МАТЕМАТИКА

Научная статья

УДК 519.17
DOI: 10.17072/1993-0550-2024-3-16-22
https://elibrary.ru/fhyiex

О графах Шилла Γ с $b_2=c_2$, имеющих собственное значение $\theta_2=0$

Александр Алексеевич Махнёв[1], Виктория Васильевна Биткина[2], Алина Казбековна Гутнова[3]

[1]Школа науки, Университет провинции Хайнань,
[1]Институт математики и механики УрО РАН, г. Екатеринбург, Россия
[1]email: makhnev@imm.uran.ru
[2,3]Северо-Осетинский госуниверситет, г. Владикавказ, Россия
[2]e-mail: viktoriyav@mail.ru
[3]email: gutnovaalina@mail.ru

Аннотация. Граф Шилла с $b_2=c_2$, имеющий собственное значение $\theta_2=0$ имеет массив пересечений $\{b(b+1)s,(bs+s+1)(b-1),bs;1,bs,(b^2-1)s\}$. Из 55 графов с $b<100$ только семь не лежат в серии $\{4s^3+6s^2+2s,4s^3+4s^2+2s,2s^2+s;1,2s^2+s,4s^3+4s^2\}$. В работе изучаются графы Шилла с $b_2=c_2$, имеющие собственное значение $\theta_2=0$, и массив пересечений $\{4s^3+6s^2+2s, 4s^3+4s^2+2s, 2s^2+s; 1, 2s^2+s, 4s^3+4s2\}$.

Ключевые слова: *блок-схема; дистанционно регулярный граф; граф Шилла*

Для цитирования: *Махнев А.А., Биткина В.В., Гутнова А.К.* О графах Шилла Γ с $b_2=c_2$, имеющих собственное значение $\theta_2=0$ // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2024. Вып. 3(66). С. 16–22. DOI: 10.17072/ 1993-0550-2024-3-16-22. https://elibrary.ru/fhyiex.

Благодарности: Исследование выполнено при поддержке Естественно научного фонда Китая (проект № 12171126), Научного фонда провинции Хайнань (проект № 621RC510) и гранта Лаборатории инженерного моделирования и статистических вычислений провинции Хайнань.

Статья поступила в редакцию 09.08.2024; одобрена после рецензирования 12.09.2024; принята к публикации 07.10.2024.

MATHEMATICS

Research article

On Shilla Graphs Γ With $b_2=c_2$ Having Eigenvalue $\theta_2=0$

Alexander A. Makhnev[1], Viktoriya V. Bitkina[2], Alina K. Gutnova[3]
[1]School of Science, Hainan University, Hainan, China, [1]N. N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Yekaterinburg, Russia
[1]e-mail: makhnev@imm.uran.ru
[2, 3]North Ossetian State University after K.L. Khetagurov, Vladikavkaz, Russia
[2]e-mail: bviktoriyav@mail.ru
[3]e-mail:gutnovaalina@gmail.com

Abstract. The Shilla graph with $b_2=c_2$ and eigenvalue $\theta_2=0$ has intersection array $\{b(b+1)s,(bs+s+1)(b-1),bs;1,bs,(b^2-1)s\}$. There are only seven graphs out of 55 with b<100 do not lie in the series $\{4s^3+6s^2+2s,4s^3+4s^2+2s,2s^2+s;1,2s^2+s,4s^3+4s^2\}$.
This paper studies the Shilla graphs with $b_2=c_2$, eigenvalue $\theta_2=0$ and intersection array $\{4s^3+6s^2+2s,4s^3+4s^2+2s,2s^2+s;1,2s^2+s,4s^3+4s2\}$.

Keywords: *block diagram; distance-regular graph; Shilla graph*

For citation: Makhnev, A. A., Bitkina, V. V. and Gutnova, A. K. (2024), "On Shilla Graphs Γ With $b_2=c_2$ Having Eigenvalue $\theta_2=0$", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 3(66), pp. 16-22. DOI: 10.17072/ 1993-0550-2024-3-16-22. https://elibrary.ru/fhyiex.

Acknowledgments: The research was supported by the Natural Science Foundation of China (Project No. 12171126), the Science Foundation of Hainan Province (Project No. 621RC510), and a grant from the Engineering Modeling and Statistical Computing Laboratory of Hainan Province.

The article was submitted 09.08.2024; approved after reviewing 12.09.2024; accepted for publication 07.10.2024.

Введение

Рассматриваются неориентированные графы без петель и кратных ребер. Если a, b – вершины графа Γ, то через d(a,b) обозначается расстояние между a и b, а через $\Gamma_i(a)$ – подграф графа Γ, индуцированный множеством вершин, которые находятся на расстоянии i в Γ от вершины a. Подграф $\Gamma_1(a)$ называется *окрестностью вершины* a и обозначается через [a]. Через $a^\perp$обозначается подграф, являющийся шаром радиуса 1 с центром a.

Граф Γ называется *регулярным графом степени* k, если [a] содержит точно k вершин для любой вершины a из Γ. Граф Γ называется *реберно регулярным графом с параметрами* (v,k,λ), если Γ содержит v вершин, является регулярным степени k, и каждое ребро из Γ лежит в λ треугольниках. Граф Γ называется *вполне регулярным графом с параметрами* (v,k,λ,μ), если Γ реберно регулярен с соответствующими параметрами и подграф $[a]\cap[b]$ содержит μ вершин в случае d(a,b)=2. Вполне регулярный граф диаметра 2 называется *сильно регулярным графом*. Число вершин в $[a]\cap[b]$ обозначим через λ(a,b) (через μ(a,b)), если d(a,b)=1 (если d(a,b)=2), а соответствующий подграф назовем (μ-) λ-*подграфом*.

Если вершины u, w находятся на расстоянии i в Γ, то через $b_i(u, w)$ (через $c_i(u,w)$) обозначим число вершин в пересечении $\Gamma_{i+1}(u)$ (в пересечении $\Gamma_{i-1}(u)$) с [w]. Граф диаметра d называется дистанционно регулярным с массивом пересечений $\{b_0,...,b_{d-1};c_1,...,c_d\}$, если значения $b_i=b_i(u,w)$ и $c_i=c_i(u,w)$ не зависит от выбора вершин u, w на расстоянии i. Положим $a_i=k-b_i-c_i$ и $k_i=|\Gamma_i(u)|$ (значение k_i не зависит от выбора вершины u). Числа пересечений графа p^l_{ij} и параметры Крейна q^l_{ij} определены в [1] (стр. 43 и 48 соответственно).

Пусть Γ является дистанционно регулярным графом диаметра d. Для $i\in\{1,2,\dots,d\}$ граф Γ_i определен на множестве вершин графа Γ и две вершины u, w смежны в Γ_i тогда и только тогда, когда $d_\Gamma(u,w)=i$.

Графом Шилла называется дистанционно регулярный граф диаметра 3 с собственным значением $\theta_1=a_3$ [2]. Для графа Шилла число $a=a_3$ делит k и полагают $b=b(\Gamma)=k/a$. Граф Шилла имеет массив пересечений $\{ab,(a+1)(b-1),b_2;1,c_2,a(b-1)\}$.

Пусть Γ является дистанционно регулярным графом диаметра 3 с собственным значением θ_2=0. Тогда Γ имеет массив пересечений $\{xy + yz, yz - y, xy - x; 1, x + z, yz\}$ [3]. Если $xy - x = x + z$, то $z = x(y - 2)$ и мы имеем двупараметрический массив пересечений $\{xy + x(y - 2)y, x(y - 2)y - y, xy - x; 1, xy - x, x(y - 2)y\}$.

Если Γ дополнительно является графом Шилла с $b_2=c_2$, то либо $2s + 1 \leq b - 2$, либо Γ имеет массив пересечений $\{4s^3 + 6s^2 + 2s, 4s^3 + 4s^2 + 2s, 2s^2 + s; 1, 2s^2 + s, 4s^3 + 4s^2\}$.

В работе изучаются графы Шилла Γ с $b_2=c_2$ и собственным значением θ_2=0.

Теорема 1. *Дистанционно регулярный граф с массивом пересечений* $\{4s^3 + 6s^2 + 2s, 4s^3 + 4s^2 + 2s, 2s^2 + s; 1, 2s^2 + s, 4s^3 + 4s^2\}$ *не существует.*

1. Тройные числа пересечений

В доказательстве теорем используются тройные числа пересечений [4].

Пусть Γ – дистанционно регулярный граф диаметра d. Если u_1, u_2, u_3 – вершины графа Γ, r_1, r_2, r_3 – неотрицательные целые числа, не большие d, то $\{u_1u_2u_3; r_1r_2r_3\}$ – множество вершин $w \in \Gamma$ таких, что $d(w,u_i)=r_i$, $[u_1u_2u_3; r_1r_2r_3] = |\{u_1u_2u_3; r_1r_2r_3\}|$. Числа $[u_1u_2u_3; r_1r_2r_3]$ называются *тройными числами пересечений*. Для фиксированной тройки вершин u_1, u_2, u_3 вместо $[u_1u_2u_3; r_1r_2r_3]$ будем писать $[r_1r_2r_3]$.

Пусть u, v, w – вершины графа Γ, $W=d(u,v)$, $U=d(v,w)$, $V=d(u,w)$. Так как имеется точно одна вершина $x=u$ такая, что $d(x,u)=0$, то число $[0jh]$ равно 0 или 1. Отсюда $[0jh]=\delta_{jW}\delta_{hV}$. Аналогично, $[\boldsymbol{i}0h]=\delta_{iW}\delta_{hU}$ и $[\boldsymbol{ij}0] = \delta_{iU}\delta_{jV}$.

Другое множество уравнений можно получить, фиксируя расстояние между двумя вершинами из $\{u,v,w\}$ и, сосчитав число вершин, находящихся на всех возможных расстояниях от третьей, получим:

$$\sum_l^d [ljh] = p_{jh}^U - [0jh], \sum_l^d [ilh] = p_{ih}^V - [i0h], \sum_l^d [ijl] = p_{ij}^W - [ij0]. \qquad (+)$$

При этом некоторые тройки исчезают. При $|i-j|>W$ или $i+j<W$ имеем $p_{ij}^W = 0$, поэтому $[ijh]=0$ для всех $h \in \{0,\dots,d\}$.

Положим $S_{\{ijh\}}(u, v, w) = \sum_{r,s,t=0}^d Q_{ri}Q_{sj}Q_{th}\begin{bmatrix} uvw \\ rst \end{bmatrix}$, где Q_{ij} – элементы дуальной матрицы собственных значений Q. Если параметр Крейна $q_{ij}^h = 0$, то $S_{ijh}(u,v,w)=0$.

Зафиксируем вершины u, v, w дистанционно регулярного графа Γ диаметра 3 и положим $\{ijh\} = \{uvw; ijh\}$, $[ijh] = [uvw; ijh]$, $[ijh]' = [uvw; ihj]$, $[ijh]^* = [uvw; jih]$ и $[ijh]^\sim = [uvw; hji]$. Вычисление $[ijh]'$, $[ijh]^*$ и $[ijh]^\sim$ (симметризация массива тройных чисел пересечений) может дать новые соотношения, позволяющие доказать несуществование графа.

2. Доказательство теоремы 1

В этом разделе Γ – дистанционно регулярный граф с массивом пересечений $\{4s^3 + 6s^2 + 2s, 4s^3 + 4s^2 + 2s, 2s^2 + s; 1, 2s^2 + s, 4s^3 + 4s^2\}$. Тогда Γ имеет $1 + 4s^3 + 6s^2 + 2s + 4(s + 1)(2s^3 + 2s^2 + s) + (2s^2 + 2s + 1)(2s + 1)$ вершин, неглавные собственные значения $2(s + 1)s, 0, -(2s^2 + 2s + 1)$ кратностей $4s^3 + 8s^2 + 4s + 1, 2(4s^3 + 8s^2 + 4s + 1)s$, $4(s + 1)^2s$ и числа пересечений

$p_{11}^1 = 2s^2 - 1, p_{12}^1 = 4s^3 + 4s^2 + 2s,$
$p_{22}^1 = 8s^4 + 8s^3 + 4s^2,$
$p_{23}^1 = 4s^3 + 4s^2 + 2s, p_{33}^1 = 2s^2 + 2s + 1;$

$p_{11}^2 = 2s^2 + s, p_{12}^2 = 4s^3 + 2s^2,$
$p_{13}^2 = 2s^2 + s,$
$p_{22}^2 = 8s^4 + 8s^3 + 8s^2 + 2s - 2,$
$p_{23}^2 = 4s^3 + 2s^2 + 2s + 1, p_{33}^2 = 2s^2 + s;$

$p_{12}^3 = 4s^3 + 4s^2, p_{13}^3 = 2s^2 + 2s,$
$p_{22}^3 = 8s^4 + 8s^3 + 4s^2 + 4s,$
$p_{23}^3 = 4s^3 + 4s^2, p_{33}^3 = 2s.$

Пусть u, v, w – вершины графа Γ, $\{rst\} = \{uvw; rst\}$ и $[rst] = [uvw; rst]$. Положим $\Sigma=\Gamma_3(u)$, $\Lambda=\Sigma_2$. Тогда Λ является регулярным графом степени $p_{23}^3 = 4s^3 + 4s^2$ на $k_3 = (2s^2 + 2s + 1)(2s + 1)$ вершинах.

Лемма 1. *Пусть d(u,v)=d(u,w)=3, d(v,w)=1. Тогда выполняются следующие утверждения:*

$[122] = r_{14},$
$[123] = [132] = 4s^3 + 4s^2 - r_{14},$
$[133] = -4s^3 - 2s^2 + 2s + r_{14};$

$[211] = r_{12},$
$[212] = [221] = 4s^3 + 4s^2 - r_{12},$
$[222] = 8s^4 + 4s^3 + 2s + r_{12} + r_{13} - r_{14},$
$[223] = [232] = 2s - r_{13} + r_{14},$
$[233] = 4s^3 + 4s^2 - 2s + r_{13} - r_{14};$

$[311] = 2s^2 - 1 - r_{12}, [312] = [321] = 2s + r_{12},$
$[322] = 4s^3 + 4s^2 - 2s - r_{12} - r_{13},$
$[323] = [332] = r_{13}, [333] = 2s - r_{13},$

где $r_{13} \le 2s, r_{12} \le 2s^2 - 1$, $4s^3 + 2s^2 - 2s \le r_{14} \le 4s^3 + 4s^2$.

Доказательство. Упрощения формул (+).

По лемме 1 имеем $[322] = 4s^3 + 4s^2 - 2s - r_{12} - r_{13} \le 4s^3 + 4s^2 - 2s.$

Так как $\{u, w\} \cup \Lambda(u) \cup \Lambda(w)$ содержит $2 + 8s^3 + 8s^2 - [322]$ вершин, то $4s^3 + 2s^2 - 4s + 1 \le [322] \le 4s^3 + 4s^2 - 2s.$

Лемма 2. *Пусть d(u,v)=d(u,w)=d(v,w)=3. Тогда выполняются следующие утверждения:*

$[122] = 4s^3 + 4s^2 - r_{36},$
$[123] = [132] = r_{36}, [133] = 2s^2 + 2s - r_{36};$

$[212] = 4s^3 + 2s^2 - 1 - r_{34} - r_{37},$
$[213] = 2s^2 + 1 + r_{34} + r_{37}, [221] = r_{35},$
$[222] = 8s^4 + 4s^3 + 4s + r_{34} - r_{35} + r_{36},$
$[223] = 4s^3 + 4s^2 - r_{34} - r_{36},$
$[231] = 4s^3 + 4s^2 - r_{35},$
$[232] = 2s^2 + 1 + r_{35} - r_{36} + r_{37},$
$[233] = -2s^2 - 1 + r_{36} - r_{37};$

$[312] = 2s^2 + 1 + r_{34} + r_{37}$,
$[313] = 2s - 1 - r_{34} - r_{37}, [321] = 4s^3 + 4s^2 - r_{35}$,
$[322] = -r_{34} + r_{35}, [323] = r_{34}$,
$[332] = 4s^3 + 2s^2 - 1 - r_{35} - r_{37}$,
$[333] = r_{37}$,
где $r_{36} \le 2s^2 + 2s, r_{35} + r_{37} \le 4s^3 + 2s^2 - 1, r_{35} \le 4s^3 + 4s^2, r_{34} + r_{37} \le 2s - 1$.

Доказательство. Упрощения формул (+).

По лемме 2 имеем $[322] = -r_{34} + r_{35} \le 4s^3 + 2s^2 - 1$. Как и выше, $4s^3 + 2s^2 - 4s + 1 \le [322]$.

Найдем число ребер d между Λ(v) и Λ_2(v). Так как $p^3_{13} = 2s^2 + 2s, p^3_{23} = 4s^3 + 4s^2, p^3_{33} = 2s$, то $(2s^2 + 4s)(4s^3 + 2s^2 - 4s + 1) \le d \le (2s^2 + 2s)(4s^3 + 4s^2 - 2s) + 2s(4s^3 + 2s^2 - 1)$. С другой стороны, $d = (4s^3 + 4s^2)(4s^3 + 4s^2 - 1 - \lambda)$, поэтому $(2s^2 + 4s)(4s^3 + 2s^2 - 4s + 1) \le (4s^3 + 4s^2)(4s^3 + 4s^2 - 1 - \lambda) \le 2s\big((s + 1)(4s^3 + 4s^2 - 2s) + (4s^3 + 2s^2 - 1)\big), (s^2 + 2)(4s^3 + 2s^2 - 4s + 1)/(2s^2 + 2s) \le 4s^3 + 4s^2 - 1 - \lambda \le (4s^4 + 12s^3 + 4s^2 - 2s - 1)/(2s^2 + 2s)$ и $4s^3 + 4s^2 - 1 - (s^2 + 2)(4s^3 + 2s^2 - 4s + 1)/(2s^2 + 2s) \le \lambda \le 4s^3 + 4s^2 - 1 - (4s^4 + 12s^3 + 4s^2 - 2s - 1)/(2s^2 + 2s)$, где λ – среднее значение параметра λ(Λ).

Лемма 3. *Пусть d(u,v)=d(u,w)=3,d(v,w)=2. Тогда выполняются следующие утверждения:*
$[121] = 4s^3 + 2s^2 - r_{23} - r_{24} + r_{25}$,
$[122] = -s + r_{23} + r_{24} - r_{25} + r_{27}$,
$[123] = 2s^2 + s - r_{27}$,
$[131] = -4s^3 + s + r_{23} + r_{24} - r_{25}$,
$[132] = 4s^3 + 2s^2 + s - r_{23} - r_{24} + r_{25} + r_{27}$,
$[133] = r_{27}$;

$[211] = r_{24}, [212] = 4s^3 + 2s^2 - s - r_{24} + r_{28}$,
$[213] = 2s^2 + s - r_{28}, [221] = r_{23}$,
$[222] = 8s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 3s - 2 + r_{24} - r_{26} - r_{28}$,
$[223] = 4s^3 - 2s^2 + s + 1 - r_{23} - r_{24} + r_{26} + r_{28}$,
$[231] = 4s^3 + 2s^2 - r_{23} - r_{24}$,
$[232] = r_{26}, [233] = 2s^2 + r_{23} + r_{24} - r_{26}$;

$[311] = 2s^2 + s - r_{24}, [312] = s + r_{24} - r_{28}$,
$[313] = r_{28}, [321] = r_{24} - r_{25}$,
$[322] = 4s^3 + 2s^2 - r_{23} - 2r_{24} + r_{25} + r_{26} - r_{27} + r_{28}$,
$[323] = 2s^2 + r_{23} + r_{24} - r_{26} + r_{27} - r_{28}$,
$[331] = r_{25}, [332] = s + r_{23} + r_{24} - r_{25} - r_{26} + r_{27}$,
$[333] = s - r_{23} - r_{24} + r_{26} - r_{27}$,

где $r_{24}, r_{27}, r_{28} \le 2s^2 + s, r_{23} + r_{24} \le 4s^3 + 2s^2, r_{25} \le r_{24}$.

Доказательство. Упрощения формул (+).

По лемме 3 имеем $[322] = 4s^3 + 2s^2 - r_{23} - 2r_{24} + r_{25} + r_{26} - r_{27} + r_{28}$. Как и выше, $4s^3 + 2s^2 - 4s - 1 \le [322]$.

Симметризация $[133] = r_{27} = r'_{27}, [211] = r_{24} = r'_{24}, [212] = 4s^3 + 2s^2 - s - r_{24} + r_{28} = [221]' = r'_{23}$, поэтому $4s^3 + 2s^2 - s = r_{24} - r_{28} + r'_{23}$.

Пусть d(u,v)=3.

Подсчитаем число f_1 пар вершин y, z на расстоянии 1 в графе Γ, где $y \in \{uv;31\}$ и $z \in \{uv;32\}$. С одной стороны, по лемме 1 имеем $[321]=2s+r_{12}$, где $r_{12} \le 2s^2-1$, поэтому $2s(2s^2+2s) \le f_1 \le (2s^2+2s)(2s^2+2s-1)$.

С другой стороны, по лемме 3 имеем $[311]=2s^2+s-r_{24}$, поэтому $2s(2s^2+2s) \le f_1 = -\sum_i r_{24}^i + p_{23}^3(2s^2+s) \le (2s^2+2s)(2s^2+2s-1)$, $p_{23}^3(2s^2+s)-(2s^2+2s)(2s^2+2s-1) \le \sum_i r_{24}^i \le p_{23}^3(2s^2+s)-2s(2s^2+2s)$ и $2s^2+s-(2s^2+2s-1)/(4s^3+2s^2-4s+1) \le \sum_i r_{24}^i/p_{23}^3 \le 2s^2+s-2s/(4s^3+2s^2-4s+1)$.

Подсчитаем число f_2 пар вершин y, z на расстоянии 2 в графе Γ, где $y \in \{uv;31\}$ и $z \in \{uv;32\}$. С одной стороны, по лемме 1 имеем $4s^3+2s^2-4s+1 \le [322] \le 4s^3+4s^2-2s$, поэтому $(2s^2+2s)(4s^3+2s^2-4s+1) \le f_2 \le (2s^2+2s)(4s^3+4s^2-2s)$. С другой стороны, по лемме 3 имеем $[312]=s+r_{24}-r_{28}$, поэтому $(2s^2+2s)(4s^3+2s^2-4s+1) \le f_2 = \sum_i\left(r_{24}^i-r_{28}^i\right)+p_{23}^3\, s \le (2s^2+2s)(4s^3+4s^2-2s)$, $-p_{23}^3\, s+(2s^2+2s)(4s^3+2s^2-4s+1) \le \sum_i(r_{24}^i-r_{28}^i) \le -p_{23}^3\, s+(2s^2+2s)(4s^3+4s^2-2s)$ и $-s+1 \le \sum_i(r_{24}^i-r_{28}^i)/p_{23}^3 \le -s+(4s^3+4s^2-2s)/(4s^3+2s^2-4s+1)$.

Отсюда $s-(4s^3+4s^2-2s)/(4s^3+2s^2-4s+1) \le \sum_i(r_{28}^i-r_{24}^i)/p_{23}^3 \le s-1$.

Подсчитаем число f_3 пар вершин y, z на расстоянии 3 в графе Γ, где $y \in \{uv;31\}$ и $z \in \{uv;32\}$. С одной стороны, по лемме 1 имеем $[323]=r_{34}$, где $r_{34} \le 2s-1$, поэтому $0 \le f_3 \le (2s^2+2s)(2s-1)$. С другой стороны, по лемме 3 имеем $[313]=r_{28}$, поэтому $0 \le f_1 = \sum_i r_{28}^i \le (2s^2+2s)(2s-1)$ и $\sum_i r_{28}^i/((2s^2+2s)(4s^3+2s^2-4s+1)) \le (2s-1)/(4s^3+2s^2-4s+1)$.

Таким образом, $s-(4s^3+4s^2-2s)/(4s^3+2s^2-4s+1) \le \sum_i(r_{28}^i-r_{24}^i)/p_{23}^3 \le (2s-1)/(4s^3+2s^2-4s+1)$ и $s=1$.

Теорема 1 доказана.

Список источников

1. *Brouwer A.E., Cohen A.N., Neumaier A.* Distance-Regular Graphs // Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New-York, 1989.
2. *Koolen J, Park J.* Shilla distance-regular graphs // Europ. J. Comb. 31, 2064–2073, 2010.
3. *Makhnev A.A., Belousov I.N.* On distance-regular graphs of diameter 3 with eigenvalue // Trudy Institute Math. (Novosibirsk). 33, № 1, 162–173, 2022.
4. *Coolsaet K., Juriˇsi´c A.* Using equality in the Krein conditions to prove nonexistence of certain distance-regular graphs // J. Comb. Theory, Series A. 2008. Vol. 115. 1086–1095.

References

1. Brouwer, A.E., Cohen, A.N. and Neumaier, A. (1989), "*Distance-Regular Graphs*", Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New-York.
2. Koolen, J. and Park, J. (2010), "*Shilla distance-regular graphs*", Europ. J. Comb, 31, pp. 2064-2073.
3. Makhnev, A.A. and Belousov, I.N. (2022), "*On distance-regular graphs of diameter 3 with eigenvalue*", Trudy Institute Math. (Novosibirsk), 33, no. 1, pp. 162-173.
4. Coolsaet, K. and Juriˇsi´c, A. (2008), "*Using equality in the Krein conditions to prove nonexistence of certain distance-regular graphs*", J. Comb. Theory, Series A, vol. 115, pp. 1086-1095.

Информация об авторах:

А. А. Махнёв – доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, лауреат премии имени А. И. Мальцева, главный научный сотрудник, ФГБУН Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН (620990, Россия, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, д.16), AuthorID: 2970;

В. В. Биткина – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики, ФГБОУ ВО "Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова" (362025, Россия, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 44–46);

А. К. Гутнова – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики, ФГБОУ ВО "Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова", (362025, Россия, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 44–46).

Information about the authors:

A. A. Makhnev – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Laureate of the A.I. Maltsev Prize, Chief Researcher, Institute of Mathematics and Mechanics named after A.I. N.N. Krasovsky, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, (16 S. Kovalevskaya St., Yekaterinburg, Russia, 620990), AuthorID: 2970;

V. V. Bitkina – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Informatics, North Ossetian State University after K.L. Khetagurov (44–46 Vatutina St., Vladikavkaz, Russia, 362025);

A. K. Gutnova – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Informatics, North Ossetian State University after K.L. Khetagurov (44–46 Vatutina St., Vladikavkaz, Russia, 362025).