Научная статья
УДК 519.17
DOI: 10.17072/1993-0550-2023-2-29-33

Q-полиномиальный граф с массивом пересечений {60, 45, 8; 1, 12, 50} не существует

Александр Алексеевич Махнев[1], Виктория Васильевна Биткина[2], Алина Казбековна Гутнова[3]
[1]Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, Россия
makhnev@imm.uran.ru, https://orcid.org/0000-0003-2868-6713
[2, 3]Северо-Осетинский государственный университет им. К. Л. Хетагурова, Владикавказ, Россия
[2]bviktoriyav@mail.ru
[3]gutnovaalina@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-7467-724X

Аннотация. При исследовании вполне регулярных графов Γ диаметра d, в которых для некоторой вершины a пара ($\Gamma_d(a)$, $\Gamma_{d-1}(a)$) является 2-схемой, доказано, что подграф, индуцированный множеством точек, является кликой, кокликой или сильно регулярным графом. Для графа диаметра 3 установлено, что указанная конструкция является 2-схемой для любой вершины a тогда и только тогда, когда граф дистанционно регулярен и для любой вершины a подграф $\Gamma_3(a)$ является кликой, кокликой или сильно регулярным графом (А.Л. Гаврилюк, А.А. Махнев). Интересным представляется вопрос о существовании дистанционно регулярного графа с массивом пересечений {60,45,8;1,12,50}, для которого $\Gamma_3(a)$ может быть 6×6-решеткой и пара ($\Gamma_3(a)$, $\Gamma_2(a)$) будет 2-схемой. В работе И.Н. Белоусова и А.А. Махнева (2018) опубликовано доказательство несуществования вышеуказанного графа, содержащее ошибки. В данной работе приводится корректное доказательство этого результата.

Ключевые слова: *блок-схема; дистанционно регулярный граф; Q-полиномиальный граф*

Для цитирования: *Махнев А. А., Биткина В. В., Гутнова* А. К. Q-полиномиальный граф с массивом пересечений {60, 45, 8; 1, 12, 50} не существует // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2023. Вып. 2(61). С. 29–33. DOI: 10.17072/1993-0550-2023-2-29-33.

Благодарности: исследование выполнено при поддержке естественно-научного фонда Китая (проект №12171126) и гранта Лаборатории инженерного моделирования и статистических вычислений провинции Хайнань.

Статья поступила в редакцию 22.12.2022; одобрена после рецензирования 10.05.2023; принята к публикации 20.06.2023.

Research article

Q-polynomial Graph With an Intersections Array {60, 45, 8; 1, 12, 50} Does not Exist

Alexander A. Makhnev[1], Viktoriya V. Bitkina[2], Alina K. Gutnova[3]
[1]N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Yekaterinburg, Russia
makhnev@imm.uran.ru, https://orcid.org/0000-0003-2868-6713
[2, 3]North Ossetian State University after K.L. Khetagurov, Vladikavkaz, Russia
[2]bviktoriyav@mail.ru
[3]gutnovaalina@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-7467-724X

Эта работа © 2023 Махнев А.А., Биткина В.В., Гутнова А.К. под лицензией CC BY 4.0. Чтобы просмотреть копию этой лицензии, посетите http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Abstract. When studying amply regular graphs Γ of diameter d, in which for some vertex a the pair (Γ_d(a), Γ_{d-1}(a)) is a 2-scheme, it is proved that the subgraph induced by the set of points is a clique, coclique, or strongly regular graph. For a graph of diameter 3, it is established that this construction is a 2-scheme for any vertex a if and only if the graph is distance-regular and for any vertex a the subgraph Γ_3(a) is a clique, coclique, or strongly regular graph (A.L. Gavrilyuk, A.A. Makhnev). An interesting question is whether there is a distance-regular graph with intersection array {60,45,8;1,12,50} such that Γ_3(a) can be a 6×6-lattice and the pair (Γ_3(a), Γ_2(a)) will be a 2-scheme. In the paper of I.N. Belousov and A.A. Makhnev (2018) published a proof of the non-existence of the abovementioned graph, that contained errors. In this paper, we give a correct proof of this result.

Keywords: *block design; distance-regular graph; Q-polynomial graph*

For citation: *Makhnev A. A., Bitkina V. V., Gutnova A. K.* Q-polynomial Graph With an Intersections Array {60, 45, 8; 1, 12, 50} Does not Exist. Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science. 2023;2(61):29-33. (In Russ.). DOI: 10.17072/1993-0550-2023-2-29-33.

Acknowledgments: the study was supported by the Natural Science Foundation of China (Project № 12171126) and the grant from the Engineering Modeling and Statistical Computing Laboratory of Hainan Province.

The article was submitted 22.12.2022; approved after reviewing 10.05.2023; accepted for publication 20.06.2023.

Введение

Рассмотрим вполне регулярный граф Γ диаметра d, в котором для подходящей вершины a пара ($\Gamma_d(a)$,$\Gamma_{d-1}(a)$) является 2-схемой. Ранее было доказано, что подграф, индуцированный множеством точек, является кликой, кокликой или сильно регулярным графом (А.Л. Гаврилюк, А.А. Махнев [1]). Для графа диаметра 3 установлено, что указанная конструкция является 2-схемой для любой вершины a тогда и только тогда, когда граф дистанционно регулярен и для любой вершины a подграф $\Gamma_3(a)$ является кликой, кокликой или сильно регулярным графом.

Интересным представляется вопрос о существовании дистанционно регулярного графа с массивом пересечений {60,45,8;1,12,50}, для которого $\Gamma_3(a)$ может быть 6×6-решеткой и пара ($\Gamma_3(a)$, $\Gamma_2(a)$) будет 2-схемой.

В [2] найдены возможные автоморфизмы дистанционно регулярного графа с массивом пересечений {60,45,8;1,12,50}. Дистанционно регулярный граф с массивом пересечений {60,45,8;1,12,50} назовем графом Гаврилюка.

В [3] было доказано, что граф Гаврилюка не существует. Однако в этой работе были допущены ошибки. Мы дадим корректное доказательство этого результата.

Теорема 1. Дистанционно регулярный граф с массивом пересечений {60,45,8;1,12,50} не существует.

1. Тройные числа пересечений

В доказательстве теорем используются тройные числа пересечений [4].

Пусть Γ – дистанционно регулярный граф диаметра d, u_1, u_2, u_3 – вершины графа Γ, r_1, r_2, r_3 – неотрицательные целые числа, не большие d. Через $\left\{ {u_1u_2u_3 \atop r_1r_2r_3} \right\}$ обозначим множество вершин $w \in \Gamma$ таких, что $d(w,u_i)=r_i$, а через $\left[{u_1u_2u_3 \atop r_1r_2r_3} \right]$ – число вершин в $\left\{ {u_1u_2u_3 \atop r_1r_2r_3} \right\}$.

Числа $\left[{u_1u_2u_3 \atop r_1r_2r_3} \right]$ называются тройными числами пересечений. Для фиксированной тройки вершин u_1, u_2, u_3 вместо $\left[{u_1u_2u_3 \atop r_1r_2r_3} \right]$ будем писать $[r_1r_2r_3]$. К сожалению, для чисел $[r_1r_2r_3]$ нет общих формул.

Однако в [4] предложен метод вычисления некоторых чисел $[r_1r_2r_3]$.

Пусть u, v, w – вершины графа Γ, $W=d(u,v)$, $U=d(v,w)$, $V=d(u,w)$. Так как имеется точно одна вершина $x=u$ такая, что $d(x,u)=0$, то число $[0jh]$ равно 0 или 1. Отсюда $[0jh]=\delta_{jW}\,\delta_{hV}$. Аналогично: $[i0h]=\delta_{iW}\,\delta_{hU}$ и $[ij0] = \delta_{iU}\,\delta_{jV}$.

Другое множество уравнений можно получить, фиксируя расстояние между двумя вершинами из $\{u,v,w\}$ и сосчитав число вершин, находящихся на всех возможных расстояниях от третьей:

$$\begin{cases} \sum_l^d [ljh] = p_{jh}^U - [0jh] \\ \sum_l^d [ilh] = p_{ih}^V - [i0h] \quad (+). \\ \sum_l^d [ijl] = p_{ij}^W - [ij0] \end{cases}$$

При этом некоторые тройки исчезают. При |i-j|>W или i+j<W имеем $p_{ij}^{W}=0$, поэтому [ijh]=0 для всех $h\in\{0,\ldots,d\}$.

Положим

$$S_{\{ijh\}}(u,v,w)=\sum_{r,s,t=0}^{d} Q_{ri}Q_{sj}Q_{th}\begin{bmatrix} uvw \\ rst \end{bmatrix},$$

где Q_{ij} – элементы дуальной матрицы собственных значений Q.

Если параметр Крейна $q_{ij}^{h}=0$, то $S_{ijh}(u,v,w)=0$.

Зафиксируем вершины u, v, w дистанционно регулярного графа Γ диаметра 3 и положим $\{ijh\}=\begin{Bmatrix} uvw \\ ijh \end{Bmatrix}$, $[ijh]=\begin{bmatrix} uvw \\ ijh \end{bmatrix}$, $[ijh]'=\begin{bmatrix} uvw \\ ihj \end{bmatrix}$, $[ijh]^{*}=\begin{bmatrix} uvw \\ jih \end{bmatrix}$ и $[ijh]^{\sim}=\begin{bmatrix} uvw \\ hji \end{bmatrix}$.

Вычисление $[ijh]'$, $[ijh]^{*}$ и $[ijh]^{\sim}$ (симметризация массива тройных чисел пересечений) может дать новые соотношения, позволяющие доказать несуществование графа.

2. Граф с массивом пересечений {60, 45, 8; 1, 12, 50}

Дистанционно регулярный граф Γ с массивом пересечений {60, 45, 8; 1, 12, 50} является Q-полиномиальным, имеет спектр $60^{1}, 14^{45}, 0^{207}, -10^{69}$, 1+60+225+36=322 вершин и дуальную матрицу собственных значений (см. [5]):

$$Q=\begin{pmatrix} 1 & 45 & 207 & 69 \\ 1 & \frac{21}{2} & 0 & -\frac{23}{2} \\ 1 & -1 & -\frac{23}{5} & \frac{23}{5} \\ 1 & -\frac{25}{2} & 23 & -\frac{23}{2} \end{pmatrix}.$$

Ввиду границы Дельсарта порядок клики в Γ не больше 7. Многочлен Терwиллигера [6] равен $(x^2+44)(x+4)(x-4)$, поэтому собственные значения локального подграфа $\Gamma(u)$ содержатся в $[-4,4]\cup\{14\}$ и граф Γ_2 сильно регулярен с параметрами (322,225,160,150).

Лемма 1. Γ имеет числа пересечений:

$p_{11}^{1}=14, p_{12}^{1}=45, p_{22}^{1}=150, p_{23}^{1}=30, p_{33}^{1}=6;$
$p_{11}^{2}=12, p_{12}^{2}=40, p_{13}^{2}=8, p_{22}^{2}=160, p_{23}^{2}=24, p_{33}^{2}=4;$
$p_{12}^{3}=50, p_{13}^{3}=10, p_{22}^{3}=150, p_{23}^{3}=25, p_{33}^{3}=0.$

Доказательство. Прямые вычисления.

Пусть u, v, w – вершины графа Γ, $[ihl]=\begin{bmatrix} uvw \\ ihl \end{bmatrix}$, Ω=Γ₂(u) и Λ=Γ₂(Ω). Тогда Λ – регулярный граф степени $p_{22}^{2}=160$ на k_2=225 вершинах. Заметим, что для нашего графа $\Lambda=\Omega_2$.

Лемма 2. Пусть d(u, v)=d(u, w)=2, d(v, w)=1. Тогда верны равенства:

[111]=r_4, [112]=[121]=-r_4+12, [122]=r_3+r_4+20; [123]=[132]=-r_3+8, [133]=r_3;
[211]=r_3-r_4+10, [212]=[221]=-r_3+r_4+29, [222]=109, [223]=[232]=r_3-r_4+22,[233]=r_4-r_3+2;
[311]=-r_3+4, [312]=[321]=r_3+4, [322]=-r_3 -r_4+20, [323]=[332]=r_4, [333]=-r_4+4,
где $r_3\in\{0, 1, ..., 4\}$, $r_4\in\{0, 1, ..., 4\}$.

Доказательство. Решая систему линейных уравнений, заданных формулами (+) с учетом равенств $S_{113}(u, v, w)=S_{131}(u, v, w) = S_{311}(u, v, w) = 0$, и вводя независимые переменные r_3=[133], r_4=[111], получим равенства из заключения леммы.

По лемме 2 имеем [222]=109.

Лемма 3. Пусть d(u, v)=d(u, w)=2, d(v, w)=3. Тогда верны равенства:

[112]=r_{13}, [113]=-r_{13}+12, [121]=r_{12}+8, [122]= -r_{12}-r_{13}+36, [123]=r_{13}-4, [131]=-r_{12}+4, [132]=r_{12}+4;
[212]=r_{12}-r_{13}+42, [213]=-r_{12}+r_{13}-2, [221]=-r_{12} +r_{13}+26, [222]=109,[223]=r_{12}-r_{13}+25, [231]=r_{12}-r_{13}+14, [232]=-r_{12}+r_{13}+9;
[312]=-r_{12}+8, [313]=r_{12}, [321]=-r_{13}+16, [322]=r_{12}+r_{13}+4, [323]=-r_{12}+4, [331]=16-r_{13}, [332]=-r_{13}+12,
где $r_{12}\in\{0, 1, ..., 4\}$, $r_{13}\in\{8, 9, ..., 12\}$.

Доказательство. Упрощение формул (+) как в доказательстве леммы 2.

По лемме 3 имеем [222]=109.

Напомним, что $p_{12}^{2}=40, p_{22}^{2}=160, p_{23}^{2}=24$.

Для числа ребер e между $\Lambda(v)$ и $\Lambda_2(v)$ в графе Λ выполняется равенство e=40·109+24·109=6976.

С другой стороны, имеем $e=160(159-\lambda)$, где λ – среднее значение параметра $\lambda(\Lambda)$, следовательно, $159-\lambda=43.6$ и $\lambda=115.4$.

Лемма 4. Пусть d(u, v) = d(u, w) = d(v, w) =2. Тогда верны равенства:

[111]=(-3r_{10}+r_7+r_8-3r_9)/4-r_{11}+12, [112]=r_9, [113]=(3r_{10}-r_7-r_8-r_9)/4+r_{11}, [121]=(r_{10}-r_7+r_8+r_9)/2, [122]=-r_8-r_9+40, [123]=(-r_{10} +r_7+r_8+r_9)/2, [131]=(r_{10}+r_7- 3r_8+r_9)/4+r_{11}, [132]=r_8, [133]=(-r_{10}- r_7- r_8- r_9)/4- r_{11}+8;
[211]=(3r_{10}-r_7-r_8+3r_9)/4, [212]=(-r_{10}-r_7+r_8-3r_9)/2+40, [213]=(-r_{10}+3r_7-r_8+3r_9)/4, [221]=

$(-3r_{10}+r_7-r_8-r_9)/2+40$, $[222]=r_{10}+r_7+r_8+r_9+95$, $[223]=(r_{10}-3r_7-r_8-r_9)/2+24$, $[231]=(3r_{10}-r_7+3r_8-r_9)/4$, $[232]=(-r_{10}-r_7-3r_8+r_9)/2+24$, $[233]=(-r_{10}+3r_7+3r_8-r_9)/4$;
$[311]=r_{11}$, $[312]=(r_{10}+r_7-r_8+r_9)/2$, $[313]=(-r_{10}-r_7+r_8-r_9)/2-r_{11}+8$, $[321]=r_{10}$, $[322]=24-r_{10}-r_7$, $[323]=r_7$, $[331]=-r_{10}-r_{11}+8$, $[332]=(r_{10}+r_7+r_8+r_9)/2-4$, $[333]=(r_{10}-r_7-r_8+r_9)/2+r_{11}-4$,

где $r_7\in\{0, 1, ..., 4\}$, $r_8, r_{10}, r_{11}\in\{0, 1, ..., 8\}$, $r_9\in\{0, 1, ..., 12\}$, $r_7+r_8+r_9+r_{10}$ делится на 4.

Доказательство. Упрощение формул (+) как в доказательстве леммы 2.

По лемме 4 имеем

$95\le[222]=r_{10}+r_7+r_8+r_9+95\le 127$.

Пусть $d(u, v)=2$.

Найдем число f_1 пар вершин (y, z) на расстоянии 1, где $y\in\begin{Bmatrix}uv\\21\end{Bmatrix}$ и $z\in\begin{Bmatrix}uv\\22\end{Bmatrix}$. По лемме 2 имеем $[221]=-r_3+r_4+29$, где $r_3\in\{0, 1, ..., 4\}$, $r_4\in\{0, 1, ..., 4\}$, поэтому $1000=40\cdot 25\le f_1\le 40\cdot 33=1320$. С другой стороны, по лемме 4 имеем $[211]=(3r_{10}-r_7-r_8+3r_9)/4$, поэтому $1000\le f_1=\sum_i\frac{3r_{10}^i-r_7^i-r_8^i+3r_9^i}{4}\le 1320$, и $25\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i-r_8^i+3r_9^i)/40\le 33$.

Найдем число f_2 пар вершин (y, z) на расстоянии 2, где $y\in\begin{Bmatrix}uv\\21\end{Bmatrix}$ и $z\in\begin{Bmatrix}uv\\22\end{Bmatrix}$. По лемме 2 имеем $[222]=109$, поэтому $f_2=40\cdot 109=4360$. С другой стороны, по лемме 4 имеем $[212]=(-r_{10}-r_7+r_8-3r_9)/2+40$, поэтому $f_2=-\sum_i(r_{10}^i+r_7^i-r_8^i+3r_9^i)/2+6400=4360$, $\sum_i(r_{10}^i+r_7^i-r_8^i+3r_9^i)/2=2040$ и $\sum_i(r_{10}^i+r_7^i-r_8^i+3r_9^i)/160=25.5$.

Найдем число f_3 пар вершин (y, z) на расстоянии 3, где $y\in\begin{Bmatrix}uv\\21\end{Bmatrix}$ и $z\in\begin{Bmatrix}uv\\22\end{Bmatrix}$. По лемме 2 имеем $[223]=r_3-r_4+22$, где $r_3\in\{0, 1, ..., 4\}$, $r_4\in\{0, 1, ..., 4\}$, поэтому $720=40\cdot 18\le f_3\le 40\cdot 26=1040$. С другой стороны, по лемме 4 имеем $[213]=(-r_{10}+3r_7-r_8+3r_9)/4$, поэтому $720\le f_3=\sum_i(-r_{10}^i+3r_7^i-r_8^i+3r_9^i)/2\le 1040$ и $9\le\sum_i(-r_{10}^i+3r_7^i-r_8^i+3r_9^i)/160=13$.

Найдем число g_1 пар вершин (y, z) на расстоянии 1, где $y\in\begin{Bmatrix}uv\\23\end{Bmatrix}$ и $z\in\begin{Bmatrix}uv\\22\end{Bmatrix}$. По лемме 3 имеем $[221]=-r_{12}+r_{13}+26$, где $r_{12}\in\{0, 1, ..., 4\}$, $r_{13}\in\{8, 9, ..., 12\}$, поэтому $528=24\cdot 22\le g_1\le 24\cdot 38=912$. С другой стороны, по лемме 4 имеем $[231]=(3r_{10}-r_7+3r_8-r_9)/4$, поэтому $528\le g_1=\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/4\le 912$ и $13.2\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/160=22.8$.

Найдем число g_2 пар вершин (y, z) на расстоянии 2, где $y\in\begin{Bmatrix}uv\\23\end{Bmatrix}$ и $z\in\begin{Bmatrix}uv\\22\end{Bmatrix}$. По лемме 3 имеем $[222]=109$, поэтому $g_2=24\cdot 109=2616$. С другой стороны, по лемме 4 имеем $[232]=(-r_{10}-r_7-3r_8+r_9)/2+24$, поэтому $g_2=-\sum_i(r_{10}^i+r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/2+3840=2616$, $\sum_i(r_{10}^i+r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/2=1224$ и $\sum_i(r_{10}^i+r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/160=15.3$.

Найдем число g_3 пар вершин (y, z) на расстоянии 3, где $y\in\begin{Bmatrix}uv\\23\end{Bmatrix}$ и $z\in\begin{Bmatrix}uv\\22\end{Bmatrix}$. По лемме 3 имеем $[223]=r_{12}-r_{13}+25$, где $r_{12}\in\{0, 1, ..., 4\}$, $r_{13}\in\{8, 9, ..., 12\}$, поэтому $312=24\cdot 13\le g_3\le 24\cdot 29=696$. С другой стороны, по лемме 4 имеем $[233]=(-r_{10}+3r_7+3r_8-r_9)/4$, поэтому $312\le g_3=\sum_i(-r_{10}^i+3r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/4\le 696$ и $7.8\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/160\le 17.4$. С учетом неравенства $13.2\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/160\le 22.8$ получим $13.2\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/160\le 17.4$.

Вычитая из $\sum_i(r_{10}^i+r_7^i-r_8^i+3r_9^i)/160=25.5$ равенство $\sum_i(r_{10}^i+r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/160=15.3$, получим $\sum_i(r_9^i-r_8^i)/160=2.55$. Сложив $25\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i-r_8^i+3r_9^i)/40\le 33$ с $13.2\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/160\le 22.8$, получим $38.2\le\sum_i(6r_{10}^i-2r_7^i+2r_8^i-2r_9^i)/160\le 55.8$ и $21.65\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i)/160\le 30.45$. Так как $r_7\in\{0, 1, ..., 4\}$, $r_{10}\in\{0, 1, ..., 8\}$, то $21.65\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i)/160\le 24$.

Из неравенств $13.2\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i+3r_8^i-r_9^i)/160\le 17.4$, $21.65\le\sum_i(3r_{10}^i-r_7^i)/160\le 24$ следует, что $8.45\le\sum_i(r_9^i-3r_8^i)/160\le 6.6$ – противоречие. Теорема 1 доказана.

Список источников

1. *Гаврилюк А.Л., Махнев А.А.* Вполне регулярные графы и блок-схемы // Сиб. матем. журнал. 2006. Т. 47, № 4. С. 753–768.
2. *Gavrilyuk A.L. Makhnev A.A.* Automorphisms of graphs with intersection arrays {60, 45, 8; 1, 12, 50} and {49, 36, 8; 1, 6, 42} // Mathematical Zametki. 2017. Vol. 101, № 6. 823–831.
3. *Белоусов И.Н., Махнев А.А.* Дистанционно регулярные графы с массивами пересечений {42, 30, 12; 1, 6, 28} и {60, 45, 8; 1, 12, 50} не существуют // Сибирские электрон. матем. известия. 2018. Т. 15. 1506–1512.
4. *Coolsaet K., Juriˇsi´c A.* Using equality in the Krein conditions to prove nonexistence of certain distance-regular graphs // J. Comb. Theory, Series A. 2008. Vol. 115. 1086–1095.

5. *Brouwer A.E., Cohen A.N., Neumaier A.* Distance-Regular Graphs // Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New-York, 1989.
6. *Gavrilyuk A., Koolen J.* A characterization of the graphs of bilinear *dxd*-forms over F_2 // Combinatorica. 2019. Vol. 39, № 2. 289–321.

References

1. *Gavrilyuk A.L., Makhnev A.A.* Amply regular graphs and block designs. Sib. Math. Journal. 2006;47(4):753-768. (In Russ.).
2. *Gavrilyuk A.L. Makhnev A.A.* Automorphisms of graphs with intersection arrays {60, 45, 8; 1, 12, 50} and {49, 36, 8; 1, 6, 42}. Mathematical Zametki. 2017;101(6):823-831.
3. *Belousov I.N., Makhnev A.A.* Distance-regular graphs with intersection arrays {42, 30, 12; 1, 6, 28} and {60, 45, 8; 1, 12, 50} do not exist. Siberian Electron. Math. Reports. 2018;15:1506-1512. (In Russ.).
4. *Coolsaet K., Juriˇsi´c A.* Using equality in the Krein conditions to prove nonexistence of certain distance-regular graphs. J. Comb. Theory, Series A. 2008;115:1086-1095.
5. *Brouwer A.E., Cohen A.N., Neumaier A.* Distance-Regular Graphs. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New-York, 1989.
6. *Gavrilyuk A., Koolen J.* A characterization of the graphs of bilinear *dxd*-forms over *F*2. Combinatorica. 2019;39(2):289-321.

Информация об авторах:

А. А. Махнев – доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, лауреат премии имени А. И. Мальцева, главный научный сотрудник, ФГБУН Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН (620990, Россия, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, д.16), AuthorID 2970;

В. В. Биткина – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики, ФГБОУ ВО "Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова" (362025, Россия, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 44–46);

А. К. Гутнова – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики, ФГБОУ ВО "Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова", (362025, Россия, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 44–46).

Information about the authors:

A. A. Makhnev – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Laureate of the A.I. Maltsev Prize, Chief Researcher, Institute of Mathematics and Mechanics named after A.I. N.N. Krasovsky, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, (16 S. Kovalevskaya St., Yekaterinburg, Russia, 620990), AuthorID 2970;

V. V. Bitkina – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Informatics, North Ossetian State University after K. L. Khetagurov (44–46 Vatutina St., Vladikavkaz, Russia, 362025);

A. K. Gutnova – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Informatics, North Ossetian State University after K. L. Khetagurov (44–46 Vatutina St., Vladikavkaz, Russia, 362025).