УДК 530.12:531.551

Инфляция вблизи максимума потенциала для космологической модели с вращением

Е. В. Кувшинова[1], **О. В. Сандакова**[2]

[1]Пермский государственный национальный исследовательский университет; Пермь, Россия
e-mail: kuvlenka@narod.ru; **ORCID: 0000-0003-3432-8234, AuthorID: 28999**

[2]Пермский государственный национальный исследовательский университет; Пермь, Россия
e-mail: o_sandakova@list.ru; **ORCID: 0000-0003-1768-7286, AuthorID: 38871**

Рассматривается первая стадия инфляции для метрики типа IX по Бьянки для случая инфляции вблизи максимума потенциала. Исследована эволюция вращения темной энергии, моделируемой анизотропной жидкостью. В рассматриваемом решении на всех стадиях фридмановской эволюции зависимость масштабного фактора от времени совпадает с аналогичной во фридмановской космологии, а на поздних временах будет иметь место ускоренное расширение Вселенной.

Ключевые слова: *инфляция; темная энергия; космологическая модель.*

Поступила в редакцию 21.04.2022, принята к опубликованию 11.05.2022

Inflation near the Potential Maximum for the Cosmological Model with Rotation

E. V. Kuvshinova[1], **O. V. Sandakova**[2]

[1]Perm State University; Perm, Russia
e-mail: kuvlenka@narod.ru; **ORCID: 0000-0003-3432-8234, AuthorID: 28999**

[2]Perm State University; Perm, Russia
e-mail: o_sandakova@list.ru; **ORCID: 0000-0003-1768-7286, AuthorID: 38871**

The first stage of inflation for the Bianchi type IX metric is considered for the case of inflation near the potential maximum. The rotation of the dark energy evolution is investigated, where the dark energy is an anisotropic liquid. The dependence of the scale factor on time coincides with a similar dependence in Friedman cosmology at all stages of Friedman evolution in the consideration solution. There will be an accelerated expansion of the universe at a later time.

Keywords: *inflation; dark energy; cosmological model.*

Received 21.04.2022, accepted 11.05.2022

DOI: 10.17072/1993-0550-2022-2-61-66

Введение

В работе [1] описаны результаты наблюдений телескопа "Планк": "Представлены данные по анизотропии микроволнового фонового излучения в диапазоне ~ 25–1000 ГГц, полученные на космическом телескопе за первые 15,5 месяцев наблюдений. Эти данные являются во многих отношениях самыми точными и полными на сегодняшний день. На их основе удалось уточнить ключевые космологические параметры, причем в некоторых случаях новые значения заметно отличаются от полученных ранее другими телескопами (WMAP и др.). Так, согласно совокупности новых данных телескопа "Планк" и данных других наблюдений, барионное вещество во Вселенной составляет примерно 4,8 % общей плотности, темная материя – 25,8 % (до наблюдений телескопа "Планк" для этой величины принималось значение 22,7 %), темная энергия – 69,2 %, а уточненная постоянная Хаббла равна $H_0 = 67{,}8$ км с$^{-1}$ Мпк$^{-1}$".

Как отмечалось в работе [4]: "статистическая значимость другой аномалии – глобальной анизотропии – остается низкой, и результаты телескопа "Планк" полностью удовлетворяют Стандартной космологической ΛCDM-модели. На данный момент имеется общепринятая точка зрения, что наша Вселенная однородна и изотропна".

Но, на наш взгляд, за пределом чувствительности телескопа "Планк" возможен особый тип анизотропии в 4–пространстве, обусловленный космологическим вращением. Как ранее рассматривалось в работах [2, 3], "при теоретическом моделировании космологического вращения целесообразно использовать метрики различных типов по Бьянки, которые не противоречат наблюдаемым данным. Отметим, что в современной космологии весьма актуально исследование темной энергии (неизвестной субстанции, которая приводит к ускоренному расширению), а также темной материи".

Большинство современных моделей инфляции полагают, что инфляция (де Ситтеровское расширение) идет от планковского времени до $t \approx 10^{-35}$ с (время окончания фазового перехода) [1].

В работе [9] приводится следующая оценка: "Вселенная увеличивает свои размеры от планковского ($t_{pl} \approx 10^{-33}$ см) до гигантского радиуса, существенно превышающего размеры Метагалактики. В некоторых простых моделях размер пузыря, возникающего на де Ситтеровской стадии, достигает 10^{10^6} см".

В работе [6] приводится другая возможная оценка размеров Вселенной: $: \ 10^{800}$ см.

В наших работах [4, 5] рассматриваются полные сценарии эволюции Вселенной с учетом инфляционной стадии, происходящей в период Великого объединения, причем темная энергия вращается. При этом в [4, 5] потенциал скалярного поля имеет вид типа потенциала Хиггса.

В настоящей работе мы рассматриваем первую инфляционную стадию с метрикой, удовлетворяющей структурным соотношениям типа IX по Бьянки для случая инфляции вблизи максимума потенциала (по старой терминологии, – "новая инфляция" [6, 7]). Исследована эволюция вращения темной энергии, которая моделируется в нашем случае с помощью анизотропной жидкости.

1. Описание первой стадии инфляции

Будем считать, что потенциал инфлатона вблизи начала координат имеет вид

$$U(\varphi) = U_0 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4, U_0, \lambda - const.$$

Предположим, что начальное значение инфлатона близко к $\varphi = 0$, тогда во Вселенной действительно реализуется инфляционный режим. Близкое к нулю начальное значение инфлатонного поля φ, необходимое для реализации рассматриваемого сценария, может возникать следующим образом [7].

Предположим, что до инфляции во Вселенной имелась горячая среда, находившаяся в состоянии, близком к состоянию термодинамического равновесия. Эффективный потенциал скалярных полей при высоких температурах отличается от нуль-температурного потенциала $U(\varphi)$, причем минимум этого эффективного потенциала находится при $\varphi = 0$. При этом начальное значение инфлатонного поля естественным образом оказывается равным нулю. По мере расширения Вселенной и понижения температуры эффективный потенциал постепенно превращается в нуль-температурный и начинается инфляционная стадия [7]. Укажем, что в рамках "новой инфляции" интерес представляет случай, когда медленное скатывание заканчивается при сравнительно небольшом значении инфлатонного поля.

В данной работе, как и в работе [10], в рамках общей теории относительности мы будем искать решение на основе метрики типа IX по Бьянки вида

$$ds^2 = (dt + A\omega^1)^2 - (B\omega^1)^2 - C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2), \tag{1}$$

где A, B, C – функции, зависящие от времени, ω^1, ω^2, ω^3 есть 1-формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа IX по Бьянки.

Будем рассматривать метрику (1) в тетрадном представлении. Лоренцевая тетрада имеет следующие ненулевые компоненты:

$$e_0^{(0)} = 1,\ e_1^{(0)} = -A\sin x^3,\ e_2^{(0)} = A\sin x^1 \cos x^3,$$

$$e_1^{(1)} = -B\sin x^3,\ e_2^{(1)} = B\sin x^1 \cos x^3, \tag{2}$$

$$e_1^{(2)} = C\cos x^3,\ e_2^{(2)} = C\sin x^1 \sin x^3,$$

$$e_2^{(3)} = C\cos x^1,\ e_3^{(3)} = C.$$

Источниками гравитации для нашей модели являются сопутствующая анизотропная жидкость и скалярное поле. Рассмотрен случай: $A = kC,\ B = \alpha C$ ($k,\ \alpha$ =const).

Мы ищем космологическое решение уравнений тяготения Эйнштейна для метрики (1), записанных в тетрадной форме:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}\eta_{ik}R = \aleph T_{ik}. \tag{3}$$

Выберем такую систему координат, чтобы $\aleph = 1, c = 1.$

Формула тензора энергии – импульса скалярного поля имеет следующий вид:

$$T_{ij} = \varphi_{,i}\varphi_{,j} - \left\{\frac{1}{2}\varphi_{,k}\varphi_{,l}g^{kl} - U(\varphi)\right\}g_{ij}, \tag{4}$$

где скалярное поле φ удовлетворяет уравнению:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_i\left(\sqrt{-g}\,g^{ik}\varphi_{,k}\right) + \frac{dU}{d\varphi} = 0. \tag{5}$$

Формула тензора энергии-импульса анизотропной жидкости имеет вид

$$T_{ab} = (\pi + \varepsilon)u_a u_b + (\sigma - \pi)\chi_a\chi_b - \pi\eta_{ab}, \tag{6}$$

где $u_a u^a = 1,\ \chi_a\chi^a = -1,\ \chi^a u_a = 0,\ \rho > 0$, ρ – плотность энергии анизотропной жидкости, π, σ – компоненты давления анизотропной жидкости, $u_a = \delta_0^a$ – вектор 4-скорости, сопутствующей анизотропной жидкости в проекции на тетраду, $\chi_a = \{0,1,0,0\}$ – проекция на тетраду вектора анизотропии.

Уравнения Эйнштейна (3), при учете (4), (5), (6) примет вид

$$\frac{\left(8C\ddot{C}k^2 + 4\dot{C}^2k^2 - 12\dot{C}^2\alpha^2 - 3k^2\alpha^2 + \alpha^4 - 4\alpha^2\right)}{4C^2\alpha^2} =$$
$$= -\varepsilon - \frac{\alpha^2 + k^2}{2\alpha^2}\dot{\varphi}^2 - U,$$

$$\frac{k\left(4C\ddot{C} - 4\dot{C}^2 - \alpha^2\right)}{2C^2\alpha} = -\frac{k}{\alpha}\dot{\varphi}^2,$$

$$\frac{\left(8C\ddot{C}\alpha^2 + 4\dot{C}^2\alpha^2 - 12\dot{C}^2k^2 + k^2\alpha^2 - 3\alpha^4 + 4\alpha^2\right)}{4C^2\alpha^2} =$$
$$= -\sigma - \frac{\alpha^2 + k^2}{2\alpha^2}\dot{\varphi}^2 + U,$$

$$\frac{\left(8C\ddot{C}k^2 + 4\dot{C}^2k^2 - 8C\ddot{C}\alpha^2 - 4\dot{C}^2\alpha^2 + k^2\alpha^2 - \alpha^4\right)}{4C^2\alpha^2} =$$
$$= \pi + \frac{\alpha^2 - k^2}{2\alpha^2}\dot{\varphi}^2 - U, \tag{7}$$

Рассмотрим первый случай:

Решение для системы (7) было рассмотрено в работе [10].

Будем считать, что начальное значение поля φ есть φ_0, и оно близко к нулю. Предположим, что для первого случая $\varphi(t) = \varphi_0 e^{Ht}$ ($\varphi_0 = const$).

В нашем случае уравнение (5) преобразуется к виду:

$$\ddot{\varphi} + \frac{3\dot{C}}{C}\dot{\varphi} + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - k^2}\frac{dU}{d\varphi} = 0. \tag{8}$$

Причем

$$\frac{dU}{d\varphi} = -\lambda\varphi^3 \ . \tag{9}$$

Тогда уравнение скалярного поля примет вид:

$$\ddot{\varphi} + \frac{3\dot{C}}{C}\dot{\varphi} - \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - k^2}\lambda\varphi^3. \tag{10}$$

Масштабный фактор $C = C(t)$ находим из уравнения (10):

$$C = C_0 \exp\left(\frac{\lambda \alpha^2 \varphi_0^2}{6H^2\left(\alpha^2 - k^2\right)} e^{2Ht} - \frac{H}{3} t \right).$$

Условия медленного скатывания

$$\left| \frac{\ddot{\varphi}}{3\frac{\dot{C}}{C}\dot{\varphi}} \right| << 1, \ \frac{\dot{\varphi}^2}{2U(\varphi)} << 1$$

для нашего случая имеют вид:

$$\left| \frac{H^2\left(\alpha^2 - k^2\right)}{\alpha^2 \lambda \varphi_0^2 e^{2Ht} - H^2\left(\alpha^2 - k^2\right)} \right| << 1,$$

$$\frac{2\varphi_0^2 H^2 e^{2Ht}}{4U_0 - \lambda \varphi_0^4 e^{4Ht}}.$$

Более интересен второй случай. В приближении медленного скатывания мы опускаем в уравнении скалярного поля $\ddot{\varphi}$. А в системе уравнений Эйнштейна предполагаем $k^2 << \alpha^2$, и тогда $\frac{\dot{\varphi}^2}{2}$ можно считать кинетической энергией скалярного поля и поэтому пренебрегаем членами с $\frac{\dot{\varphi}^2}{2}$.

Из системы уравнений Эйнштейна получим выражение для масштабного фактора $C = C(t)$:

$$C = \frac{\alpha}{2H} ch(Ht).$$

Решение системы будет иметь вид:

$$\varepsilon = 3\left(\alpha^2 - k^2\right)\frac{H^2}{\alpha^2} + \frac{\left(1 - \left(\alpha^2 - k^2\right)\right)}{C^2},$$

$$\sigma = -3\left(\alpha^2 - k^2\right)\frac{H^2}{\alpha^2} - \frac{\left(1 - \left(\alpha^2 - k^2\right)\right)}{C^2},$$

$$\pi = -3\left(\alpha^2 - k^2\right)\frac{H^2}{\alpha^2}.$$

У нас параметрами модели являются α, k и H.

Мы предполагаем, что

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{mt}, m > 0, \varphi_0 = const.$$

Тогда

$$\dot{\varphi} = m\varphi_0 e^{mt}, e^{mt} = \frac{\varphi}{\varphi_0}, e^{Ht} = \left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^{H/m},$$

$$th(Ht) = \frac{\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^{2H/m} - 1}{\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^{2H/m} + 1}.$$

Уравнение скалярного поля примет вид:

$$\frac{3\dot{C}}{C}\dot{\varphi} + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - k^2}\frac{dU}{d\varphi} = 0.$$

$$3Hth(Ht)m\varphi + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - k^2}\frac{dU}{d\varphi} = 0.$$

$$U = U_0 - 3Hm\frac{\alpha^2 - k^2}{\alpha^2}\int \frac{\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^{2H/m} - 1}{\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^{2H/m} + 1}\varphi d\varphi.$$

Возможны различные решения для данного интеграла.

1) Если $m/H = 1$, то

$$U = U_0 - \frac{3H^2\left(\alpha^2 - k^2\right)}{2\alpha^2}(\varphi^2 + \varphi_0^2 - $$

$$- 2\varphi_0^2 \ln\left[\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^2 + 1\right]).$$

Исследуем эту функцию:

$$\frac{dU}{d\varphi} = -\frac{3H^2\left(\alpha^2 - k^2\right)}{\alpha^2}\frac{\varphi\left(\varphi^2 - \varphi_0^2\right)}{\left(\varphi^2 + \varphi_0^2\right)}$$

Мы получим один минимум при $\varphi = 0$ и два максимума. Выбираем максимум при $\varphi > 0, \varphi = \varphi_0$:

$$U_{\min}(0) = U_0 - \frac{3H^2\left(\alpha^2 - k^2\right)\varphi_0^2}{2\alpha^2},$$

$$U_{\max}(\varphi_0) = U_0 - \frac{3H^2\left(\alpha^2 - k^2\right)\varphi_0^2}{\alpha^2}(1 - \ln 2).$$

При этом $U(0) < U(\phi_0)$.

2) Если $m = H$.

Тогда можно найти приближенное решение интеграла через разложение в ряд подынтегральной функции при условии $\varphi : \varphi_0$. Ограничимся первым членом ряда. Получим:

$$U = U_0 + l\varphi^2 - lm\varphi_0^2 \left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^{\frac{2H}{m}},$$

где $l = \dfrac{3H^2\left(\alpha^2 - k^2\right)}{2\alpha^2}$.

Как и в предыдущем случае, проведем исследование этой функции:

$$\frac{dU}{d\varphi} = 2l\varphi - 2lH\varphi_0^{2-\frac{2H}{m}}\varphi^{\frac{2H}{m}-1}.$$

Мы получим один минимум при $\varphi = 0$ и два максимума. Выбираем максимум при $\varphi > 0, \varphi = \varphi_0 H^{0.5(H/m-1)}$:

$$U_{\min}(0) = U_0,$$

$$U_{\max}(\varphi_0 H^{0.5(H/m-1)}) = U_0 + l\varphi_0^2 H^{(H/m-1)} - lm\varphi_0^2 H^{\frac{H}{m}(H/m-1)}.$$

Условия медленного скатывания:

$$\left|\frac{\ddot{\varphi}}{3\dfrac{\dot{C}}{C}\dot{\varphi}}\right| = \frac{m}{3H}\left|cth(Ht)\right| << 1,$$

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2U(\varphi)} = \frac{m^2\varphi^2}{U_0 + l\varphi^2 - lm\varphi_0^2\left(\dfrac{\varphi}{\varphi_0}\right)^{2H/m}} << 1.$$

На первой стадии инфляции при $m = H$ условия медленного скатывания будут выполняться.

После окончания первой инфляции энергия скалярного поля переходит в энергию рожденных частиц, а анизотропная инфлатонная жидкость переходит в темную энергию, которая наблюдается на современной стадии эволюции Вселенной.

Заключение

Следуя рассуждениям из работы [8], мы можем полагать, что этап первой инфляции в развитии Вселенной может начаться в период Великого объединения.

Это значит, что согласно современным представлениям, этот этап начался при $t_1 = 10^{-37}$ с и закончился при $t_2 = 10^{-35}$ с.

Как известно, в настоящее время Вселенная переживает этап второй инфляции.

В промежутке между первой и второй инфляциями, согласно стандартной ΛCDM-модели, должны быть пройдены так называемые фридмановские этапы эволюции Вселенной. Ранее подобные исследования были проведены нами в работах [4, 5].

Вращение темной энергии, которая моделируется с помощью анизотропной жидкости, имеет вид $\omega = \dfrac{k}{2C}$. Расширение и ускорение анизотропной жидкости имеют вид $\Theta = \dfrac{3\dot{C}}{C}, a = \dfrac{k\dot{C}}{\alpha C}$. Сдвиг отсутствует.

Список литературы

1. *Ерошенко Ю.Н.* Новости физики в сети Internet (по материалам электронных препринтов) // УФН. 2013. Т. 183. С. 496.
2. *Черепащук А.М.* Новости физики в сети Internet (по материалам электронных препринтов) // УФН. 2013. Т. 183. С. 535.
3. *Долгов А.Д.* Космология: от Померанчука до наших дней // УФН. 2014. Т. 184, № 2. С. 211–221.
4. *Panov V.F., Sandakova O.V., Yanishevsky D.M., Cheremnykh M.R.* Model of Evolution of the Universe with the Bianchi Type VIII Metric // Russian Phys. J. 2019. Vol. 61, № 9. P. 1629–1637.
5. *Panov V.F., Sandakova O.V., Kuvshinova E.V., Yanishevsky D.M.* Evolution of the Universe with two rotating fluids // International Journal of Modern Physics A. 2020. Vol. 35, № 2–3. P. 2040042.
6. *Линде А.Д.* Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М.: Наука, 1990. 279 с.
7. *Горбунов Д.С., Рубаков В.А.* Введение в теорию ранней Вселенной: космологические возмущения. Инфляционная теория. М.: КРАСАНД, 2010. 568 с.
8. *Фильченков М.Л., Лаптев Ю.П.* Квантовая гравитация. От микромира к мегамиру. М.: Ленанд, 2016. 304 с.
9. *Розенталь И.Л., Архангельская И.В.* Геометрия, динамика, Вселенная. М.: КРАСАНД, 2016. 200 с.
10. *Кувшинова Е.В., Сандакова О.В.* Этап ранней инфляции эволюции Вселенной // Вестник ПГУ. Математика. Механика. Информатика. 2019. Вып. 4(47). С. 30–33. DOI: 10.17072/1993-0550-2019-4-30-33.

References

1. *Yeroshenko YU.N.* Physics news on the Internet (based on electronic preprints) // UFN. 2013. T. 183. S. 496.
2. *Cherepashchuk A.N.* Physics news on the Internet (based on electronic preprints) // UFN. 2013. T. 183. S. 535.
3. *Dolgov A.D.* Cosmology: from Pomeranchuk to the present day // UFN. 2014. Vol. 57, № 2. S. 199–208.
4. *Panov V.F., Sandakova O.V., Yanishevsky D.M., Cheremnykh M.R.* Model of Evolution of the Universe with the Bianchi Type VIII Metric // Russian Phys. J. 2019. Vol. 61, № 9. P. 1629–1637.
5. *Panov V.F., Sandakova O.V., Kuvshinova E.V., Yanishevsky D.M.* Evolution of the Universe with two rotating fluids // International Journal of Modern Physics A. 2020. Vol. 35. № 2–3. P. 2040042.
6. *Linde A.D.* Fizika elementarnyh chastic i inflyacionnaya kosmologiya. M.: Nauka, 1990. 279 s.
7. *Gorbunov D.S., Rubakov V.A.* Vvedenie v teoriyu rannej Vselennoj: kosmologicheskie vozmushcheniya. Inflyacionnaya teoriya. Moscow: KRASAND, 2010. 568 s.
8. *Filchenkov M.L., Laptev Yu.P.* Kvantovaya gravitaciya. Ot mikromira k megamiru. Moscow: Lenand, 2016. 304 s.
9. *Rozental' I.L., Arhangel'skaya I.V.* Geometriya, dinamika, Vselennaya. Moscow: KRASAND, 2016. 200 s.
10. *Kuvshinova E.V., Sandakova O.V.* Etap rannej inflyacii evolyucii Vselennoj // Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science. 2019. Issue 4(47). P. 30–33. DOI: 10.17072/1993-0550-2019-4-30-33.

Просьба ссылаться на эту статью:

Кувшинова Е.В., Сандакова О.В. Инфляция вблизи максимума потенциала для космологической модели с вращением // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2022. Вып. 2(57). С. 61–66. DOI: 10.17072/1993-0550-2022-2-61-66.

Please cite this article as:

Kuvshinova E.V., Sandakova O.V. Inflation near the Potential Maximum for the Cosmological Model with Rotation // Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science. 2022. Issue 2(57). P. 61–66. DOI: 10.17072/1993-0550-2022-2-61-66.