

УДК 533.72; 533.59
PACS 51.20.+d, 81.90.+c

К вопросу о физико-математической модели высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий

В. А. Демин^{1,2†}, С. А. Игошев¹

¹ Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

² Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

†demin@psu.ru

Разработана расширенная физико-математическая модель переноса газообразного кремния от зеркала расплава к пористому углеродному изделию в условиях высоких температур и среднего вакуума. В отличие от более ранних моделей она подразумевает учет перераспределения несущей среды, в роли которой выступает аргон. Предполагается, что испарение кремния с поверхности расплава приводит к оттеснению несущего газа к образцу. Предлагаемая физико-математическая модель является упрощенной и исходит из предположения о несжимаемости газовой смеси в целом, что позволяет применять ее для численного моделирования сложных физических процессов, включая нестационарное трёхмерное силицирование пористых углеродных изделий произвольной формы при условии сложного расположения источников кремния в пространстве печи. Используемая модель описывается системой трех дифференциальных уравнений и позволяет рассчитать среднюю скорость потока газовой смеси и диффузионно-конвективный перенос паров кремния к образцу. В работе рассматривается нестационарный режим течения газовых компонентов смеси. В расчетах реализована двумерная постановка задачи в прямоугольной полости с условиями проскальзывания и прилипания газа на верхней и нижней стенках расчетной области. Для каждой постановки задачи получено численное решение системы дифференциальных уравнений, предсказывающее заполнение всего рабочего пространства печи газообразным кремнием за очень короткое время, что объясняет аномально большой поток паров кремния вглубь пористого углеродного материала, наблюдаемый в натуральных экспериментах. Численное решение получено при помощи использования метода конечных разностей, для удобства и простоты реализации применена явная разностная схема. Полученный результат выражается через известные верифицированные значения материальных параметров газовой смеси. Подтверждается, что парожидкофазный процесс силицирования углеродных материалов возможен за разумное время.

Ключевые слова: силицирование; высокотемпературные процессы; диффузионно-конвективный перенос

Поступила в редакцию 24.05.2024; после рецензии 10.06.2024; принята к опубликованию 13.06.2024

On an extended physical and mathematical model of high-temperature silicification of porous carbon products

V. A. Demin^{1,2†}, S. A. Igoshev¹

¹ Perm State University, Perm, Russia

² Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

†demin@psu.ru

We have developed an extended physical and mathematical model of the gaseous silicon transfer from a melt mirror to a porous carbon product at high temperatures under medium vacuum conditions. In this model, an assumption of the non-compressibility of the gas mixture is used that makes it possible to simplify the problem significantly and at the same time to obtain a reasonable result, confirmed in experiment. The model is simplified to the greatest extent possible, and in the future it can be used for numerical implementation of more complex physical formulations, including non-stationary three-dimensional silicification of arbitrary-shaped porous carbon products under the condition of a complex location of the silicon sources in the retort of the furnace. The model is described by a system of three differential equations making it possible to calculate the average mass flow rate of the gas mixture and the diffusive-convective transfer of silicon concentration to the product. In this paper, the unsteady flow regime of silicon vapor and remaining gas is considered. The approach presents a two-dimensional formulation of the problem in the case of a rectangular cavity with the conditions of gas slip and adherence to the upper and lower walls of the computational domain. For each formulation of the problem, we obtained a numerical solution of the system of differential equations that predicts the filling of the entire working space of the furnace with gaseous silicon in a very short time, which explains the abnormally large flow of silicon vapor deep into the porous carbon material that was observed in experiments. The numerical solution was obtained using the finite difference method; an explicit difference scheme was used for convenience and ease of implementation. The obtained results are expressed in terms of the known verified values of the material parameters of the gas mixture and confirm that the vapor-liquid-phase process of carbon materials silicification is possible in a reasonable time.

Keywords: silicification; high-temperature processes; diffusive-convective transfer

Received 24 May 2024; revised 10 June 2024; accepted 13 June 2024

doi: 10.17072/1994-3598-2024-2-56-63

1. Введение

Материаловедение является одним из актуальных и перспективных направлений науки и техники, активно развивающимся в настоящее время. В частности, новые технологии производства композитных материалов на основе углерода и кремния позволяют получать вещества с уникальными характеристиками, такими как высокая прочность, жесткость, термическая и химическая устойчивость [1]. Технология насыщения углеродных изделий парами кремния в условиях высоких температур и среднего вакуума в атмосфере остаточного газа называется методом парофазного силицирования. Создание обогащенных кремнием изделий на производстве сопряжено со многими трудностями, одной из которых является плохая воспроизводимость данной технологии. Для создания карбидокремниевых материалов при высоких температурах требуется жесткий контроль процесса силицирования. Оптимальное положение углеродных изделий в реторте печи относительно зеркала расплава кремния определяется эмпирическим способом, что приводит к гигантской ресурс- и энергоёмкости процесса. Эти сложности при производстве продукции связаны, в том числе, с отсутствием адекватной физико-математической модели, описывающей процесс переноса газообразного кремния к изделию.

Ранее разработанные физико-математические модели основывались на предположении о чисто диффузионном переносе паров кремния в реторте

[2]. Такой подход оправдывался большой величиной коэффициента диффузии, для которого формула молекулярно-кинетической теории, с учетом условий, справедливых для реального процесса силицирования, дает значение $D = 0.7 \text{ м}^2/\text{с}$ [3]. Однако, как показывают эксперименты, такая модель имеет недостатки и не подтверждает полностью эмпирические результаты. Подходы, учитывающие не только диффузионный, но и конвективный перенос, разрешают сложившуюся парадоксальную ситуацию. Модели нелинейной диффузии, описываемые в работах [4, 5], показывают, что газообразный кремний заполняет практически все рабочее пространство печи, однако указанные подходы не учитывают перераспределение атомов несущего газа (аргона), считая его неподвижной пористой средой, через которую, как некий флюид, просачивается газообразный кремний.

В данной работе рассматривается более общий теоретический подход, согласно которому газообразный кремний, вылетая с зеркала расплава, переносится к изделию через среду остаточного газа, вовлекая его в своё движение [6]. Представленная модель учитывает не только конвективно-диффузионный перенос кремния, но и перераспределение постороннего газа, в роли которого выступает инертный аргон.

2. Теоретическая модель переноса газообразного кремния

Начало предлагаемой физико-математической модели положено в работе [6]. Геометрия задачи

представлена схематически на рис. 1. Полость, наполненная аргоном, представляет собой две параллельные плоскости (слева источник паров кремния, справа – образец), находящиеся на расстоянии L друг относительно друга. Процесс силицирования протекает в условиях среднего вакуума при давлении несущего газа порядка 100 Па. Высокие температуры ($T \sim 2000$ К), превышающие точку плавления кремния, обеспечивают его интенсивное испарение. Предполагается, что пары кремния генерируются на левой границе и полностью поглощаются изделием на правой границе.

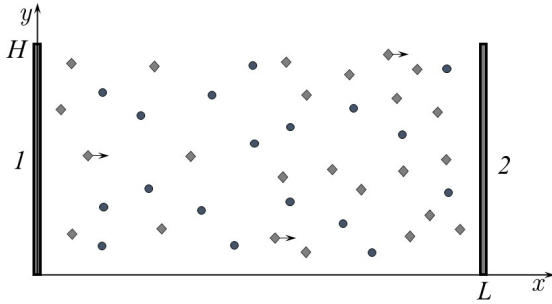


Рис. 1. Модельная постановка задачи: 1 – зеркало расплава, 2 – изделие; ромбики – атомы кремния, кружки – атомы несущей среды (аргон)

Полное давление газовой смеси является результатом сложения парциальных давлений материнской среды – аргона и примеси – газообразного кремния. Аналогичным образом определяется общая плотность газовой смеси:

$$\rho = \rho_a + \rho_k, \quad \rho = \rho_a + \rho_k.$$

Для простоты в данной модели предполагается, что общая плотность газовой смеси не изменяется в пределах всего рабочего пространства печи. Изменение плотности в пространстве одной компоненты газа компенсируется изменением другой, тем самым сохраняется условие $\rho = \text{const}$.

Расширенная модель предполагает нестационарный случай и двумерное течение газа, схематически представленное на рис. 2 ($P_1 > P_2$).

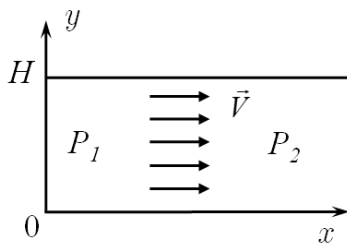


Рис. 2. Схема течения газа в реторте

Среднемассовая скорость определяется следующим образом:

$$\vec{V} = \frac{\rho_a \vec{v}_a + \rho_k \vec{v}_k}{\rho_a + \rho_k},$$

где \vec{v}_a , \vec{v}_k – скорости аргона и кремния соответственно, причем предполагается следующая структура течения:

$$\vec{V} = \vec{V}(u, w, 0), \quad u = u(x, y, t), \quad w = w(x, y, t),$$

где u , w – компоненты вектора скорости. Скорость потока на левой границе задавалась постоянной и была оценена в работе [4]:

$$V_x = \rho_k v / 2(\rho_k + \rho_a).$$

Здесь $v = \sqrt{3kT/m_0}$ – среднеквадратичная скорость, с которой атомы кремния вылетают с поверхности расплава, k – постоянная Больцмана, m_0 – масса одного атома кремния.

Изменение скорости потока газовой смеси определяется из уравнения Навье-Стокса [7]:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \vec{V}.$$

Здесь ν – кинематическая вязкость газа. Спроектируем это уравнение на координатные оси X , Y :

$$X: \quad \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \Delta V_x,$$

$$Y: \quad \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \Delta V_y.$$

Массовая концентрация кремния определяется следующим образом:

$$C = \frac{\rho_k}{\rho_a + \rho_k}.$$

Уравнения, описывающие конвективно-диффузионный перенос паров кремния, имеют вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) C = D \Delta C,$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_y \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right).$$

В уравнении Навье-Стокса переписем давление P через концентрацию C . Для этого сначала выразим плотность паров кремния ρ_k через массовую концентрацию C :

$$C = \frac{\rho_k}{\rho_a + \rho_k} = \frac{\rho_k}{\rho}, \quad \rightarrow \quad \rho_k = C \rho.$$

Используем выражение для общего давления газа: $P = P_a + P_k$. Из уравнения состояния следует, что давления аргона и кремния равны:

$$P_a = \frac{\rho_a R T}{\mu_a}, \quad P_k = \frac{\rho_k R T}{\mu_k},$$

где R – универсальная газовая постоянная, T – значение температуры в системе СИ, μ_a , μ_k – молярные массы аргона и кремния соответственно. Таким образом, общее давление равно:

$$P = \frac{\rho_a R T}{\mu_a} + \frac{\rho_k R T}{\mu_k} = R T \left(\frac{\rho_a}{\mu_a} + \frac{\rho_k}{\mu_k} \right).$$

С учётом следующих соотношений $\rho_a = \rho - \rho_k$, $\rho_k = C\rho$, окончательно выражаем давление P через концентрацию C :

$$P = RT \left(\frac{\rho - C\rho}{\mu_a} + \frac{C\rho}{\mu_k} \right) = RT \left(\frac{\rho}{\mu_a} - C\rho \left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \right).$$

Подставляем полученное выражение для давления в проекции уравнения Навье-Стокса и упрощаем:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} = RT \left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \frac{\partial C}{\partial x} + \nu \Delta V_x,$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} = RT \left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \frac{\partial C}{\partial y} + \nu \Delta V_y.$$

Используем введенные ранее обозначения $V_x = u$, $V_y = w$ и запишем итоговую систему уравнений для описания конвективно-диффузионного переноса потока газовой смеси:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial y} &= \\ &= RT \left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \frac{\partial C}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial y} &= \\ &= RT \left(\frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \frac{\partial C}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + w \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right).$$

Представленная система уравнений решалась численно при помощи явной конечно-разностной схемы. Программная реализация выполнена на языке программирования C++. Для аппроксимации первой производной по пространству в направлении оси x и по времени использовалась схема с «разностями назад». Для аппроксимации первых производных по пространству в направлении оси y и всех вторых производных применена центральная разностная схема второго порядка точности. Шаг по времени выбирался из соображений устойчивости расчетной процедуры. Задача решалась с использованием равномерной прямоугольной сетки, с разбиением пространства на узлы 80:45. Расстояние от зеркала расплава до изделия принималось равным $L = 0.6$ м, высота образца в данной задаче имела значение $H = 0.4$ м.

Отдельного внимания заслуживает описание граничных условий, применяемых с данной системой уравнений. На левой границе использованы следующие граничные условия: концентрация кремния на зеркале расплава задавалась постоянной, равной $C = C_{\max}$, для x - и y -компонент скорости принимались значения равные $V_x = 41$ м/с,

$V_y = 0$. Для правой границы расчётной зоны: концентрация кремния принималась равной нулю $C = 0$, что соответствует условию полного поглощения кремния изделием, для x - и y -компонент скорости ставились условия $V_x = 0$, $\partial V_y / \partial x = 0$. Скорость паров аргона как на зеркале расплава, так и на изделии принята равной нулю $v_a = 0$, что соответствует условию непроницаемости инертного газа. На верхней и нижней границах выполнялись следующие условия: для концентрации кремния принято условие непроницаемости $\partial C / \partial n = 0$, для x -компоненты среднемассовой скорости потока использовалось условие проскальзывания $\partial V_x / \partial y = 0$ или условие прилипания газа $V_x = 0$, значение y -компоненты скорости принято равным нулю $V_y = 0$, что соответствует условию непроницаемости.

О применимости таких различных граничных условий, как условие проскальзывания или условие прилипания газа, можно судить исходя из оценки числа Кнудсена. Число Кнудсена – параметр, который характеризует переход от вязкого режима течения в свободномолекулярный, оно определяется как отношение средней длины свободного пробега молекулы λ к характерному размеру течения L : $K_n = \lambda / L$. Число Кнудсена помогает определить, следует ли использовать для моделирования ситуации статистическую механику или механику сплошной среды. Если число Кнудсена близко или больше единицы, средняя длина свободного пробега молекул сопоставима с характерным масштабом задачи, и предположение о применимости на границах условий прилипания перестает быть справедливым. В таких случаях следует использовать, например, статистические методы исследования. В области значений $10^{-3} < K_n < 1$ реализуется промежуточный случай между свободномолекулярным и континуальным режимами течения разреженного газа. В данной работе число Кнудсена имеет порядок $K_n \sim 10^{-2}$, что позволяет рассмотреть оба варианта граничных условий.

3. Полученные результаты

3.1. Условия проскальзывания

По результатам работы компьютерного кода получено поле концентрации паров кремния, которое изображено на рис. 3.

Анализ условий насыщения паров кремния дает $C_{\max} = 0.07$. Визуально распределение на рис. 3 показывает, что газообразный кремний практически равномерно заполняет все рабочее пространство печи. Лишь вблизи поверхности образца концентрация становится равной нулю за счет наложения на ней условия полного поглощения. Учет конвективного слагаемого в уравнении переноса концентрации подтверждает наблюдаемую в натуральных

экспериментах высокую скорость насыщения углеродного изделия кремнием.

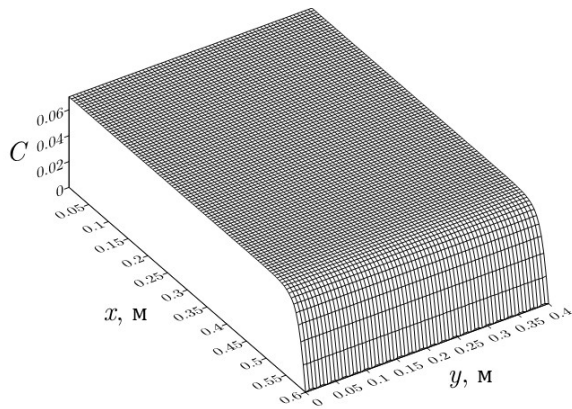


Рис. 3. Поле концентрации паров кремния на момент установления стационарного режима течения при $t = 1$ с

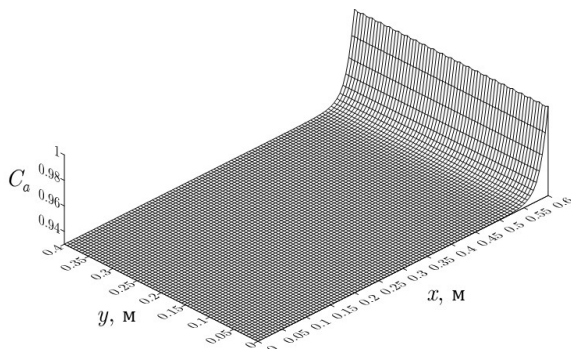


Рис. 4. Поле концентрации аргона на момент установления при $t = 1$ с

Используя предположение о несжимаемости газовой среды и зная, как кремний расположен в пространстве, можно получить еще одно поле концентрации, демонстрирующее перераспределение атомов несущей среды. Поле концентрации аргона изображено на рис. 4.

Предполагается, что инертный газ в начальный момент времени равномерно заполняет всё рабочее пространство печи, кроме поверхности самого зеркала расплава, где генерируются пары кремния. Концентрация аргона определялась следующим образом:

$$C_a = 1 - C.$$

Визуально рис. 4 показывает, что в результате процесса переноса паров кремния аргон постепенно перераспределяется в пространстве и под действием имеющегося диффузионно-конвективного течения оттесняется в сторону изделия.

По результатам обработки численных данных было получено векторное поле среднemasсовой скорости потока газовой смеси, представленное на рис. 5. Это поле скорости соответствует установившемуся режиму течения. Максимальное значе-

ние скорости потока в реторте на рис. 5 имеет значение порядка $V = 64$ м/с. Поскольку скорость газовой смеси равна нулю на поверхности материала, то существующий массоперенос паров кремния вглубь изделия происходит только за счёт механизма диффузии.

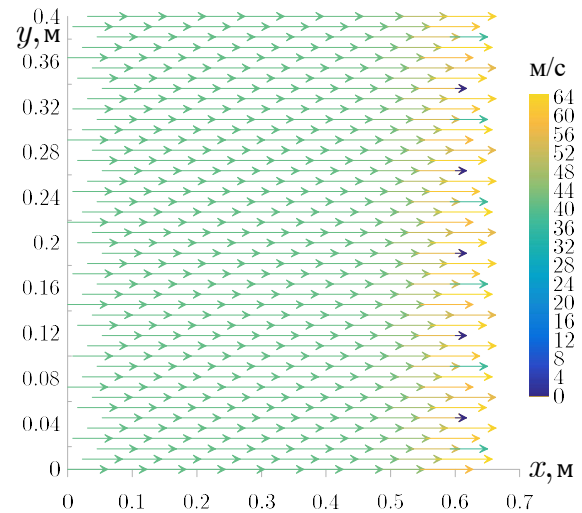


Рис. 5. Векторное поле среднemasсовой скорости потока

На рис. 6. представлен график зависимости максимума среднemasсовой скорости в потоке от времени. Заметно, как скорость газа сначала стремительно увеличивается в течение времени порядка $t \approx 0.00536$ с и достигает некоторого максимального значения $V = 160$ м/с. Далее скорость плавно уменьшается и по достижению системой режима стационарного течения устанавливается конечная скорость потока порядка $V = 64$ м/с, которая больше не изменяется с течением времени в период всего процесса силицирования. Из этого можно сделать вывод, что на начальных моментах времени преобладает инерционный характер движения газовой смеси.

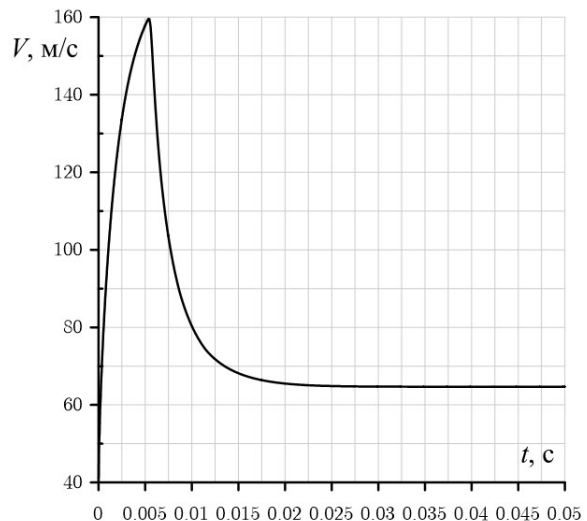


Рис. 6. Зависимость максимума скорости потока газовой смеси от времени

С увеличением скорости потока растет и инерционная составляющая, что приводит к ускорению потока. С течением времени начинают проявляться вязкостные эффекты, которые замедляют движение частиц газа, и в конце концов устанавливается определенное значения скорости.

Стационарное течение устанавливается, когда вязкость и инерция становятся равнозначными, и скорость потока перестает меняться. В этом состоянии поток газовой смеси считается установившимся и равновесным. Следует отметить, что положение максимума скорости сначала движется вместе с концентрационным фронтом кремния, а затем устанавливается на некотором расстоянии от поверхности образца.

3.2. Условия прилипания

Аналогичным образом получено поле концентрации кремния для условия прилипания газа на верхней и нижней границах реторты. Оно изображено на рис. 7. Как и в предыдущем случае, газобразный кремний за невероятно короткий промежуток времени заполняет практически всё рабочее пространство печи.

В отличие от условий проскальзывания, обеспечивающих равномерное распределение кремния по высоте, применение условий прилипания приводит к появлению параболического профиля концентрации в сечении профиля по оси Y .

Поле концентрации аргона представлено на рис. 8. По аналогии с предыдущим рисунком в сечении по оси Y поле имеет параболический профиль, обусловленный прилипанием газа на стенках расчетной области.

На рис. 9. представлено двумерное векторное поле средней массовой скорости. Видно, что в сравнении с предыдущим случаем максимальная скорость потока по причине условий прилипания на границах несколько меньше и достигает порядка $V = 56$ м/с.

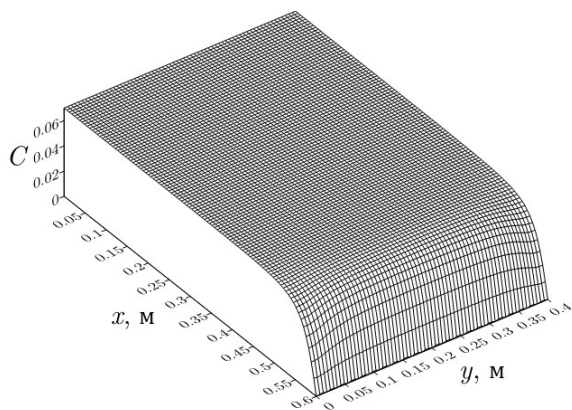


Рис. 7. Поле концентрации кремния на момент установления при $t = 1$ с

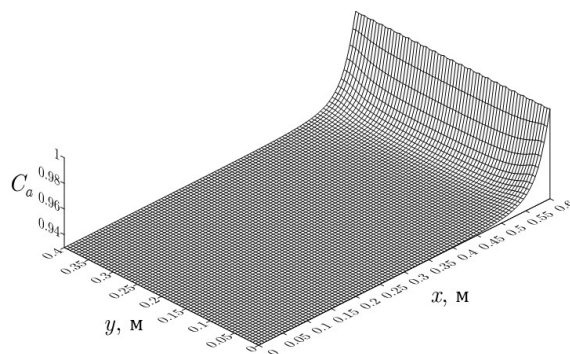


Рис. 8. Поле концентрации аргона на момент установления при $t = 1$ с

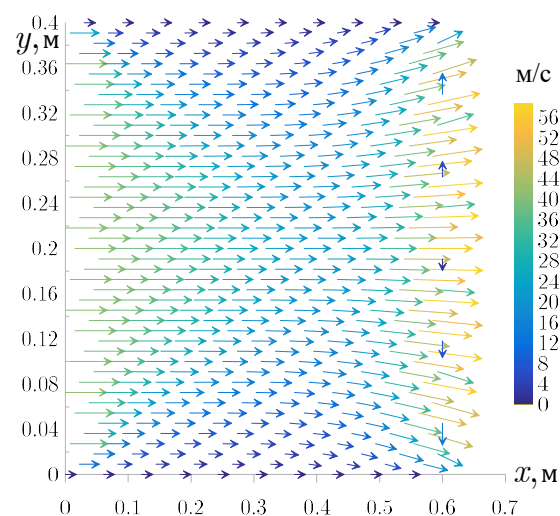


Рис. 9. Векторное поле средней массовой скорости потока

Условия прилипания создают дополнительное сопротивление движению, вследствие чего скорость снижается. Также в отличие от условий проскальзывания, где было получено фактически одномерное течение, в этом случае появляется вертикальная составляющая скорости газовой смеси, наличие которой наиболее заметно на конце потока. Тем не менее расчеты показывают, что учет прилипания на горизонтальных границах расчетной области не сильно сказывается на характеристиках течения. Разница в максимуме средней массовой скорости составляет не более 10%.

На рис. 10 представлен график зависимости максимальной скорости потока от времени. Как и в предыдущем случае заметно быстрое увеличение темпов движения газа в течение времени порядка $t \approx 0.00543$ с. В этот момент времени скорость потока достигает максимального значения, однако из-за имеющегося дополнительного сопротивления в виде условий прилипания эта скорость является несколько заниженной по сравнению с данными, представленными на рис. 6.

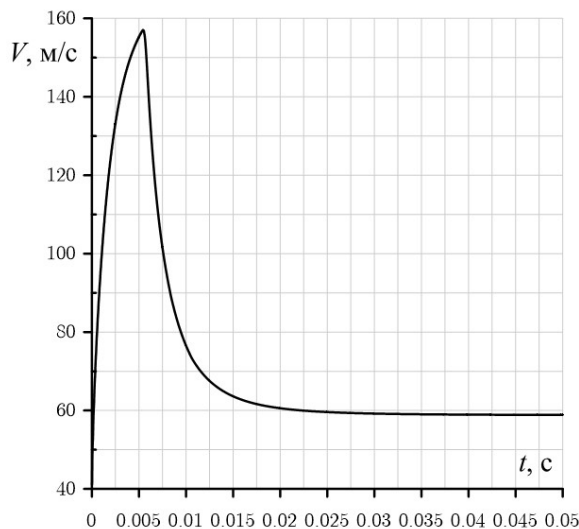


Рис. 10. Зависимость максимальной скорости потока газовой смеси от времени

4. Заключение

По итогам данной работы было получено численное решение системы дифференциальных уравнений, описывающих диффузионно-конвективный поток атомов кремния к пористому углеродному изделию. С учетом оценки числа Кнудсена, возникает необходимость рассмотреть различные граничные условия, такие как условия прилипания и условия проскальзывания газа на боковых стенках. Показано, что выбор граничных условий качественно не влияет на итог процесса силицирования. Таким образом, вне зависимости от того, как ведёт себя газовая смесь в реальных экспериментах, качество и скорость насыщения парами кремния изделия остаются практически неизменными. Результаты численного моделирования подтверждают, что газообразный кремний быстро оттесняет аргон и заполняет практически всё рабочее пространство печи за исключением тонкого слоя вблизи образца. Это означает, что нет необходимости располагать тигли с расплавленным кремнием максимально близко к поверхности изделия. Обобщение модели с учетом дополнительного конвективного переноса позволяет подтвердить аномально интенсивное насыщение пористого углеродного материала парами кремния, наблюдаемое в эксперименте. Разработанная физико-математическая модель указывает на необходимость учета конвективного массопереноса паров кремния в реторте вопреки упрощенной диффузионной модели.

Список литературы

1. Шикунов С. Л., Курлов В. Н. Получение композиционных материалов на основе карбида кремния силицированием углеродных матриц //

- Журнал технической физики. 2017. Т. 87. Вып. 12. С. 1871–1878.
2. Кулик В. И., Кулик А. В., Рамм М. С., Демин С. Е. Численное исследование градиентных газофазных процессов получения керамоматричных композитов с SiC матрицей // Сб. матер. V межд. конф. «Функциональные наноматериалы и высокочистые вещества». М.: ИМЕТ РАН, 2014. С. 128–129.
3. Гиришфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 929 с.
4. Демин В. А., Демина Т. В., Марьшев Б. С. Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3. С. 48–55.
5. Демин В. А., Зинурова В. Э. Влияние неоднородности температурного поля на перенос паров кремния от зеркала расплава к изделию в ходе высокотемпературного силицирования // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. № 2. С. 51–58.
6. Демин В. А., Игошев С. А. Об особенностях переноса газообразного кремния от зеркала расплава к изделию в процессе высокотемпературного силицирования // Мат. всерос. конф. «Пермские гидродинамические научные чтения». Пермь: изд-во Пермского гос. ун-та, 2023. С. 116–120.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Курс теоретической физики. Т. 6. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.

References

1. Shikunov S. L., Kurlov V. N. SiC-based composite materials obtained by siliconizing carbon matrices *Tech. Phys.*, 2017, vol. 62, pp. 1869–1876.
2. Kulik V. I., Kulik A. V., Ramm M. S., Demin S. E. Numerical study of gradient gas-phase processes for obtaining ceramic-ceramic composites with a SiC matrix. Proc. of Vth Int. Conf. *Functional Nanomaterials and High-purity Substances*. Moscow: IMET RAS, 2014, pp. 128–129.
3. Hirschfelder J., Curtiss C., Bird R. *The molecular Theory of Gases and Liquids*. New-York: Wiley, 1964. 1280 p.
4. Demin V. A., Demina T. V., Maryshev B. S. A physical and mathematical model of gas-shaped silicon transfer during high-temperature silicification of carbon composite materials. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2022, no. 3, pp. 48–55 (In Russian).
5. Demin V. A., Zinurova V. E. Influence of the temperature field inhomogeneity on the transfer of silicon vapor from the melt mirror to the product dur-

- ing high-temperature siliconization. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2023, no. 2. pp. 51–58 (In Russian).
6. Demin V. A., Igoshev S. A. On the features of the transfer of gaseous silicon from the melt mirror to the product in the process of high-temperature siliconization. *Proc. of All-Russian Conf. "Perm Hydrodynamic Scientific Readings"*, Perm: Perm University Press, 2023, pp. 116–120 (In Russian).
 7. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Course of Theoretical Physics*, vol. 6. Fluid Mechanics. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1987. 554 p.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Демин В. А., Игошев С. А. К вопросу о физико-математической модели высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий // Вестник Пермского университета. Физика. 2024. № 2. С. 56–63. doi: 10.17072/1994-3598-2024-2-56-63

Please cite this article in English as:

Demin V. A., Igoshev S. A. On an extended physical and mathematical model of high-temperature silicification of porous carbon products. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2024, no. 2, pp. 56–63. doi: 10.17072//1994-3598-2024-2-56-63

Сведения об авторах

1. *Виталий Анатольевич Демин*, д-р. физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068; профессор, кафедра общей физики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Комсомольский пр-т., 29, Пермь, 614990
2. *Сергей Александрович Игошев*, студент, Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068

Author information

1. *Vitaly A. Demin*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Theoretical Physics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia; Professor, Department of General Physics, Perm National Research Polytechnic University; 29, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia.
2. *Sergey A. Igoshev*, Student, Institute of Physics and Mathematics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia.