

Научная статья

519.6:532.529

DOI: 10.17072/1993-0550-2026-3-71-86

<https://elibrary.ru/dbtocp>

Численное моделирование колебаний электрически заряженной газовзвеси в акустическом резонаторе с электрическим потенциалом на стенках

Дмитрий Алексеевич Тукмаков

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева – КАИ, ИММ Казанский научный центр Российской академии наук, Казань, Россия
tukmakovda@imm.knc.ru

Аннотация. Работа посвящена численному моделированию колебаний электрически заряженной газовзвеси в акустическом резонаторе с электрическими потенциалами, приложенными к стенкам резонатора. Математическая модель реализовывала континуальную методику моделирования динамики многофазных сред в эйлеровых координатах, позволяющую учесть взаимодействие газа и дисперсной фазы. Динамика несущей среды описывается системой уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа. Проведены расчеты динамики аэрозолей в монодисперсном приближении для различных размеров дисперсных включений электрически нейтральной и электрически заряженной газовзвесей. Исследовано влияние объемного содержания дисперсной фазы и размера дисперсных включений на интенсивность колебаний несущей среды и дисперсной фазы без учета и с учетом влияния силы Кулона. Численные расчеты демонстрируют, что в электрически нейтральной газовзвеси при увеличении объемного содержания дисперсной фазы и уменьшении размера частиц, при их фиксированном объемном содержании, скорость колебаний несущей среды и дисперсной компоненты уменьшается. Скорость колебаний мелкодисперсных частиц согласуется со скоростью колебаний несущей среды. Выявлено, что в электрически заряженных газовзвесах скорость движения компонент газовзвеси больше, чем в электрически нейтральной газовзвеси. Что можно объяснить тем, что за счет осаждения дисперсных частиц на стенках резонатора под действием электрического поля уменьшается влияние дисперсной фазы на колебания несущей среды. В результате большей скорости движения несущей среды в электрически заряженной газовзвеси дисперсные частицы также имеют большую скорость в сравнении со скоростью дисперсных частиц в электрически нейтральной газовзвеси. Численные расчеты демонстрируют, что в газовзвесах с большим объемным содержанием и в газовзвесах с меньшим размером дисперсных включений влияние электрического поля на динамику компонент смеси имеют более выраженное значение, чем в газовзвесах с малым содержанием дисперсной фазы или в газовзвесах с крупнодисперсными частицами.

Ключевые слова: *механика жидкости и газа; многофазные среды; электрогидродинамика; континуальная методика; численное моделирование.*

Для цитирования: Тукмаков Д. А. Численное моделирование колебаний электрически заряженной газовзвеси в акустическом резонаторе с электрическим потенциалом на стенках // Вестник



© Тукмаков Д. А., 2026

Лицензировано по CC BY 4.0. Чтобы посмотреть копию этой лицензии, посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2026. № 3(74). С. 71–86. DOI: 10.17072/1993-0550-2026-3-71-86. <https://elibrary.ru/dbtocp>.

Статья поступила в редакцию 08.05.2026; одобрена после рецензирования 31.08.2026; принята к публикации 14.10.2026.

Research article

Numerical Simulation of Oscillations of an Electrically Charged Gas Suspension in an Acoustic Resonator With an Electric Potential on the Walls

Dmitry A. Tukmakov

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI,

Kazan Scientific Center of RAS, Kazan, Russia

tukmakovda@imm.knc.ru

Abstract. This paper presents numerical simulations of oscillations of an electrically charged gas suspension in an acoustic resonator with electric potentials applied to the resonator walls. The mathematical model utilizes a continuum technique for modeling the dynamics of multiphase media in Euler coordinates, accounting for the interaction between the gas and the dispersed phase. The dynamics of the carrier medium are described by a system of Navier-Stokes equations for a compressible, heat-conducting gas. Aerosol dynamics are calculated in the monodisperse approximation for various sizes of dispersed inclusions in electrically neutral and electrically charged gas suspensions. The influence of the volume content of the dispersed phase and the size of the dispersed inclusions on the oscillation intensity of the carrier medium and the dispersed phase is investigated, with and without the influence of the Coulomb force. Numerical calculations demonstrate that in an electrically neutral gas suspension, with an increasing volume fraction of the dispersed phase and a decreasing particle size, at a fixed volume fraction, the oscillation velocity of the carrier medium and the dispersed component decreases. The oscillation velocity of fine particles is consistent with the oscillation velocity of the carrier medium. The study has found that in electrically charged gas suspensions, the velocity of the gas suspension components is greater than in an electrically neutral gas suspension. This can be explained by the fact that the deposition of dispersed particles on the resonator walls under the influence of the electric field reduces the influence of the dispersed phase on the oscillations of the carrier medium. As a result of the higher velocity of the carrier medium in an electrically charged gas suspension, the dispersed particles also have a higher velocity compared to the velocity of dispersed particles in an electrically neutral gas suspension. Numerical calculations demonstrate that in gas suspensions with a high-volume content and in gas suspensions with a smaller size of dispersed inclusions, the influence of the electric field on the dynamics of the mixture components is more pronounced than in gas suspensions with a low content of the dispersed phase or in gas suspensions with coarse particles.

Keywords: *fluid and gas mechanics; multiphase media; electrohydrodynamics; continuum methodology; numerical modeling.*

For citation: Tukmakov, D. A. (2026), "Numerical Simulation of Oscillations of an Electrically Charged Gas Suspension in an Acoustic Resonator With an Electric Potential on the Walls", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no 3(74), pp. 71–86, DOI: 10.17072/1993-0550-2026-3-71-86, <https://elibrary.ru/dbtocp>.

The article was submitted 08 May 2026; approved after reviewing 31 Aug 2026; accepted for publication 14 Oct 2026.

Введение

Одной из проблем механики жидкости и газа является исследование колебаний сплошных сред (жидкостей и газов) в замкнутых объемах [1]. Частным случаем сплошных сред являются неоднородные среды [2]. Проблемам динамики неоднородных сред посвящен ряд монографий и статей в периодической печати [1–17]. В монографии [3] разработаны основы теории динамики многофазных и многокомпонентных сред, основанные на уравнениях механики сплошных сред, представлены уравнения континуальной методики моделирования течений многофазных сред. В монографии [4] на основе континуальной методики моделирования многофазных сред разработаны математические модели одномерной нестационарной динамики газовзвесей без учета вязкости несущей среды. В публикации [5] рассматриваются различные теоретические проблемы исследования воздействия акустических полей на дисперсные частицы с целью приложения в медицинских технологиях и технологиях промышленной экологии. В статье [6] с помощью численного решения двумерного уравнения Гельмгольца исследованы течения газа с мелкодисперсными частицами в каналах с прямоугольным сечением под действием резонансных акустических полей. В работе [7] изучались газодинамические процессы в технологиях электрической фильтрации газодисперсных сред, в которых происходит улавливание аэрозольных частиц из воздушного потока при использовании комбинированных фильтрующих систем. В публикации [8] проводится исследование нового типа акустического резонатора с радиальным возбуждающим электрическим полем. Рассчитаны характеристики различных мод акустических колебаний для резонаторов. В статье [9] представлена математическая модель пылевых ионизационных волн и пылевых акустических волн. Теоретический подход основан на уравнениях движения и непрерывности массы для пылевых частиц и уравнении Пуассона для электрического поля. Выявлены физические закономерности пылевых акустических волн. Уравнения математической модели рассматривались в нестационарном приближении с одномерной геометрией процесса. В публикации [10] с помощью асимптотических методов в приближении первого порядка малости исследованы динамические процессы слабо заряженных капель естественного происхождения в электрическом и акустическом полях. Расчеты проводятся на модели идеальной несжимаемой электропроводной жидкости. В работе [11] с помощью математического моделирования исследовано влияние электрического поля на траектории колебаний заряженных микронных диэлектрических частиц в линейной квадрупольной ловушке в воздухе при атмосферном давлении. Математическая модель основана на решении уравнения Ланжевена без учета уравнений газовой динамики в качестве силы межфазного обмена импульсом для получения линейного дифференциального уравнения рассматривалась только сила Стокса.

Целью представленных в обзоре работ является исследование динамических процессов в газодисперсных средах в том числе аэрозолей, движущихся в электрическом поле. Актуальность работы связана с тем, что воздействие акустических и электрических полей на аэрозоли могут применяться в различных технологиях очистки промышленных выбросов от дисперсных включений. В данной работе проводится моделирование течений газодисперсных сред в рамках континуальной эйлеровой математической модели для исследования колебаний электрически заряженной газовзвеси в закрытом акустическом резонаторе.

Новизна работы заключается в том, что применение континуальной методики моделирования течений газовзвесей позволяет исследовать взаимобратные физические эффекты, возникающие в течениях электрически заряженных газовзвесей. В монодисперсном приближении исследованы колебания электрически заряженных газодисперсных сред в акустических полях с учетом осаждения дисперсной компоненты на стенках канала.

Математическая модель и численный алгоритм

Для описания движения неоднородной среды применяется система уравнений динамики двухскоростной и двухтемпературной газовой смеси с учетом взаимодействия компонент смеси. Одним из наиболее важных параметров дисперсной компоненты гетерогенной смеси является "средняя плотность", представляющая собой произведение объемного содержания дисперсной компоненты на физическую плотность материала дисперсной фазы [3,4]. Физическая плотность материала дисперсных включений в процессе течения многофазной среды не изменяется. При этом объемное содержание является функцией временной и пространственных переменных. Все дисперсные включения предполагались одинакового размера и сферической формы [4]. Движение несущей среды описывается двумерной системой уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного обмена импульсом и теплообмена (1)–(4) [12–14]. Динамика дисперсной фазы описывалась системой уравнений включавшей в себя уравнения сохранения средней плотности (5), уравнениями сохранения составляющих импульса (6)–(7) и уравнением сохранения энергии дисперсной фазы (8), также система движения газодисперсной смеси дополнялась уравнением Пуассона, описывающим распределение электрического поля (9):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) = F_x + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) = -F_y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e + p - \tau_{xx}]u - \tau_{xy}v - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left([e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u - \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) =$$

$$= Q - |F_x|(u - u_1) - |F_y|(v - v_1) + \alpha \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1) = F_x - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2) = F_y - \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(e_1 v_1) = -Q, \quad (8)$$

$$\Delta \varphi = \rho_1 q_0, \quad (9)$$

$$\rho_1 = \alpha \rho_{10}, \quad e_1 = \rho_1 C_{v1} T_1.$$

Тензор вязких напряжений несущей среды вычисляется следующим образом [15]:

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Межфазный обмен импульсом включал в себя силу аэродинамического сопротивления

$-F_{AD}$, динамическую силу Архимеда $-F_{DA}$, силу присоединенных масс $-F_{MA}$ [3]:

$$F_{ADx} = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{d} C_d \rho \sqrt{(u-u_1)^2 + (v-v_1)^2} (u-u_1),$$

$$F_{DAx} = \alpha \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

$$F_{AMx} = 0.5 \alpha \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right),$$

$$F_x = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{d} C_d \rho_1 \sqrt{(u-u_1)^2 + (v-v_1)^2} (u-u_1) + \alpha \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) +$$

$$+ 0.5 \alpha \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right),$$

$$F_y = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{d} C_d \rho \sqrt{(u-u_1)^2 + (v-v_1)^2} (v-v_1) + \alpha \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) +$$

$$+ 0.5 \alpha \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v_1}{\partial t} - v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right).$$

Компоненты вектора межфазного силового взаимодействия включают в себя силу аэродинамического сопротивления, динамическую силу Архимеда и силу присоединенных масс [3], также при описании динамики частиц учитывается сила Кулона [16]. Здесь p , ρ , u , v – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x и y соответственно; T , e – температура и полная энергия газа; ρ_1 , T_1 , e_1 , u_1 , v_1 – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы, F_k – составляющие вектора силового взаимодействия дисперсной фазы и несущей среды, $k = 1, 2$; Q – тепловой поток между дисперсной фазой и несущей средой [1–3]; λ – теплопроводность, μ – вязкость несущей среды. Температура несущей среды находится из уравнения $T = (\gamma - 1)(e/\rho - 0.5(u^2 + v^2))/R$, где R – газовая постоянная несущей фазы, γ – постоянная адиабаты. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_1 = \rho C_p T$, где C_p – удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы. Тепловой поток между компонентами смеси описывается выражением: $Q = 6\alpha Nu_1 \lambda (T - T_1) d^2$. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля [3, 4]:

$$M_1 = |\vec{V} - \vec{V}_1|/c, \quad Re_1 = \rho |\vec{V} - \vec{V}_1| d \mu^{-1}, \quad Pr = C_p \mu \lambda^{-1},$$

$$Nu_1 = 2 \exp(-M_{12}) + 0.459 Re_1^{0.55} Pr^{0.33}.$$

Коэффициент аэродинамического сопротивления вычислялся с использованием следующего выражения [3,4]:

$$C_d = \frac{24}{Re_1} + \frac{4}{Re_1^{0.5}} + 0.4.$$

Математическая модель приемлема для расчетов двухфазных течений с параметрами [4]:

$$0 < M_1 < 2, 0 < Re_1 < 2 \cdot 10^5.$$

Составляющие силы Кулона на единицу объема газозвеси определяются через ее удельный заряд, объемную плотность твердой фазы и напряженность электрического поля. Потенциал электрического поля в расчетной области определяется из решения уравнения Пуассона. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газозвеси, отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [16]:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho_{эл}}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \mathbf{E} = -\bar{\nabla} \varphi, \quad \Delta^2 \varphi = -\frac{\rho_{эл}}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \rho_{эл} = \alpha \rho_{20} \cdot q_0 = \rho_2 \cdot q_0, \quad \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \Phi / \text{м}.$$

где q_0 – удельный заряд единицы массы твердой фракции, φ – потенциал электрического поля.

Система уравнений (1)–(6) интегрировалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка точности [15]. Рассмотрим применение численного алгоритма явного метода Мак-Кормака на примере скалярного нелинейного уравнения в частных производных (10):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial a(f)}{\partial x} + \frac{\partial a(f)}{\partial y} = c(f). \quad (10)$$

Алгоритм явного конечно-разностного метода Мак-Кормака [15] для скалярного нелинейного уравнения (9) имеет вид (11)–(12):

$$f_{j,k}^* = f_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j+1,k}^n - a_{j,k}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (b_{j,k+1}^n - b_{j,k}^n) + \Delta t c_{j,k}^n, \quad (11)$$

$$f_{j,k}^{n+1} = 0.5(f_{j,k}^n + f_{j,k}^*) - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j,k}^* - a_{j-1,k}^*) - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta y} (b_{j,k}^* - b_{j,k-1}^*) + 0.5 \Delta t c_{j,k}^*. \quad (12)$$

Здесь $\Delta x, \Delta y$ – шаги по пространственному направлению, Δt – шаг по времени.

В расчетах применялась схема расщепления по пространственным переменным [17], реализуемая в виде симметричной последовательности одномерных операторов – P_x, P_y , явного конечно-разностного метода Мак-Кормака, выполняющих шаги предиктор и корректор, по соответствующим координатным осям, позволяющая построить решение на следующем временном слое (13):

$$f_{j,k}^{n+1} = P_x \left(\frac{\Delta t_x}{2} \right) P_y \left(\frac{\Delta t_y}{2} \right) P_y \left(\frac{\Delta t_y}{2} \right) P_x \left(\frac{\Delta t_x}{2} \right) f_{j,k}^n. \quad (13)$$

Временные шаги $\Delta t_x = \Delta t_y = \Delta t$.

Для получения монотонного численного решения к сеточной функции на каждом временном шаге применялась схема нелинейной коррекции [18, 19]. Алгоритм коррекции выполнялся последовательно вдоль всех узлов. Рассмотрим алгоритм коррекции решения на примере функции f . В случае если выполняются условия $(\delta f_{j-1/2} \cdot \delta f_{j+1/2}) < 0$ или $(\delta f_{j+1/2} \cdot \delta f_{j+3/2}) < 0$ то к функции f в j -ом узле применяется алгоритм схемы коррекции: $\tilde{f}_j = f_j + \kappa (\delta f_{j+1/2} - \delta f_{j-1/2})$. Нижний индекс обозначает номер узла сетки.

Здесь использованы обозначения: $\delta f_{j-\frac{1}{2}} = f_j - f_{j-1}, \delta f_{j+\frac{1}{2}} = f_{j+1} - f_j, \delta f_{j+\frac{3}{2}} = f_{j+2} - f_{j+1}$. В противном случае: $\tilde{f}_j = f_j$, $\tilde{f}_j$ – значение функции в j -ом узле после перехода на $(n+1)$ -й временной слой по схеме Мак-Кормака, κ – коэффициент коррекции.

Двухмерное уравнение Пуассона, описывающее электрическое поле (7), преобразуется к нестационарному виду (14) и интегрировалось методом установления [20] (15):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial y^2} + \rho_1 q_0 = \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (14)$$

$$\Delta t \left(\frac{\varphi_{i+1j}^n - 2\varphi_{ij}^n + \varphi_{i-1j}^n}{\Delta x^2} + \frac{\varphi_{ij+1}^n - 2\varphi_{ij}^n + \varphi_{ij-1}^n}{\Delta y^2} + q_0 \rho_{1ij}^n \right) + \varphi_{ij}^n = \varphi_{ij}^{n+1}. \quad (15)$$

Постановка задачи

В данной работе численно исследовались колебания монодисперсной газовой взвеси в двумерном прямоугольном акустическом резонаторе – закрытом канале с граничными условиями "прилипания", на стенках и движущемся поршне на одной из поперечных стенок (рис. 1). В численных расчетах длина канала составляла $L = 1$ м, ширина канала $H = 0.1$ м. Предполагалось, что в начальный момент времени дисперсная компонента смеси равномерно распределена в физической области, к продольным стенкам которой приложен электрический потенциал.

При моделировании динамических процессов в электрически заряженной газовой взвеси задавались следующие граничные условия – на неподвижных поверхностях однородные условия Дирихле для составляющих скорости на неподвижных поверхностях, для остальных динамических функций везде задавались однородные граничные условия Неймана:

$$\begin{aligned} u(t, 1, j) &= A\omega \sin(\omega t), \quad u_1(t, 1, j) = u(t, 1, j), \\ v(t, 1, j) &= 0, \quad v_1(t, 1, j) = v(t, 1, j), \\ u(t, N_x, j) &= 0, \quad u_1(t, N_x, j) = 0, \\ v(t, N_x, j) &= 0, \quad v_1(t, N_x, j) = 0, \\ u(t, i, 1) &= 0, \quad u_1(t, i, 1) = 0, \\ v(t, i, 1) &= 0, \quad v_1(t, i, 1) = 0, \\ u(t, i, N_y) &= 0, \quad u_1(t, i, N_y) = 0, \\ v(t, i, N_y) &= 0, \quad v_1(t, i, N_y) = 0, \\ \rho(t, 1, j) &= \rho(t, 2, j), \quad \rho_1(t, 1, j) = \rho_1(t, 2, j), \\ \rho(t, N_x, j) &= \rho(t, N_x - 1, j), \quad \rho_1(t, N_x, j) = \rho_1(t, N_x - 1, j), \\ \rho(t, i, 1) &= \rho(t, i, 2), \quad \rho_1(t, i, 1) = \rho_1(t, i, 2), \\ \rho(t, i, N_y) &= \rho(t, i, N_y - 1), \quad \rho_1(t, i, N_y) = \rho_1(t, i, N_y - 1), \\ e(t, 1, j) &= e(t, 2, j), \quad e_1(t, 1, j) = e_1(t, 2, j), \\ e(t, N_x, j) &= e(t, N_x - 1, j), \quad e_1(t, N_x, j) = e_1(t, N_x - 1, j), \\ e(t, i, 1) &= e(t, i, 2), \quad e_1(t, i, 1) = e_1(t, i, 2), \\ e(t, i, N_y) &= e(t, i, N_y - 1), \quad e_1(t, i, N_y) = e_1(t, i, N_y - 1). \end{aligned}$$

Для потенциала электрического поля задавались значения на границах расчетной области:

$$\varphi(1, j) = \varphi(N_x, j) = \varphi_0, \quad \varphi(i, 1) = \varphi(i, N_y) = \varphi_0.$$

В статье [12] проведено сопоставление численных расчетов динамики электрически нейтрального аэрозоля с результатами физического эксперимента. В статье [14] исследована сеточная сходимость численной модели динамики электрически заряженной газовой взвеси (1)–(7).

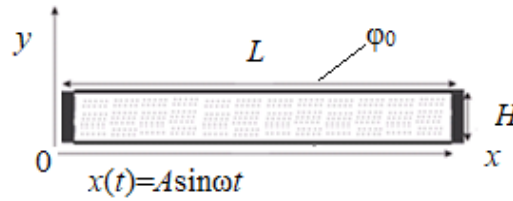


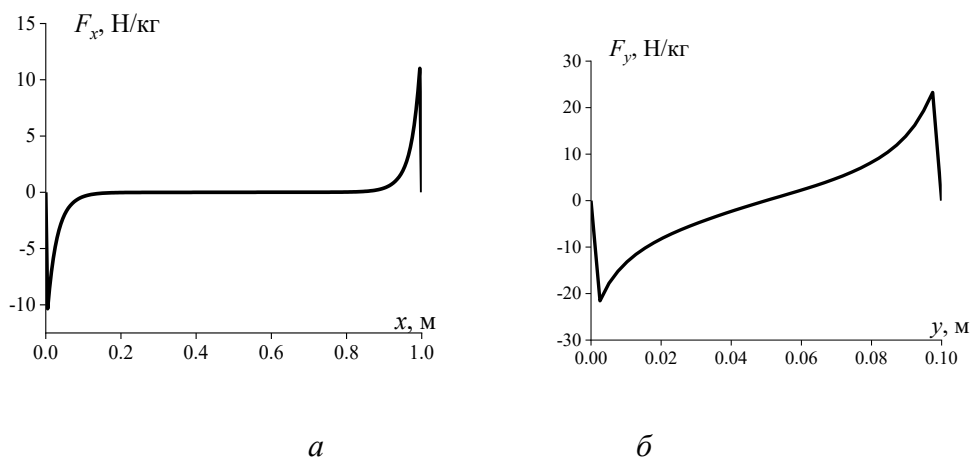
Рис. 1. Общая схема моделируемого процесса

Скорость звука c вычисляется из уравнения: $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$, где $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса воздуха, теплопроводность несущей среды предполагалась равной $\lambda = 0.02553$ Вт/(м·К), динамическая вязкость несущей среды $\mu = 1.72 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\gamma = 1.4$, $R = 8.31$ Дж/(моль · К). Газовзвесь в начальный момент времени представляет собой смесь воздуха с равномерно распределенными в объеме резонатора частицами твердой фазы – сферами одинакового диаметра с фиксированной плотностью вещества $\rho_{10} = 2200$ кг/м³. В момент времени $t = 0$ поршень начинал движение по гармоническому закону $x(t) = A \cdot \sin(\omega t)$, где $\omega = 2\pi\nu$, $\nu = c/2L$, частота первого линейного резонанса колебаний газового столба в закрытой трубе [1]. $A = 1$ мм – амплитуда хождения поршня. Величина потенциала, приложенного к стенкам канала $\phi_0 = 10$ кВ.

Результаты расчетов

На рисунке 2 представлены пространственные распределения пространственных компонент удельной силы Кулона в продольном и поперечном сечениях акустического резонатора. Максимальные значения силы Кулона достигаются вблизи стенок акустического резонатора.

Пространственные распределения модуля скорости газовой компоненты газовзвеси при колебаниях электрически нейтральной дисперсной компоненты отличаются от аналогичной величины при колебаниях газовзвеси с электрически заряженной дисперсной компонентой (рис. 3). Вследствие воздействия силы Кулона на движение электрически заряженных дисперсных частиц средняя плотность дисперсной компоненты электрически заряженной газовзвеси отличается от распределения средней плотности электрически нейтральной газовзвеси. Для электрически заряженной газовзвеси средняя плотность уменьшается от стенок к оси симметрии канала (см. рис. 4).

Рис. 2. Пространственное распределение силы Кулона в продольном направлении $y=h/2$ (а) и поперечном направлениях $x=L/2$ (б)

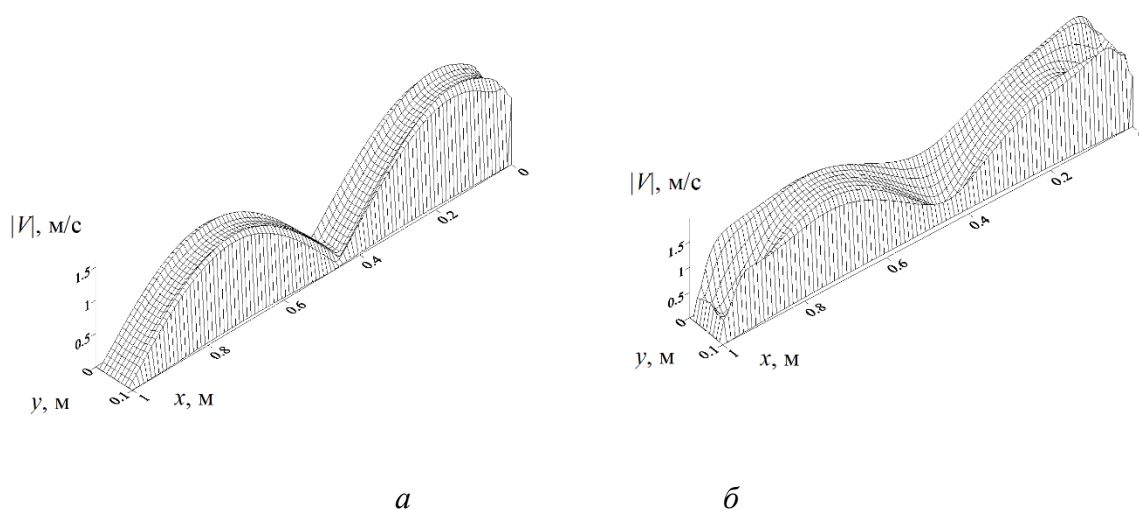


Рис. 3. Пространственные распределения модуля скорости в электрически нейтральной (а) и электрически заряженной газозвеси (б)

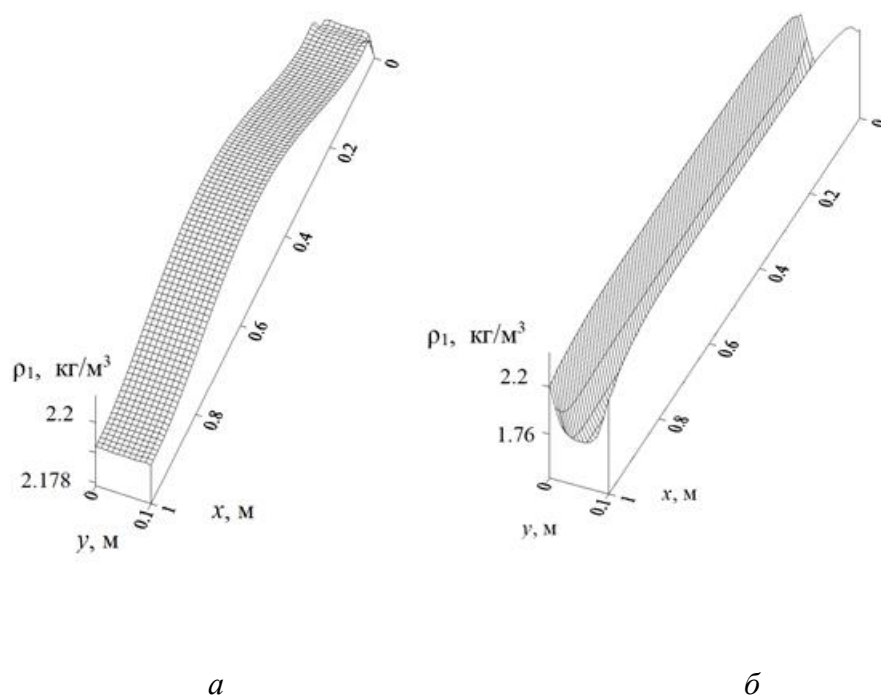


Рис. 4. Пространственные распределения средней плотности дисперсной компоненты в электрически нейтральной (а) и электрически заряженной газозвеси (б)

На рисунке 5, а представлено пространственное распределение средней плотности дисперсной фазы в электрически заряженной и нейтральной газозвеси вблизи точки $x = L/2$, $y = 0$. В электрически заряженной газозвеси при осаждении дисперсных частиц происходит первоначальное увеличение средней плотности дисперсных частиц вблизи стенки, за счет движения дисперсных частиц из внутренней области, после чего средняя плотность монотонно уменьшается. Из рисунка 4, б следует, что для различных дисперсных плотностей наблюдаются отличающиеся закономерности изменения распределения средней

плотности, наиболее интенсивно рост средней плотности наблюдается у дисперсных частиц с размером $d = 20$ мкм, максимальное значение средней плотности для частиц с такой дисперсностью составляет $\rho_1 = 4.51$ кг/м³ для частиц размером $d = 2$ мкм и $d = 200$ мкм максимальные значения средней плотности составляют $\rho_1 = 2.57$ кг/м³ и $\rho_1 = 4.4$ кг/м³ соответственно.

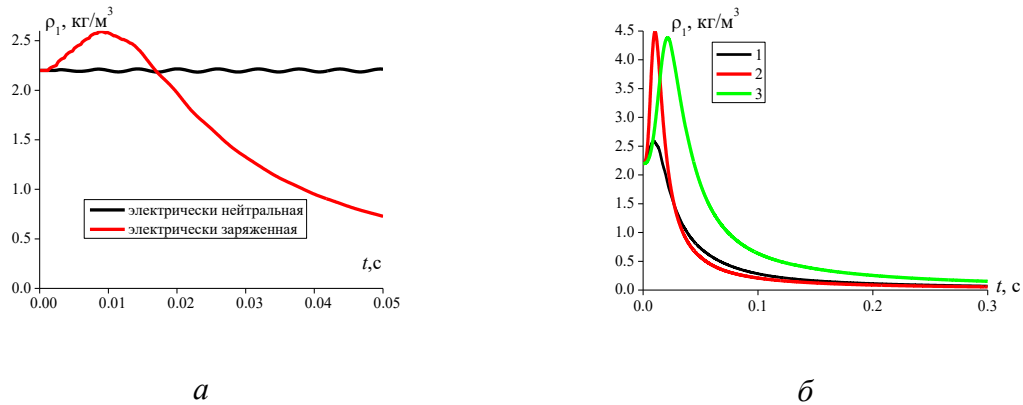


Рис. 5. Временная зависимость величины средней плотности в электрически нейтральной и электрически заряженной газовой взвеси (а) и временная зависимость средней плотности для различных размеров дисперсных включений электрически заряженной газовой взвеси (б)

За счет межфазного взаимодействия величина продольной скорости несущей среды газовой взвеси существенно меньше, чем в однородном газе и для параметров дисперсной компоненты $\alpha = 0.001$, $d = 2$ мкм, размах колебаний продольной составляющей скорости составляет 18% от аналогичной величины в однородном газе (рис. 6).

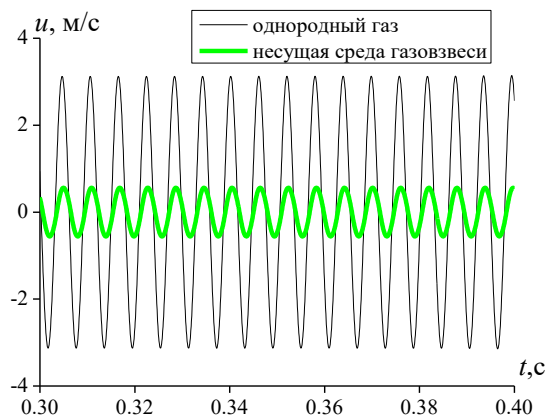


Рис. 6. Временная зависимость колебаний продольной составляющей скорости в электрически нейтральной газовой взвеси и в однородном вязком газе, динамика которого описывается системой уравнений Навье–Стокса

Рассмотрим влияние объемного содержания дисперсной компоненты на интенсивность колебаний несущей среды и дисперсной фазы в электрически заряженной и нейтральной газовой взвеси, для мелкодисперсных частиц $d = 2$ мкм. Здесь кривые 1, 2 –

это значения продольной составляющей скорости для несущей среды и дисперсной компоненты без учета электрического поля; 3, 4 – продольная составляющая скорости несущей среды и дисперсной компоненты с учетом электрического поля и 5 – соответствующая величина колебаний однородного газа. Амплитуды изменения продольной составляющей скорости газовой и дисперсной компонент при таких размерах дисперсных частиц согласуются (рис. 7).

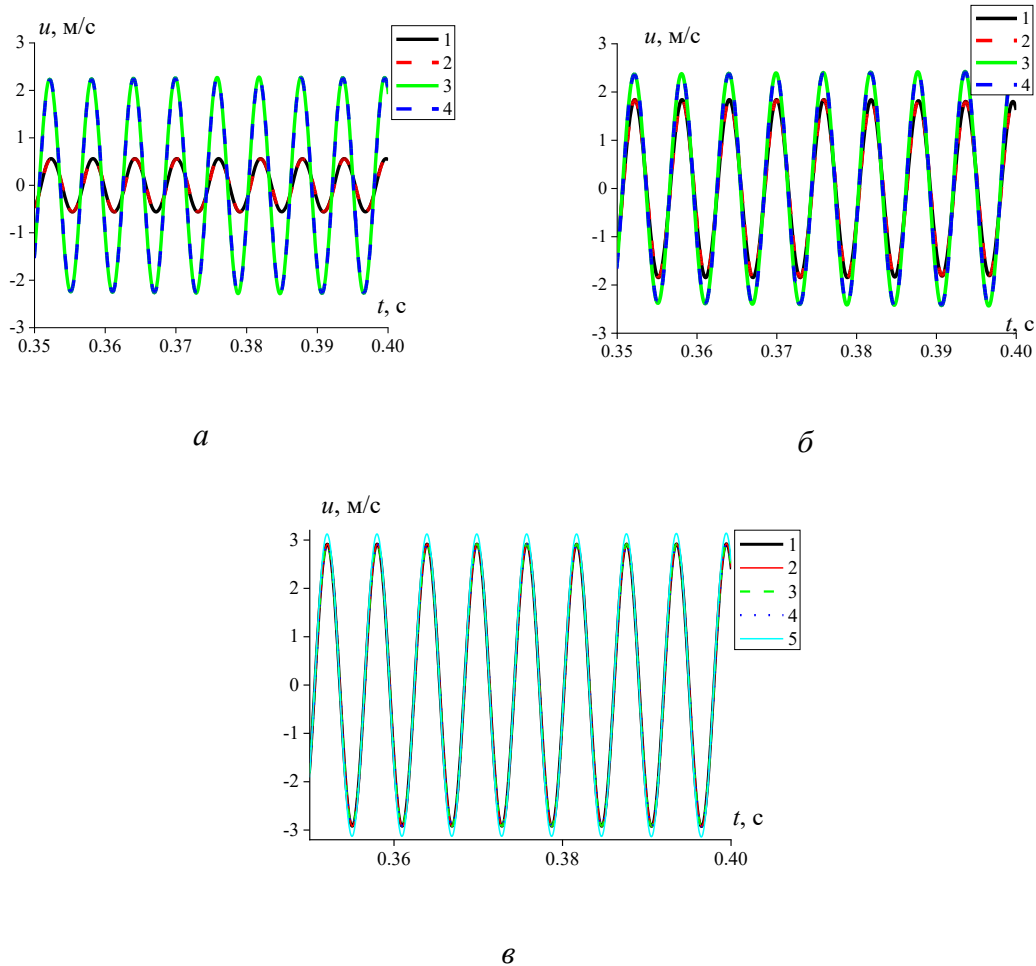


Рис. 7. Временные зависимости изменения продольной составляющей скорости несущей среды и дисперсной компоненты $\alpha = 0.001$ (а), $\alpha = 0.0001$ (б), $\alpha = 0.00001$ (в)

Для объемного содержания $\alpha = 0.001$ при учете и без учета осаждения дисперсной компоненты в электрическом поле размах изменения продольной составляющей скорости несущей и дисперсной фазы составляет $U = 1.16$ м/с и $U = 4.62$ м/с соответственно. При уменьшении объемного содержания частиц до величины $\alpha = 0.0001$, в электрически нейтральной и электрически заряженной газовзвесьях величины размаха продольной скорости несущей и дисперсной фазы составляет $U = 3.65$ м/с и $U = 4.82$ м/с соответственно. При объемном содержании $\alpha = 0.00001$ наличие процесса осаждения дисперсной компоненты в электрическом поле не оказывает существенного влияния на интенсивность колебаний компонент смеси – размах колебаний продольной составляющей скорости обоих компонент смеси составляет $U = 5.85$ м/с, тогда как в однородном газе эта величина имеет значение $U = 6.29$ м/с (рис. 7, в).

На рисунке 8 линии 1, 2 – значения продольной составляющей скорости для несущей среды и дисперсной компоненты без учета электрического поля; 3, 4 – продольная составляющая скорости несущей среды и дисперсной компоненты с учетом электрического поля.

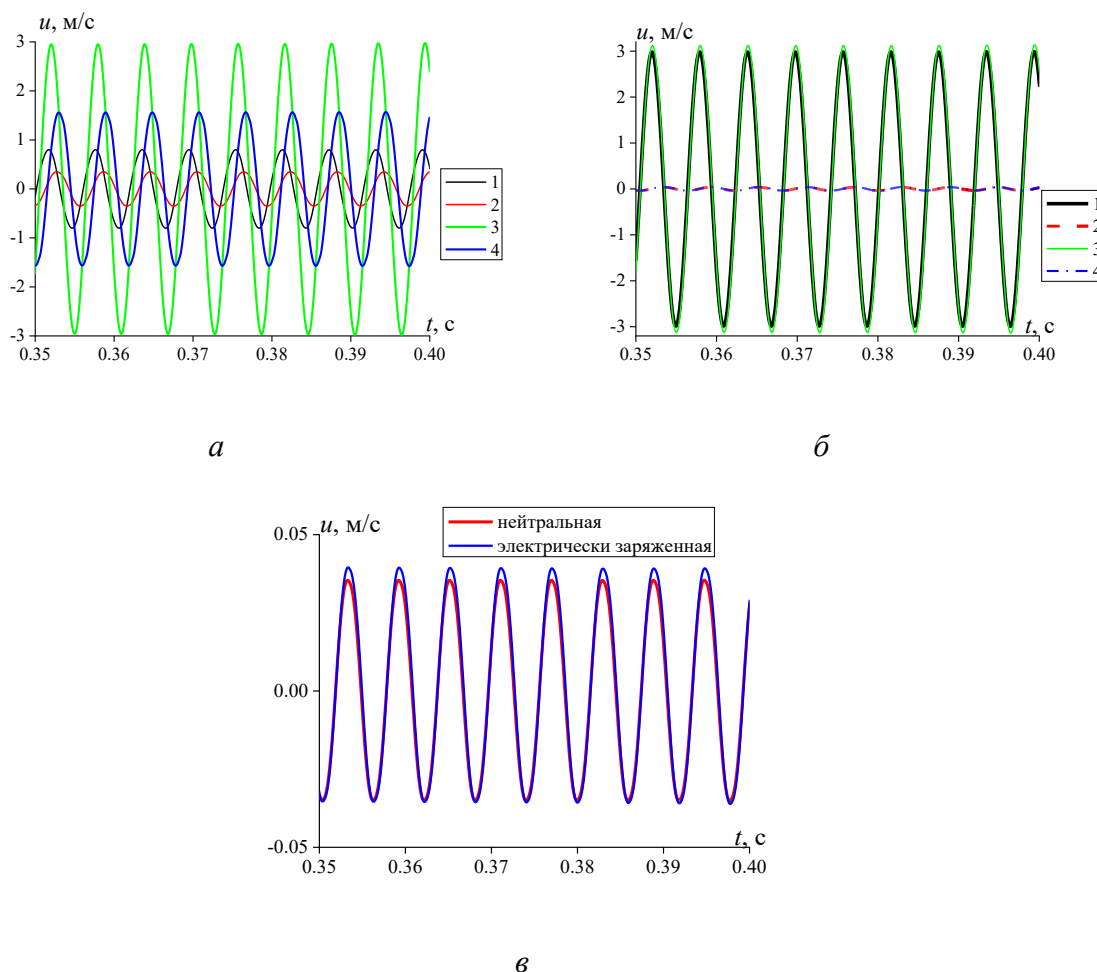


Рис. 8. Временные зависимости изменения продольной составляющей скорости несущей среды и дисперсной компоненты $d = 20$ мкм (а), $d = 200$ мкм (б), колебания скорости дисперсной компоненты $d = 200$ мкм (в)

Для различных размеров дисперсных включений интенсивность колебаний несущей среды и дисперсной фазы в электрически заряженной и нейтральной газозвесах при объемном содержании дисперсной компоненты $\alpha = 0.001$ существенно отличается (рис. 7). Для частиц с диаметром $d = 20$ мкм размах изменения продольной составляющей скорости несущей среды в электрически заряженной и электрически нейтральной газозвеси $U = 5.92$ м/с и $U = 3.07$ м/с для дисперсной компоненты $U_1 = 1.59$ м/с и $U_1 = 0.69$ м/с (рис. 7, а). Для размера частиц $d = 200$ мкм интенсивность колебаний газовой компоненты в электрически заряженной и электрически нейтральной газозвеси составляет $U = 6.26$ м/с и $U = 5.93$ м/с (рис. 7, б). Крупнодисперсные частицы с $d = 200$ мкм за счет инерционности имеют меньшую амплитуду колебаний в электрически заряженной и электрически нейтральной газозвеси, размах изменения продольной скорости частиц составляет $U_1 = 0.074$ м/с и $U_1 = 0.069$ м/с соответственно (рис. 7, в).

Заключение

В работе представлены результаты численных расчетов колебаний газовзвесей в акустическом резонаторе при учете влияния электрического заряда дисперсной компоненты и внешних электрических потенциалов, приложенных к стенкам акустического резонатора. Динамика несущей среды описывалась системой уравнений Навье–Стокса. Расчеты осуществлялись на основе континуальной методики моделирования течений неоднородных сред, позволяющей учесть взаимобратные эффекты динамики газодисперсных потоков. Исследовано влияние объемного содержания и дисперсности частиц на интенсивность колебаний газовзвеси. Для электрически нейтральных газовзвесей выявлено, что при больших объемных содержаниях – за счет большей массовой доли дисперсной компоненты интенсивность колебаний компонент имеет меньшее значение. При фиксированном объемном содержании дисперсных частиц уменьшение размера дисперсных включений приводит к увеличению площади межфазного взаимодействия, тем самым увеличивается интенсивность межфазного взаимодействия, что приводит к уменьшению амплитуды колебаний газодисперсной смеси. При этом скорость мелкодисперсных частиц согласуется со скоростью несущей среды. Для малых объемных содержаний дисперсной компоненты наличие процесса осаждения дисперсных частиц в электрическом поле не оказывает существенного влияния на интенсивность колебаний компонент смеси. Для больших объемных содержаний дисперсной компоненты осаждение дисперсных частиц в электрическом поле оказывает значительное воздействие на интенсивность колебаний несущей среды и дисперсной компоненты в сравнении с электрически нейтральной газовзвесью. В зависимости от размера дисперсных включений влияние осаждения в электрическом поле дисперсных частиц на динамику компонент смеси отличается. Для крупнодисперсных частиц воздействие осаждения в электрическом поле дисперсной компоненты на динамику несущей среды имеет меньшее значение, чем для случая, когда дисперсная фаза газовзвеси состоит из мелкодисперсных частиц. Результаты расчетов могут быть использованы при расчетах аппаратов очистки газодисперсных сред, использующих акустические и электрические поля.

Список источников

1. Красильников В. А., Крылов В. В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.
2. Сорокин Л. Е. Влияние зависимости коэффициента теплопроводности от температуры на жесткую неустойчивость течения бинарной смеси с термодиффузией // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2011. № 1 (5). С. 90–94.
3. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.
4. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
5. Ягодкин И. В., Посаженников А. М., Гришин А. Г., Мельников В. П. Применение метода электрофизического воздействия на дисперсную среду в устройствах высокоэффективной фильтрации газовых сред от аэрозолей различного происхождения // Известия высших учебных заведений. Ядерная энергетика. 2012. № 1. С. 71–79.
6. Теплых А. А., Зайцев Б. Д., Семенов А. П., Бородин И. А. Акустический резонатор с радиальным возбуждающим электрическим полем // Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2021. Т. 85, № 6. С. 869–874.
7. Wu M., Ozcelik A., Rufo J., Wang Z., Fang R., Huang T. J. Acoustofluidic separation of cells and particles // Microsystems nanoengineering. 2019. Vol. 5.

8. Lei J., Cheng F., Li K. Numerical simulation of boundary-driven acoustic streaming in microfluidic channels with circular cross-sections // *Micromachines*. 2020. Vol. 11, № 3. Art. 240. DOI: 10.3390/mi11030240.
9. Жуховицкий Д. И. Пылевые ионизационные и пылевые акустические волны в газовом разряде постоянного тока при низком давлении в условиях микрогравитации // *Физика плазмы*. 2022. Т. 48, № 10. С. 910–913.
10. Григорьев А. И., Колбнева Н. Ю., Ширяева С. О. Об акустическом излучении слабо заряженных капель, осциллирующих во внешнем однородном электростатическом поле // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2022. № 5. С. 51–61.
11. Доброклонская М. С., Печеркин В. Я., Владимиров В. И., Василяк Л. М. Траектории заряженных микрочастиц в линейной квадрупольной ловушке с удерживающим напряжением прямоугольной формы // *Прикладная физика*. 2024. № 4. С. 96–100.
12. Тукмаков Д. А. Численное моделирование колебаний вязкого газа с дисперсными включениями с частотой первого линейного резонанса в закрытом канале // *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*. 2022. Т. 63, № 3. С. 58–71.
13. Тукмаков Д. А. Численное исследование скоростного скольжения несущей и дисперсной фазы при взаимодействии ударной волны с электрически заряженной газозвезью // *Вестник Пермского университета. Физика*. 2020. № 1. С. 35–42.
14. Tukmakov D. A. Investigation of the grid convergence of a finite-difference model of the dynamics of an electrically charged gas suspension // 6th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE). URL: <https://doi.org/10.1109/REEPE60449.2024.10479689> (дата обращения: 10.05.2026).
15. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. М.: Мир, 1991. 552 с.
16. Сальянов Ф. А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М.: Наука, 1997. 240 с.
17. Ковеня В. М., Тарнавский Г. А., Черный С. Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск: Наука, 1990. 246 с.
18. Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // *Математическое моделирование*. 1993. Т. 5, № 3. С. 74–83.
19. Тукмаков А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*. 2006. № 4. С. 33–36.
20. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы. Т. 2. М.: Наука, 1977. 399 с.

References

1. Krasilnikov, V. A. and Krylov, V. V. (1984), *Introduction to Physical Acoustics* [Vvedenie v fizicheskuyu akustiku], Nauka, Moscow, 400 p.
2. Sorokin, L. E. (2011), "Influence of the Temperature Dependence of Thermal Conductivity on the Rigid Instability of a Binary Mixture Flow with Thermodiffusion" [Vliyanie zavisimosti koeffitsienta teploprovodnosti ot temperatury na zhestkuyu neustoychivost techeniya binarnoy smesi s termodiffuziey], *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Informatics* [Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika], no 1(5), pp. 90–94.
3. Nigmatulin, R. I. (1987), *Dynamics of Multiphase Media* [Dinamika mnogofaznykh sred], Part 1, Nauka, Moscow, 464 p.

4. Kutushev, A. G. (2003), *Mathematical Modeling of Wave Processes in Aerodispersed and Powdery Media* [Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh], Nedra, Saint Petersburg, 284 p.
5. Yagodkin, I. V., Posazhennikov, A. M., Grishin, A. G. and Melnikov, V. P. (2012), "Application of the Method of Electrophysical Influence on a Dispersed Medium in Devices for High-Efficiency Filtration of Gaseous Media from Aerosols of Various Origins" [Primenenie metoda elektrofizicheskogo vozdeystviya na dispersnyuyu sredu v ustroystvakh vysokoeffektivnoy filtratsii gazovykh sred ot aerozoley razlichnogo proiskhozhdeniya], *News of Higher Educational Institutions. Nuclear Power Engineering* [Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Yadernaya energetika], no 1, pp. 71–79.
6. Teplykh, A. A., Zaitsev, B. D., Semenov, A. P. and Borodina, I. A. (2021), "Acoustic Resonator with a Radial Exciting Electric Field" [Akusticheskiy rezonator s radialnym vzbuzhdayushchim elektricheskim polem], *News of the Russian Academy of Sciences. Physics Series* [Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Seriya fizicheskaya], no 85(6), pp. 869–874.
7. Wu, M., Ozcelik, A., Rufo, J., Wang, Z., Fang, R. and Huang, T. J. (2019), "Acoustofluidic separation of cells and particles", *Microsystems & Nanoengineering*, no 5.
8. Lei, J., Cheng, F. and Li, K. (2020), "Numerical simulation of boundary-driven acoustic streaming in microfluidic channels with circular cross-sections", *Micromachines*, no 11(3), Art. no 240, DOI: 10.3390/mi11030240.
9. Zhukhovitskiy, D. I. (2022), "Dust Ionization and Dust Acoustic Waves in a DC Gas Discharge at Low Pressure Under Microgravity Conditions" [Pylevye ionizatsionnye i pylevye akusticheskie volny v gazovom razryade postoyannogo toka pri nizkom davlenii v usloviyakh mikogravitatsii], *Plasma Physics* [Fizika plazmy], no 48(10), pp. 910–913.
10. Grigorev, A. I., Kolbneva, N. Yu. and Shiryaeva, S. O. (2022), "On the Acoustic Emission of Weakly Charged Droplets Oscillating in an External Uniform Electrostatic Field" [Ob akusticheskom izluchenii slabo zaryazhennykh kapel, ostsilliruyushchikh vo vneshnem odnorodnom elektrostaticheskom pole], *News of the Russian Academy of Sciences. Fluid and Gas Mechanics* [Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza], no 5, pp. 51–61.
11. Dobroklonskaya, M. S., Pecherkin, V. Ya., Vladimirov, V. I. and Vasilyak, L. M. (2024), "Trajectories of Charged Microparticles in a Linear Quadrupole Trap with Rectangular Holding Voltage" [Traektorii zaryazhennykh mikropartsiy v lineynoy kvadrupolnoy lovushke s uderzhivayushchim napryazheniem pryamougolnoy formy], *Applied Physics* [Prikladnaya fizika], no 4, pp. 96–100.
12. Tukmakov, D. A. (2022), "Numerical Modeling of Oscillations of a Viscous Gas with Dispersed Inclusions at the Frequency of the First Linear Resonance in a Closed Channel" [Chislennoe modelirovanie kolebaniy vyazkogo gaza s dispersnymi vklyucheniymi s chastotoy pervogo lineynogo rezonansa v zakrytom kanale], *News of Higher Educational Institutions. Volga Region. Physics and Mathematics Sciences* [Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki], no 63(3), pp. 58–71.
13. Tukmakov, D. A. (2020), "Numerical Investigation of Velocity Slip of the Carrier and Dispersed Phase During the Interaction of a Shock Wave with an Electrically Charged Gas Suspension" [Chislennoe issledovanie skorostnogo skolzheniya nesushchey i dispersnoy fazy pri vzaimodeystvii udarnoy volny s elektricheskimi zaryazhennoy gazovzvesyu], *Bulletin of Perm University. Physics* [Vestnik Permskogo universiteta. Fizika], no 1, pp. 35–42.
14. Tukmakov, D. A. (2024), "Investigation of the grid convergence of a finite-difference model of the dynamics of an electrically charged gas suspension", in 6th International

- Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE), URL: <https://doi.org/10.1109/REEPE60449.2024.10479689> (data accessed: 10.05.2026).
15. Fletcher, K. (1991), *Computational Methods in Fluid Dynamics* [Vychislitelnye metody v dinamike zhidkostey], vol. 2, Mir, Moscow, 552 p.
 16. Salyanov, F. A. (1997), *Fundamentals of Low-Temperature Plasma Physics, Plasma Apparatuses and Technologies* [Osnovy fiziki nizkoterperaturnoy plazmy, plazmennykh apparatov i tekhnologiy], Nauka, Moscow, 240 p.
 17. Kovenya, V. M., Tarnavskiy, G. A. and Chernyy, S. G. (1990), *Application of the Splitting Method in Aerodynamics Problems* [Primenenie metoda rasshchepleniya v zadachakh aerodinamiki], Nauka, Novosibirsk, 246 p.
 18. Muzafarov, I. F. and Utyuzhnikov, S. V. (1993), "Application of Compact Difference Schemes to the Study of Nonstationary Flows of a Compressible Gas" [Primenenie kompaktnykh raznostnykh skhem k issledovaniyu nestatsionarnykh techeniy szhi-maemogo gaza], *Mathematical Modeling* [Matematicheskoe modelirovanie], no 5(3), pp. 74–83.
 19. Tukmakov, A. L. (2006), "Numerical Modeling of Acoustic Flows During Resonant Oscillations of Gas in a Closed Tube" [Chislennoe modelirovanie akusticheskikh techeniy pri rezonansnykh kolebaniyakh gaza v zakrytoy trube], *News of Higher Educational Institutions. Aviation Engineering* [Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika], no 4, pp. 33–36.
 20. Krylov, V. I., Bobkov, V. V. and Monastyrnyy, P. I. (1977), *Computational Methods* [Vychislitelnye metody], vol. 2, Nauka, Moscow, 399 p.

Информация об авторах:

Д. А. Тукмаков – кандидат физико-математических наук; научный сотрудник ИММ Казанского научного центра Российской академии наук (420111, Россия, г. Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31), eLibrary AuthorID 739648.

Information about the authors:

D. A. Tukmakov – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics); Researcher at the Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences (2/31, Lobachevskogo st., Kazan, 420111, Russia), eLibrary AuthorID 739648.