вопросы. Указанная проблема описывается спекулятивно, а также путем обращения к дилемме П. Бенацеррафа, кроме того, иллюстрируется на примере сравнения классической и интуиционистской математик и интерпретации понятия компьютерного доказательства. Демонстрируется, что адекватная философия математики должна одновременно учитывать онтологические и эпистемологические аспекты математики и математической практики.
Ключевые слова: математические объекты, структуры, доказательства, предмет математики, философия математики.

MATHEMATICAL OBJECTS, STRUCTURES AND PROOFS (INTRODUCTION TO THE SPECIAL ISSUE)

Lev D. Lamberov *(guest editor)*

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin (Ekaterinburg)

The paper serves as an introduction to the issues discussed in the following articles. It raises the problem (challenge) of integration, according to which an adequate solution of a philosophical problem should simultaneously be an answer to both ontological and epistemological questions. This problem is described speculatively and by referring to P. Benacerraf's dilemma. In addition, the problem is illustrated by comparing classical and intuitionistic mathematics and also through interpretation of the concept of computer proof. The paper demonstrates that adequate philosophy of mathematics must simultaneously take into account the ontological and epistemological aspects of mathematics and mathematical practice.
Keywords: mathematical objects, structures, proofs, subject of mathematics, philosophy of mathematics.

13 мая 2022 г. в рамках Международной научной конференции «uAnalytiCon-2022: Абстрактные объекты» (13–14 мая 2022 г., Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург) прошел круглый стол «Математические объекты, структуры и доказательства». Тема круглого стола представляла собой попытку рассмотрения взаимосвязей между понятиями математического объекта, математической структуры и математического доказательства. Одна из основных гипотез, обсуждавшихся в ходе дискуссии, состоит в том, что указанные понятия пло-

дотворнее (а возможно, и правильнее) исследовать без отрыва друг от друга. Хотя понятия математического объекта и структуры относятся, скорее, к онтологическим вопросам математики, а понятие математического доказательства — к эпистемологическим вопросам, вряд ли такое «дисциплинарное» деление в философии математики соответствует сущностному делению в самой математике. С одной стороны, если доказательство является средством получения математического знания или же средством обоснования математических утверждений, то, скажем так, границы доказательства являются границами математически существующего (существующего с достаточной степенью математического обоснования). С другой стороны, если математические объекты и структуры обладают определенными характеристиками, то эти характеристики определяют способы получения знания о них. Например, если математические объекты и структуры являются чувственно воспринимаемыми, то доказательство может оказаться чем-то подобным эксперименту в естественных науках если не по степени обоснования (результаты экспериментов вряд ли могут быть признаны аподиктичными), то хотя бы по связи с некоторым чувственным созерцанием.

Обсуждаемую гипотезу можно представить в виде *вызова* (или *проблемы*) *интеграции*[1]. Для начала посмотрим на этот вызов сугубо спекулятивно. В различных областях философии возникают сходные проблемы, а решение этих проблем в одной области накладывает ограничения на возможные решения в других. Суть проблемы интеграции состоит в том, чтобы дать не только адекватные и обоснованные ответы на онтологические и эпистемологические вопросы разных областей философского знания, но и дать их таким образом, чтобы они согласовывались друг с другом. Для достижения определенных целей философского исследования можно прийти к очень интересной онтологии, которая будет решать конкретную проблему за счет постулирования некоторого вида сущностей. Тем не менее такое решение может оказаться нежелательным по той причине, что у нас может не быть возможности построить соответствующую этой онтологии эпистемологию. Другими словами, сущности для решения этой проблемы мы постулируем, но вот объяснить то, каким образом эти сущности познаются, не сможем. Такое решение вряд ли можно назвать приемлемым. Возможна и обратная ситуация. Мы сначала придумаем адекватную эпистемологию, а потом попытаемся построить соответствующую ей онтологию. Однако и в этом случае существует вероятность того, что мы столкнемся с непреодолимыми трудностями. В частности, наша эпистемология будет описывать познавательные способности, для которых необходимые нам сущности окажутся вне досягаемости.

Если обратиться к более конкретным инкарнациям проблемы интеграции, то лучше всего коротко рассмотреть дилемму П. Бенацеррафа [Benacerraf P., 1973]. Дилемма демонстрирует следующее: адекватная философия математики должна сочетать в себе и онтологическую, и эпистемологическую части. Соответственно, в статье П. Бенацеррафа, в которой он представил эту дилемму, можно условно выделить два фрагмента: (1) формулировка онтологии и унифицированного объяснения языка математики в ущерб эпистемологии; (2) формулировка эпистемологии в ущерб унифицированному объяснению языка.

В первом фрагменте рассматривается позиция математического платонизма, согласно которому математические объекты представляют собой абстрактные сущности. Абстрактные сущности «населяют» отдельный мир, не располагаются в пространстве и времени (например, как физические вещи) и не участвуют в причинно-следственных отношениях. Такая концепция математических объектов позволяет использовать достаточно традиционный подход к объяснению языка математики — теорию истины А. Тарского [Tarski A., 1935, 1944]. В этом объяснении индивидные константы и индивидные переменные обозначают внеязыковые объекты, существующие независимо от говорящих агентов. Ключевое преимущество использования теории истины А. Тарского для объяснения языка математики заключается в том, что в этом случае мы имеем унифицированное объяснение языка, не отличающееся по своей форме и базовым понятиям (у

[1] Термин заимствован из [Peacocke C., 1999], которая иллюстрируется с помощью дилеммы П. Бенацеррафа [Benacerraf P., 1973], но касается не столько философии математики, сколько практически любой проблемы философии.

А. Тарского понятие истины определяется через понятия обозначения и выполнимости) от (фрагмента) обыденного языка и языка естественных наук. Однако платонистская концепция математических объектов вызывает значительные эпистемологические трудности, т.к. не позволяет обращаться ни к каузальной теории знания [Goldman A.I., 1967], ни к релайабилизму [Goldman A.I., 1975], а другие эпистемологические теории (например, обращающиеся к понятию математической интуиции) в настоящее время (особенно после натурализации эпистемологии в работах У.В.О. Куайна [Quine W.V.O., 1969]) вряд ли могут рассматриваться как серьезные и обоснованные концепции. Более того, то же самое затруднение может быть переформулировано через понятия математического убеждения и математического факта без обращения к какой-либо конкретной эпистемологической концепции [Field H., 1989, p. 227–281].

Во втором фрагменте рассматриваются попытки сформулировать философию математики исходя из эпистемологии. То есть сначала формулируется адекватная эпистемология, утверждающая, к примеру, что истинность математических утверждений зависит не от существующих объектов особого рода, а от доказательств или построений. В частности, такую позицию развивали, интуиционисты [Heyting A., 1956] и конструктивисты [Марков А.А., 1954, 1972]. В этом случае признаются существующими только те математические объекты, которые «создаются» умом работающего математика, или объекты, для которых можно задать процедуру построения. Соответственно, обращение к теории истины А. Тарского для объяснения языка математики уже не представляется возможным, т.к. никакие внеязыковые сущности, независимые от говорящих агентов, просто не предполагаются в качестве значений языковых выражений. Для объяснения языка математики в таком случае можно сформулировать верификационистскую или теоретико-доказательную семантику. Последняя, правда, приведет к тому, что объяснение математического языка уже не будет аналогично объяснению (фрагмента) обыденного языка или языка естественных наук.

Получается, дилемма П. Бенацеррафа создает затруднительную ситуацию в философии математики, в рамках которой мы можем иметь либо платонистскую онтологию и унифицированное объяснение языка математики, либо адекватную эпистемологию. Выбор одной из сторон этой дилеммы зачастую делается в ущерб другой стороне. Однако нельзя сказать, что дилемма П. Бенацеррафа вовсе не имеет решения; скорее, ее следует рассматривать как трудное испытание, задачу или вызов [Linnebo Ø., 2006]. Несколько иначе рассматриваемый вызов интеграции можно представить как ситуацию, в которой «[м]ы должны совместить адекватную концепцию того, в чем заключается истинность утверждений данного вида, с убедительной концепцией того, как мы можем знать эти утверждения, когда мы их [действительно] знаем» [Peacocke C., 1999, p. 1]. Иными словами, мы можем понимать, в чем состоит истинность утверждений некоторой области философии, но при этом не понимать, каким образом мы в принципе имеем убеждение в содержании этих утверждений, или мы можем понимать, каким образом у нас сформировались убеждения в содержании некоторых утверждений, но при этом мы не можем ясно описать их условия истинности.

Обратимся теперь к тому, каким образом в обсуждаемой гипотезе о взаимосвязи понятий математического объекта, структуры и доказательства могут влиять друг на друга. Наиболее очевидным примером, иллюстрирующим взаимоотношения между математическими объектами (будь они чем-то самостоятельным или лишь частями некоторых структур) и доказательствами, является различие между классической математикой и интуиционистской (и частью конструктивистской). Например, Л.Э.Я. Брауэр выделает два акта интуиционизма [Brouwer L.E.J., 1981, p. 4–8]. Согласно первому акту интуиционизма, математика является безъязыковой деятельностью ума, а память и восприятие движения времени порождают натуральные числа. Второй же акт иллюстрирует то, что существует два способа создания новых сущностей, основанных на свободном выборе, порождающем бесконечные последовательности уже признанных объектов, что, в свою очередь, устанавливает существование интуиционистского континуума, в некоторых аспектах отличающегося от континуума в классической математике. Однако адекватно сравнить классическое и интуиционистское понятие континуума весьма затруднительно по той причине, что интуиционистские действительные числа обладают отличными от классических действительных чисел свойствами. Поскольку интуиционисты признают только потенциальную бесконечность, допустимыми оказываются только такие бесконечные объекты, которые могут быть порождены «пошагово». Согласно Л.Э.Я. Брауэру, бесконечные последовательности конечных объектов (например, натуральных чисел) представляют собой последовательности, порожденные свободной волей. Такая последовательность может быть либо всюду определенной («законоподобной», например, последовательность нулей или возрастающие обычным образом последовательности четных чисел, простых чисел или натуральных чисел), либо недетерминированной («беззаконной», например, последовательность результатов броска кубика, когда заранее неизвестно, какое значение выпадет на любом отдельно взятом шаге). Для любой недетерминированной («беззаконной») последовательности известен только ее начальный фрагмент, сама же такая последовательность не завершена, т.к. число ее элементов зависит от свободной воли создающего субъекта (своего рода трансцендентального субъекта [Atten M. van, 2004, 2007]. Более того, любая детерминированная последовательность в любой момент в соответствии со свободной волей создающего субъекта может быть превращена в недетерминированную, а всякое действительное число представляется как такая последовательность выбора (или свободно становящаяся последовательность). Такие последовательности выбора обосновывают введение аксиом непрерывности, благодаря которым выводятся утверждения, являющиеся ложными в классической математике. Соответственно, понятие континуума в интуиционизме не является лишь ослаблением классического понятия континуума; эти два понятия «схватывают» сходные, но *разные* феномены[2].

Таким образом, особый подход к понятию доказательства в интуиционизме (интуиционистское понятие доказательства является более строгим по сравнению с классическим и предполагает только прямые формы) вместе с определенными эпистемически мотивированными концепциями в конечном счете приводит к тому, что онтологии формулируемых математических теорий оказываются отличными от онтологий теорий классической математики. При этом различие между объектами двух «типов» онтологий математических теорий проявляется не столько в разных истинностных значениях математических утверждений, сколько в природе объектов этих онтологий.

Еще одним примером возможного влияния понятия «доказательство» на предмет математики и природу математических объектов являются некоторые попытки интерпретации компьютерных доказательств. Обычно под доказательством понимают обозримую и поддающуюся формализации конструкцию, целью которой является достижение убежденности [Tymoczko T., 1979, p. 59]. Вычислительная техника при доказательстве теорем зачастую используется для решения различного рода сложных в комбинаторном отношении задач. Такие доказательства предполагают перебор разных комбинаций и их последовательную проверку, а самым знаменитым компьютерным доказательством является, конечно же, доказательство теоремы о четырех красках [Appel K., Haken W., 1977; Appel K. et al., 1977]. Для отдельного человека, имеющего ограниченную продолжительность жизни и ограниченные умственные возможности, проверить компьютерную часть доказательства невозможно. Таким образом, у компьютерных доказательств отсутствует одна важная черта — обозримость. Компьютерное доказательство невозможно обозреть, как невозможно понять/проверить каждый отдельно взятый шаг этого доказательства. В каком смысле такие конструкции могут вообще считаться математическими доказательствами?

По мнению Т. Тимошко [Tymoczko T., 1979], компьютерные доказательства сближаются с результатами экспериментальных наук. Подобно тому как в рамках эксперимента или даже серии связанных экспериментов невозможно учесть все изменения параметров, так невозможно и обозреть каждый шаг компьютерного доказательства. Так как Т. Тимошко является последователем фаллибилистской философии математики И. Лакатоса, он предлагает пересмотреть статус математики, а также понятия доказатель-

[2] Различие проявляется, например, в том, что некоторые классически истинные утверждения о классическом континууме являются интуиционистски ложными или имеют неопределенное истинностное значение, тогда как некоторые интуиционистские утверждения об интуиционистском континууме оказываются классически ложными. Сходство же состоит в том, что некоторые утверждения о континууме являются истинными как с классической, так и с интуиционистской точек зрения.

ства и теоремы. По его мнению, математика не является чистой и априорной дисциплиной, предметом которой выступает нечто сугубо внеэмпирическое, а результаты математического исследования не являются аподиктическими, как это традиционно считается. Математика, по его мнению, схожа с эмпирическими науками; результаты математического исследования представляют собой вероятностные истины, которые со временем пересматриваются, а доказательства сродни эксперименту. Видимо, и математические объекты в таком случае следует понимать не как особый род вечных объектов, располагающихся в идеальном мире, а скорее, как нечто изменчивое, преходящее и бренное.

Однако компьютерные доказательства (в частности, доказательство теоремы о четырех красках) можно интерпретировать и другим образом, например вслед за С. Шэнкером [Shanker S., 1987]. В его витгенштейнианской интерпретации доказательство представляет собой особые грамматические конструкции, которые определяют правила употребления символов математического языка. Если доказательство не является обозримым, то мы, изучая его, не можем понять правило. Тем самым мы не способны правильно употреблять соответствующие математические символы и делать значимые утверждения. В этом случае приходится говорить об отсутствии понимания отдельных математических результатов или даже целых разделов математики, в которых такие необозримые доказательства занимают центральное место. Вероятно, эту витгенштейнианскую мысль можно продолжить в духе П. Теллера [Teller P., 1980], выделяя «человеческую» математику (доступную для понимания ограниченными существами) и *собственно* математику. При таком подходе предметом «человеческой» математики являются математические объекты, доступные *человеческому* познанию с помощью *человеческих* математических доказательств, какими бы они ни были. Это математические объекты, которые можно обозначить как *человеческие* математические объекты. И кто знает, что за математические объекты скрываются за границами *человеческого* понимания, за границами *человеческих* доказательств?

Таким образом, изменение понятия доказательства, возникновение новых видов и форм доказательств приводит к изменению понимания предмета математики и математических объектов. Однако нельзя утверждать, что эти изменения однонаправленны. Рассмотренный в начале статьи *вызов* (или *проблема*) *интеграции* предполагает, что не только эпистемология определяет или ограничивает онтологию, но и наоборот: влияние может осуществляться на эпистемологию со стороны онтологии, а при построении адекватной философии математики следует учитывать оба полюса философского исследования. Этому и некоторым другим связанным вопросам посвящены приведенные далее статьи.

Список литературы

Марков А.А. О логике конструктивной математики. М.: Знание, 1972. 47 с.

Марков А.А. Теория алгорифмов. М., Л.: Изд-во АН СССР, 1954. 376 с.

Appel K., Haken W. Every Planar Map is Four Colorable. Part I: Discharging // Illinois Journal of Mathematics. 1977. Vol. 21, iss. 3. P. 429–490. DOI: https://doi.org/10.1215/ijm/1256049011

Appel K., Haken W., Koch J. Every Planar Map is Four Colorable. Part II: Reducibility // Illinois Journal of Mathematics. 1977. Vol. 21, iss. 3. P. 491–567. DOI: https://doi.org/10.1215/ijm/1256049012

Atten M. van. Brouwer meets Husserl: On the phenomenology of choice sequences. Dordrecht, NL: Springer, 2007. 219 p. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5087-9

Atten M. van. On Brouwer. Belmont, CA: Wadsworth/Thomson Learning, 2004. 96 p.

Benacerraf P. Mathematical Truth // The Journal of Philosophy. 1973. Vol. 70, iss. 19. P. 661–679. DOI: https://doi.org/10.2307/2025075

Brouwer L.E.J. Brouwer's Cambridge lectures on intuitionism / ed. by D. van Dalen. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1981. 122 p.

Field H. Realism, Mathematics and Modality. Oxford, UK: Basil Blackwell, 1989. 304 p.

Goldman A.I. A Causal Theory of Knowing // The Journal of Philosophy. 1967. Vol. 64, iss. 12. P. 357–372. DOI: https://doi.org/10.2307/2024268

Goldman A.I. Innate Knowledge // Innate Ideas / ed. by S.P. Stich. Berkeley, CA: University of California Press, 1975. P. 111–120.

Heyting A. Intuitionism. An Introduction. Amsterdam, NL: North-Holland Publishing Company, 1956. 147 p.

Linnebo Ø. Epistemological Challenges to Mathematical Platonism // Philosophical Studies. 2006. Vol. 129, iss. 3. P. 545–574. DOI: https://doi.org/10.1007/s11098-004-3388-1

Peacocke C. Being Known. N.Y.: Oxford University Press, 1999. 368 p. DOI: https://doi.org/10.1093/0198238606.001.0001

Quine W.V.O. Epistemology Naturalized // Ontological Relativity and Other Essayes. N.Y.: Columbia University Press, 1969. P. 69–90. DOI: https://doi.org/10.7312/quin92204-004

Shanker S. Wittgenstein and the Turning Point in the Philosophy of Mathematics. London, UK: Croom Helm, 1987. 370 p. DOI: https://doi.org/10.4324/9781315823492

Tarski A. Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen // Studia Philosophica. 1935. Vol. 1. P. 261–405.

Tarski A. The Semantical Concept of Truth and the Foundations of Semantics // Philosophy and Phenomenological Research. 1944. Vol. 4, no. 3. P. 341–375. DOI: https://doi.org/10.2307/2102968

Teller P. Computer Proof // The Journal of Philosophy. 1980. Vol. 77, iss. 12. P. 797–803. DOI: https://doi.org/10.2307/2025805

Tymoczko T. The Four-Color Theorem and Its Philosophical Significance // The Journal of Philosophy. 1979. Vol. 76, iss. 2. P. 57–83. DOI: https://doi.org/10.2307/2025976

Получена: 01.08.2022. Принята к публикации: 18.08.2022

References

Appel, K. and Haken, W. (1977). Every planar map is four colorable. Part I: Discharging. *Illinois Journal of Mathematics*. Vol. 21, iss. 3, pp. 429–490. DOI: https://doi.org/10.1215/ijm/1256049011

Appel, K., Haken, W. and Koch, J. (1977). Every planar map is four colorable. Part II: Reducibility. *Illinois Journal of Mathematics*. Vol. 21, iss. 3, pp. 491–567. DOI: https://doi.org/10.1215/ijm/1256049012

Atten, M. van (2004). On Brouwer. Belmont, CA: Wadsworth/Thomson Learning Publ., 96 p.

Atten, M. van (2007). *Brouwer meets Husserl: On the phenomenology of choice sequences*. Dordrecht, NL: Springer Publ., 219 p. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5087-9

Benacerraf, P. (1973). Mathematical truth. *The Journal of Philosophy*. Vol. 70, iss. 19, pp. 661–679. DOI: https://doi.org/10.2307/2025075

Brouwer, L.E.J. (auth.), D. van Dalen (ed.) (1981). *Brouwer's Cambridge lectures on intuitionism.* Cambridge, UK: Cambridge University Press, 122 p.

Field, H. (1989). *Realism, mathematics and modality*. Oxford, UK: Basil Blackwell Publ., 304 p.

Goldman, A.I. (1967). A causal theory of knowing. *The Journal of Philosophy*. Vol. 64, iss. 12, pp. 357–372. DOI: https://doi.org/10.2307/2024268

Goldman, A.I. (1975). Innate knowledge. *S.P. Stich (ed.) Innate ideas*. Berkeley, CA: University of California Press, pp. 111–120.

Heyting, A. (1956). *Intuitionism. An introduction*. Amsterdam, NL: North-Holland Publishing Company, 147 p.

Linnebo, Ø. (2006). Epistemological challenges to mathematical Platonism. *Philosophical Studies*. Vol. 129, iss. 3, pp. 545–574. DOI: https://doi.org/10.1007/s11098-004-3388-1

Markov, A.A. (1954). *Teoriya algorifmov* [The theory of algorithms]. Moscow, Leningrad: AS USSR Publ., 376 p.

Markov, A.A. (1972). *O logike konstruktivnoy matematiki* [On the logic of constructive mathematics]. Moscow: Znanie Publ., 47 p.

Peacocke, C. (1999). *Being known*. New York: Oxford University Press, 368 p. DOI: https://doi.org/10.1093/0198238606.001.0001

Quine, W.V.O. (1969). Epistemology naturalized. *Ontological relativity and other essays*. New York: Columbia University Press, pp. 69–90. DOI: https://doi.org/10.7312/quin92204-004

Shanker, S. (1987). *Wittgenstein and the turning point in the philosophy of mathematics*. London, UK: Croom Helm Publ., 370 p. DOI: https://doi.org/10.4324/9781315823492

Tarski, A. (1935). [The concept of truth in formalized languages]. *Studia Philosophica*. Vol. 1, pp. 261–405.

Tarski, A. (1944). The semantical concept of truth and the foundations of semantics. *Philosophy and Phenomenological Research*. Vol. 4, no. 3, pp. 341–375. DOI: https://doi.org/10.2307/2102968

Teller, P. (1980). Computer proof. *The Journal of Philosophy*. Vol. 77, iss. 12, pp. 797–803. DOI: https://doi.org/10.2307/2025805

Tymoczko, T. (1979). The four-color theorem and its philosophical significance. *The Journal of Philosophy*. Vol. 76, iss. 2, pp. 57–83. DOI: https://doi.org/10.2307/2025976

Received: 01.08.2022. Accepted: 18.08.2022

Об авторе

Ламберов Лев Дмитриевич
кандидат философских наук, доцент,
доцент кафедры онтологии и теории познания,
Уральский гуманитарный институт

Уральский федеральный университет
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина,
620002, Екатеринбург, пр. Ленина, 51;
e-mail: lev.lamberov@urfu.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9228-4909
ResearcherID: Q-5183-2016

About the author

Lev D. Lamberov
Candidate of Philosophy, Docent,
Associate Professor of the Department
of Ontology and Theory of Knowledge,
Ural Institute of Humanities

Ural Federal University named after
the first President of Russia B.N. Yeltsin,
51, Lenin av., Ekaterinburg, 620002, Russia;
e-mail: lev.lamberov@urfu.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9228-4909
ResearcherID: Q-5183-2016

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:
Ламберов Л.Д. Математические объекты, структуры и доказательства (введение к тематическому выпуску) // Вестник Пермского университета. Философия. Психология. Социология. 2022. Вып. 3. С. 361–367. DOI: 10.17072/2078-7898/2022-3-361-367

For citation:
Lamberov L.D. [Mathematical objects, structures and proofs (introduction to the special issue)]. *Vestnik Permskogo universiteta. Filosofia. Psihologia. Sociologia* [Perm University Herald. Philosophy. Psychology. Sociology], 2022, issue 3, pp. 361–367 (in Russian). DOI: 10.17072/2078-7898/2022-3-361-367