## «Механика»

Научная статья

УДК 517.977
DOI: 10.17072/1993-0550-2024-2-34-41

# Системы управления с тиристорными преобразователями

**Геннадий Григорьевич Иванов[1], Геннадий Викторович Алфёров[2], Владимир Степанович Королёв[3]**

[1, 2, 3]Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, Петергоф, Россия
[1]guennadi.ivanov@gmail.com
[2]g.alferov@spbu.ru
[3]v.korolev@spbu.ru

**Аннотация.** В статье рассматриваются системы, в контуре управления которых содержатся тиристорные преобразователи или особый вид системы косвенного управления. Приведен пример построения автоколебаний в системе, описывающей поведение электрических устройств с использованием таких элементов в контуре управления. Предложены критерий орбитальной устойчивости и метод синтеза стабилизирующих управлений. Представлены условия существования орбитальной асимптотической устойчивости и устойчивости по Ляпунову для периодических решений с заданным периодом. Синтезирован контур управления, обеспечивающий существование таких решений. Для структурно-линейных систем приведены примеры автоколебаний. Построены решения для автоколебаний заданного периода.

**Ключевые слова:** *негладкий анализ; системы переменной структуры; управление; тиристорные преобразователи; автоколебания*

**Для цитирования:** *Иванов Г.Г., Алфёров Г.В., Королёв В.С.* Системы управления с тиристорными преобразователями // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2024. Вып. 2(65). С. 34–41. DOI: 10.17072/1993-0550-2024-2-34-41.

*Статья поступила в редакцию 19.02.2024; одобрена после рецензирования 23.05.2024; принята к публикации 17.06.2024.*

## «Mechanics»

Research article

# Control Systems With Thyristor Converters

**Gennadiy G. Ivanov[1], Gennady V. Alferov[2], Vladimir S. Korolev[3]**

[1, 2, 3]St. Petersburg State University, St. Petersburg, Peterhof, Russia
[1]guennadi.ivanov@gmail.com
[2]g.alferov@spbu.ru
[3]v.korolev@spbu.ru

**Abstract.** The article discuses systems whose control circuit contains thyristor converters or a special type of indirect control system. An example of constructing self-oscillations in a system describing the behavior of electrical devices using such elements in a control loop is given. The criterion of orbital stability and the method of synthesis of stabilizing controls are proposed. The conditions for the existence of orbital asymptotic stability and Lyapunov stability for periodic solutions with a given period are presented. A control loop has been synthesized that ensures the existence of such solutions. Examples of self-oscillations are given for structurally linear systems. Solutions for self-oscillations of a given period are constructed.

**Keywords:** *non-smooth analysis; systems of variable structure; control; self-oscillations; thyristor converters*

**For citation:** Ivanov, G. G., Alferov, G. V. and Korolev V. S. (2024), "Control Systems With Thyristor Converters", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 2(65), pp. 34-41. DOI: 10.17072/1993-0550-2024-2-34-41.

*The article was submitted 19.02.2024; approved after reviewing 23.05.2024; accepted for publication 17.06.2024.*

## Введение

В работе рассмотрена задача стабилизации программных движений систем, в контур управления которых включены тиристорные преобразователи. Класс систем, названных системами переменной структуры (СПС), включается в класс вызывающих в настоящее время все возрастающий интерес так называемых *трансформирующихся систем,* которые можно трактовать как системы переменной структуры.

Толчком к появлению теории систем с переменной структурой послужило предложение использовать нелинейную коррекцию, в соответствии с которой в зависимости от состояния системы управления параметры обратной связи скачкообразно менялись [1–3]. Идея оказалась крайне плодотворной и стала систематически применяться для улучшения качества регулирования при решении самых разнообразных задач управления [4–9]. Для систем второго порядка С.В. Емельяновым вводятся основные режимы работы СПС: движение по вырожденным траекториям, режим переключений и режим скольжения по прямой переключения структур. Были предложены критерии орбитальной устойчивости и метод синтеза стабилизирующих управлений. Рассматривалась задача построения режима автоколебаний. Для структурно-линейных систем были приведены примеры построения автоколебаний [10]

В работах [9–16] для структурно-линейной системы, описывающей с достаточной степенью точности поведение системы, в контуре управления которых содержатся транзисторные ключи (своего рода системы прямого регулирования), рассматривалась задача построения режима автоколебания.

Подобные системы можно рассматривать как примеры использования общей теории, они представлены в [17–28]. В настоящей статье рассмотрен еще один пример использования теории для построения автоколебаний в системе, описывающей поведение электротехнических устройств, содержащих в контуре управления особые тиристорные преобразователи.

Будут выписаны условия существования орбитальной асимптотической устойчивости и устойчивости по Ляпунову для периодических решений с заданным периодом и осуществлен синтез контура управления, обеспечивающего наличие таких решений. Обращение к этой задаче объясняется тем, что в качестве элементной базы для устройств частотного управления электродвигателями используются силовые тиристоры и транзисторы.

Сферой применения преобразователей на тиристорах являются мощные электроприводы с высокими требованиями к перегрузочной способности. Благодаря способности выдерживать ток на порядок выше номинального значения, устройства широко используются в приводах механизмов при высоких напряжениях, например, в грузоподъемных машинах, высокоинерционном промышленном оборудовании. Элементная база тиристорных преобразователей стоит значительно дешевле силовых быстродействующих транзисторов. Мощность преобразователей с непосредственной связью практически не ограничена. Такие электроприводы можно легко модернизировать путем подключения дополнительных тиристорных модулей.

## Исследование управляемых систем переменной структуры

Рассмотрим электротехническое устройство, в контуре управления которого имеются два тиристорных преобразователя, а именно: проанализируем систему, поведение которой с достаточной степенью точности описывается соотношениями

$$\frac{dy}{dt} = Ay + b\left(I_1 - I_2\right), \qquad (1)$$

$$\frac{dU}{dt} = C^{-1}\,(I_1 - I_2), \quad \frac{dI_i}{dt} = u_i\phi_i\,, \qquad (2)$$

$$u_i \in \{0,1\}\,, i = 1,2;$$
$$\phi_1 = L_1^{-1}(E - U - d^*y),$$
$$\phi_2 = L_2^{-1}(U + d^*y).$$

Здесь $y$ – $n$-вектор фазовых переменных объектов управления; $U, I_1, I_2$ (напряжение, токи) – переменные, описывающие поведение двух тиристоров; $A\,(A \in Z_-), b, d$ – постоянные матрица и векторы размерностью соответственно $n \times n$ и $n$; $L_1, L_2, C, E$ (индуктивности, емкость, ЭДС источника питания) – связанные с тиристорами положительные константы; $u_i$ – управления, которые зависят как от управляющих сигналов $v_i \equiv v_i(y, U, I_1, I_2)$, так и от особенностей тиристоров, именно: если $u_i = 0$, то $I_i = 0$. Переход со значения $u_i = 0$ на значение $u_i = 1$ осуществляется в момент, когда впервые одновременно выполняются два условия:

$$v_i \geq 0, \; \phi_i > 0. \tag{3}$$

Переход со значения $u_i = 1$ на значение $u_i = 0$ осуществляется в момент, когда наступает равенство:

$$I_i = 0. \tag{4}$$

Задача построения автоколебания в системе (1)–(4): необходимо выбрать параметры $L_1, L_2, C, E$ и управляющие сигналы $v_i$ в виде линейных функций переменных $y, U, I_1, I_2$ таким образом, чтобы у системы (1)–(4) существовало орбитально асимптотически устойчивое и устойчивое по Ляпунову периодическое решение с заданными периодом и амплитудой. При решении задачи построения автоколебаний в системе мы ограничим себя классом $T$ –периодических программных решений, для которых на периоде $T$ каждый тиристор включается и выключается только один раз. При этом мы рассмотрим два типа этих решений, отличающихся друг от друга структурой программного управления $w^p(t)$, имеющего соответственно один из видов

$$w^p(t) = w^1(t),$$

$$w^1(t) \equiv \begin{cases} w_3, t \in \left[t_{0j}^p, t_{1j}^p\right), \\ w_1, t \in \left[t_{1j}^p, t_{2j}^p\right), \\ w_3, t \in \left[t_{2j}^p, t_{3j}^p\right), \\ w_2, t \in \left[t_{3j}^p, t_{3j}^p\right); \end{cases} \tag{5}$$

$$w^p(t) = w^2(t),$$

$$w^2(t) \equiv \begin{cases} w_1, t \in \left[t_{0j}^p, t_{1j}^p\right), \\ w_4, t \in \left[t_{1j}^p, t_{2j}^p\right), \\ w_2, t \in \left[t_{2j}^p, t_{3j}^p\right), \\ w_4, t \in \left[t_{3j}^p, t_{3j}^p\right); \end{cases} \tag{6}$$

$$t_{ij}^p = t_i + jT, \qquad t_4 = t_0 + T,$$

$$i = 0,1,\dots,4, \; j = 0,1,2,\dots \tag{7}$$

Общим для этих управлений является то, что в начальный момент $t_0$ включается первый тиристор. Кроме того, для простоты будем строить периодические решения, обладающие свойством центральной симметрии, правда, для смещенного центра не для всех фазовых переменных. Для этого будем считать, что $L_1 = L_2 = L$, т. е. тиристоры одинаковы.

Управляемую трансформирующуюся систему, описываемую обыкновенным дифференциальным уравнением, можно записывать в общем случае так:

$$\frac{dy}{dt} = g\,(t, y, u, w), \tag{8}$$

где $w$ – принимающее $m$ разных значений $w_i$ кусочно-постоянное управление верхнего уровня, которое определяет изменение структуры трансформирующейся системы: $u$ – управление нижнего уровня, которое является истинным управлением и выбирается с учетом дополнительных условий или определенных соображений. При таком описании трансформирующихся систем здесь рассматриваются подобные системы с уже выбранным управлением $u$ .

Решать задачу построения автоколебания в системе (1)–(4) будем по той же схеме, а именно сформулируем аналоги утверждений для управления в системе тиристорными преобразователями. Выпишем системы соответствующего вида и условия перехода от одного значения управления $w^p(t)$ к другому применительно к управлениям (5)–(7), причем в принятой ранее форме, а затем докажем аналоги теорем работы [10].

Для решения задачи построения автоколебания в системе (1)–(4) положим

$$\begin{gathered} l_{1*} = L_1^{-1}, \; l_{2*} = L_2^{-1}, \\ l_{3*} = l_{1*} + l_{2*}, \; l_{4*} = 0, \\ l_* = L^{-1}, \qquad c_* = C^{-1}, \\ E_* = l_{1*} l_{2*} l_{3*}^{-1} E, \\ y_{n+1} = U - l_{2*}^{-1} E_*, \\ y_{n+2} = I_1 - I_2, \\ y_{n+3} = 2 l_{3*}^{-1} (\; l_{2*} I_1 + \; l_{1*} I_2). \end{gathered} \tag{9}$$

Тогда систему (1)–(2) можно переписать так:

$$\frac{dy}{dt} = Ay + b y_{n+2}, \tag{10}$$

$$\frac{dy_{n+1}}{dt} = c_* y_{n+2}, \tag{11}$$

$$\frac{dy_{n+2}}{dt}=\begin{cases}E_*-l_{1*}(d^*y+y_{n+1}), & w=w_1,\\ E_*-l_{2*}(d^*y+y_{n+1}), & w=w_2,\\ -l_{3*}(d^*y+y_{n+1}), & w=w_3,\\ -l_{4*}(d^*y+y_{n+1}), & w=w_3;\end{cases} \quad (12)$$

$$\frac{dy_{n+3}}{dt}=\begin{cases}2l_{2*}l_{3*}^{-1}[E_*-l_{1*}(d^*y+y_{n+1})], & w=w_1,\\ 2l_{2*}l_{3*}^{-1}[E_*-l_{2*}(d^*y+y_{n+1})], & w=w_2,\\ 2E_*, & w=w_3,\\ -l_{4*}(d^*y+y_{n+1}), & w=w_3;\end{cases} \quad (13)$$

Чтобы записать систему (10) в векторной форме, введем обозначения, полагая

$$A^{\sim}(w)=\{A_i^{\sim}\,|_{w=w_i}\},$$

$$A_i^{\sim}=\begin{Bmatrix}A & 0_{n1} & b\\ 0_{1n} & 0 & c_*\\ -l_{i*}d^* & -l_{i*} & 0\end{Bmatrix},\qquad i=1,2,3,4,$$

$$\widetilde{A^{\sim}}w)=\{\widetilde{A_i^{\sim}}{}_{w=w_i}\},$$

$$\widetilde{A_1^{\sim}}=\begin{Bmatrix}A_1^{\sim} & 0_{n+2,1}\\ 2l_{2*}l_{3*}^{-1}(A_1^{\sim})_{n+2} & 0\end{Bmatrix},$$

$$\widetilde{A_2^{\sim}}=\begin{Bmatrix}A_2^{\sim} & 0_{n+2,1}\\ 2l_{1*}l_{3*}^{-1}(A_2^{\sim})_{n+2} & 0\end{Bmatrix},$$

$$\widetilde{A_3^{\sim}}=\begin{Bmatrix}A_3^{\sim} & 0_{n+2,1}\\ 0_{1,n+2} & 0\end{Bmatrix},$$

$$\widetilde{A_4^{\sim}}=\begin{Bmatrix}A_4^{\sim} & 0_{n+2,1}\\ 0_{1,n+2} & 0\end{Bmatrix},$$

$$\widetilde{b}(w)=\{\tilde{b}_i|_{w=w_i}\},$$

$$\tilde{b}_1=-\tilde{b}_2=(E_{n+2})^{n+2},\ \tilde{b}_3=\tilde{b}_4=O_{n+2,1},$$

$$\widetilde{b^{\sim}}(w)=\{\widetilde{b_i^{\sim}}(|_{w=w_i}\},$$

$$\widetilde{b_1^{\sim}}{}^*=\{b_1^{\sim*},2l_{2*}l_{3*}^{-1}\},\ \widetilde{b_2^{\sim}}{}^*=\{b_2^{\sim*},2l_{1*}l_{3*}^{-1}\},$$

$$\widetilde{b_3^{\sim}}{}^*=\{b_3^{\sim*},2\},\ \widetilde{b_4^{\sim}}{}^*=\{b_4^{\sim*},0\},$$

$$\widetilde{y^*}=\{y^*,y_{n+1},y_{n+2}\},\qquad \widetilde{y^{\sim}}{}^*=\{y^{\sim*},y_{n+3}\},$$

$$\xi^{\sim}=E_*^{-1}y^{\sim},\qquad \widetilde{\xi^{\sim}}=E_*^{-1}\widetilde{y^{\sim}},$$

Тогда данную систему можно переписать так:

$$\frac{dy^{\approx}}{dt}=A^{\approx}(w)y^{\approx}+E_*b^{\approx}(w),$$

а вектор-функция $\widetilde{\xi^{\sim}}$ будет удовлетворять уравнению

$$\frac{d\widetilde{\xi^{\sim}}}{dt}=f_i(\widetilde{\xi^{\sim}}).$$

Таким образом, в нашем случае система примет вид

$$\frac{d\widetilde{\xi^{\sim}}}{dt}=f_i(\widetilde{\xi^{\sim}})=A^{\approx}{}_i\,\widetilde{\xi^{\sim}}+b^{\approx}{}_i,,\quad i=1,2,3,4. \quad (14)$$

Учтем теперь условие (8), в силу которого выполняется $l_{1*}=\ l_{2*}=\ l_*$.

Тогда параметр $E_*$, последний элемент вектор-функции $b^{\approx}(w)$ и последние строки матриц $A^{\sim}(w)$, $\widetilde{A^{\sim}}w)$ запишутся так:

$$E_*=\frac{1}{2}l_*E,$$

$$\widetilde{(\tilde{b}_1)}_{n+3}=\widetilde{(\tilde{b}_2)}_{n+3}=1,\ \widetilde{(\tilde{b}_3)}_{n+3}=2,$$

$$\widetilde{(\tilde{b}_4)}_{n+3}=0,$$

$$(A_1^{\sim})_{[n+2]}=(A_2^{\sim})_{[n+2]}=\tfrac{1}{2}(A_3^{\sim})_{[n+2]}=\{-l_*d^*,-l_*,0\},\ (A_4^{\sim})_{[n+2]}=0_{1,n+2},$$

$$(\widetilde{A_1^{\sim}})_{[n+3]}=(\widetilde{A_2^{\sim}})_{[n+3]}=\{(A_1^{\sim})_{[n+2]},0\},$$

$$(\widetilde{A_3^{\sim}})_{[n+3]}=(\widetilde{A_4^{\sim}})_{[n+3]}=0_{1,n+3}.$$

Прежде чем обратиться к соотношениям (2)–(4) учтем также то обстоятельство, что мы будем искать $T$-периодические решения систем (12)–(13), обладающие центральной симметрией для вектор-функций $\tilde{y}^p(t)$, $\tilde{\xi}^p(t)$, т.е. удовлетворяющие условиям

$$\tilde{\xi}^p\left(t\pm\frac{T}{2}\right)=\ E_*^{-1}\tilde{y}^p\left(t\pm\frac{T}{2}\right)\equiv\ \tilde{\xi}^p(t)$$
$$=\ E_*^{-1}\tilde{y}^p(t).$$

Как можно заметить, для таких периодических решений соотношение (7) примет вид

$$t_{ij}^p=t_i+jT,\qquad i=0,\dots,4,\qquad j=0,1,2,\dots$$

$$t_1=t_0+\vartheta,\ \ \vartheta\in\left(0,\frac{T}{2}\right),$$

$$t_2=t_0\pm\frac{T}{2},\ \ t_3=t_1\pm\frac{T}{2},\ \ t_4=t_0+T.$$

Итак, преобразуем соотношения (2)–(4), для чего величины $v_i,\varphi_i,I_i$ запишем в следующей форме:

$$v_i=E_*v_{i*},\ \ v_{i*}=\tilde{\xi}\widetilde{\tilde{\mu}_i^*}-v_i,$$

$$\varphi_i=E_*\varphi_{i*},\qquad \varphi_{i*}=1+\tilde{\xi}\widetilde{\tilde{\mu}_{i+2}^*},$$

$$I_i=-E_*I_{i*},\qquad I_{i*}=\tilde{\xi}\widetilde{\tilde{\mu}_{i+4}^*},$$

После подробного изложения процесса формирования соответствующих условий для построения программных решений и при использовании необходимых удобных обозначений можно доказать следующие утверждения.

**Теорема 1**. Пусть величины $w^p(t)$ удовлетворяют условиям (5)–(6) и соотношениям (7), тогда вектор-функции $x(t)=Ey(t)$ удовлетворяют системе (3) с условиями переключения тиристоров на плоскостях переключения управлений, а вектор-функция будет $T$-периодическим решением системы с амплитудой, пропорциональной параметру $E$.

**Теорема 2.** Пусть выполнены условия теоремы 1 и соотношения (3) определяются по формулам (3)–(4), тогда вектор-функции $x$(t*) будет орбитально асимптотически устойчивым и устойчивым по Ляпунову $T$-периодическим решением системы.

**Теорема 3.** Пусть существуют константы $\lambda_l$ , удовлетворяющие условиям

$$|\lambda_l| < 1 \ (l = 1, 2, \ldots, n + 2)$$

и $m$-периодическая ($m = 2$) вектор-функция $v(\sigma)$ размерностью ($n + 3$), такие, что при $x$(t*) выполнены все условия теоремы. Тогда задача построения автоколебания в системе разрешима.

Дополнительные ограничения были наложены на параметры системы (1) и ограничения (5), (6) на моменты переключения управления $w^p(t)$. В результате искомое периодическое решение определяется однозначно в отношении его орбиты. Если ограничения снять, сохранив лишь условие (7), связанное с периодичностью искомых программных решений, то окажется, что такие периодические решения будут определяться по тем же формулам, в которых вектор $x_0$ следует заменить вектором $x(t_0) = x(T + t_0)$, который находится из соотношения (4).

## Заключение

Толчком к проведению изложенных здесь исследований явилась потребность в разработке методов построения автоколебаний для системы с тиристорными преобразователями, описывающей процессы излучения мощного радиопередатчика.

Здесь рассмотрены лишь такие движения, для которых программное управление меняет свое значение бесконечное число раз.

Вызвано это тем обстоятельством, что в противном случае по истечении некоторого конечного времени все решения системы (1) становились бы решениями системы при некотором фиксированном значении параметра $i$.

Следовательно, рассмотренные здесь задачи сводились бы к констатации факта, что орбитально асимптотически устойчиво или нет программное движение данной фиксированной системы.

## Список источников

1. *Емельянов С.В.* Системы автоматического управления с переменной структурой. М.: Наука, 1967.
2. *Емельянов С.В.* Системы переменной структуры – ключ к открытию новых типов обратной связи // Нелинейная динамика и управление. М.: Физматлит, 2013. № 8. С. 5–24.
3. *Емельянов С.В., Таран В.А.* К вопросу использования инерционных звеньев для построения одного класса систем автоматического регулирования с переменной структурой // Автоматика и телемеханика, 1963. Т. 24, вып. 1. С. 33–46.
4. *Емельянов С.В., Уткин В.И.* Применение систем автоматического регулирования с переменной структурой для управления объектами, параметры которых изменяются в широких пределах // Кибернетика и Теория Регулирования. Докл. АН СССР, 1963. Т. 152, № 2. С. 299–301.
5. *Беркович Е.И.* Тиристорные преобразователи высокой частоты. Л.: Энергия, 1973.
6. *Смирнов Е.Я.* О стабилизации программных движений систем переменной структуры // Вестник Ленингр. ун-та ЛГУ. Сер. мат., мех., астр. 1990. Вып. 1. С. 40–43.
7. *Уткин В.И.* Системы с переменной структурой, состояние проблемы, перспективы // Автоматика и Телемеханика. 1983, 9. С. 5–25.
8. *Цыпкин Я.З.* Теория импульсных систем. М.: Физматгиз, 1958.
9. *Иванов Г.Г., Алфёров Г.В., Ефимова П.А.* Устойчивость селекторнолинейных дифференциальных включений // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2017. Вып. 2(37). С. 25–30.
10. *Иванов Г.Г., Алферов Г.В., Королев В.С.* Стабилизация программных движений систем переменной структуры // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2023. Вып. 2(61). С. 16–28.
11. *Иванов Г.Г., Алферов Г.В., Королев В.С.* Системы с транзисторными ключами // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2020. Вып. 2 (49). С. 14–18.
12. *Alferov G., Ivanov G., Efimova P., Sharlay A.* Study on the structure of limit invariant sets of stationary control systems with nonlinearity of hysteresis type (2017) AIP Conference Proceedings, 1863, P. 080003. DOI: 10.1063/1.4992264.
13. *Alferov G.V., Ivanov G.G., Efimova P.A.* The structural study of limited invariant sets of relay stabilized system (Book Chapter) (2017) Mechanical Systems: Research, Applications and Technology, pp. 101–164.
14. *Alferov G.V., Ivanov G.G., Efimova P.A., Sharlay A.S.* Stability of linear systems with multitask righthand member (Book Chapter) (2018) Stochastic Methods for Estimation and

Problem Solving in Engineering, pp.74–112. DOI: 10.4018/978- 1-5225-5045-7.ch004.

15. *Ivanov G., Alferov G., Sharlay A., Efimova P.* Conditions of Asymptotic Stability for Linear Homogeneous Switched System, in International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics, 2017, AIP Conference Proceedings. Vol. 48 1863, p. 080002. DOI: 10.1063/1.4992263.
16. *Kadry S., Alferov G., Ivanov G., Sharlay A.* About stability of selector linear differential inclusions (2018) AIP Conference Proceedings, 2040. P.150013, DOI: 10.1063/1.5079216.
17. *Kadry S., Alferov G., Ivanov G., Sharlay A.* Almost Periodic Solutions of First-Order Ordinary Differential Equations, Mathematics. 2018. Vol. 6, no. 9, P.171, DOI: 10.3390/math 6090171.
18. *Kadry S., Alferov G., Ivanov G., Sharlay A.* Stabilization of the program motion of control object with elastically connected elements. (2018) AIP Conference Proceedings, 2040. P. 150014. DOI: 10.1063/1.5079217.
19. *Kadry S., Alferov G., Ivanov G., Korolev V., Selitskaya E.* A new method to study the periodic solutions of the ordinary differential equations using functional analysis. (2019) Mathematics, 7(8), 677.
20. *Korolev V.* Properties of solutions of nonlinear equations of mechanics control systems, in 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V.F. Demyanov), CNSA 2017 - IEEE Conference Proceedings. P. 7973973.
21. *Ivanov G., Alferov G., Efimova P.* Integrability of nonsmooth one-variable functions // 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V.F. Demyanov), CNSA 2017 – Proceedings, 7973965.
22. *Ivanov G., Alferov G., Gorovenko P., Sharlay A.* Estimation of periodic solutions number of first-order differential equations (2018) AIP Conference Proceedings, 1959. 080006.
23. *Kadry S., Alferov G., Ivanov G., Sharlay A.* About stability of selector linear differential inclusions (2018) AIP Conference Proceedings, 2040. P. 150013. DOI: 10. 1063/1.5079216 .
24. *Kadry S., Alferov G., Ivanov G., Korolev V.* Investigation of the stability of solutions of systems of ordinary differential equations. AIP Conference Proceedings, 2020. 2293, 060004.
25. *Kadry S., Alferov G., Ivanov G., Korolev V.* About of the asymptotical stability of solutions of systems of ordinary differential equations AIP Conference Proceedings, 2020. 2293, 060005.
26. *Kadry S., Alferov G., Korolev V., Shymanchuk D.* Mathematical models of control processes and stability in problems of mechanics AIP Conference Proceedings. 2022, 2425. 080004.
27. *Kadry S., Alferov G., Ivanov G., Korolev V.* Study of control systems with transistor keys. AIP Conference Proceedings, 2022. 2425, 080003.
28. *Иванов Г.Г., Алфёров Г.В., Королёв В.С.* Исследование решений линейной однородной системы дифференциальных уравнений // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2023. Вып. 1(60). С. 47–53. DOI: 10.17072/1993-0550-2023-1-47-53.


## References


1. Emel'yanov, S.V. (1967), *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s peremennoj strukturoj* [Automatic control systems with variable structure], Nauka, Moscow, Russia.
2. Emel'yanov, S.V. (2013), "Variable structure systems are the key to unlocking new types of feedback", *Nelinejnaya dinamika i upravlenie. Vyp. 7. M.: Fizmatlit*, no. 8, pp. 5-24.
3. Emel'yanov, S.V. and Taran, V. A., (1963), "Toward the use of inertial links for the construction of one class of automatic control systems with variable structure", *Avtomat. i telemekh*., T. 24, issue 1, pp. 33-46.
4. Emel'yanov, S.V. and Utkin, V.I., (1963), "Application of automatic control systems with variable structure for controlling objects whose parameters change within wide limits", *Kibernetika i Teoriya Regulirovaniya. Dokl. AN SSSR*, T. 152, no. 2, pp. 299-301.
5. Berkovich, E.I., (1973), *High frequency thyristor converters* [Tiristornye preobrazovateli vysokoj chastity], Energiya, Leningrad.
6. Smirnov, E.Ya. (1990), "On stabilization of program motions of systems of variable structure", *Vestn. Leningr. un-ta LGU. Ser. mat., mekh., astr*., issue 1, pp.40-43.
7. Utkin, V.I., (1983), "Systems with variable structure, state of the problem, perspectives", *Avtomatika i Telemekhanika*, no. 9, pp. 5-25.

8. Cypkin, Ya. Z. (1958), *Theory of impulse systems* [Teoriya impul'snyh system], Fizmatgiz, Moscow, Russia.
9. Ivanov, G. G., Alferov, G. V. and Korolev, V. S. (2017), "Stability of selector-linear differential inclusions", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 2(37), pp. 25-30.
10. Ivanov, G. G., Alferov, G. V. and Korolev, V. S. (2023), "Program Motions Stabilization of Variable Structure Systems", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 2(61), pp. 16-28.
11. Ivanov, G. G., Alferov, G. V. and Korolev, V. S. (2020), "Systems with transistorized keys", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 2(49), pp. 14-18.
12. Alferov, G., Ivanov, G., Efimova, P. and Sharlay, A. (2017), "Study on the structure of limit invariant sets of stationary control systems with nonlinearity of hysteresis type", *AIP Conference Proceedings*, pp. 080003. DOI: 10.1063/1.4992264.
13. Alferov, G.V., Ivanov, G.G. and Efimova, P.A. (2017), "The structural study of limited invariant sets of relay stabilized system (Book Chapter) ", *Mechanical Systems: Research, Applications and Technology*, pp. 101–164.
14. Alferov, G.V., Ivanov, G.G., Efimova, P.A. and Sharlay, A.S. (2018), "Stability of linear systems with multitask righthand member (Book Chapter) ", *Stochastic Methods for Estimation and Problem Solving in Engineering*, pp. 74–112. DOI: 10.4018/978-1-5225-5045-7.ch004.
15. Ivanov, G., Alferov, G., Sharlay, A. and Efimova, P. (2017), "Conditions of Asymptotic Stability for Linear Homogeneous Switched System", *International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics*, vol. 48(1863), p. 080002. DOI:10.1063/1.4992263.
16. Kadry, S., Alferov, G., Ivanov, G. and Sharlay, A. (2018), "About stability of selector linear differential inclusions", *AIP Conference Proceedings*, 2040. P.150013, DOI:10.1063/1.5079216.
17. Kadry, S., Alfero,v G., Ivanov, G. and Sharlay, A. (2018), "Almost Periodic Solutions of First-Order Ordinary Differential Equations", *Mathematics*, vol. 6, no. 9, p.171, DOI:10.3390/math 6090171.
18. Kadry, S., Alferov, G., Ivanov, G. and Sharlay, A. (2018), "Stabilization of the program motion of control object with elastically connected elements", *AIP Conference Proceedings*, 2040, p. 150014. DOI:10.1063/1.5079217.
19. Kadry, S., Alferov, G., Ivanov, G., Korolev, V. and Selitskaya E. (2019), "A new method to study the periodic solutions of the ordinary differential equations using functional analysis", *Mathematics*, 7(8), p. 677.
20. Korolev, V. (2017), "Properties of solutions of nonlinear equations of mechanics control systems" *Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V.F. Demyanov), CNSA 2017 - IEEE Conference Proceedings*. P. 7973973.
21. Ivanov, G., Alferov, G. and Efimova, P. (2017), Integrability of nonsmooth one-variable functions", *2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the Memory of V.F. Demyanov), CNSA 2017 - Proceedings*, P. 7973965.
22. Ivanov, G., Alferov, G., Gorovenko, P. and Sharlay, A. (2018), "Estimation of periodic solutions number of first-order differential equations", *AIP Conference Proceedings*, 1959, P. 080006.
23. Kadry, S., Alferov, G., Ivanov, G. and Sharlay, A. (2018), "About stability of selector linear differential inclusions", *AIP Conference Proceedings*, 2040, P. 150013. DOI: 10.1063/1.5079216.
24. Kadry, S., Alferov, G., Ivanov, G. and Korolev, V. (2020), "Investigation of the stability of solutions of systems of ordinary differential equations", *AIP Conference Proceedings*, 2293, P. 060004.
25. Kadry, S., Alferov, G., Ivanov, G. and Korolev V. (2020), "About of the asymptotical stability of solutions of systems of ordinary differential equations", *AIP Conference Proceedings*, 2293, P. 060005.
26. Kadry, S., Alferov, G., Korolev, V. and Shymanchuk, D. (2022), "Mathematical models of control processes and stability in problems of mechanics", *AIP Conference Proceedings*, 2425, P. 080004.
27. Kadry, S., Alferov, G., Ivanov, G., and Korolev, V. (2022), "Study of control sys-

tems with transistor keys", *AIP Conference Proceedings*, 2425, P. 080003.

28. Ivanov, G. G., Alferov, G. V. and Korolev V.S. (2023), "The Differential Equations Linear Homogeneous System Solutions Investigation", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 1(60), pp. 47-53.

**Информация об авторах:**

*Г. Г. Иванов* – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, кафедра механики управляемого движения, Санкт-Петербургский государственный университет (198504, Россия, г. Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский пр., д. 35), AuthorID: 116900;

*Г. В. Алфёров* – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры механики управляемого движения, Санкт-Петербургский государственный университет (198504, Россия, г. Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский пр., д. 35), AuthorID: 2873;

*В. С. Королёв* – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры механики управляемого движения, Санкт-Петербургский государственный университет (198504, Россия, г. Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский пр., д. 35), AuthorID: 7342.

**Information about the authors:**

*Gennadiy G. Ivanov* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Researcher, Department of Mechanics of Controlled Motion, St. Petersburg State University (35, Universitetsky Pr., Peterhof, St. Petersburg, Russia, 198504), AuthorID: 116900;

*Gennadiy V. Alferov* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of Controlled Motion Mechanics, St. Petersburg State University (35, Universitetsky Pr., Peterhof, St. Petersburg, Russia, 198504), AuthorID: 2873;

*Vladimir S. Korolev* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of Controlled Motion Mechanics, St. Petersburg State University (35, Universitetsky Pr., Peterhof, St. Petersburg, Russia, 198504), AuthorID: 7342.