

Научная статья

УДК 539.3

DOI: 10.17072/1993-0550-2023-4-80-88

Экспериментальное исследование концентрации напряжений в окрестностях вершин V-образных трещин разной глубины при их заполнении различными материалами

Андрей Юрьевич Фёдоров¹, Елизавета Борисовна Галкина²,
Алексей Игоревич Слободинюк³

^{1,2}Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

³Институт технической химии УрО РАН, Пермь, Россия

¹fedorov@icmm.ru

²galkina.e@icmm.ru

³slobodinyuk.aleksey.ktn@mail.ru

Аннотация. Одним из вариантов устранения концентрации напряжений в окрестности вершин поверхностных трещин (V-образных надрезов) является заполнение полости трещин материалом. Эффективность данного варианта зависит от угла раскрытия трещин, свойств материала с трещиной и заполняющего материала, адгезионной прочности между основным и заполняющим материалами. При рассмотрении задачи о трещине с заполняющим материалом в рамках теории упругости, решения содержат сингулярное поведение напряжений в окрестностях вершин трещин. Из анализа полученных решений следует, что при определенной комбинации углов V-образных надрезов и свойств материалов отсутствуют сингулярные решения, что является наиболее оптимальным вариантом для устранения концентрации напряжений. Кроме этого, показано, что при наличии сингулярных решений уровень концентрации напряжений зависит от характера сингулярности напряжений. Вместе с тем эти результаты, как правило, имеют качественный характер. В настоящей работе, опираясь на теоретические результаты, приводятся экспериментальные результаты, дающие количественное представление об уровне концентрации напряжений в образцах с V-образным надрезом, заполненным материалом, при разных глубинах и углах надрезов и различных механических характеристиках заполняющих материалов.

Ключевые слова: сингулярность напряжений; концентрация напряжений; замкнутый составной клин; V-образный надрез

Для цитирования: Фёдоров А. Ю., Галкина Е. Б., Слободинюк А. И. Экспериментальное исследование концентрации напряжений в окрестностях вершин V-образных трещин разной глубины при их заполнении различными материалами // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2023. Вып. 4(63). С. 80–88. DOI: 10.17072/1993-0550-2023-4-80-88.

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФИ и Пермского края (проект № 20-41-596007).

Статья поступила в редакцию 05.09.2023; одобрена после рецензирования 27.10.2023; принята к публикации 28.11.2023.

Research article

Experimental Study of Stress Concentration Near the Tips of V-shaped Cracks of Different Depths Filled With Various Materials

Andrey Yu. Fedorov¹, Elizaveta B. Galkina², Aleksey I. Slobodinyuk³



© Работа 2023 Фёдоров А.Ю., Галкина Е.Б., Слободинюк А.И. распространяется под лицензией CC BY 4.0. Чтобы просмотреть копию этой лицензии, посетите <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

^{1,2}Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia

³Institute of Technical Chemistry UB RAS, Perm, Russia

¹fedorov@icmm.ru

²galkina.e@icmm.ru

³slobodinyuk.aleksey.ktn@mail.ru

Abstract. One of the ways to eliminate the stress concentration in the vicinity of tips of surface cracks (V-shaped notches) is to fill the crack cavity with material. The effectiveness of this variant depends on the crack opening angle, the properties of the original and filler materials, and the strength of adhesion between the filler and basic materials. The solutions to the problem of a crack with a filling material obtained in the framework of the theory of elasticity revealed a singular behavior of stresses in the vicinity of crack tips. The analysis of the solutions obtained demonstrate that at a certain combination of V-notch angles and material properties there are no singular solutions, which is the best option for eliminating stress concentration. In addition, it is shown that in case of singular solutions, the level of stress concentration depends on the nature of the stress singularity. It should be noted however that these results are of a qualitative nature. In this paper, based on theoretical results, we present the results of experimental study, which give a quantitative estimate of the level of stress concentration in the samples with a V-shaped notch filled with material at different values of the notch depth and notch angles and various mechanical characteristics of filling materials.

Keywords: stress singularity; stress concentration; closed bi-material wedge; V-notch

For citation: Fedorov A. Yu., Galkina E. B., Slobodinyuk A. I. Experimental Study of Stress Concentration Near the Tips of V-shaped Cracks of Different Depths Filled With Various Materials. Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science. 2023;4(63):80-88. (In Russ.). DOI: 10.17072/1993-0550-2023-4-80-88.

Acknowledgments: the Russian Foundation funded the work for Basic Research and the Perm Territory (Project number 20-41-596007).

The article was submitted 05.09.2023; approved after reviewing 27.10.2023; accepted for publication 28.11.2023.

Введение

В задачах теории упругости вершины V-образных надрезов относят к особым точкам, а их окрестности, как правило, являются зонами сильной концентрации напряжений. В общем случае характер поведения напряжений в окрестности особых точек определяется: видом нагружения, геометрией тела вблизи особой точки (углы раствора между касательными из особой точки), механическими характеристиками материала в окрестности особой точки (модули упругости, коэффициенты Пуассона). Именно эти показатели определили направление экспериментальных и численных работ, связанное с поиском геометрических и механических характеристик, обеспечивающих более низкий уровень концентрации напряжений.

Хорошим примером таких исследований является работа [1], где теоретически и экспериментально было показано, что комбинации значений углов и механических свойств, соответствующие решениям без сингулярности напряжений, обеспечивают малонапряженное состояние вблизи вершины.

Аналогичные по содержанию исследования приведены в работах [2–6]. В определенной мере итог этим исследованиям подводят работы [7–9], где было показано, что минимальный уровень концентрации напряжений в окрестности особых точек имеет место при значениях геометрических параметров и упругих постоянных материалов, которые определяют границу между решениями с сингулярностью и без сингулярности напряжений. Этот результат был использован в качестве основы для методики поиска значений упругих постоянных материала прослойки и ее геометрии на краях поверхности контакта, обеспечивающих минимальный уровень концентрации напряжений [10].

Одним из вариантов уменьшения уровня напряжений в окрестности V-образных надрезов является скругление вершины надреза (или использование U-надреза). Другим вариантом уменьшения уровня напряжений в окрестности V-образных надрезов является заполнение его полости материалом ("залечивание"). Результаты анализа сингулярности напряжений являются полезными для поиска упругих постоянных заполняющего ма-

териала, обеспечивающего наилучшее снижение уровня концентрации напряжений вблизи вершины V-образного надреза, полость которого заполнена этим материалом. В этом случае необходимо построить и исследовать сингулярные решения вблизи вершины соответствующего замкнутого составного клина.

В работах [11–13] приведены общие решения и трансцендентные уравнения, позволяющие определить собственные значения для составного клина. Примерами исследований, посвященных получению численных результатов и их анализу для различных вариантов составных замкнутых клиньев, могут служить работы [14–17].

В работе [17] представлен сравнительный анализ численных результатов о показателях сингулярности напряжений в составном замкнутом клине и однородном клине с гранями, свободными от напряжений, при различных соотношениях углов раствора и модулей упругости однородных частей составного клина, и при различных значениях коэффициентов Пуассона.

Одним из главных результатов работы [17] является установление аномального влияния на характер сингулярности напряжений коэффициента Пуассона при приближении его значения к 0.5. А именно: исчезновение сингулярности напряжений при симметричном (относительно биссектрисы угла раствора) напряженном состоянии. Это послужило основой для устранения сингулярности напряжений в вершине V-образного надреза при заполнении его полости материалом с коэффициентом Пуассона, близким к 0.5. На численных моделях продемонстрировано, что уровень концентрации напряжений может быть снижен при достаточно больших углах раскрытия и жесткости заполняющего слабосжимаемого материала на несколько порядков меньше жесткости основного материала.

В работе [18] продемонстрировано, что при заполнении надреза материалом, имеющим модуль упругости на три порядка ниже, чем у основного материала, повышение предельной нагрузки составляет 15 %.

В настоящей работе приведены результаты серии экспериментов при разных глубинах V-образного надреза и при заполнении материалами, имеющими модули упругости на один, два и на три порядка ниже, чем у основного материала.

Наряду с экспериментом проведены численные расчеты, дающие представление о значениях механических характеристик материалов, при которых в вершине составного замкнутого клина отсутствует сингулярность напряжений. Результаты численных расчетов дают теоретическое обоснование результатам экспериментов.

1. Численные результаты для составного замкнутого клина

Одно из направлений исследования поведения напряжений в окрестности особых точек связано с построением собственных решений для составного замкнутого клина. Собственные решения в каждой из подобластей $i = 1, 2$ имеют вид [19]:

$$u_r^{ki} = r^{\lambda_k} \xi_r^{ki}(\varphi); \quad u_\varphi^{ki} = r^{\lambda_k} \xi_\varphi^{ki}(\varphi), \quad (1)$$

где r, φ – полярные координаты с центром в вершине клина, $k = 1, 2, 3, \dots$, λ_k – собственные значения, $\xi_r^{ki}, \xi_\varphi^{ki}$ – собственные функции, u_r^{ki}, u_φ^{ki} – перемещения в полярной системе координат. Наличие в спектре собственных значений λ_k с $\text{Re } \lambda_k < 1$ будет определять сингулярное поведение напряжений в окрестности вершины составного клина.

Построение собственных решений излагается в [11, 12], где также приводится трансцендентное уравнение для нахождения собственных значений:

$$\begin{aligned} & \left((1+\beta)^2 \sin^2 p\gamma_1 - p^2 (\beta-\alpha) \sin^2 \gamma_1 \right) \times \\ & \times \left((1-\beta)^2 \sin^2 p\gamma_2 - (\beta-\alpha)^2 p^2 \sin^2 \gamma_2 \right) + \\ & + (1-\alpha^2) \sin^2 p(\pi-\gamma_1) \left[2p^2 (\beta-\alpha)^2 \sin^2 \gamma_1 + \right. \\ & \left. + 2(1-\beta)^2 \sin p\gamma_1 \sin p\gamma_2 - (1-\alpha^2) \sin^2 p(\pi-\gamma_1) \right] = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь: $p = 1 - \lambda$; γ_1 – угол V-образного надреза;

$$\alpha = \frac{\Gamma(\kappa_1 + 1) - (\kappa_2 + 1)}{\Gamma(\kappa_1 + 1) + (\kappa_2 + 1)}, \quad \beta = \frac{\Gamma(\kappa_1 - 1) - (\kappa_2 - 1)}{\Gamma(\kappa_1 + 1) + (\kappa_2 + 1)}$$

– комбинированные параметры упругих постоянных материалов (параметры Дандерса) [20], при этом $\kappa_i = 3 - 4\nu_i$ при плоско-деформированном состоянии (ПДС), $\kappa_i = (3 - \nu_i)/(1 + \nu_i)$ при плоско-напряженном состоянии (ПНС); $\Gamma = G_2/G_1$, где $G_i = E_i/2(1 + \nu_i)$, ν_i, G_i – коэффициенты Пуассона и модули сдвига, $i = 1, 2$.

Таблица 1. Пограничные значения коэффициента Пуассона ν_1

ν_2 E_2/E_1	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45	0.5
10	0.4659	0.4701	0.4757	0.4825	0.4907	0.4952	0.4999
100	0.4967	0.4971	0.4976	0.4983	0.4991	0.4996	0.4999
1000	0.4996	0.4997	0.4997	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999

Так как $\gamma_1 + \gamma_2 = 2\pi$, из соотношения (2) следует, что собственные значения зависят только от величины одного из углов и механических характеристик материалов ν_1 , ν_2 , G_2/G_1 . Для поиска собственных значений был использован алгоритм, основанный на применении метода Мюллера и принципа аргумента [21].

Полученные результаты демонстрируют, что зависимости собственных значений от угла γ_1 для различных коэффициентов Пуассона ν_1 существенно отличаются. При этом для симметричного относительно биссектрисы угла γ_1 напряженного состояния при слабосжимаемых заполняющих материалах имеются диапазоны значений γ_1, ν_1 , при которых сингулярность напряжений отсутствует.

В табл. 1 приведены значения коэффициентов Пуассона заполняющего материала ν_1 , при которых для углов $0 < \gamma_1 \leq 15^\circ$ при разных значениях коэффициента Пуассона основного материала ν_2 и различных отношениях модуля упругости основного материала к модулю упругости заполняющего материала E_2/E_1 будет отсутствовать сингулярность напряжений.

В частности, для основного материала с коэффициентом Пуассона $\nu_2 = 0.3$ при заполнении V-образного надреза материалом, модуль упругости которого на два порядка меньше, чем модуль упругости основного материала ($E_2/E_1 = 100$), сингулярные решения не возникают, если коэффициент Пуассона ν_1 больше или равен 0.4983.

2. Экспериментальное исследование

Для оценки эффективности снижения концентрации напряжений вблизи V-образного надреза путем его заполнения другим материалом были проведены разрушающие испытания на растяжение. Критерием оценки является максимальная сила, предшествующая разрушению образцов.

Результаты получены для образцов с незаполненным V-образным надрезом и образцов с V-образным надрезом, заполненным определенным материалом. Схема образцов представлена на рис. 1.

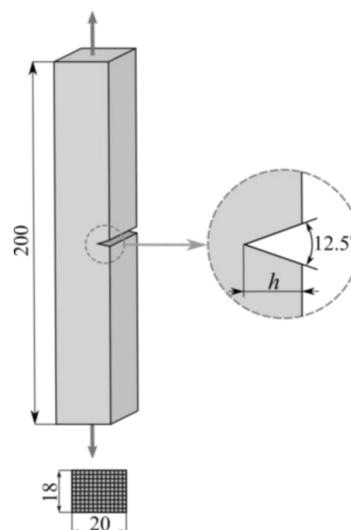


Рис. 1. Расчетная схема образцов из эбонита, размеры в мм

На эффективность "залечивания" сильно влияет адгезионная прочность между материалом образца и заполняющим материалом. Поэтому были проведены испытания по определению адгезионной прочности между материалами. Для интерпретации результатов для материалов, обладающих наибольшей адгезионной прочностью экспериментально были определены модули упругости.

Образцы были вырезаны из листового эбонита в масляной среде. V-образный надрез сформирован специально изготовленным резцом с углом заточки 12.5° на фрезерном станке с ручным управлением. В качестве материалов для заполнения полости V-образного надреза были выбраны уретансодержащие материалы с коэффициентом Пуассона, близким к 0.5, изготовленные в лаборатории Института технической химии УрО РАН: материал П480, П66, П45 и П9.

Для получения этих материалов по методике, описанной в работе [22], были синтезированы два олигодизоцианата (П-10000 К и СКУ-ПФЛ-100). Для материала П480 использовали олигодизоцианат П-10000 К, а также смесь олигодивинилизопрендиола (ПДИ-1 К) с 3,3'-дихлор-4,4'-диаминодифенилметана при мольном соотношении 0.4 к 0.6 в качестве отверждающей смеси. Для получения материалов П66, П45 и П9 были использованы смеси олигодизоцианата СКУ-ПФЛ-100 и эпоксидной смолы ЭД-20 при массовом соотношении 93 к 7 – для материала П65, 85 к 15 – для материала П45, и 78 к 22 – для материала П9. В качестве отвердителя также использовали 3,3'-дихлор-4,4'-диамино-дифенилметан. Перед заполнением материалами поверхность образцов из эбонита очищалась, обезжиривалась и высушивалась. Время отверждения – 24 часа при температуре 23 °С и затем 48 часов при температуре 80 °С.

Для определения модуля упругости материалов использовалось испытание на растяжение. Модуль упругости определялся в соответствии с региональным стандартом ГОСТ 9550-81 по формуле

$$E = \frac{(F_2 - F_1) \cdot l_0}{A_0 \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_1)}, \quad (3)$$

где F_2 – нагрузка, соответствующая верхнему пределу относительного удлинения, F_1 – нагрузка, соответствующая нижнему пределу относительного удлинения, l_0 – база экстензометра, A_0 – площадь начального поперечного сечения образца, Δl_2 – удлинение, соответствующее нагрузке F_2 , Δl_1 – удлинение, соответствующее нагрузке F_1 . Для испытания на растяжение взяты четыре образца из эбонита, длиной 200 мм и с размерами прямоугольного сечения 18×15 мм. Скорость нагружения составляла 1 мм/мин. В результате испытаний были получены следующие значения модуля упругости: для эбонита – 2121.9 ± 86.5 МПа; для П480 – 4.4 ± 0.2 МПа; для П66 – 32.3 ± 0.8 МПа; для П45 – 59.5 ± 2.8 МПа; для П9 – 235.3 ± 8.9 МПа.

Следует отметить, что модуль упругости материала П480 почти на три порядка ниже модуля упругости эбонита.

Метод испытаний на адгезионную прочность был основан на отрыве двух склеенных брусков длиной 100 мм из эбонита с прямоугольным сечением размерами 18 мм на 20 мм

(рис. 2). Толщина наносимого слоя минимальна. В качестве склеивающего материала использованы материалы П480, П66, П45 и П9. Результатом испытания является усилие отрыва, необходимое для нарушения адгезии.

Прочность при отрыве рассчитывается по формуле

$$\sigma = F/A, \quad (4)$$

где F – максимальная сила при отрыве, A – площадь образца.

Все испытания проводились на универсальной испытательной машине SHIMADZU серии AGS-X. Для определения прочности при отрыве для каждого материала испытано по три образца. Скорость нагружения составляла 1 мм/мин. Обработка результатов измерений проведена в соответствии с ГОСТ Р 8.736-2011.

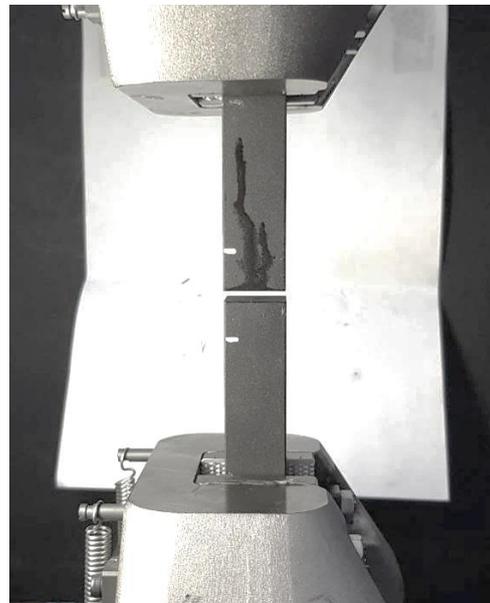


Рис. 2. Испытание на определение адгезионной прочности между эбонитом и заполняющими материалами

Среднее арифметическое значений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (5)$$

где x_i – i -й результат измерений, n – число измерений.

Среднее квадратическое отклонение:

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (6)$$

Результаты испытаний показали следующие значения прочности при отрыве $\sigma_{пр}$ (МПа): для П480 – 1.7 ± 0.7 МПа; для П66 – 5.9 ± 3.2 МПа; для П45 – 8.3 ± 3.3 МПа; для П9 – 9.1 ± 2.4 МПа.

В частности, получено, что наибольшей адгезионной прочностью при отрыве от эбонита обладает материал П9.

Для определения влияния заполняющего материала на прочность образцов было выбрано испытание на растяжение. Для испытания были взяты образцы из эбонита в форме брусков, длиной 200 мм, имеющие одинаковую площадь наименьшего поперечного сечения. Глубина V-образного надреза h составляет 5 мм, 7.5 мм и 10 мм с углом раствора 12.5° (рис. 3). Анализ снимков, сделанных с помощью микроскопа, позволил установить, что радиус скругления в вершине надреза составляет примерно 0.05 мм.

Результатом испытаний являются значения силы F , при которых происходит разрушение образцов. Эти значения приведены в табл. 2. В табл. 3 приведены результаты увеличения силы, при которой происходит разрушение образцов с надрезом, заполненным материалом, по отношению к образцам с полостью, не заполненной материалом.

Полученные результаты дают количественную оценку повышения прочности образцов с V-образными надрезами при заполнении их полости материалами и влияния на конечный результат глубины полости и модулей упругости материала, заполняющего полость.



Рис. 3. Образцы из эбонита с разной глубиной V-образного надреза: а) глубиной 5 мм; б) глубиной 7.5 мм; в) глубиной 10 мм

Таблица 2. Значения разрушающей силы F

h , мм	Образец	F , Н
5.0	с V-образным надрезом, не заполненным материалом	3481.8 ± 190.5
7.5		2650.4 ± 18.8
10.0		1955.9 ± 59.1
5.0	с V-образным надрезом, заполненным материалом П480	3938.7 ± 52.7
7.5		2937.6 ± 71.5
10.0		2408.6 ± 38.6
5.0	с V-образным надрезом, заполненным материалом П66	4751.3 ± 103.0
7.5		3794.5 ± 225.3
10.0		3159.8 ± 132.4
5.0	с V-образным надрезом, заполненным материалом П45	5312.2 ± 98.1
7.5		4353.5 ± 75.6
10.0		3922.1 ± 160.7
5.0	с V-образным надрезом, заполненным материалом П9	6237.5 ± 81.9
7.5		4756.7 ± 62.2
10.0		4169.1 ± 94.6

Таблица 3. Увеличение разрушающей силы F при заполнении полости V-образного надреза материалом (в %)

Глубина h , мм	П480	П66	П45	П9
5.0	13	36	47	77
7.5	14	43	69	83
10.0	23	62	112	118

Наибольшее увеличение предельной силы, при которой происходит разрушение, обеспечивает заполнение полости надреза материалом П9. Для отношения модулей упругости эбонита и материала П9, согласно данным из табл. 1, пограничное значение коэффициента Пуассона, заполняющего полость материала, не больше 0.4907. Для этой пары материалов имеет место самый большой диапазон значений коэффициента Пуассона, заполняющего полость материала (от 0.4907 до 0.5), при которых сингулярность напряжений в вершине не возникает. Значение коэффициента Пуассона материала П9 располагается в этом диапазоне. Следует отметить, что материал П9 имеет наибольшую (среди рассмотренных материалов) прочность адгезионной связи с эбонитом.

Для всех рассмотренных материалов, заполняющих полость надреза, наблюдается следующая закономерность: с увеличением глубины надреза относительная разница предельных нагрузок увеличивается, то есть эффективность от заполнения полости материалом проявляется ярче.

Заключение

Приведены экспериментальные результаты по разрушению образцов с поверхностными трещинами разной глубины (V-образными надрезами) при заполнении полости трещин различными материалами. Полученные результаты позволяют наряду с известными численными оценками влияния на уровень концентрации напряжений в окрестности вершин поверхностных трещин механических характеристик материалов, заполняющих трещины получить количественные представления о влиянии на прочность образцов с поверхностными трещинами, размеров трещин и модулей упругости заполняющих материалов.

Список источников

1. Чобанян К.С. Напряжения в составных упругих телах. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1987. 338 с.
2. Wu Z. Design free of stress singularities for bi-material components // *Compos. Struct.* 2004. Vol. 65, № 3–4. P. 339–345.
3. Xu L. R., Kuai H., Sengupta S. Dissimilar material joints with and without free-edge stress singularities: Part I. A biologically inspired design // *Exp. Mech.* 2004. Vol. 44, № 6. P. 608–615.
4. Xu L.R., Sengupta S. Dissimilar material joints with and without free-edge stress singularities: Part II. An integrated numerical analysis // *Exp. Mech.* 2004. Vol. 44, № 6. P. 616–621.
5. Wang P., Xu L.R. Convex interfacial joints with least stress singularities in dissimilar materials // *Mech. Mater.* 2006. Vol. 38, № 11. P. 1001–1011.
6. Baladi A., Arezoodar A.F. Dissimilar materials joint and effect of angle junction on stress distribution at interface // *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering.* 2011. Vol. 5, № 7. P. 1184–1187.
7. Борзенков С.М., Матвеев В.П. Оптимизация упругих тел в окрестности особых точек // *Изв. РАН. МТТ.* 1996. № 2. С. 93–100.
8. Матвеев В.П., Федоров А.Ю. Оптимизация геометрии составных упругих тел как основа совершенствования методик испытаний на прочность клеевых соединений // *Вычислительная механика сплошных сред.* 2011. Т. 4, № 4. С. 63–70.
9. Fedorov A.Yu., Matveenko V.P. Optimization of geometry and mechanical characteristics of elastic bodies in the vicinity of singular points // *Acta Mech.* 2018. Vol. 229, № 2. P. 645–658.
10. Fedorov A.Yu., Matveenko V.P. Designing of interlayers between materials with minimum stress level at the interface // *Int. J. Adhes. Adhes.* 2021. Vol. 111. P. 102963.
11. Bogy D.B. Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading // *J. Appl. Mech.* 1968. Vol. 35, № 3. P. 460–466.
12. Dempsey J.P., Sinclair G.B. On the singular behavior at the vertex of a bi-material wedge // *Journal of Elasticity.* 1981. Vol. 11, № 3. P. 317–327.
13. Paggi M., Carpinteri A. On the stress singularities at multimaterial interfaces and related analogies with fluid dynamics and diffusion // *Appl. Mech. Rev.* 2008. Vol. 61, № 2. P. 020801.
14. Sinclair G.B. Stress singularities in classical elasticity – II: Asymptotic identification. *Appl. Mech. Rev.* 2004. Vol. 57, № 5. P. 385–439.
15. Bogy D.B., Wang K.C. Stress singularities at interface corners in bonded dissimilar isotropic elastic materials // *Int. J. Solids Struct.* 1971. Vol. 7, № 8. P. 993–1005.
16. Chen D.H., Nisitani H. Singular stress field near the corner of jointed dissimilar materials // *J. Appl. Mech.* 1993. Vol. 60, № 9. P. 607–611.
17. Fedorov A.Yu., Matveenko V.P. Numerical and applied results of the analysis of singular solutions for a closed wedge consisting of two dissimilar materials // *Acta Mech.* 2020. Vol. 231, № 7. P. 2711–2721.
18. Fedorov A., Galkina E. Experimental study of the effectiveness of stress reduction near V-shaped notch filled with a certain material // *Procedia Structural Integrity.* 2023. Vol. 50. P. 83–90.
19. Williams M.L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension // *J. Appl. Mech.* 1952. Vol. 19, № 4. P. 526–528.
20. Dundurs J. Discussion: "Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading" (Bogy, D. B., 1968, ASME *J. Appl. Mech.*, 35, pp. 460–466) // *J. Appl. Mech.* 1969. Vol. 36, № 3. P. 650–652.
21. Матвеев В.П., Севодина М.А., Севодина Н.В. Приложения метода Мюллера и принципа аргумента к задачам на собственные значения в механике деформируемого твердого тела // *Вычислительная механика сплошных сред.* 2014. Т. 7, № 3. С. 331–336.

22. *Slobodinyuk D., Slobodinyuk A., Strelnikov V., Kiselkov D.* Simple and efficient synthesis of oligoetherdiamines: hardeners of epoxyurethane oligomers for obtaining coatings with shape memory effect // *Polymers*. 2023. Vol. 15, № 11. P. 2450.

References

1. *Chobanyan K.S.* Stress state in compound elastic bodies. Yerevan: Armenian Academy of Sciences Press; 1987. 338 p. (In Russ.).
2. *Wu Z.* Design free of stress singularities for bi-material components. *Compos. Struct.* 2004;65(3-4):339-345. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2003.11.009>.
3. *Xu L.R., Kuai H., Sengupta S.* Dissimilar material joints with and without free-edge stress singularities: Part I. A biologically inspired design. *Exp. Mech.* 2004;44(6):608-615. <https://doi.org/10.1007/BF02428250>.
4. *Xu L.R., Sengupta S.* Dissimilar material joints with and without free-edge stress singularities: Part II. An integrated numerical analysis. *Exp. Mech.* 2004;44(6):616-621. <https://doi.org/10.1007/BF02428251>.
5. *Wang P., Xu L.R.* Convex interfacial joints with least stress singularities in dissimilar materials. *Mech. Mater.* 2006;38(11):1001-1011. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2005.10.002>.
6. *Baladi A., Arezoodar A. F.* Dissimilar materials joint and effect of angle junction on stress distribution at interface. *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*. 2011;5(7):1184-1187. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1331703>.
7. *Borzenkov S., Matveenko V.* Optimization of elastic bodies in the vicinity of singular points. *Izv. RAN. Mekhanika Tverdogo Tela*. 1996;(2):93-100. (In Russ.).
8. *Matveenko V.P., Fedorov A.Yu.* Optimization of the geometry of compound elastic bodies with aim to improve strength test procedures for adhesive joints. *Computational Continuum Mechanics*. 2011;4(4):63-70. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2011.4.4.40>.
9. *Fedorov A.Yu., Matveenko V.P.* Optimization of geometry and mechanical characteristics of elastic bodies in the vicinity of singular points. *Acta Mech.* 2018;229(2):645-658. <https://doi.org/10.1007/s00707-017-1990-5>.
10. *Fedorov A.Yu., Matveenko V.P.* Designing of interlayers between materials with minimum stress level at the interface. *Int. J. Adhes. Adhes.* 2021;111:102963. <https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2021.102963>.
11. *Bogy D.B.* Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading. *J. Appl. Mech.* 1968;35(3):460-466. <https://doi.org/10.1115/1.3601236>.
12. *Dempsey J.P., Sinclair G.B.* On the singular behavior at the vertex of a bi-material wedge. *Journal of Elasticity*. 1981;11(3):317-327. <https://doi.org/10.1007/BF00041942>.
13. *Paggi M., Carpinteri A.* On the stress singularities at multimaterial interfaces and related analogies with fluid dynamics and diffusion. *Appl. Mech. Rev.* 2008;61(2):020801. <https://doi.org/2010.1115/1.2885134>.
14. *Sinclair G.B.* Stress singularities in classical elasticity – II: Asymptotic identification. *Appl. Mech. Rev.* 2004;57(5):385-439. <https://doi.org/10.1115/1.1767846>.
15. *Bogy D.B., Wang K.C.* Stress singularities at interface corners in bonded dissimilar isotropic elastic materials. *Int. J. Solids Struct.* 1971. Vol. 7, № 8. P. 993–1005. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(71\)90077-1](https://doi.org/10.1016/0020-7683(71)90077-1).
16. *Chen D.H., Nisitani H.* Singular stress field near the corner of jointed dissimilar materials. *J. Appl. Mech.* 1993;60(9):607-611. <https://doi.org/10.1115/1.2900847>.
17. *Fedorov A.Yu., Matveenko V.P.* Numerical and applied results of the analysis of singular solutions for a closed wedge consisting of two dissimilar materials. *Acta Mech.* 2020;231(7):2711-2721. <https://doi.org/10.1007/s00707-020-02668-w>.
18. *Fedorov A., Galkina E.* Experimental study of the effectiveness of stress reduction near V-shaped notch filled with a certain material // *Procedia Structural Integrity*. 2023;50:83-90. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2023.10.025>.
19. *Williams M.L.* Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *J. Appl. Mech.* 1952;19(4):526-528. <https://resolver.caltech.edu/CaltechAUTHORS:20140730-111744170>.
20. *Dundurs J.* Discussion: "Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading" (Bogy, D. B., 1968, ASME J. Appl. Mech., 35, pp. 460–466). *J. Appl. Mech.* 1969;36(3):650-652. <https://doi.org/10.1115/1.3564739>.
21. *Matveenko V.P., Sevodin M.A., Sevodina N.V.* Applications of Muller's method and the argument principle to eigenvalue problems in solid

mechanics. Computational Continuum Mechanics. 2014;7(3):331-336.

<https://doi.org/10.7242/1999-6691/2014.7.3.32>.

22. *Slobodinyuk D., Slobodinyuk A., Strelnikov V., Kiselkov D.* Simple and efficient synthesis

of oligoetherdiamines: hardeners of epoxyurethane oligomers for obtaining coatings with shape memory effect // *Polymers*. 2023. Vol. 15, № 11. P. 2450.

Информация об авторах:

А. Ю. Фёдоров – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института механики сплошных сред УрО РАН (614018, Россия, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1), WoS Researcher ID: D-1600-2013, Scopus Author ID: 5588521350, РИНЦ Author ID: 64232;

Е. Б. Галкина – младший научный сотрудник Института механики сплошных сред УрО РАН (614018, Россия, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1), РИНЦ Author ID: 1144216;

А. И. Слободинюк – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института технической химии УрО РАН (614018, Россия, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 3), WoS Researcher ID: ААЕ-3165-2020, Scopus Author ID: 54890714400, РИНЦ Author ID: 721158.

Information about the authors:

A. Yu. Fedorov – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS (1, Academician Korolev St., Perm, Russia, 614018), WoS Researcher ID: D-1600-2013, Scopus Author ID: 5588521350, Author ID: 64232;

E. B. Galkina – Junior Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS (1, Academician Korolev St., Perm, Russia, 614018), Author ID: 1144216;

A. I. Slobodinyuk – Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Institute of Technical Chemistry UB RAS (3, Academician Korolev St., Perm, Russia, 614018), WoS Researcher ID: ААЕ-3165-2020, Scopus Author ID: 54890714400, Author ID: 721158.