

УДК 532.5
PACS 47.65.-d

Переходы между электроконвективными режимами слабопроводящей жидкости при инъекции заряда в горизонтальном конденсаторе

В. А. Ильин, Т. И. Чигорина

Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
email: ilin1@psu.ru

Изучены нелинейные режимы электроконвекции неизотермической слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле горизонтального конденсатора. Используется электрогидродинамическое приближение. Рассматривается инъекционный механизм зарядообразования в жидкости. Используется модель униполярной инъекции заряда с катода, согласно которой инжектируемая в жидкость плотность заряда прямо пропорциональна напряжённости электрического поля в конденсаторе. Задача решалась методом конечных разностей. Рассмотрены разные нагревы снизу. В системе существуют два режима стационарной электроконвекции – жестко возникающий режим с большой интенсивностью вихрей и мягко возникающий режим с малой интенсивностью вихрей. Вычислены пороги возникновения этих режимов и исследованы гистерезисные переходы между ними. Определено тепловое число Рэлея, при котором рождается режим с малой интенсивностью вихрей. В невесомости и при малых нагревах наблюдается только режим с большой интенсивностью вихрей. При увеличении нагрева появляется режим с малой интенсивностью вихрей. Интервал существования этого режима увеличивается при дальнейшем росте нагрева.

Ключевые слова: электроконвекция; слабопроводящая жидкость; инъекция заряда; горизонтальный конденсатор

Поступила в редакцию 18.10.2017; принята к опубликованию 13.11.2017

Transitions between electroconvective regimes of a poorly conductive liquid under charge injection in horizontal capacitor

V. A. Il'in, T. I. Chigorina

Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm
email: ilin1@psu.ru

The electroconvection nonlinear regimes of nonisothermal poorly conductive liquid in a steady electric field in the horizontal capacitor have been studied. The electrohydrodynamic approximation is used. The injective mechanism of charge formation is considered. The model of unipolar charge injection from the cathode is used. The injective charge density is directly proportionally of an electric field in the capacitor. The problem was solved by the finite difference method. Different heatings from below are considered. In the system there are two regimes of stationary

electroconvection – hard arising regime with the large intensity of vortices and soft emerging regime with the small intensity of vortices. The thresholds of occurrence of these regimes are calculated. The hysteresis transitions between its are investigated. It is determined the Rayleigh number for which a regime with a small intensity of vortices is produced. In zero gravity and at small heating it is observed only the regime with large intensity of vortices. With increasing heating it is appeared regime with a small intensity of vortices. The interval of existence of this regime increases with the further growth of heating.

Keywords: electroconvection; poorly conductive liquid; injection; horizontal capacitor

Received 18.10.2017; accepted 13.11.2017

doi: 10.17072/1994-3598-2017-3-66-71

1. Введение

Для управления движением жидкостей в электрическом поле необходимо знать законы его действия на конвективные течения [1–3]. Это актуально в связи с проблемой эффективного управления конвекцией, тепло- и массопереносом в различных технологических ситуациях, например, в электрогидродинамических насосах и немеханических переключателях.

Существуют разные механизмы электризации слабопроводящих жидкостей [2–4]. Влияние диэлектрфоретического механизма электроконвекции в диэлектрических жидкостях на движение идеальных диэлектриков рассмотрено в работах [2, 5–7]. Он связан с зависимостью диэлектрической проницаемости жидкости от температуры. Электроконвекция слабопроводящих жидкостей при участии электрокондуктивного механизма зарядообразования исследована в [2, 6, 8]. Этот механизм связан с зависимостью электропроводности жидкости от температуры. Неустойчивость и электроконвекция под действием инжекционного механизма зарядообразования в слабопроводящих жидкостях рассмотрена в работах [2, 6, 9–13]. Электроконвекция изучается в различных системах, например, в системе электродов "провод над плоскостью" [10, 11] или в горизонтальном конденсаторе [9, 12, 13].

В настоящей работе рассматривается инжекционный механизм зарядообразования. Используется модель униполярной инжекции заряда с катода [3, 9]. Согласно этой модели инжектируемая в жидкость плотность заряда прямо пропорциональна напряжённости электрического поля в конденсаторе. В работе [9] рассмотрен изотермический случай, в [12] – подогрев сверху, в [13] – нагрев снизу. В настоящей работе исследованы два режима стационарной электроконвекции с различной интенсивностью вихрей при подогреве снизу. Определены пороги возникновения этих режимов, изучены гистерезисные переходы между ними.

2. Постановка задачи

Рассмотрим бесконечный плоский горизонтальный слой вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости в вертикальном постоянном электрическом поле и поле тяжести с ускорением свободного падения \mathbf{g} . Ось x направлена вдоль нижней границы слоя, ось z – перпендикулярна границам слоя. Два плоских электрода лежат в плоскостях $z = 0$ и $z = h$ (рис. 1), h – толщина слоя.

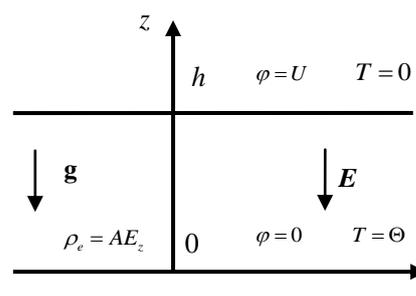


Рис. 1. Геометрия задачи

Идеально тепло- и электропроводные пластины конденсатора нагреты до разной температуры – $T(0) = \Theta$, $T(h) = 0$. Здесь T – температура, отсчитываемая от температуры верхнего электрода, Θ – характерная разность температур. Случай $\Theta > 0$ соответствует нагреву снизу. На катоде (нижнем электроде) потенциал равен нулю $\varphi(0) = 0$, на аноде (верхнем электроде) – $\varphi(h) = U$. Здесь U – напряжение электрического поля.

С катода происходит униполярная инжекция заряда. Плотность свободных зарядов у катода пропорциональна нормальной составляющей вектора напряженности поля $\rho_e = aE_z$, где a – коэффициент, характеризующий степень инжекции.

Движение жидкости и свободных зарядов в слое описывается системой уравнений электрогидродинамики:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) &= -\nabla p + \rho \nu_0 \Delta \mathbf{v} + \rho_e \mathbf{E} + \rho \mathbf{g}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T &= \chi \Delta T, \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_e \mathbf{v} - b \rho_e \mathbf{E}) &= 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \quad \rho = \rho_0 (1 - \beta T), \\ \operatorname{div}(\varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}) &= \rho_e, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ – массовая плотность жидкости; \mathbf{v} – вектор скорости жидкости; p – давление; ν_0 – коэффициент кинематической вязкости; ρ_e – плотность заряда; χ – коэффициент температуропроводности; β – коэффициент теплового расширения жидкости; ε – диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная; b – подвижность зарядов; \mathbf{E} – напряженность, φ – потенциал поля.

Границы слоя непроницаемые, на них выполняются условия прилипания – скорость равна нулю:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad \mathbf{v} = 0, \quad \varphi = 0, \quad \rho_e &= -a \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad T = \Theta, \\ z = h: \quad \mathbf{v} = 0, \quad \varphi = U, \quad T &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Используем безразмерные переменные на основе масштабов: времени – время вязкой диссипации h^2/ν_0 , расстояния – расстояние между электродами h , скорости – ν_0/h , потенциала – U , поля – U/h , давления – $\rho \nu_0^2/h^2$, температуры – Θ , плотности заряда – $\varepsilon \varepsilon_0 U/h^2$.

После обезразмеривания система уравнений (1) с граничными условиями (2) приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{v} - \frac{T_e^2}{M^2} \rho_e \nabla \varphi + \frac{Ra}{Pr} T \boldsymbol{\gamma}, \\ Pr \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T &= \Delta T, \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \quad \Delta \varphi + \rho_e = 0, \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho_e &= \frac{T_e}{M^2} (\rho_e^2 - \nabla \varphi \cdot \nabla \rho_e), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\gamma} = (0, 0, 1)$, p – превышение давления над гидростатическим. Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad \mathbf{v} = 0, \quad \varphi = 0, \quad \rho_e &= -A \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad T = 1, \\ z = 1: \quad \mathbf{v} = 0, \quad \varphi = 1, \quad T &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь введены безразмерные параметры – тепловое число Рэлея Ra , электрические параметры T_e и M , число Прандтля Pr , параметр инжекции A :

$$\begin{aligned} Ra &= \frac{g \beta \Theta h^3}{\nu_0 \chi}, \quad T_e = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 U}{b \rho \nu_0}, \quad M = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\rho}}, \\ Pr &= \frac{\nu_0}{\chi}, \quad A = \frac{ah}{\varepsilon \varepsilon_0}. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассматриваются плоские возмущения $\mathbf{v} = (u, 0, w)$ и $\partial/\partial y = 0$, вводятся функция тока ψ и вихрь скорости Φ :

$$v_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \Phi = (\operatorname{rot} \mathbf{v})_y = -\Delta \psi.$$

В рамках безындукционного приближения безразмерная система уравнений электроконвекции слабопроводящей жидкости имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \Delta \Phi - E \frac{T_e^2}{M^2} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{Ra}{Pr} \frac{\partial \rho_e}{\partial x}, \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \rho_e}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \rho_e}{\partial x} &= \frac{T_e^2}{M^2} \left(\rho_e^2 + E \frac{\partial \rho_e}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{1}{Pr} \Delta T. \end{aligned} \quad (6)$$

Граничные условия следующие:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} &= 0, \quad \rho_e = AE, \quad T = 1, \\ z = 1: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} &= 0, \quad T = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

На боковых границах для всех искомым функций выполняются условия периодичности.

3. Результаты

Задача решалась методом конечных разностей. Эволюционные уравнения решались по явной схеме, конвективные слагаемые в уравнении для заряда и температуры аппроксимировались разностями «против потока». Для уравнения переноса тепла использовались центральные разности. Для удобства работы с условиями периодичности к сетке добавлялись два вертикальных ряда. Вихрь скорости на горизонтальных границах вычислялся по формуле Тома. Для решения уравнения Пуассона использовался метод последовательной верхней релаксации.

Для вычислений выбиралась прямоугольная ячейка с пространственными размерами $L_z = 1$, $L_x = 2$. Размер сетки – 21×41 узел; число Прандтля $Pr = 10$, электрический параметр $M = 14.14$. Использовались условия периодичности. Вычислялись зависимости максимальной функции тока от параметра T_e для разных нагревов – теплового числа Рэлея Ra . Рассмотрен случай подогрева снизу, нагрев сверху – в работе [12].

Результаты расчетов систематизированы. Обнаружены два режима стационарной конвекции,

между которыми наблюдались гистерезисные переходы [13]. На рис. 2 представлены результаты расчётов зависимости максимальной функции тока ψ_m от электрического параметра T_e для $Ra = 400$.

При расчёте с постоянными начальными условиями было обнаружено, что электроконвекция возникает мягким образом при $T_e = 4.8 \cdot 10^3$, наблюдается режим с маленькой интенсивностью вихрей (режим 1). При $T_e = 5.8 \cdot 10^3$ происходит скачкообразный переход к режиму с большой интенсивностью вихрей (режим 2). Интенсивность этого режима растёт с ростом T_e .

В интервале $1.5 \cdot 10^3 \leq T_e \leq 4.7 \cdot 10^3$ в зависимости от начальных условий реализуется либо равновесное распределение, либо стационарный режим 2, при большем поле $4.8 \cdot 10^3 \leq T_e \leq 5.7 \cdot 10^3$ будет либо режим 1, либо режим 2. При $T_e \geq 5.8 \cdot 10^3$ сколь угодно малые возмущения приводят систему после переходных процессов к стационарному режиму 2.

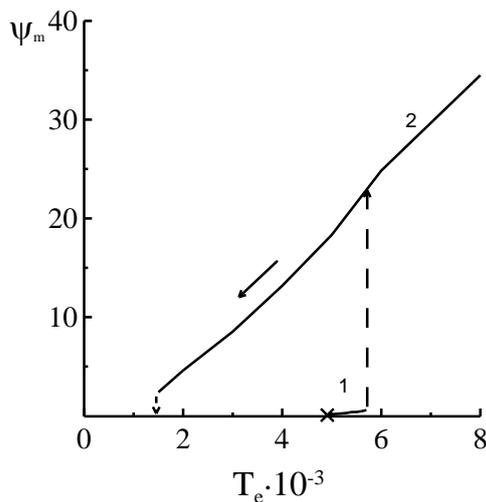


Рис. 2. Зависимость максимальной функции тока от параметра T_e для $Ra = 400$

На основе данных статьи [13] была выявлена следующая закономерность: с уменьшением значения числа Рэлея уменьшается интервал существования режима 1 с маленькой интенсивностью вихрей. В настоящей работе закономерность была продолжена. Для этого были проведены расчёты при значениях числа Рэлея меньше $Ra = 400$.

Пороги переходов между режимами электроконвекции при вычислении зависимости максимального значения функции тока от параметра T_e для разных чисел Ra представлены в таблице. Как видно из неё, с уменьшением числа Рэлея интервал существования режима 1 сужается, и режим исчезает.

При $Ra = 51$ режим 1 ещё существует. Вычисления показали, что при таком нагреве при

$T_e = 6.1 \cdot 10^3$ мягко возникающий режим с малой интенсивностью вихрей наблюдается. При $T_e = 6.2 \cdot 10^3$ происходит скачкообразный переход к режиму 2 с большой интенсивностью вихрей. При движении в пространстве параметров справа налево режим 2 существует до $T_e = 1.5 \cdot 10^3$. При меньшей напряженности поля $T_e < 1.5 \cdot 10^3$ в системе независимо от начальных условий затухают все возмущения, и устанавливается равновесие.

При $Ra = 50$ режим 1 не наблюдается. При $T_e = 6.1 \cdot 10^3$ после длительного переходного процесса устанавливается равновесие. При $T_e = 6.2 \cdot 10^3$ происходит переход к режиму 2.

При меньшем числе Ra присутствует только режим 1. Точка перехода к режиму 2 продолжает расти, в невесомости ($Ra = 0$) этот переход происходит при $T_e = 6.3 \cdot 10^3$.

Пороги возникновения нелинейных режимов и переходов от нижнего к верхнему режиму для разных значений Ra

Ra	Порог возникновения режима 2, T_e	Порог возникновения режима 1, T_e	Порог перехода от режима 1 к режиму 2, T_e
400	$1.5 \cdot 10^3$	$4.8 \cdot 10^3$	$5.8 \cdot 10^3$
300	$1.5 \cdot 10^3$	$5.3 \cdot 10^3$	$5.9 \cdot 10^3$
200	$1.5 \cdot 10^3$	$5.7 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^3$
100	$1.5 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^3$	$6.1 \cdot 10^3$
70	$1.5 \cdot 10^3$	$6.1 \cdot 10^3$	$6.2 \cdot 10^3$
51	$1.5 \cdot 10^3$	$6.1 \cdot 10^3$	$6.2 \cdot 10^3$
50	$1.5 \cdot 10^3$	–	$6.2 \cdot 10^3$
0	$1.5 \cdot 10^3$	–	$6.3 \cdot 10^3$

4. Заключение

В работе изучена динамика нелинейных электроконвективных режимов слабопроводящей жидкости при униполярной инжекции заряда в постоянном электрическом поле горизонтального конденсатора. Исследование проведено при разных нагрехах снизу.

Обнаружены два различных по интенсивности нелинейных стационарных режима электроконвекции. Построены зависимости максимальной функции тока от электрического параметра T_e . Вычислены пороги возникновения режимов и исследованы гистерезисные переходы между ними. Выявлено, что режим с малой интенсивностью

вихрей при малом нагреве отсутствует (при $Ra < 51$), он возникает при $Ra = 51$. При увеличении нагрева жидкости (с ростом числа Рэлея Ra) интервал существования этого режима растёт.

Список литературы

1. *Остроумов Г. А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. Физические основы электрогидродинамики. М.: Наука, 1979. 320 с.
2. *Болога М. К., Гросу Ф. П., Кожухарь И. А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
3. *Жакин А. И.* Электрогидродинамика // Успехи физических наук. 2012. Т. 182, № 5. С. 495–520. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495
4. *Панкратьева И. Л., Полянский В. А.* Основные механизмы электризации слабопроводящих многокомпонентных сред // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2017. № 5. С. 15–22.
5. *Roberts P. H.* Electrohydrodynamic convection // *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1969. Vol. 22, No. 2. P. 211–220. DOI: 10.1093/qjmam/22.2.211
6. *Pontiga F., Castellanos A.* Physical mechanisms of instability in a liquid layer subjected to an electric field and a thermal gradient // *Physics of Fluids*. 1994. Vol. 6, No. 5. P. 1684–1701. DOI: 10.1063/1.868231
7. *Ильин В. А.* Модель электротермической конвекции идеального диэлектрика в горизонтальном конденсаторе // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 5. С. 10–16.
8. *Ильин В. А., Картавых Н. Н.* Модель электротермической конвекции слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе // Электронная обработка материалов. 2017. Т. 53, № 3. С. 73–78.
9. *Верещага А. Н.* Унарная электроконвекция в плоском слое / в сб.: Гидродинамика и процессы тепломассопереноса. Свердловск: УрО АН СССР. 1989. С. 42–47.
10. *Стшков Ю. К., Богданов Д. В.* Влияние неравновесных приэлектродных слоев на структуру ЭГД течений в трехионной модели диэлектрической жидкости // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. Вып. 8. С. 1144–1150.
11. *Стшков Ю. К., Богданов Д. В.* Компьютерное моделирование инжекционного механизма возникновения ЭГД-течений в жидкостях с повышенным уровнем низковольтной проводимости // Электронная обработка материалов. 2017. Вып. 53 (1) С. 16–22.
12. *Мордвинов А. Н., Смородин Б. Л.* Электроконвекция при инъекции с катода и нагреве сверху // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2012. Т. 141. Вып. 5. С. 997–1005.
13. *Ильин В. А.* Электроконвекция слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе

при униполярной инъекции заряда // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. Вып. 1. С. 5–9.

References

1. *Ostroumov G. A.* *Vzaimodejstvie elektricheskikh i gidrodinamicheskikh polej. Fizicheskie osnovy elektrogidrodinamiki* [Interaction of Electric and Hydrodynamic Fields. Physical fundamentals of electrohydrodynamics]. Moscow: Nauka, 1979. 320 p. (In Russian).
2. *Bologa M. K., Grosu F. P., Kozhuhar' I. A.* *Elektrokonvektsiya i teploobmen* [Electrical Convection and Heat Exchange]. Kishinev: Shtiintsa, 1977. 320 p. (In Russian).
3. *Zhakin A. I.* Electrohydrodynamics. *Physics-Uspexhi*, 2012, vol. 55, no. 5, pp. 465–488. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495
4. *Pankrat'eva I. L., Polyanskii V. A.* Basic mechanisms of electrification of weakly conductive multicomponent media. *Fluid Dynamics*, 2017, vol. 52, no. 5. pp. 610–616. DOI: 10.1134/S0015462817050027
5. *Roberts P. H.* Electrohydrodynamic convection. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1969, vol. 22, no. 2, pp. 211–220. DOI: 10.1093/qjmam/22.2.211
6. *Pontiga F., Castellanos A.* Physical mechanisms of instability in a liquid layer subjected to an electric field and a thermal gradient. *Physics of Fluids*, 1994, vol. 6, no. 5, pp. 1684–1701. DOI: 10.1063/1.868231
7. *Il'in V. A.* Model of Electrothermal Convection of an Ideal Dielectric in a Horizontal Capacitor. *Fluid Dynamics*, 2016, vol. 51, no. 5, pp. 588–594. DOI: 10.1134/S0015462816050021
8. *Il'in V. A., Kartavykh N. N.* Model elektrottermicheskoy konvektsii slaboprovodyashchej zhidkosti v gorizontálnom kondensatore (Electrothermal convection model of a poorly conducting fluid in a horizontal capacitor). *Ehlektronnaya obrabotka materialov*, 2017, vol. 53, no. 3, pp. 73–78. (In Russian)
9. *Vereshchaga A. N.* Unarnaja elektrokonvektsiya v ploskom sloe (Unary Electric Convection in a Planar Layer). *Fluid Dynamics and Exchange Processes*, Ural Brach of USSR Academy of Science, Sverdlovsk, 1989, pp. 42–47. (In Russian)
10. *Stishkov Yu. K., Bogdanov D. V.* Effect of nonequilibrium near-electrode layers on the structure of EHD flows in the three-ions model of a dielectric liquid. *Technical Physics*, 2017, vol. 62, no. 8, pp. 1156–1162. DOI: 10.1134/S1063784217080266
11. *Stishkov Yu. K., Bogdanov D. V.* Computer simulation of the injection mechanism of initiation of EHD flows in liquids with a higher level of low-voltage conductivity. *Surface Engineering and Ap-*

- plied Electrochemistry*, 2017, vol. 53, no. 1, pp. 27–33. DOI: 10.3103/S1068375517010148
12. Mordvinov A. N., Smorodin B. L. Electroconvection under injection from cathode and heating from above. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2012, vol. 114, no. 5, pp. 870–877. DOI: 10.1134/S1063776112030181
13. Il'in V. A. Electric Convection of Low-Conductivity Liquid in a Horizontal Capacitor in the Presence of Unipolar Charge Injection. *Technical Physics*, 2017, Vol. 62, No. 1, pp. 1–5. DOI: 10.1134/S1063784217010091

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Ильин В. А., Чигорина Т. И. Переходы между электроконвективными режимами слабопроводящей жидкости при инъекции заряда в горизонтальном конденсаторе // Вестник Пермского университета. Физика. 2017. № 3 (37). С. 66–71. doi: 10.17072/1994-3598-2017-3-66-71

Please cite this article in English as:

Il'in V. A., Chigorina T. I. Transitions between electroconvective regimes of a poorly conductive liquid under charge injection in horizontal capacitor. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2017, no. 3 (37), pp. 66–71. doi: 10.17072/1994-3598-2017-3-66-71