

УДК 532.5
PACS 44.35.+с, 64.70.F-, 47.27.nb

Удельная площадь межфазной поверхности при интенсивном поверхностном кипении системы двух несмешивающихся жидкостей

Д. С. Голдобин^{a,b}, А. В. Долматова^b, И. М. Газдалиев^{a,*}

^a Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

^b Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук
614013, Пермь, Россия

* email: invimind@gmail.com

В работе представляется подход, который может быть использован для получения теоретической оценки площади поверхности раздела в единице объема ($\delta S/\delta V$) – существенной характеристики состояния системы, состоящей из двух хорошо перемешанных между собой, но не взаимно растворимых жидкостей и испытывающей поверхностное кипение. Оценка основана на балансе превращений механической энергии и законах переноса импульса и теплообмена в турбулентном пограничном слое. Конкретно, в работе полагается, что всплывающие пузырьки генерируемого пара осуществляют перемешивание жидкости и служат источником энергии макроскопического механического движения в системе. В статистически квазистационарной ситуации потенциальная механическая энергия плавучести пузырьков, генерируемых в единицу времени, переходит в кинетическую энергию течения системы, которая, в свою очередь, диссипируется вязкостью за то же время. Для описания вязкой диссипации и переноса тепла к границе раздела используется теория турбулентного пограничного слоя. Построенная теория позволяет найти соотношения между удельной площадью контакта двух жидкостей и другими характеристиками, описывающими, или определяющими состояние системы: притоком тепла в систему или ее средней температурой. В частности, это позволяет вывести уравнения динамики остывания системы в отсутствие внешнего источника тепла. Результаты дают возможность построить замкнутое математическое описание процесса поверхностного кипения. В данной работе, для простоты рассмотрения, полагаются одинаковыми объемные доли двух жидких компонент, а значения их кинематической вязкости и молекулярной теплопроводности близкими.

Ключевые слова: поверхностное кипение; удельная площадь контакта; турбулентный пограничный слой

Поступила в редакцию 23.09.2017; принята к опубликованию 25.10.2017

Specific interface area in a system of two immiscible liquids experiencing intense direct contact boiling

D. S. Goldobin^{a,b}, A. V. Dolmatova^b, I. M. Gazdaliev^{a,*}

^a Department of Theoretical Physics, Perm State University, Perm 614990, Russia

^b Institute of Continuous Media Mechanics, UB RAS, Perm 614013, Russia

* email: invimind@gmail.com

In this paper we present an approach to theoretical estimation of the mean interface area in the unit volume ($\delta S/\delta V$), which is significant for a system of two well-stirred immiscible liquids experi-

encing interfacial boiling. The estimation is based on the balance of mechanical energy transformations and the laws of momentum- and heat-transfer within the turbulent boundary layer. Specifically, we assume that the rising bubbles of generated vapour perform stirring of the fluid and serve as a source of the energy of macroscopic mechanical motion. In statistically quasi-steady state, the potential energy of the bubble buoyancy generated per the unit time converts into the kinetic energy of flow, which, in turn, is dissipated due to viscosity per the same time. Description of the viscose dissipation and heat transfer towards the interface is based on the theory of turbulent boundary layer. The theory allows to derive the relations between the specific contact area of two liquids and the other macroscopic characteristics describing the state of the system. In particular, this makes it possible to derive equations for the cooling dynamics of the system in the absence of an external heat influx. On the basis of this approach, one can construct a self-contained mathematical description of the process of interfacial boiling. In this paper, the volume fractions of the two components are assumed to be similar, as well as the values of their kinematic viscosity and molecular thermal diffusivity.

Keywords: interfacial boiling; specific interface area; turbulent boundary layer

Recieved 23.09.2017; accepted 25.10.2017

doi: 10.17072/1994-3598-2017-3-5-15

1. Введение

1.1. Кипение на границе раздела двух сред

Для хорошо перемешанной многофазной жидкостной системы среднее значение площади контакта жидкостей, отнесенное к единице объема ($S_V \equiv \delta S / \delta V$), является существенной характеристикой, описывающей состояние системы. Системы, которые состоят из несмешивающихся жидкостей, испытывающих поверхностное кипение [1–14], являются примерами систем, где параметр S_V существенным образом определяет развитие процесса.

Хорошо известно, что кипение на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей может возникать при более низкой температуре, нежели объемные температуры кипения обеих компонент. Это явление широко известно в литературе и находит множество приложений в промышленности. Частицы из обеих жидких компонент испаряются в слой пара, который образуется между ними. В результате условием роста парового слоя является

$$n_1^{(0)}(T) + n_2^{(0)}(T) \geq \frac{P_0}{k_B T},$$

где $n_j^{(0)}(T)$ – концентрация насыщенных паров вещества j при абсолютной температуре T , P_0 – атмосферное давление, k_B – постоянная Больцмана. Минимальная температура поверхностного кипения T_* соответствует равенству в условии роста парового слоя.

Вместе с тем объемное кипение жидкой компоненты j требует, чтобы $n_j^{(0)}(T)$ превысило $P_0 / (k_B T)$, что означает, что поверхностное кипение начинается ниже точек объемного кипения обеих компонент. Процесс поверхностного кипе-

ния в основном определяется удельной площадью контакта S_V .

Задача расчета S_V не имеет строгого решения. Кроме того, любое прямое численное моделирование этой задачи является чрезвычайно сложным и ресурсоемким (в отношении вычислительных ресурсов) процессом и вместе с тем будет давать результаты, относящиеся к специфическим постановкам задачи. Таким образом, общие оценки S_V становятся весьма востребованными. В данной работе такие оценки производятся для процесса кипения поверхности контакта в системе двух несмешивающихся жидкостей.

Механика процессов в общих чертах может быть описана следующим образом. В области непосредственного контакта двух жидкостей слой пара растет и образует пузырьки, которые отрываются и поднимаются. Наличие пузырьков пара изменяет плавучесть жидкости и приводит к «перемешиванию» системы. Это перемешивание обеспечивает увеличение площади контакта S , тогда как поверхностное натяжение и гравитационная стратификация двух жидкостей стремятся минимизировать площадь поверхности контакта.

В настоящем исследовании предполагается, что объемы обеих компонент соизмеримы: ни одна из фаз не может быть рассмотрена как гостевая. Следовательно, характерная ширина окрестности парового слоя, за которой расположена окрестность другого слоя пара, может быть оценена как

$$H \sim 1/S_V.$$

В настоящей статье, для первого подхода к решению задачи, принимается упрощение. Рассмотрение ограничивается случаем жидкостей, имеющих схожие значения физических параметров, являющихся определяющими для задач о турбулентном пограничном слое и переносе тепла в нем,

– кинематической вязкости и молекулярной теплопроводности.

Предположения схожих объемных долей и физических параметров обеих жидких компонент делают рассматриваемую задачу симметричной относительно взаимной замены двух жидкостей и значительно упрощают анализ.

Целью работы является построение теории, позволяющей найти соотношения между удельной площадью контакта и макроскопическими характеристиками состояния хорошо перемешанной системы. Далее производится аналитическая оценка зависимости S_V от скорости генерации пара (или потока тепла) и средней температуры, а также выводятся уравнения для процесса самоостывания при отсутствии внешних источников тепла.

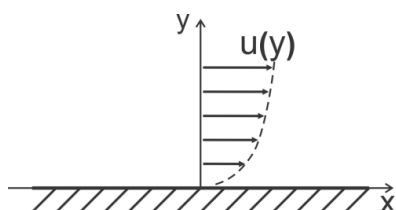


Рис. 1. Турбулентный пограничный слой возле твердой плоской стенки

1.2. Турбулентный пограничный слой

В случае жидкостей, параметры вязкости которых сходны с параметрами воды, вязкий пограничный слой имеет малую толщину в сравнении с реалистичными размерами складок поверхности контакта, что подразумевает, что течение в объеме жидкости является либо невязким (что практически невозможно), либо турбулентным (что больше соответствует процессам, протекающим в рассматриваемой системе).

Таким образом, необходимо учитывать турбулентные течения возле поверхности. Описание свойств этих течений известно из теории турбулентного пограничного слоя.

Теория пограничного турбулентного слоя была развита Карманом [16] и Прандтлем [17] и хорошо описана в [18], на которой основан этот раздел.

В турбулентном пограничном слое около плоской твердой стенки, вне «вязкого подслоя» (небольшой окрестности границы, где молекулярная и турбулентная вязкости имеют сопоставимую величину), макроскопическое течение u является сдвиговым (касательно к поверхности) и определяется плотностью жидкости ρ , потоком импульса к поверхности Π и расстоянием от стенки y . А именно,

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*}{\kappa y}, \quad (1)$$

где введена величина u_* , которая определяется соотношением $\Pi = \rho u_*^2$ и может быть интерпретирована как характерная скорость

турбулентных пульсаций, κ – безразмерная постоянная Кармана, которая определяется экспериментально:

$$\kappa \approx 0.4.$$

В общем случае:

$$u = u_* f(\xi), \quad \xi = y u_* / \nu, \quad (2)$$

где ν – кинематическая вязкость. Вне вязкого подслоя (в том числе для $\xi \geq 1$) на основании (1) и экспериментальных данных можно получить

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{y u_*}{\xi_0 \nu}, \quad (3)$$

где эмпирическая константа $\xi_0 \approx 0.13$. Среднее значение потока энергии к границе может быть определено как

$$q_u = u \Pi. \quad (4)$$

Для температурных полей профиль среднего значения в турбулентном пограничном слое зависит также от числа Прандтля $Pr = \nu/\chi$. Дополнительное принципиальное отличие между температурным и вязким пограничными слоями заключается в том, что температурное поле является пассивным скаляром, в то время как среднее значение скорости является векторной величиной, которая, в свою очередь, также связана с турбулентным вихревым каскадом. Как следствие, поле осредненной температуры имеет некоторые отличительные особенности по сравнению с (3):

$$T = \beta \frac{q_T}{\kappa \rho c_p u_*} \left[\ln \frac{y u_*}{\nu} + f_T(Pr) \right] + T_0, \quad (5)$$

где T_0 – температура границы, q_T – поток тепловой энергии к границе, c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, эмпирическая константа $\beta = 0.9$ и появляется некоторая эмпирическая функция $f_T(Pr)$, описывающая влияние числа Прандтля (для температурного пограничного слоя эта функция появляется на месте слагаемого $\ln(1/\xi_0)$, имевшего место в (3)) [18, 19].

Для реалистичных ситуаций u_* варьируется в диапазоне 0.1 – 0.2 м/с, а аргумент логарифма в (3) имеет порядок величины 1 для $y \sim 10^{-6}$ м. Для такого масштаба свободная поверхность является недеформируемой из-за поверхностного натяжения. Поверхностные искривления становятся существенными для пространственного масштаба порядка 1 мм, когда значение аргумента логарифма $(y u_*)/(\xi_0 \nu) \sim 10^3$ и дальнейшее увеличение расстояния y в 10 раз вызывает относительное увеличение логарифма лишь на 1/4. Таким образом, существенные изменения средних полей потока и температуры происходят на масштабах, где поверхность является практически недеформируемой и теория турбулентного пограничного слоя может быть справедлива для рассматриваемой

системы, имеющей в качестве границы поверхность раздела двух жидкостей. Однако стоит учесть, что на неподвижных поверхностях скорость строго равна нулю, в то время как для недеформируемых поверхностей могут присутствовать вихревые движения с течением вдоль поверхности. Таким образом, количественная характеристика профилей пограничного слоя может быть отлична по сравнению со случаем неподвижной поверхности. С учетом того, что постоянные κ и β относятся к независимым от масштаба свойствам профилей, можно предположить, что различия в протекании процессов внутри вязкого подслоя для случаев неподвижной поверхности и свободной недеформируемой поверхности скажутся на ξ_0 и $f_T(\text{Pr})$, в то время как κ и β должны оставаться неизменными. Используя знания о свойствах турбулентного пограничного слоя, можно оценить величины вязкой диссипации кинетической энергии течения и притока тепла к поверхности.

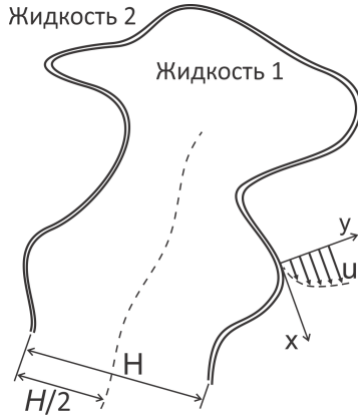


Рис. 2. Схема парового слоя между двумя несмешивающимися жидкостями

1.3. Вязкая диссипация энергии и теплообмен в турбулентном пограничном слое

Поток кинетической энергии из объема одной из жидкостей к поверхности контакта может быть оценен на основе соотношения (4). С другой стороны, этот поток представляет собой вязкие потери кинетической энергии макроскопического течения жидкости в объеме:

$$q_u \left(y = \frac{H}{2} \right) \approx \frac{1}{2} \frac{\delta \dot{W}_{\text{visc}}}{\delta S}, \quad (6)$$

где $\delta \dot{W}_{\text{visc}}$ – вязкие потери энергии, отнесенные к площади δS поверхности контакта. Таким образом,

$$\begin{aligned} \frac{\delta \dot{W}_{\text{visc}}}{\delta V} &\approx \left(\frac{\delta S}{\delta V} \right) 2q_u \left(y = \frac{H}{2} \right) = \\ &= 2S_V \text{Pr} u \left(y = \frac{H}{2} \right) = \\ &= S_V \frac{2\rho u_*^3}{\kappa} \ln \frac{Hu_*}{2\xi_0 \nu}. \end{aligned} \quad (7)$$

Основной вклад в среднюю по пространству кинетическую энергию течения жидкости $W_{\text{liq},k}$ приходится на осредненное течение, в то время как вклад кинетической энергии турбулентных пульсаций течения может быть опущен:

$$\frac{\delta W_{\text{liq},k}}{\delta V} \approx \frac{2}{H} \int_0^{H/2} \frac{\rho u^2}{2} dy \approx \frac{\rho u_*^2}{2\kappa^2} \ln^2 \frac{Hu_*}{e\xi_0 \nu}. \quad (8)$$

Можно оценить среднюю температуру из уравнения (5), выражая зависимость между $\langle T \rangle$ и q_T :

$$\begin{aligned} \langle T \rangle &= \frac{2}{H} \int_0^{H/2} T dy \approx \\ &\approx T_0 + \frac{\beta q_T}{\kappa \rho c_P u_*} \left(\ln \frac{Hu_*}{2\nu} + f_T(\text{Pr}) - 1 \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Предполагается, что температура поверхности контакта равна минимальной температуре, необходимой для роста пара $T_0 = T_*$. На основе известных данных [14] можно оценить, что типичное значение разницы $(T_0 - T_*)$, наблюдаемое в экспериментах, имеет порядок $\sim 10^{-3} \text{K}$. Таким образом, в рассматриваемом случае можно пренебречь этой разницей. Из (9) можно оценить зависимость притока тепла за счет среднего перегрева (превышения температуры над T_*) $\langle \Theta \rangle = \langle T - T_* \rangle$:

$$q_T \approx \frac{\kappa \rho c_P u_* \langle \Theta \rangle}{\beta \left(\ln \frac{Hu_*}{2\nu} + f_T(\text{Pr}) - 1 \right)}. \quad (10)$$

1.4. Баланс энергетического потока в хорошо перемешанной системе

Получим соотношения между макроскопическим параметром $S_V = (\delta S / \delta V)$ состояния системы и скоростью притока тепла, отнесенной к единице объема, $\dot{Q}_V = \delta Q / (\delta V \delta t)$ для статистически стационарного процесса поверхностного кипения. Статистическая стационарность вынужденного процесса перемешивания подразумевает баланс потоков механической энергии.

Следует различать макроскопические и внутренние (термодинамические) степени свободы. Это замечание является важным, поскольку, несмотря на возможность перехода макроскопической кинетической энергии во внутреннюю вследствие вязкой диссипации, прямой переход внутренней энергии в макроскопическую запрещен основными принципами термодинамики. Единственным механизмом привнесения в систему энергии макроскопического движения является плавучесть образующихся пузырьков пара. Сравним количество энергий, приходящихся на макроскопические и внутренние степени свободы. Энергия теплового движения атомов соответствует характеристическим скоростям атомов $10^2 - 10^3$ м/с. На практике для воды скрытая теплота парообразования значительно больше, чем кинетическая энергия теплового движения ее атомов

при температуре $T = 300$ К. В случае макроскопических степеней свободы механическое движение происходит под действием потенциальных сил тяжести и поверхностного натяжений. Таким образом, свободная энергия, связанная с этими степенями свободы, имеет тот же порядок величины, как и макроскопической кинетической энергии. В рассматриваемых системах макроскопическое течение, имеющее скорость 1 м/с, может быть рассмотрено как довольно сильное. Это означает, что энергия макроскопического течения меньше, чем внутренняя энергия более чем в 10^5 раз. Таким образом, макроскопические степени свободы имеет пренебрежимо малый вклад в баланс внутренней энергии. Подводя итог, можно сформулировать следующее:

1. Приток механической энергии в систему определяется только плавучестью образующихся пузырьков.

2. Количество выделяющихся пузырьков пара определяется переносом тепла к поверхности, испытывающей кипение.

Течение и результирующее перемешивание в системе определяются плавучестью пузырьков пара, в то время как другие механизмы препятствуют перемешиванию системы. К числу этих механизмов относится гравитационная стратификация двух жидкостей, поверхностное натяжение, стремящееся минимизировать площадь поверхности контакта, и диссипация энергии течения из-за вязкости. Как было указано выше, можно предположить, что весь приток тепла в систему расходуется на генерацию пара: $\dot{Q}_V V \rightarrow (\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}) \dot{V}_{\text{vap}}$, где V – объем системы, \dot{V}_{vap} – объем пара, образующийся в системе в единицу времени, Λ_j – энтальпия парообразования, приходящаяся на одну молекулу жидкости j , $n_j^{(0)}$ – концентрация частиц жидкости j в парах. Таким образом,

$$\dot{V}_{\text{vap}} = \frac{\dot{Q}_V V}{\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}}. \quad (11)$$

Потенциальная энергия плавучести поднимающихся пузырьков $\rho V_{\text{vap}} gh/2$ (где h – линейный размер системы, $h \sim V^{1/3}$, а ρ – средняя плотность жидкостей, в то время как плотность пара считается пренебрежимо малой по сравнению с плотностью жидкости) обращается в кинетическую энергию течения жидкости, потенциальную энергию перемешанного состояния двух-жидкостной системы и энергию поверхностного натяжения, в то время как часть энергии рассеивается вследствие вязкости. В статистически стационарном состоянии механическая кинетическая и потенциальная энергии в среднем не изменяются и весь приток механической энергии рассеивается за счет вязкости:

$$\rho V_{\text{vap}} gh/2 \rightarrow \dot{W}_{\text{visc}} \tau,$$

где τ – время, за которое образуется пар объемом V_{vap} , $V_{\text{vap}} = \dot{V}_{\text{vap}} \tau$. Таким образом,

$$\rho \dot{V}_{\text{vap}} gh/2 = \dot{W}_{\text{visc}}. \quad (12)$$

В свою очередь вязкая диссипация кинетической энергии потока \dot{W}_{visc} определяется уравнением (7).

Далее следует определить соотношение между кинетической энергией течения и потенциальной механической энергией системы. Всплывающие пузырьки сообщают системе механическую энергию, в то время как стохастическая динамика системы определяется процессами переноса импульса и потенциальными силами: гравитацией и поверхностным натяжением на межфазной поверхности. Гамильтоновы системы с большим числом степеней свободы испытывают термализацию и стремятся к термодинамическому равновесию. В термодинамическом равновесии для степеней свободы, которым в Гамильтониане отвечают квадратичные слагаемые, полная средняя энергия равномерно распределяется между потенциальной и кинетической составляющими (это утверждение часто подменяется упрощением, что энергия одинаково распределяется между кинетической и потенциальной составляющими для каждой степени свободы). Хотя в турбулентных системах вязкость играет существенную роль, кинетическая энергия рассеивается только на краю спектра волновых чисел, что делает систему слабо диссипативной, и ее динамику можно считать почти консервативной. Имея дело со случаем, когда нельзя строго говорить о термализации динамики стохастической Гамильтоновой системы, все же можно полагаться на приближительную оценку, что кинетическая энергия течения имеет тот же порядок величины, что и механическая потенциальная энергия системы. Таким образом,

$$W_{\text{liq,k}} \sim W_{\text{liq,pg}} + W_{\text{liq,p}\sigma}, \quad (13)$$

где $W_{\text{liq,pg}}$ и $W_{\text{liq,p}\sigma}$ – гравитационная потенциальная энергия и энергия поверхностного натяжения соответственно. В качестве нулевого уровня этих потенциальных энергий возьмем стратифицированное состояние системы с плоской горизонтальной поверхностью раздела.

Гравитационная потенциальная энергия хорошо перемешанного состояния с равномерным распределением двух фаз по высоте равна

$$W_{\text{liq,pg}} = \frac{1}{2} \Delta \rho V gh,$$

где $\Delta \rho$ – разница плотностей обеих компонент. Энергия поверхностного натяжения:

$$W_{\text{liq,p}\sigma} \approx (\sigma_1 + \sigma_2) S_V V,$$

где опущен вклад, связанный с площадью контакта двух жидкостей в стратифицированном состоянии, в силу его малости по сравнению с площадью S_V в хорошо перемешанном состоянии. В связи с

присутствием парового слоя между жидкостями эффективный коэффициент поверхностного натяжения поверхности контакта определяется как $(\sigma_1 + \sigma_2)$, а не $\sigma_{1,2}$, что было бы справедливо в случае отсутствия парового слоя.

2. Удельная площадь контакта S_V и баланс переноса энергии

2.1. S_V как функция среднего значения перегрева $\langle \Theta \rangle$

Из уравнений (7), (12) и (11) можно получить выражение для \dot{Q}_V :

$$\dot{Q}_V \approx \frac{\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}}{gh} S_V \frac{4u_*^3}{\kappa} \ln \frac{Hu_*}{2\xi_0 v}. \quad (14)$$

С другой стороны, в приток тепла к поверхности контакта в объеме δV вносит вклад поток q_T с каждой из сторон $2q_T \delta S$. То есть $\dot{Q}_V = 2S_V q_T$. Окончательно можно получить:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_V &= S_V \frac{2\kappa \rho c_p u_* \langle \Theta \rangle}{\beta \left(\ln \frac{Hu_*}{2v} + f_T(Pr) - 1 \right)} \approx \\ &\approx S_V \frac{2\kappa \rho c_p u_* \langle \Theta \rangle}{\beta \ln \frac{Hu_*}{2\xi_0 v}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Сопоставляя потребление тепла (14) на генерацию пара и турбулентный перенос тепла к поверхности (15), можно получить:

$$\begin{aligned} \langle \Theta \rangle &\approx \frac{\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}}{\rho c_p gh} 2\beta \frac{u_*^2}{\kappa^2} \ln^2 \frac{Hu_*}{2\xi_0 v} \approx \\ &\approx \frac{4\beta (\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}) \delta W_{\text{liq,k}}}{\rho^2 c_p gh \delta V}. \end{aligned} \quad (16)$$

Учтем (13), которое определяет связь между $W_{\text{liq,k}}$ и потенциальной энергией, которая, в свою очередь, является явной функцией макроскопического параметра S_V . Таким образом,

$$\langle \Theta \rangle \approx \Theta_g \left[1 + \frac{2}{k_{12}^2 h} S_V \right], \quad (17)$$

где

$$\Theta_g = \frac{2\beta (\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_1 n_2^{(0)}) \Delta \rho}{\rho^2 c_p}$$

и характеристическое волновое число для гравитационно-капиллярных волн на горизонтальной границе раздела

$$k_{12} = \sqrt{\frac{(\rho_2 - \rho_1)g}{\sigma_1 + \sigma_2}},$$

где, как было указано выше, коэффициент эффективного поверхностного натяжения поверхности

контакта двух жидкостей в присутствии парового слоя определяется как $(\sigma_1 + \sigma_2)$ [17]. Стоит отметить, что относительная значимость первого и второго членов в квадратных скобках в (17) зависит от вертикального размера системы $h \sim V^{1/3}$. Для систем типа н-гептан–вода $k_{12} \equiv 1/k_{12} \approx 0.5$ см. и $\Theta_g \approx 0.346$ К [14]. Для хорошо перемешанных систем расстояние между складками поверхностей контакта $H \sim S_V^{-1} \ll h$. Можно выделить два предельных случая:

1. $hS_V \ll l_{k_{12}}^2$, что соответствует случаю систем, в которых поверхностное натяжение является доминирующим фактором.

2. $hS_V \gg l_{k_{12}}^2$, что соответствует случаю систем, в которых гравитация является доминирующим фактором.

Температура Θ_g существенно меньше, чем среднее значение максимального перегрева Θ , который может быть достигнут до начала объемного кипения одной из компонент системы, и для пары жидкостей н-гептан–вода составляет 20 К. Таким образом, согласно [17], процесс кипения будет определяться главным образом поверхностным натяжением (так как второй аргумент в фигурных скобках будет больше 1).

Уравнение (17) может быть преобразовано в функцию от среднего избытка тепла $\langle \Theta \rangle$:

$$S_V \approx \frac{k_{12}^2 h}{2} \left(\frac{\langle \Theta \rangle}{\Theta_g} - 1 \right). \quad (18)$$

2.2. Системы, управляемые притоком тепла \dot{Q}_V

Уравнение (14) может быть переписано в терминах скорости генерации пара:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}_{\text{vap}}}{V} &\approx \frac{S_V}{gh} \frac{4u_*^3}{\kappa} \ln \frac{Hu_*}{2\xi_0 v} = \\ &= \frac{4S_V}{gh} u_*^2 \sqrt{\frac{2(\delta W_{\text{liq,k}}/\delta V)}{\rho}} = \\ &= \frac{4S_V}{gh} u_*^2 \sqrt{\frac{\Delta \rho gh + 2(\sigma_1 + \sigma_2)S_V}{\rho}}, \end{aligned} \quad (19)$$

где использованы соотношения (2) и (8) для $W_{\text{liq,k}}$. Из уравнений (8) и (13) следует

$$\frac{1}{2} \Delta \rho gh + (\sigma_1 + \sigma_2)S_V \approx \frac{\rho u_*^2}{2\kappa^2} \ln^2 \frac{u_*}{e\xi_0 v S_V}. \quad (20)$$

Уравнения (13) и (14) определяют зависимость между S_V и (\dot{V}_{vap}/V) в параметрическом виде, где u_* параметризует решение.

К сожалению, аналитическое вычисление явной зависимости S_V от управляющего параметра (\dot{V}_{vap}/V) из уравнений (19) и (20) является проблематичным даже при условии того, что аргумент

логарифмической функции представляет собой большое число. Однако с учетом того, что в системе доминирующей силой является сила поверхностного натяжения, можно пренебречь гравитационной потенциальной энергией на фоне энергии поверхностного натяжения. Тогда уравнения (19) и (20) можно переписать как

$$\frac{\dot{V}_{\text{vap}}}{V} \approx \frac{4S_V}{gh} u_*^2 \sqrt{\frac{2(\sigma_1 + \sigma_2)S_V}{\rho}}, \quad (21)$$

$$(\sigma_1 + \sigma_2)S_V \approx \frac{\rho u_*^2}{2\kappa^2} \ln^2 \frac{u_*}{e\xi_0 \nu S_V}. \quad (22)$$

Из уравнения (21)

$$u_*^2 \approx \frac{gh}{4} \sqrt{\frac{\rho}{2(\sigma_1 + \sigma_2)}} \frac{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)}{S_V^{3/2}}.$$

Таким образом, уравнение (22) может быть переписано в следующей форме:

$$(\sigma_1 + \sigma_2)S_V \approx \frac{\rho gh}{8\kappa^2} \sqrt{\frac{\rho}{2(\sigma_1 + \sigma_2)}} \frac{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)}{S_V^{3/2}} \times \ln^2 \left(\frac{\sqrt{gh}}{2e\xi_0 \nu} \left(\frac{\rho}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/2}}{S_V^{7/4}} \right). \quad (23)$$

Квадратный корень последнего уравнения позволяет получить

$$S_V^{5/4} = \alpha_1 (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/2} \ln \frac{\alpha_2 (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/2}}{S_V^{7/4}}, \quad (24)$$

где

$$\alpha_1 \equiv \frac{\sqrt{gh}}{2\kappa} \left(\frac{\rho}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \right)^{3/4}, \quad (25)$$

$$\alpha_2 \equiv \frac{\sqrt{gh}}{2e\xi_0 \nu} \left(\frac{\rho}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \right)^{1/4}. \quad (26)$$

Зависимость S_V от (\dot{V}_{vap}/V) должна быть получена из (24), где последнее решается итерационно.

Следует обратить внимание на то, что аргумент логарифмической функции в (24) имеет такой же порядок величины, как и в (7), и эти величины могут быть оценены для физических параметров системы н-гептан–вода [14]. Результат такой оценки дает величину не меньшую, чем $10^2 - 10^3$, что может быть использовано при решении (24) итерационным способом. Действительно, умножение большого аргумента логарифмической функции на множитель, величина которого больше единицы, но много меньше, чем значение аргумента, несущественно изменит значение логарифма.

Для нулевой итерации можно записать

$$(S_V^{(0)})^{5/4} = \alpha_1 (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/2},$$

или

$$S_V^{(0)} = \alpha_1^{4/5} (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{2/5}.$$

После 1-й итерации:

$$(S_V^{(1)})^{5/4} = \alpha_1 (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/2} \ln \frac{\alpha_2 (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/2}}{(S_V^{(0)})^{7/4}},$$

или

$$S_V^{(1)} = \alpha_1^{4/5} (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{2/5} \ln^{4/5} \frac{\alpha_2}{\alpha_1^{7/5} (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/5}}.$$

После 2-й итерации:

$$(S_V^{(2)})^{5/4} = \alpha_1 (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/2} \ln \frac{\alpha_2 (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/2}}{(S_V^{(1)})^{7/4}}$$

или

$$S_V^{(2)} = \alpha_1^{4/5} (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{2/5} \ln^{4/5} \left(\frac{\alpha_{\dot{Q}_V}}{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/5}} \ln^{-7/5} \frac{\alpha_{\dot{Q}_V}}{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/5}} \right), \quad (27)$$

где

$$\alpha_{\dot{Q}_V} \equiv \frac{\alpha_2}{\alpha_1^{7/5}}.$$

В итоге,

$$S_V = \alpha_1^{4/5} (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{2/5} \times \ln^{4/5} \left(\frac{\alpha_{\dot{Q}_V}}{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/5}} \ln^{-7/5} \left(\frac{\alpha_{\dot{Q}_V}}{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/5}} \times \ln^{-7/5} \left(\frac{\alpha_{\dot{Q}_V}}{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/5}} \ln^{-7/5} \left(\frac{\alpha_{\dot{Q}_V}}{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/5}} (\dots) \right) \right) \right) \right) \equiv \alpha_1^{4/5} (\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{2/5} F_{7/5, \text{inf}} \left(\frac{\alpha_{\dot{Q}_V}}{(\dot{V}_{\text{vap}}/V)^{1/5}} \right), \quad (28)$$

где $F_{7/5, \text{inf}} \equiv F_{7/5, n=\infty}$, а промежуточный элемент последовательности выглядит как

$$F_{7/5, n}(z) \equiv \ln^{4/5} \underbrace{\left(z \ln^{-7/5} (\dots z \ln^{-7/5} (z) \dots) \right)}_{(n-1) \text{ раз}},$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$. Функция $F_{7/5, \text{inf}}(z)$ представлена на рис. 3,а.

Уравнение (28) может быть использовано в различных задачах для вычисления S_V при известном параметре (\dot{V}_{vap}/V) или притоке тепла \dot{Q}_V , где для последнего может быть необходимо воспользоваться выражением (11), связывающим приток тепла со скоростью генерации пара:

$$\frac{\dot{V}_{\text{vap}}}{V} = \frac{\dot{Q}_V}{\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}}.$$

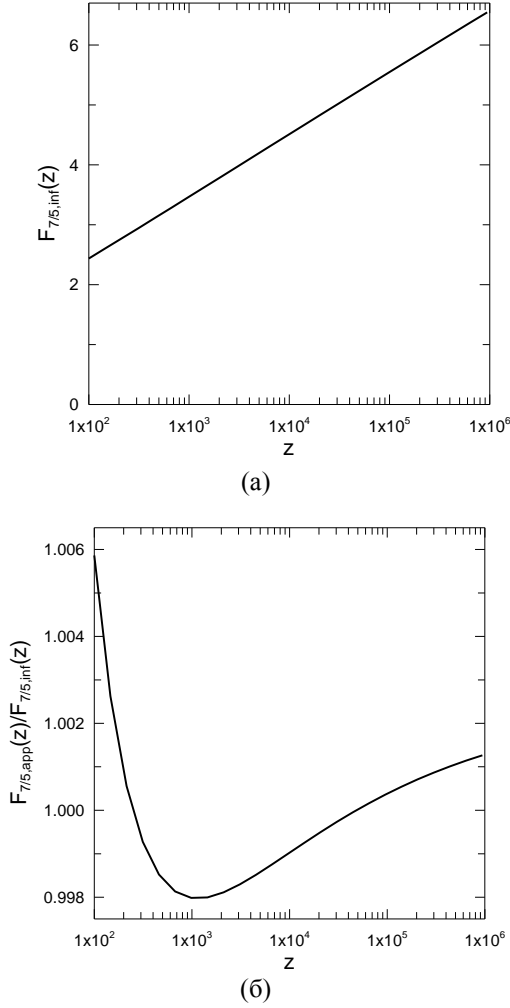


Рис. 3. К решению уравнения (24): а) – функция $F_{7/5,inf}(z)$; б) – отношение приближения и точной функции $F_{7/5,app}(z)/F_{7/5,inf}(z)$

2.3. Самоостывание

Рассмотрим динамику охлаждения системы, испытывающей поверхностное кипение без подвода тепла. Тепло, затрачиваемое на генерацию пара, может быть получено из выражения для убыли среднего значения температуры:

$$\dot{Q}_V = \rho c_P (-\langle \dot{\Theta} \rangle). \quad (29)$$

Уравнение (29) выражает зависимость притока тепла \dot{Q}_V к поверхности раздела (а значит и скорости генерации пара \dot{V}_{vap} , см. (11)) от скорости понижения температуры:

$$\frac{\rho c_P (-\langle \dot{\Theta} \rangle)}{\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}} = \frac{4S_V}{gh} u_*^2 \sqrt{\frac{\Delta \rho gh + 2(\sigma_1 + \sigma_2)S_V}{\rho}}. \quad (30)$$

Уравнения (30) и (20) формируют замкнутую систему уравнений, устанавливающую связь

между S_V и $(-\langle \dot{\Theta} \rangle)$ в параметрическом виде, зависимость параметризуется u_* .

До самых поздних этапов самоостывания избыток средней температуры $\langle \Theta \rangle$ остается значительно больше величины Θ_g и, следовательно, можно положить, что в системе доминирующей механической потенциальной силой является сила поверхностного натяжения. Тогда, аналогично уравнениям (21)–(22), из уравнений (30) и (20) можно найти:

$$\frac{\rho c_P (-\langle \dot{\Theta} \rangle)}{\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}} \approx \frac{4}{gh} \sqrt{\frac{2(\sigma_1 + \sigma_2)}{\rho}} u_*^2 S_V^{3/2}, \quad (31)$$

$$(\sigma_1 + \sigma_2)S_V \approx \frac{\rho u_*^2}{2\kappa^2} \ln^2 \frac{u_*}{e\xi_0 \nu S_V}. \quad (32)$$

Из (31) следует:

$$u_*^2 \approx \frac{c_P (-\langle \dot{\Theta} \rangle) gh}{4(\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)})} \frac{1}{\sqrt{2(\sigma_1 + \sigma_2)}} \left(\frac{\rho}{S_V} \right)^{3/2},$$

и (32) дает:

$$S_V^{5/4} = \tilde{\alpha}_1 \sqrt{-\langle \dot{\Theta} \rangle} \ln \frac{\tilde{\alpha}_2 \sqrt{-\langle \dot{\Theta} \rangle}}{S_V^{7/4}}, \quad (33)$$

где

$$\tilde{\alpha}_1 \equiv \frac{1}{2\kappa} \sqrt{\frac{\rho c_P gh}{\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}}} \left(\frac{\rho}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \right)^{3/4}, \quad (34)$$

$$\tilde{\alpha}_2 \equiv \frac{1}{2e\xi_0 \nu} \sqrt{\frac{\rho c_P gh}{\Lambda_1 n_1^{(0)} + \Lambda_2 n_2^{(0)}}} \left(\frac{\rho}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \right)^{1/4}. \quad (35)$$

Используя соотношение (18), можно получить

$$\dot{S}_V = \frac{k_{12}^2 h}{2\Theta_g} \langle \dot{\Theta} \rangle$$

и переписать уравнение (33) в следующем виде:

$$S_V^{5/4} = \gamma_1 \sqrt{-\dot{S}_V} \ln \left(\gamma_2 \frac{\sqrt{-\dot{S}_V}}{S_V^{7/4}} \right), \quad (36)$$

где

$$\gamma_{1,2} \equiv \frac{2\Theta_g}{k_{12}^2 h} \tilde{\alpha}_{1,2}. \quad (37)$$

Можно преобразовать уравнение (36) в уравнение, описывающее динамику системы, способом схожим с преобразованием уравнения (24) в (28):

$$-\dot{S}_V = \frac{S_V^{5/2}}{\gamma_1^2} F_{1,inf} \left(\frac{\gamma_2/\gamma_1}{S_V^{1/2}} \right),$$

где $F_{1,inf} \equiv F_{1,n=\infty}$, а промежуточный элемент последовательности выглядит как

$$F_{1,n}(z) \equiv \ln^{-2} \left(\underbrace{z \ln^{-1}(\dots z \ln^{-1}(z) \dots)}_{(n-1) \text{ раз}} \right).$$

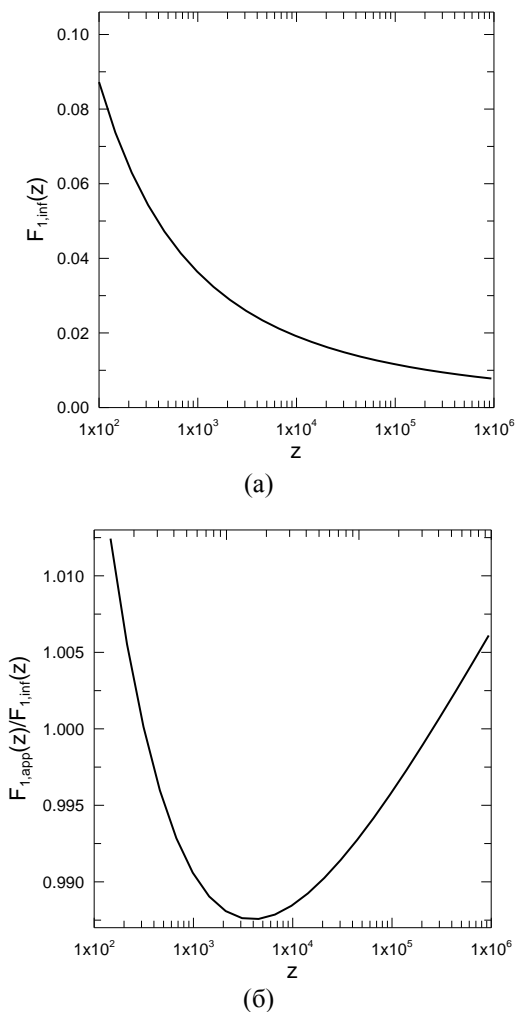


Рис. 4. К решению уравнения (36): а) – функция $F_{1,inf}(z)$; б) – отношение приближения и точной функции $F_{1,app}(z)/F_{1,inf}(z)$

В последнем выражении цепная дробь хорошо сходится при больших значениях аргумента z , а сама предельная функция $F_{1,inf}(z)$ представлена на рис. 4,а. В безразмерном виде можно записать

$$\frac{d\eta}{d\tau} = F_{1,inf}(\eta^2), \quad (38)$$

где безразмерное время

$$\tau = \frac{t}{4\gamma_1^2} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_1}}$$

и

$$\eta = \frac{1}{S_V^{1/4}} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_1}}$$

На рис. 4,а можно видеть, что функция $F_{1,inf}(z)$ уменьшается по мере роста аргумента как степень логарифма. Такое медленное затухание при интегрировании уравнения (38) приводит к неограниченному росту η без насыщения, что дает (ожидаемое) стремление S_V к нулю. В самом деле, используя грубое приближение для $F_{1,inf}(z)$,

учитывающее лишь ведущий порядок и, сохраняя при вычислениях только ведущие члены, можно получить $\eta \approx (\tau - \tau_0)/[4\ln^2((\tau - \tau_0)/4)]$; в свою очередь,

$$S_V \sim \frac{\sqrt{\ln \frac{\tau - \tau_0}{4}}}{(\tau - \tau_0)^{1/4}}$$

2.4. Приближения для $F_{7/5,inf}(z)$ и $F_{1,inf}(z)$

Для функций $F_{7/5,inf}(z)$ и $F_{1,inf}(z)$ может быть введены следующие аппроксимации:

$$F_{\frac{7}{5},app}(z) = (1.083 + (F_{7/5,2}(z))^{1.64})^{1/1.64} \quad (39)$$

и

$$F_{1,app}(z) = 0.745943(F_{1,2}(z))^{0.9451} \quad (40)$$

соответственно. На рис. 3,б и 4,б можно видеть, что относительная погрешность этих аппроксимаций в представляющем практический интерес диапазоне значений z имеет величину порядка 1%.

3. Заключение

Для системы двух несмешивающихся жидкостей, испытывающих поверхностное кипение, представлена оценка среднего значения удельной площади межфазной поверхности $S_V \equiv (\delta S/\delta V)$ как функции макроscopicких характеристик состояния системы:

- среднего перегрева системы $\langle \theta \rangle$ (ур.(18));
- скорости генерации пара в единице объема (\dot{V}_{var}/V) (ур. (28));
- притока тепла в систему \dot{Q}_V (ур. (28) и (11)).

Вычисления основаны на балансе преобразований механической энергии и законах переноса импульса и теплообмена в турбулентном пограничном слое. Рассмотренная система полагается хорошо перемешанной за счет кипения. Перенос тепла и импульса к поверхности контакта двух жидкостей предполагается турбулентным, и для описания этих процессов используется теория турбулентного пограничного слоя.

С помощью зависимостей между макроscopicкими параметрами, которые были получены в настоящей работе, появляется возможность построения замкнутой математической модели процесса поверхностного кипения [13, 14]. Эта модель будет справедлива для системы двух несмешивающихся жидкостей, испытывающей кипение при температуре ниже объемной температуры кипения обеих компонент.

Для случая, когда в системе отсутствует подвод тепла, были получены уравнения динамики самоостывания (ур. (38)).

Результаты представлены в форме цепных логарифмов-дробей, обладающих свойствами медленной сходимости даже для значений аргумента порядка $10^2 - 10^3$. Для более быстрых вычисле-

ний предложены приближения (39) и (40), относительная погрешность которых не превышает 1%.

Список литературы

1. Krell E. Handbook of Laboratory Distillation. 2nd ed. Elsevier, 1982.
2. Geankoplis C. J. Transport Processes and Separation Process Principles. 4th ed. Prentice Hall, 2003.
3. Simpson H. C., Beggs G. C., Nazir M. Evaporation of butane drops in brine // *Desalination*. 1974. Vol. 15. P. 11.
4. Celata G. P., Cumo M., D'Annibale F., Gugliemetti F., Ingui' G. Direct contact evaporation of nearly saturated R 114 in water // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1995. Vol. 38. P. 1495.
5. Roesle M. L., Kulacki F. A. An experimental study of boiling in dilute emulsions, part A: heat transfer // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2012. Vol. 55. P. 2160.
6. Roesle M. L., Kulacki F. A. An experimental study of boiling in dilute emulsions, part B: visualization // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2012. Vol. 55. P. 2166.
7. Sideman S., Isenberg J. Direct Contact Heat Transfer with Change of Phase: Bubble Growth in Three-Phase Systems // *Desalination*. 1967. Vol. 2. P. 207.
8. Kendoush A. A. Theory of convective drop evaporation in direct contact with an immiscible liquid // *Desalination*. 2004. Vol. 169. P. 33.
9. Filipczak G., Troniewski L., Witczak S. Pool Boiling of Liquid-Liquid Multiphase Systems / In: Ahsan A. (Ed.) *Evaporation, Condensation and Heat transfer* // InTech, 2011. P. 123.
10. Gordon K. F., Singh T., Weissman E. Y. Boiling heat transfer between immiscible liquids // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1961. Vol. 3. P. 90.
11. Prakash C. B., Pinder K. L. Direct contact heat transfer between two immiscible liquids during vaporisation // *Canadian Journal of Chemical Engineering*. 1967. Vol. 45. P. 210.
12. Prakash C. B., Pinder K. L. Direct contact heat transfer between two immiscible liquids during vaporization: Part II: Total evaporation time // *Canadian Journal of Chemical Engineering*. 1967. Vol. 45. P. 215.
13. Пименова А. В., Голдобин Д. С. Кипение на границе двух несмешивающихся жидкостей ниже температуры объемного кипения каждой из компонент // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2014. Т. 146. Вып. 1. С. 105.
14. Pimenova A. V., Goldobin D. S. Boiling of the interface between two immiscible liquids below the bulk boiling temperatures of both components

// *European Physical Journal E*. 2014. Vol. 37. 108.

15. Pimenova A. V., Goldobin D. S. Gravitational instability of thin gas layer between two thick liquid layers // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2016. Vol. 57. No. 7. P. 1182.
16. von Karman Th. Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz // *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Fachgruppe 1 (Mathematik)*. 1930. Vol. 5. P. 58–76.
17. Prandtl L. Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung // *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*. 1933. Vol. 77. P. 105–114
18. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Гидродинамика*. М.: Наука, 1986.
19. Schlichting H., Gersten K. *Boundary-Layer Theory*. Springer, 2000.

References

1. Krell E. *Handbook of Laboratory Distillation*. 2nd ed. Elsevier, 1982.
2. Geankoplis C. J. *Transport Processes and Separation Process Principles*. 4th ed. Prentice Hall, 2003.
3. Simpson H. C., Beggs G. C., Nazir M. Evaporation of butane drops in brine. *Desalination*, 1974, vol. 15, p. 11.
4. Celata G. P., Cumo M., D'Annibale F., Gugliemetti F., Ingui' G. Direct contact evaporation of nearly saturated R 114 in water. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1995, vol. 38, p. 1495.
5. Roesle M. L., Kulacki F. A. An experimental study of boiling in dilute emulsions, part A: heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, vol. 55, p. 2160.
6. Roesle M. L., Kulacki F. A. An experimental study of boiling in dilute emulsions, part B: visualization. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, vol. 55, p. 2166.
7. Sideman S., Isenberg J. Direct Contact Heat Transfer with Change of Phase: Bubble Growth in Three-Phase Systems. *Desalination*, 1967, vol. 2, p. 207.
8. Kendoush A. A. Theory of convective drop evaporation in direct contact with an immiscible liquid. *Desalination*, 2004, vol. 169, p. 33.
9. Filipczak G., Troniewski L., Witczak S. Pool Boiling of Liquid-Liquid Multiphase Systems. In: Ahsan A. (Ed.) *Evaporation, Condensation and Heat transfer*. InTech, 2011, p. 123.
10. Gordon K. F., Singh T., Weissman E. Y. Boiling heat transfer between immiscible liquids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1961, vol. 3, p. 90.
11. Prakash C. B., Pinder K. L. Direct contact heat transfer between two immiscible liquids during vaporisation. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 1967, vol. 45, p. 210.

12. Prakash C. B., Pinder K. L. Direct contact heat transfer between two immiscible liquids during vaporization: Part II: Total evaporation time. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 1967, vol. 45, p. 215.
13. Pimenova A. V., Goldobin D. S. Boiling at the Boundary of Two Immiscible Liquids below the Bulk Boiling Temperature of Each Component. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2014, vol. 119, no. 1, p. 91.
14. Pimenova A. V., Goldobin D. S. Boiling of the interface between two immiscible liquids below the bulk boiling temperatures of both components. *European Physical Journal E*, 2014, vol. 37, p. 108.
15. Pimenova A. V., Goldobin D. S. Gravitational instability of thin gas layer between two thick liquid layers. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2016, vol. 57, no. 7, p. 32.
16. von Karman Th. Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Fachgruppe 1 (Mathematik)*, 1930, vol. 5, pp. 58–76.
17. Prandtl L. Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 1933, vol. 77, pp. 105–114.
18. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Fluid Mechanics*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1987.
19. Schlichting H., Gersten K. *Boundary-Layer Theory*. Springer, 2000.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Голдобин Д. С., Долматова А. В., Газдалиев И. М. Удельная площадь межфазной поверхности при интенсивном поверхностном кипении системы двух несмешивающихся жидкостей // Вестник Пермского университета. Физика. 2017. № 3 (37). С. 5–15. doi: 10.17072/1994-3598-2017-3-5-15

Please cite this article in English as:

Goldobin D. S., Dolmatova A. V., Gazdaliev I. M. Specific interface area in a system of two immiscible liquids experiencing intense direct contact boiling. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2017, no. 3 (37), pp. 5–15. doi: 10.17072/1994-3598-2017-3-5-15