

Научная статья

УДК 551.582.2

DOI: 10.17072/1993-0550-2024-1-33-42

Математические модели прогнозирования температуры и осадков с использованием фрактального и фурье-анализа метеорологических рядов

Виктор Юрьевич Митин¹, Валерий Нагимович Аптуков²

^{1,2}Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

¹victormitin@ya.ru;

²aptukov@psu.ru

Аннотация. В статье представлена методика построения статистических моделей, которые могут быть использованы для прогнозирования температурного режима и осадков на предстоящий месяц. Температура и осадки прогнозируются в двухэлементной шкале (высокое или низкое значение параметра). В рамках рассмотренных примеров установлено, что температура прогнозируется лучше, чем осадки и в последнее время имеется тенденция к увеличению точности прогнозов. Также в статье дается подробный анализ параметров модели, включающий их изменение в годовом цикле, тенденции в динамике изменения за последние 80 лет, корреляцию между климатическими параметрами. Наряду с базовыми статистическими функциями климатических показателей в моделях присутствуют фрактальные параметры (индекс фрактальности) и параметры дискретного преобразования Фурье (амплитуда и фаза первой гармоники). Установлено, что индекс фрактальности месячных рядов среднесуточных температур ниже, чем месячных рядов, содержащих значения суточных сумм осадков.

Ключевые слова: прогнозирование погоды; температура; осадки; статистические модели; статистические характеристики; индекс фрактальности; преобразование Фурье; изменение климата

Для цитирования: Митин В. Ю., Аптуков В. Н. Математические модели прогнозирования среднемесячной температуры и осадков с использованием фрактального и фурье-анализа метеорологических рядов // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2024. Вып. 1(64). С. 33–42. DOI: 10.17072/1993-0550-2024-1-33-42.

Статья поступила в редакцию 30.01.2024; одобрена после рецензирования 27.02.2024; принята к публикации 17.03.2024.

Research article

Mathematical Models of Temperature and Precipitation Forecasting Using Fractal and Fourier-Analysis of Meteorological Series

Victor Y. Mitin¹, Valery N. Aptukov²

^{1,2}Perm State University, Perm, Russia

¹victormitin@ya.ru;

²aptukov@psu.ru

Abstract. The article presents a methodology for constructing statistical models that can be used to predict the temperature regime and precipitation for the upcoming month. Temperature and precipitation are predicted on a two-element scale (high or low parameter value). Within the framework of the considered examples, it was found that temperature is predicted better than precipitation, and recently the accuracy of forecasts tends to increase. The article also provides a detailed analysis of the model parameters, including their change in the annual cycle, trends in the dynamics of change over the past 80 years, and the correla-



Данная работа © 2024 Митин В.Ю., Аптуков В.Н. распространяется под лицензией CC BY 4.0. Чтобы просмотреть копию этой лицензии, посетите <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

tion between climatic parameters. Along with the basic statistical functions of climatic indicators, the models contain fractal parameters (fractal index) and parameters of the discrete Fourier transform (amplitude and phase of the first harmonic). It was found that the fractal indices of monthly series of average daily temperatures is lower than those for monthly series containing daily temperature values

Keywords: *weather forecasting; temperature; precipitation; statistical models; statistical characteristics; fractal index; Fourier transform; climate change*

For citation: Mitin, V. Y., Aptukov, V. N. (2024), "Mathematical Models of Temperature and Precipitation Forecasting Using Fractal and Fourier-Analysis of Meteorological Series", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 1(64), pp. 33-42. DOI: 10.17072/1993-0550-2024-1-33-42.

The article was submitted 30.01.2024; approved after reviewing 27.02.2024; accepted for publication 17.03.2024.

Введение

Задача прогнозирования погоды является чрезвычайно актуальной, поскольку изменение погодных характеристик значительно влияет на жизнедеятельность и здоровье человека, на различные экономические процессы. Существуют два подхода к прогнозированию: физико-математический и статистический.

В первом варианте в качестве предикторов могут рассматриваться факторы океана (например, модель ENSO), геофизические (например, в прогнозах Н.С. Сидоренкова) и другие факторы, имеющие большую инерционность и позволяющие давать эффективные прогнозы не более чем на 5–7 дней.

Второй подход основан на поиске скрытых закономерностей временных рядов, их статистических характеристик, в ряде случаев с использованием спектрального, вейвлет- и фурье-анализа, а также фрактальных параметров. Данный подход имел широкое распространение начиная с 1960-х гг. в работах Дружинина И.П., Малинина В.Н. и многих других.

Основные подходы в статистических методах прогнозирования изложены в публикациях [1–4]. Нередко прогнозирование погоды включает обработку большого объема данных, полученных на метеостанциях, и требует значительных вычислительных и материальных затрат.

В данной статье исследуется возможность получения прогнозов температуры и осадков, основанных на минимальном наборе данных (архив ежесуточных значений температур и осадков), с приемлемой точностью, хотя бы в двухэлементной шкале (выше или ниже медианной нормы). Математические модели, изучаемые в статье, основаны на гипотезе о существовании устойчивых статистических связей среднемесячных температур и месячных сумм осадков от характеристик рядов температур и осадков предшествующих периодов.

Например, в статьях [5, 6] описаны подобные закономерности (для Хабаровского края) и положены в основу методики прогнозирования.

В данной статье изучаются более сложные климатические параметры, исследуется их динамика и взаимная корреляция. В моделях учитывается индекс фрактальности – фрактальный параметр, введенный в работах [7, 8] и далее широко используемый в различных областях науки. Основы фрактального подхода изложены в монографии [9]. Фрактальный анализ также иногда используется в метеорологии, например в публикациях [10, 11].

При исследовании климатических рядов также могут использоваться методы, связанные с вейвлет- и фурье-анализом сигналов [10]. В моделях, представленных в данной статье, присутствуют такие климатические параметры – амплитуды и фазы первой гармоники дискретного преобразования Фурье.

Ранее [12, 13] были рассчитаны индексы фрактальности климатических рядов для различных городов России и мира и подробно изучены фрактальные закономерности для Перми. В статьях [14–16] развивались подходы к статистическим моделям прогнозирования аномалий температуры и осадков на предстоящий месяц или климатический сезон для Перми.

В данной статье впервые изучены закономерности базовых статистических, фрактальных и других параметров в Самаре, приведены примеры статистических моделей прогнозирования температуры и осадков для Самары и получена оценка их точности.

Основные отличия этих моделей от ранее использовавшихся моделей в статьях [14–16] состоят в более широком охвате параметров и использовании равномерных двухэлементных шкал. Также исследуются зависимости точности моделей от типа предикторов, глубины модели и временного промежутка в предикторах.

1. Основные климатические характеристики Самары и динамика их изменения

Климатические условия местности определяются температурой, суммой осадков, скоростью ветра, атмосферным давлением, облачностью и другими характеристиками. Основными погодными параметрами, которые представляют наибольший интерес для физических лиц и организаций и наиболее часто встречаются в прогнозах, являются температура и осадки.

Данные о среднесуточных температурах (t) и суточных суммах осадков (o) были взяты из архивов ВНИИМЦД (г. Обнинск), представленных на сайте www.meteo.ru. Далее они объединялись по месяцам, и для каждого месяца рассчитывались статистические и другие характеристики.

В статистических моделях в качестве предикторов используются средние значения mt и mo , среднеквадратичные отклонения σt и σo , коэффициенты асимметрии kt и ko месячных рядов среднесуточных температур и суточных сумм осадков.

Годовая динамика изменения среднемесячных температур воздуха и среднемесячной суточной суммы осадков за период 1936–2020 гг. изображена на рис. 1.

Самый холодный месяц – январь со среднемесячной температурой 11.81°C , самый теплый – июль ($+21.02^{\circ}\text{C}$). Годовая динамика осадков имеет несколько локальных экстремумов, максимальное количество осадков выпадает в июле (53.1 мм за месяц, 1.71 мм за сутки), минимальное – в марте (32.57 мм за месяц, 1.05 мм в сутки). Летом и осенью выпадает в среднем больше осадков, чем в зимне-весенний период.



Рис. 1. Среднемесячные климатические параметры mt и mo (за 1936–2020 гг.)

На рис. 2 представлена годовая динамика средних величин среднеквадратичных отклонений месячных рядов температур и осадков: σt (синяя линия), σo (красная линия).



Рис. 2. Годовая динамика величин σt , σo (за 1936–2020 гг.)

Из рис. 2 следует, что температура в летнее время более стабильна чем зимой, когда среднеквадратичные отклонения достигают максимальных значений (выше 5°C), а для осадков, напротив, более стабильным периодом является зима. Распределение температуры близко к симметричному, а распределение осадков обладает сильной положительной асимметрией из-за того, что часто встречаются дни без осадков или с незначительными осадками, при этом пик асимметричности достигается в летние месяцы.

Если разбить восьмидесятилетний период 1941–2020 гг. на 4 двадцатилетних периода, то средняя температура mt во все месяцы, за исключением июня, принимает максимальное значение в последнем периоде. Особенно значительной является тенденция к потеплению в зимний период. Например, в январе она повысилась от -13.28°C в первом периоде до -9.59°C (на 3.69°C), в июле аналогичный прирост составляет только 2.02°C , а в июне, где тренд потепления практически отсутствует, – всего 0.18°C . Величина σt обычно имеет тенденцию к снижению, т.е. температура становится более стабильной, наиболее четко эта закономерность проявляется в зимние месяцы.

Противоположная ситуация наблюдается только в октябре, где величина σt выросла от 3.91°C в первом периоде до 4.23°C в четвертом. Для величины σo в холодный период наблюдается возрастающая тенденция, а в теплые месяцы явные закономерности отсутствуют.

2. Дополнительные климатические параметры

Кроме основных статистических функций от климатических переменных (среднего значения, среднеквадратичного отклонения, коэффициента асимметрии) при построении моделей использовались дополнительные параметры.

Одним из таких параметров является индекс фрактальности μ , оцениваемый с помощью метода минимального покрытия [10]. Этот фрактальный параметр характеризует скорость расходимости полной амплитудной вариации ряда данных по степенному закону:

$$V_f(\delta) = \sum_i A_i(\delta) \sim \delta^{-\mu(f)}, \quad (1)$$

где $V_f(\delta)$ – полная амплитудная вариация, т.е. сумма локальных размахов $A_i(\delta)$ (разностей между локальным максимумом и минимумом на каждом отрезке разбиения) функции f разбиения с масштабом δ . При этом индекс фрактальности μ в соотношении (1) является своеобразной мерой степени изрезанности графика функции, на что указывает его связь с фрактальной размерностью:

$$D = \mu + 1. \quad (2)$$

На практике параметр μ оценивался с помощью линейной регрессии по совокупности разбиений ряда, содержащих от 2 до 10 точек, при этом обычно достигается хорошая сходимость к равенству (2).

С другой стороны, индекс фрактальности характеризует степень детерминированности или случайности ряда. Случайным рядам соответствуют значения μ около 0.5. Значения μ , близкие к 0, соответствуют персистентным рядам (стремящимся к сохранению тренда), а близкие к 1 – антиперсистентным рядам (стремящимся к переходу от возрастания к убыванию и наоборот).

В настоящее время данный параметр достаточно широко используется для фрактального анализа рядов в разнообразных областях науки, в том числе для метеорологических рядов [10, 11].

Ранее [12] были получены значения индекса фрактальности рядов температуры, осадков и других климатических переменных для различных городов России и мира. Установлено, что в регионах с сухим континентальным климатом индексы фрактальности температуры выше, чем в территориях с

влажным климатом. В статье [13] изучена динамика изменения индекса фрактальности в Перми за последние 90 лет.

К дополнительным климатическим параметрам относятся также амплитуда A и фаза φ первой гармоники (с ненулевой частотой) в дискретном преобразовании Фурье. Отметим, что различные методы, связанные со спектральным анализом исходного сигнала, достаточно часто используются для обработки метеорологических данных. Дискретное преобразование Фурье ряда v_s ряда u_r длины n определяется соотношением:

$$v_s = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{r=1}^n u_r e^{2\pi i(r-1)(s-1)/n}, \quad (3)$$

из которого находятся амплитуда A и фаза φ : $A=|v_2|$, $\varphi = \text{Arg } v_2$. Перед выполнением преобразования Фурье исходный ряд нормируется:

$$u_r \rightarrow U_r, U_r = \frac{u_r - \min u_r}{\max u_r - \min u_r}. \quad (4)$$

Таким образом вводятся новые климатические параметры $\mu_t, \mu_o, A_t, A_o, \varphi_t, \varphi_o$.

Индексы фрактальности месячного ряда среднесуточных температур μ_t и осадков μ_o в среднем летом несколько ниже, чем в зимнее время. Величины μ_o для всех месяцев выше соответствующих значений μ_t .

Таким образом, месячные ряды суточных осадков имеют более изрезанный график и менее трендоустойчивы, чем аналогичные ряды среднесуточных температур (рис. 3).

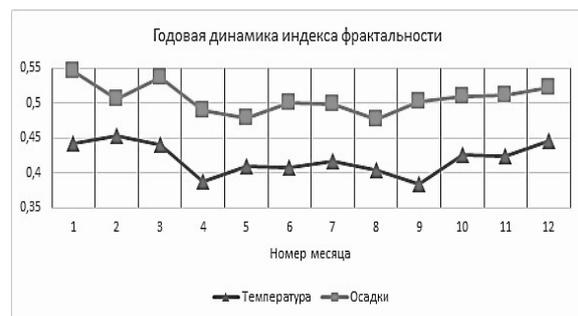


Рис. 3. Годовая динамика индекса фрактальности

Средний индекс фрактальности месячных температурных рядов принимает самые низкие значения в апреле и в сентябре, а самые высокие – в декабре и феврале. Индекс фрактальности ряда осадков принимает высокие значения в январе и в марте, низкие – в мае и в августе. Годовая амплитуда индексов фрактальности для обоих параметров не превышает 0.1.

Выраженного тренда в изменении индексов фрактальности за последние 90 лет не выявлено, величины индекса фрактальности могут существенно изменяться от года к году.

В отдельные месяцы обнаружена тенденция к росту величин At (в январе от 0.496 в первом двадцатилетнем периоде до 0.589 в последнем, в октябре от 0.53 до 0.64 соответственно). Устойчивых тенденций для параметров Ao , ϕt , ϕo не выявлено.

3. Корреляции между климатическими параметрами

Для каждого месяца t были построены таблицы попарных линейных корреляций для набора параметров $\{mt, \sigma t, kt, \mu t, At, \phi t, mo, \sigma o, ko, \mu o, Ao, \phi o\}$. Например, mt – это ряд из среднемесячных температур заданного месяца за весь период наблюдений, σt – ряд из среднеквадратичных отклонений среднесуточных температур в заданном месяце.

Рассчитаны коэффициенты корреляции между всеми парами климатических параметров за один и тот же месяц. Самые высокие коэффициенты линейной корреляции отмечены в паре параметров $(\sigma o, do)$: $r=0.909$ (июль), $r=0.915$ (январь), в остальные месяцы также наблюдается выраженная прямая корреляция. Корреляция в паре (mt, mo) устойчиво положительна в теплое время года и отрицательна в холодное. Это объясняется тем, что высокие температуры летом (вследствие солнечного прогрева) чаще всего наблюдаются в сухую погоду при преобладании антициклонов, а зимой (вследствие влияния облаков) – при циклоническом типе погоды, для которого характерно обилие осадков.

Корреляции средней степени выраженности в январе также наблюдаются в парах (mt, kt) : $r = -0.49$, $(\mu o, ko)$: $r = -0.56$, $(At, \sigma t)$: $r=0.39$. Остальные параметры коррелируют слабо. В июле умеренная корреляция отмечена в парах $(\sigma t, \mu t)$: $r = -0.49$, (ko, Ao) : $r = -0.51$, $(Ao, \mu o)$: $r = 0.43$, $(ko, \mu o)$: $r = -0.43$, $(At, \sigma t)$: $r = 0.53$.

При изучении попарных корреляционных зависимостей между параметрами mt и mo текущего и предыдущего месяцев корреляций высокой степени выраженности не обнаружено. Это говорит о том, что при построении моделей прогнозирования погоды степень влияния предикторов, взятых по отдельности, на прогнозируемую переменную может

быть недостаточной, поэтому предпочтительнее рассматривать совокупное влияние нескольких предикторов.

4. Статистические модели прогнозирования температуры и осадков

В основе статистических моделей прогнозирования аномалий температуры и осадков на предстоящий месяц лежит гипотеза о наличии устойчивых статистических связей между среднемесячной температурой и суммой осадков в текущем месяце и предикторными переменными для предыдущих месяцев, к числу которых относятся статистические функции m , σ , k и дополнительные параметры μ (рассчитывается по формуле (1)), A , ϕ (вычисляется по формулам (3–4)) для рядов температуры и осадков.

Данные среднесуточных температур и сумм осадков в Самаре за каждые сутки начиная с 1936 г. получены из специализированных массивов, предоставленных Всероссийским научно-исследовательским институтом гидрометеорологической информации, по ним рассчитываются ряды климатических переменных.

Все значения климатических переменных ранжируются с помощью выбранной дискретной шкалы, наиболее простой является равномерная двухэлементная шкала R :

$$R(p) = \begin{cases} -1, p < med(p) \\ 1, p \geq med(p) \end{cases}, \quad (5)$$

где p – произвольный климатический параметр, $med(p)$ – его медианное значение за выбранный временной период I , называемый историей. Таким образом, для всех предикторных и прогнозируемых переменных рассматриваются только 2 класса значений: $R = -1$ (низкие) и $R = 1$ (высокие), при этом соотношение 50 % : 50 % для количества элементов в классах выполняется точно (при четной длине ряда) или приблизительно (при нечетной длине ряда или в случае совпадения значений ряда).

Выбор диапазона моделирования "выше или ниже медианного значения" хотя и обладает рядом недостатков (выборочная случайная погрешность, практические неудобства), но зато позволяет распределить историю равномерно по базисным переменным, что является важным в условиях существующих ограничений на длину выборки.

Кроме шкалы (5), можно рассматривать другие шкалы, например четырехэлементную, для прогнозирования не только направления, но и силы аномалии. В статье [15] прогностические модели строятся на основе трехэлементной неравномерной шкалы с соотношением 40 % : 20 % : 40 %.

Рассматриваемые модели базируются на принципе повторяемости истории: считается, что направление аномалии в прогнозируемом периоде будет с большей вероятностью таким же, каким оно чаще всего было ранее в те годы, когда значения предикторных переменных предшествующих месяцев совпадали со значениями в текущем году.

С одной стороны, некоторые взаимосвязи между предикторными и прогнозируемыми переменными могут проявляться только если рассматривать предикторы в совокупности. Например, одновременно холодный и влажный ноябрь может обеспечить высокий уровень снежного покрова, оказывающий определенное влияние на погоду в последующие месяцы. Оптимальным вариантом являются совокупности из двух предикторов, поскольку при дальнейшем увеличении количества предикторов часто бывает, что за рассматриваемый временной период не находится достаточного количества случаев, когда ранговые значения всех предикторов совпадали с их значениями в текущем году, для их статистической обработки.

Таким образом, весь исходный набор предикторов, содержащий значения функций m , σ , k , μ , A , φ от рядов температуры и осадков за каждый из нескольких предыдущих месяцев, разбивается на всевозможные пары, далее для каждой пары рассчитывается относительная частота каждого варианта рангового значения прогнозируемой переменной (в двухэлементной шкале – для $R = -1$ и $R = 1$) и усредняется по всем парам, либо по первым p парам с максимальной относительной частотой наиболее часто встречающегося рангового значения прогнозируемой переменной. Прогноз может быть точечным (ранговое значение с наибольшей относительной частотой) или вероятностным (соотношение относительных частот ранговых значений).

Будем использовать обозначения: $p(m)$ – ряд значений произвольного климатического параметра p за месяц m (например, $mt(1)$ – средняя температура января); $p[m] = p(M-m)$,

где M – номер прогнозируемого месяца. При неположительном значении m ряд $p(m)$ – это на один год смещенный ряд $p(m+12)$. Например, величины типа $p(0)$, $p(-1)$ и $p(-2)$ относятся к декабрю, ноябрю и октябрю прошлого года соответственно.

Приведем пример использования данной методики прогнозирования.

Пусть историю I составляют годы с 1936 по 2019 г., а прогноз аномалий среднемесячной температуры и осадков дается на апрель 2020 г., базис предикторов составляют среднемесячные температуры января, февраля и марта: $B = \{mt(1), mt(2), mt(3)\} = \{mt[3], mt[2], mt[1]\}$. Ранговые значения всех параметров $mt(1)$, $mt(2)$, $mt(3)$ в 2020 г. были равны 1.

Таблица 1. Пример реализации методики прогнозирования

Набор параметров	$(mt(1), mt(2))$	$(mt(1), mt(3))$	$(mt(2), mt(3))$
Набор значений	(1,1)	(1,1)	(1,1)
Число совпадений	26	25	27
$mt(4) = -1$	14 (53.8%)	11 (44%)	10 (37%)
$mt(4) = 1$	12 (46.2%)	14 (56%)	17 (63%)
$mo(4) = -1$	11 (42.3%)	8 (32%)	9 (33.3%)
$mo(4) = 1$	15 (57.8%)	17 (68%)	18 (66.7%)

В табл. 1 рассчитаны относительные частоты для каждой пары предикторов. Средние относительные частоты для среднемесячной температуры апреля в 2020 г. равны 55.1 % ($R=1$) и 44.9 % ($R = -1$), для осадков – соответственно 64.2 % ($R=1$) и 35.8 % ($R = -1$). По этим данным можно сделать прогноз о том, что температура и осадки в апреле 2020 г. выше медианной нормы ($R=1$), причем для осадков вероятность исполнения такого прогноза выше. В реальности оба прогноза оказались верными.

Данный пример иллюстрирует алгоритм, на котором основана методика прогнозирования для случая трех предикторов.

В реальных моделях используется больше предикторов, но расчет осуществляется аналогичным образом. В столбце "число совпадений" указано количество лет, когда значения обеих предикторных переменных

совпадали с текущими значениями, что соответствует длине выборки, по которой рассчитываются относительные частоты прогнозируемой величины.

5. Результаты прогнозирования с помощью статистических моделей

Основными параметрами статистических моделей являются прогнозируемая переменная, исходный набор предикторов B , шкала ранжирования (она может быть различной для прогнозируемой переменной и предикторов), диапазон истории I , критерий отбора лучших пар предикторов K , максимальное количество лучших пар p , диапазон проверки модели, алгоритм оценки точности.

В рассмотренных ниже моделях используются равномерные двухэлементные шкалы (5), учитываются все пары предикторов, т.е. $p=C_n^2$, где n – количество переменных в базе предикторов.

Точность модели оценивается по формуле

$$T = \frac{N_+}{N}, \quad (6)$$

где T – точность модели, N – общее количество прогнозов, N_+ – количество верных прогнозов. Для оценки точности модели по формуле (6) используется временной диапазон проверки, в котором делаются прогнозы с помощью данной модели, а результаты прогнозирования сопоставляются с реальными данными. Прогноз считается верным, если реальные и прогнозируемые ранговые значения прогнозируемой переменной совпадают, в противном случае – неверным. Обычно точность оценивается отдельно для каждого месяца.

Ниже приведен пример моделей и оценки их точности. В них используются 5 базисов предикторов:

$B_1 = \{mt[1], mt[2], mt[3], mo[1], mo[2], mo[3]\}$,
 $B_2 = \{mt[1], mt[2], \sigma t[1], \sigma t[2], mo[1], mo[2]\}$,
 $B_3 = \{mt[1], \sigma t[1], kt[1], \mu t[1], At[1], \varphi t[1]\}$,
 $B_4 = \{mo[1], \sigma o[1], ko[1], \mu o[1], Ao[1], \varphi o[1]\}$,
 $B_5 = \{mt[1], \sigma t[1], \mu t[1], mo[1], do[1], \mu o[1]\}$.

Базис B_1 имеет наибольшую глубину: содержит данные за 3 предыдущих месяца. Базисы $B_3 - B_5$ имеют глубину в 1 месяц, но более широко охватывают основные и некоторые дополнительные климатические характеристики.

В табл. 2 приведены максимальные значения точности среди моделей с базисами $B_1 - B_5$ в двух временных периодах:

I) прогноз на 2001–2010 гг., II) прогноз на 2011–2020 гг. Диапазон истории во всех случаях начинается с 1936 г. и заканчивается годом, предшествующим прогнозируемому.

Таблица 2. Максимальные точности прогнозных моделей за 10 лет

Параметр	mt	mt	mo	mo
Период	I	II	I	II
Январь	0.8	0.9	0.7	0.7
Февраль	0.7	0.6	0.7	0.8
Март	0.8	0.8	0.8	0.8
Апрель	0.8	0.6	0.4	0.8
Май	0.7	0.5	0.5	0.7
Июнь	0.5	0.6	0.8	0.3
Июль	0.6	0.6	0.7	0.4
Август	0.7	0.9	0.6	0.7
Сентябрь	0.7	0.7	0.6	0.4
Октябрь	0.8	0.5	0.6	0.4
Ноябрь	0.9	0.6	0.7	0.6
Декабрь	0.8	0.8	0.7	0.6
Среднее	0.73	0.68	0.65	0.6

Из данных табл. 2 следует, что температура обычно прогнозируется лучше, чем осадки. Это связано с тем, что зоны атмосферных фронтов, где проходят обильные осадки, имеют небольшую площадь по сравнению с территориями, в которых наблюдается примерно одинаковая среднесуточная температура. Средняя точность прогноза во временном диапазоне I (2001–2010 гг.) оказалась выше, чем в периоде II (2011–2020 гг.).

Для прогноза температуры наилучшими среди приведенных моделей оказались модели с базисами B_2 и B_3 (13 результатов с точностью не ниже 0.7), для прогноза осадков – модель с базисом B_3 (7 результатов с точностью не ниже 0.7), следовательно, введение в рассмотрение дополнительных функций, таких как μ , A , φ , дают некоторое улучшение моделей.

На практике точность прогнозов при использовании статистических моделей может быть увеличена до 0.7–0.8, если увеличивать количество базисных компонент, для каждого месяца использовать различные типы базисов, полученных путем перебора большого количества базисных компонент, переходя к моделям "третьего уровня", описанным в статье [16].

Пусть, например, рассматриваемая общая совокупность климатических параметров состоит из значений mt , st , kt , ut , mo , so , ko , mo за 3 предыдущих месяца (всего 24 функции), исторические данные рассматриваются за период с 1936 г., а диапазоном проверки модели является период с 2011 по 2020 гг.

Для этого варианта были подобраны модели прогнозирования температуры и осадков, дающие 9 верных прогнозов из 10 для каждого месяца.

При использовании этих моделей в будущем их точность несколько снижается, поскольку закономерности, рассматриваемые в статье, являются статистическими, а не детерминированными. Характер этих взаимосвязей также может меняться с изменением климата. Тем не менее, в будущем параметры моделей могут корректироваться, а накопление новых данных позволяет основывать модели на более полной исторической базе.

Заключение

Климатические параметры Самары (в том числе и индекс фрактальности) обладают рядом устойчивых закономерностей, связанных с годовым циклом и многолетней тенденцией изменения. Тенденции глобального потепления в Самаре в большей степени проявляются в холодный период года. Установлены значительные корреляции между некоторыми парами климатических параметров, причем их характер иногда зависит от сезона. Статистические модели на основе рассмотренных параметров могут достигать точности 0.7 и выше при подходящих параметрах модели. Температура обычно прогнозируется лучше, чем осадки.

Статистические модели, построенные по описанной в статье общей методике, могут давать хорошие результаты в различных климатических условиях (например, как в Перми, так и в Самаре), отличаясь только наборами предикторов и другими параметрами.

Учет дополнительных, глубинных климатических параметров, таких как индекс фрактальности и параметры дискретного преобразования Фурье, в ряде случаев приводит к улучшению модели. Дальнейшее развитие моделей может включать рассмотрение в рамках данной методики прогнозирования новых предикторов, в том числе относящихся к другим климатическим показателям (скорость и направление ветра, атмосферное давление,

облачность и т.д.) и изучение связанных с ними статистических закономерностей.

Список источников

1. *Аргучинцева А.В.* Методы статистической обработки и анализа гидрологических наблюдений. Иркутск, 2007. 105 с.
2. *Дегтярев А.С., Драбенко В.А., Драбенко В.А.* Статистические методы обработки метеорологической информации. СПб: ООО "Андреевский издательский дом", 2015. 225 с.
3. *Малинин В.И.* Статистические методы анализа гидрометеорологической информации. СПб.: РГГМУ, 2007. 279 с.
4. *Дружинин В.С., Сикан А.В.* Методы статистической обработки гидрометеорологической информации. СПб.: Изд-во РГГМУ, 2001. 167 с.
5. *Теплицын Г.П.* Прогнозирование сумм осадков и среднемесячных температур месяцев теплого периода года по месяцам предшествующего холодного периода // Актуальные проблемы лесного комплекса. 2010. №25. С. 64–67.
6. *Теплицын Г.П., Зинцова Э.А.* О связи осадков и температуры холодного и последующего теплого периода на юге Хабаровского края // Метеорология и гидрология. 2011. № 10. С. 70–73.
7. *Дубовиков М.М.* Индекс вариации и его приложение к анализу фрактальных структур // Научный альманах Гордон. 2003. № 1. С. 5–33.
8. *Дубовиков М.М., Крянев А.В., Старченко Н.В.* Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов // Вестник РУДН. 2004. Т. 3, № 1. С. 30–44.
9. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. М.: Изд-во Института компьютерных исследований, 2002. 656 с.
10. *Митин В.Ю.* Фрактальные характеристики рядов базовых климатических параметров в г. Перми // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2020. Вып. 1(48). С. 47–52.
11. *Антуков В.Н., Митин В.Ю.* Статистическая модель прогнозирования среднемесячных аномалий температурного режима и осадков в г. Перми // Цифровая география: мат. Всерос. науч.-практ. конф. с между. участием. Пермь. 2020. Т. 1. С. 359–361.

12. Антуков В.Н., Митин В.Ю. Статистические модели прогнозирования среднемесячной температуры и осадков в г. Перми // Географический вестник. 2021. № 2. С. 84–95.
13. Митин В.Ю. Математические модели прогнозирования аномалий температуры и осадков в г. Перми // Математика и междисциплинарные исследования–2021. С. 32–35.

References

1. Arguchintseva, A.V. (2007), "Methods of statistical processing and analysis of hydrological observations", *Irkutsk*, 105 p.
2. Degtyarev, A.S., Drabenko, V.A., Drabenko, V.A. (2015), "Statistical methods of processing meteorological information", *St. Petersburg: Andreevsky Publishing House LLC*, 225 p.
3. Malini, V.I. (2007), "Statistical methods of analysis of hydrometeorological information", *St. Petersburg: RGGMU*, 279 p.
4. Druzhinin, V.S., Sikan, A.V. (2001), "Methods of statistical processing of hydrometeorological information", *St. Petersburg: Publishing house of RGGMU*, 167 p.
5. Teplitsyn, G.P. (2010), "Forecasting precipitation amounts and average monthly temperatures of the months of the warm period of the year by the months of the preceding cold period", *Actual problems of the forest complex*, no. 25, pp. 64-67.
6. Teplitsyn, G.P., Zintsova, E.A. (2011), "On the relationship between precipitation and temperature of the cold and subsequent warm period in the south of the Khabarovsk Territory", *Meteorology and hydrology*, no. 10, pp. 70-73.
7. Dubovikov, M.M. (2003), "Index of variation and its application to the analysis of fractal structures", *Scientific almanac Gordon*, no. 1, pp. 5-33.
8. Dubovikov, M.M., Kryanev, A.V., Starchenko, N.V. (2004), "The dimension of minimum coverage and local analysis of fractal time series", *Bulletin of RUDN*, vol. 3, no. 1, pp. 30-44.
9. Mandelbrot, B. (2002), "Fractal geometry of nature", *Moscow; Publishing House of the Institute of Computer Research*, 656 p.
10. Kuzminykh, E.V. (2012), "Fractal analysis of climatic series: master's thesis", *St. Petersburg: RGGMU*, 284 p.
11. Solntsev, L.A., Yudin, D.I., Snegireva, M.S., Gelashvili, D.B. (2007), "Fractal analysis of the secular course of average air temperature in Nizhny Novgorod", *Bulletin of Nizhny Novgorod University named after N. I. Lobachevsky*, no. 4, pp. 88-91.
12. Aptukov, V.N., Mitin, V.Y. (2019), "Fractal analysis of meteorological series using the minimal covering method", *Geographical Bulletin*, no. 2(49), pp. 67-79.
13. Mitin, V.Y. (2020), "Fractal characteristics of the series of basic climatic parameters in Perm", *Bulletin of the Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 1(48), pp. 47-52.
14. Aptukov, V.N., Mitin, V.Y. (2020), "Statistical model for forecasting average monthly anomalies of temperature regime and precipitation in Perm", *Digital geography: mat. All-Russian scientific and practical conference with international participation. Perm*, vol. 1, pp. 359-361.
15. Aptukov, V.N., Mitin, V.Y. (2021), "Statistical models for forecasting average monthly temperature and precipitation in Perm", *Geographical Bulletin*, no. 2, pp. 84-95.
16. Mitin, V.Y. (2021), "Mathematical models for forecasting temperature and precipitation anomalies in Perm", *Mathematics and interdisciplinary research-2021*, pp. 32-35.

Информация об авторах:

В. Ю. Митин – ассистент кафедры фундаментальной математики, Пермский государственный национальный исследовательский университет (614068, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, 15), AuthorID: 552293, Scopus ID: 55638430100, SPIN: 9613-0645;

В. Н. Антуков – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой фундаментальной математики, Пермский государственный национальный исследовательский университет (614068, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, 15), AuthorID: 11997, Scopus ID: 6601983443. SPIN 6717-3908.

Information about the authors:

Victor Y. Mitin – Assistant, Department of Fundamental Mathematics, Perm State University (Bukireva St., 15, Perm, Russia, 614068), AuthorID: 552293, Scopus ID: 55638430100 SPIN: 9613-0645;

Valery N. Aptukov – Doctor of Technical Science, Professor, Head of Department of Fundamental Mathematics, Perm State University (Bukireva St., 15, Perm, Russia, 614068), AuthorID: 11997, Scopus ID: 6601983443. SPIN 67173908.