

УДК 532.5.013.4  
PACS 47.50.+d, 47.27.Te

## Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости

С. А. Никулина<sup>1</sup>, А. В. Перминов<sup>1</sup>, Т. П. Любимова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет  
614990, Пермь, Комсомольский проспект, д. 29  
email: nikulina.svetlana@mail.ru, perminov1973@mail.ru

<sup>2</sup> Институт механики сплошных сред УрО РАН  
614013, Пермь, ул. Академика Королёва, 1  
email: lyubimovat@mail.ru

Изучена термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в замкнутой прямоугольной полости, находящейся в невесомости и совершающей продольные высокочастотные линейно-поляризованные вибрации. Градиент температуры перпендикулярен направлению вибраций. Приведена система уравнений термовибрационной конвекции псевдопластической жидкости Уильямсона. Задача решалась методом конечных разностей. Исследовано влияние вибраций на структуру и интенсивность течений. Величина вибрационного воздействия на жидкость определялась вибрационным числом Грасгофа. Получены зависимости максимума функции тока и числа Нуссельта, определяющего тепловой поток через границу полости, от вибрационного числа Грасгофа. Определены пороговые значения вибрационного числа Грасгофа и числа Нуссельта, соответствующие смене режима течения. При малых значениях вибрационного числа Грасгофа в полости наблюдается медленное четырехвихревое симметричное течение. С ростом вибрационного воздействия в полости возникает интенсивное трехвихревое движение, которое трансформируется в пятивихревое. Для пятивихревого течения существует область вибрационных чисел Грасгофа, где это течение носит колебательный характер. При усилении степени неньютоновости жидкости изначально периодические колебания становятся хаотическими.

**Ключевые слова:** конвекция; вибрации; псевдопластическая жидкость; невесомость

*Поступила в редакцию 18.02.2020; принята к опубликованию 28.04.2020*

## Thermal vibrational convection of a pseudoplastic fluid in a rectangular cavity

S. A. Nikulina<sup>1</sup>, A. V. Perminov<sup>1</sup>, T. P. Lyubimova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Perm National Research Polytechnic University, 614990, Perm, Komsomolsky Prospect, 29  
email: nikulina.svetlana@mail.ru, perminov1973@mail.ru

<sup>2</sup> Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of RAS, 614013, Perm, Acad. Korolev, 1  
email: lyubimovat@mail.ru

Thermal vibrational convection of a pseudoplastic fluid in a closed rectangular cavity, which is in zero gravity and performing longitudinal high-frequency linearly polarized vibrations, is studied.

The temperature gradient is perpendicular to the direction of vibration. The system of equations of thermovibrational convection of a Williamson pseudoplastic fluid is given. The problem was solved by the finite difference method. The effect of vibrations on the structure and intensity of flows is investigated. The magnitude of the vibrational effect on the liquid was determined by the vibrational Grashof number. The dependences of the maximum of the stream function and the Nusselt number, which determines the heat flux through the boundary of the cavity, on the vibrational Grashof number are obtained. The threshold values of the vibrational Grashof number and the Nusselt number corresponding to a change in the flow regime are determined. At small values of the Grashof vibration number in the cavity, a slow four-vortex symmetric flow is observed. With an increase in the vibrational impact, an intense three-vortex motion arises in the cavity, which transforms into five vortex-like motion. For the five vortex flows, there exists the region of Grashof vibration numbers, where this flow is oscillatory in nature. With increasing degree of non-Newtonian fluid, initially periodic oscillations become chaotic.

**Keywords:** convection; vibration; pseudoplastic fluid; zero gravity

Received 18.02.2020; accepted 28.04.2020

doi: 10.17072/1994-3598-2020-3-14-23

## 1. Введение

Известно, что вибрации являются эффективным средством воздействия на устойчивость и структуру конвективных течений в жидкости [1]. Особый интерес представляет высокочастотное малоамплитудное, но неакустическое воздействие на неоднородно нагретую жидкость. При таком воздействии все физические поля, описывающие состояние жидкости, разделяются на быстрые пульсационные и медленные осредненные компоненты. Система уравнений конвекции жидкости допускает осреднение по периоду вибраций [2, 3]. Систематическое описание основных положений термовибрационной конвекции приведено в монографии Г. З. Гершуни и Д. В. Любимова [4]. В работах [3, 5], посвященных вибрационно-конвективным течениям в невесомости, Г.З. Гершуни и Е.М. Жуховицким впервые показано, что вибрации не только влияют на конвективное течение, но и сами могут являться его причиной.

Изучение гидродинамической устойчивости равновесия и конвективных течений в нелинейно-вязких жидкостях началось в 70-е гг. прошлого столетия. В статьях [6, 7] рассмотрена устойчивость конвективного течения неньютоновской жидкости в вертикальном слое на примере степенной трехпараметрической модели, где в отличие от классической степенной модели Оствальда–де Вала используется дополнительный регуляризационный параметр – динамическая вязкость при нулевой скорости сдвига. Показано, что псевдопластические свойства жидкостей оказывают дестабилизирующее действие, а дилатантные стабилизируют течение. В работах [8, 9] для описания течений вязкопластической жидкости впервые было предложено использовать модель Уильямсона. В работе [8] показано, что при определенном выборе значений реологических параметров эта модель описывает поведение вязко-

пластичных сред. Положение границы раздела жесткой (квазитвердой) и жидкой зон определяется в ходе решения задачи, а на самой границе не требуется постановка дополнительных условий. В [9] прослежена эволюция формы квазитвердой зоны с увеличением числа Релея. Показано, что с ростом числа Релея происходит трансформация от кольцевого зазора к зоне, имеющей вид креста, а при дальнейшем увеличении числа Релея, крест разбивается на несколько отдельных небольших зон. В работе [10] рассмотрено конвективное движение в прямоугольной области, где на вертикальных границах поддерживались постоянные (разные) температуры, на горизонтальных границах температура менялась по линейному закону. Показано, что интенсивность конвективного течения и изменение структуры квазитвердой зоны зависят от числа Рэлея.

В работе [11] изучается проблема возникновения конвекции в прямоугольных полостях с различным соотношением сторон, заполненных вязкопластической жидкостью Бингама. Во всем исследованном диапазоне соотношений сторон полости определены критические значения управляющих параметров, при которых в полости возникает конвекция. Полученные в [11] результаты качественно совпадают с результатами, опубликованными ранее в работе [9].

В работах [12, 13] авторами для расчета двумерных режимов тепловой конвекции в прямоугольных полостях, заполненных жидкостью Бингама при нагреве сбоку, был использован пакет ANSYS FLUENT. Получены зависимости числа Нуссельта от числа Бингама для разных соотношений сторон.

В [14] в рамках модели Уильямсона исследована линейная устойчивость стационарного конвективного течения вязкопластической жидкости между двумя твердыми вертикальными параллельными плоскостями, поддерживаемыми при постоянных разных температурах. Расчеты показали,

что, как и в случае ньютоновской жидкости, существуют две моды неустойчивости: гидродинамическая монотонная (вихри на границе встречных потоков) и тепловая колебательная (тепловые волны). При малых числах Прандтля за неустойчивость ответственны монотонные возмущения при числах Прандтля, превышающих некоторое значение – колебательные. Увеличение предельного напряжения сдвига существенно повышает устойчивость стационарного плоскопараллельного течения вязкопластической жидкости относительно обоих типов возмущений.

В работах [15,16] впервые получены осредненные уравнения термовибрационной конвекции для нелинейно-вязких жидкостей, относящихся к классу обобщенных ньютоновских жидкостей, для которых скорость сдвига в каждой точке представляет некоторую функцию только от вязких напряжений в этой точке. На основании этих уравнений в [15] рассмотрено течение вязкопластической жидкости в бесконечном слое, ограниченном твердыми границами. Показано, что под воздействием продольных к слою вибраций квазитвердые зоны в осредненном потоке разрушаются, а подвижность жидкости увеличивается. В [16] исследована устойчивость жестких (квазитвердых) состояний слоя вязкопластической жидкости при воздействии линейно-поляризованных вибраций. Показано, что при подогреве снизу жесткое состояние может потерять устойчивость при ориентациях слоя, близких к вертикали или горизонтали. Высокочастотные вибрации стабилизируют жесткие состояния жидкости.

В работах [17, 18] изучено влияние высокочастотных вибраций на устойчивость стационарного плоскопараллельного течения псевдопластической жидкости в бесконечном вертикальном слое, ограниченном твердыми идеально теплопроводными границами. Найдено, что при  $Pg = 1$  за неустойчивость стационарного течения ответственны монотонные гидродинамические возмущения, представляющие собой неподвижные вихри на границе встречных потоков. Вибрации оказывают дестабилизирующее действие. При  $Pg = 100$  неустойчивость может реализоваться в результате развития одной из двух мод: тепловой релеевской колебательной или вибрационной колебательной. При вибрациях малой интенсивности наиболее опасной является тепловая релеевская мода, с увеличением интенсивности вибраций наиболее опасной становится вибрационная мода.

В недавней работе [19] решена линейная задача устойчивости квазиравновесного состояния бесконечного слоя вязкопластической жидкости в условиях невесомости. Расчеты, проведенные в рамках модели Уильямсона для различных углов наклона оси вибраций относительно слоя, показали, что наиболее опасными всегда являются монотонные гидродинамические возмущения. Усиление пла-

стических свойств жидкости приводит к дестабилизации основного состояния при всех углах наклона оси вибраций. Увеличение числа Прандтля стабилизирует квазиравновесное состояние псевдопластика, но для вязкопластической жидкости критическое значение модифицированного числа Релея не зависит от числа Прандтля, а также от реологических параметров модели. Для случая продольных относительно слоя вибраций изучены надкритические режимы термовибрационной конвекции, возникающие после потери устойчивости квазиравновесия.

В литературе имеется достаточно большое количество работ по исследованию термовибрационной конвекции ньютоновской жидкости, находящейся в замкнутых полостях различной геометрии. Большинство фундаментальных результатов описано в монографии [4]. Свободная конвекция нелинейно-вязких жидкостей в прямоугольных и квадратных полостях также неплохо изучена [9-13]. Настоящая работа посвящена изучению эволюции термовибрационных конвективных течений в неоднородно нагретой псевдопластической жидкости, находящейся в невесомости в замкнутой полости, совершающей поступательные высокочастотные вибрации поперек равновесного градиента температуры. Квазиравновесное состояние псевдопластической жидкости, как и ньютоновской, в этом случае невозможно. Отметим, что авторам не известны ни теоретические, ни экспериментальные работы, где рассматривалось бы влияние вибраций на конвекцию неньютоновских жидкостей, находящихся в замкнутых полостях. Результаты настоящей работы являются вкладом в расширение теории термовибрационной конвекции на нелинейно-вязкие жидкости.

## 2. Постановка задачи. Уравнения и граничные условия

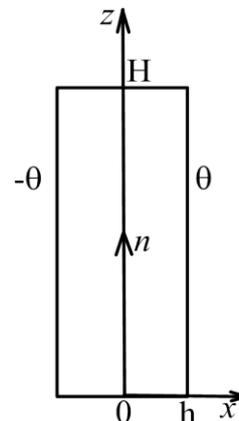


Рис. 1. Геометрия задачи

Рассматривается прямоугольная полость с псевдопластической жидкостью шириной  $2h$ , находящаяся в невесомости и ограниченная твердыми идеально теплопроводными границами (см.

рис. 1). На границах полости, параллельных оси  $z$ , заданы постоянные разные температуры  $\pm\theta$ . Температура границ, параллельных оси  $x$ , изменялась по линейному закону. На всех границах выполняется условие прилипания.

Начало координат находится на нижней границе полости, направление осей координат показано на рис. 1, вдоль оси  $y$  полость полагается бесконечной. Полость совершает линейно-поляризованные высокочастотные вибрации с амплитудой смещения  $a$  и частотой  $\omega$  в направлении оси  $z$  (см. рис. 1). Жидкость считается несжимаемой.

Уравнения термовибрационной конвекции для случая линейно-поляризованных вибраций полости с псевдопластической жидкостью имеют вид [15, 16]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u}\nabla)\bar{u} &= -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{\rho}\text{Div } \boldsymbol{\tau} + \\ &+ \frac{1}{2}(a\omega\beta)^2 \bar{w}\nabla(T\bar{n} - \bar{w}), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u}\nabla T &= \chi\Delta T, \\ \text{div } \bar{u} &= 0, \\ \text{div } \bar{w} &= 0, \\ \text{rot } \bar{w} &= \nabla T \times \bar{n}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\bar{u} = (u_x, u_y, u_z)$ ,  $T$ ,  $p$  – функции медленного времени  $t$ , описывающие осредненное конвективное течение,  $\bar{w} = (w_x, w_y, w_z)$  – амплитуда пульсационной скорости,  $\boldsymbol{\tau}$  – тензор вязких напряжений,  $\chi$  – коэффициент температуропроводности жидкости,  $\beta$  – коэффициент теплового расширения,  $\rho$  – плотность жидкости. Вид вязкого слагаемого  $\text{Div } \boldsymbol{\tau}$  определяется реологической моделью.

Вибрации считаем высокочастотными, малоамплитудными и не акустическими, т.е. выполняются условия:

$$\begin{aligned} \omega &\gg \left\{ \frac{\mu_0}{\rho h^2}, \frac{\chi}{h^2} \right\}, \\ a\beta\theta &\ll h, \\ \lambda_c = \frac{2\pi c}{\omega} &\gg h, \\ h &\gg \frac{\mu_0}{\rho c}, \end{aligned}$$

где  $h$  – характерный размер полости,  $\theta$  – характерная разность температур,  $\mu_0$  – динамическая вязкость при бесконечно малом сдвиге,  $\lambda_c$  – длина звуковой волны, соответствующая частоте вибраций,  $c$  – скорость звука.

Осредненная по быстрому времени  $t_- = \omega t$  часть тензора вязких напряжений:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{A}{B + \sqrt{I_2}} + \mu_\infty \right) e_{0ij} \right] dt_-, \\ I_2 &= \frac{1}{2} e_{0ij} e_{0ji}, \quad e_{0ij} = a\omega\beta e_{wij} \sin t_- + e_{uij}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$e_{wij} = \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i}, \quad e_{uij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i},$$

где  $A$ ,  $B$  – реологические параметры жидкости,  $I_2$  – второй инвариант тензора вязких напряжений,  $\mu_\infty$  – динамическая вязкость при бесконечно больших скоростях сдвига,  $\mu_0 = (A/B + \mu_\infty)$ .

Безразмерные осредненные уравнения термовибрационной конвекции в терминах функций тока осредненного  $\psi$ , пульсационного  $\phi$  и завихренности осредненного  $\Omega$  течения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial z} + \\ + \frac{Gv}{2} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \\ = 2 \left( \frac{\partial H_u}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial H_u}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) - \left( \frac{\partial^2 H_u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H_u}{\partial z^2} \right) \times \\ \times \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + H_u \Delta \omega - 4 \frac{\partial^2 H_u}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \\ + \frac{\partial^2 \tau_{wxz}}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 \tau_{wxz}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \tau_{wxz}}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\omega + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

$$\tau_{wxz} = H_w \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = H_w \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right),$$

$$H_w = \frac{\sqrt{Gv}}{2\pi} \int_0^{2\pi} H \sin t_- dt_-,$$

$$H_u = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H dt_-$$

$$H = 1 + \frac{Dv}{D + v\sqrt{a_* + (b_* + c_*)^2}},$$

$H$  – эффективная вязкость жидкости, где

$$a_* = 4 \left( \sqrt{Gv} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \sin t_- + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right)^2,$$

$$b_* = \sqrt{Gv} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \sin t_-,$$

$$c_* = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}.$$

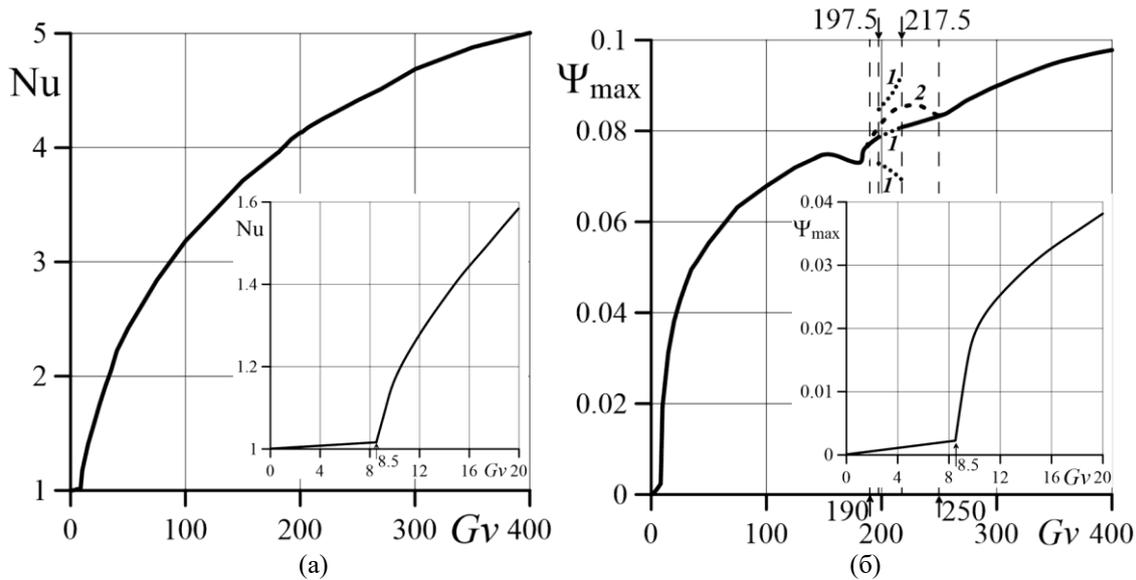


Рис. 2. Зависимость: а – числа Нуссельта  $Nu$ , б – максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  от вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  при  $\nu = 25$  и  $\nu = 100$

При обезразмеривании уравнений (1) и (2) в качестве характерных масштабов приняты: для координат –  $h$ ; для скорости –  $\mu_{\infty}/(\rho h)$ ; для времени –  $h^2\rho/\mu_{\infty}$ . Тепловой поток через границу параллельную оси  $z$  определялся числом Нуссельта

$$Nu = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{\partial T}{\partial x} dz.$$

Задача (3) содержит четыре безразмерных параметра: вибрационное число Грасгофа, характеризующее интенсивность вибрационного воздействия, –  $Gv = (a\omega\beta\theta\eta\rho/\mu_{\infty})^2$ ; число Прандтля –  $Pr = \mu_{\infty}/(\rho\chi)$ ; динамический предел текучести –  $D = \rho h^2 A/\mu_{\infty}^2$ ; параметр неньютоновости –  $\nu = A/(B\mu_{\infty})$ . В расчетах  $Pr = 100$ , что соответствует высоковязким жидкостям, например, нефтям или нефтепродуктам. Вибрационное число Грасгофа  $Gv$  варьировалось в диапазоне 0–400.

Необходимо отметить, что при  $D = 0$  и  $\nu = 0$  реологическая модель Уильямсона переходит в модель Ньютона, а уравнения (1)–(3) описывают термовибрационную конвекцию ньютоновской жидкости. Когда  $D \neq 0$ , но  $\nu \rightarrow 0$ , мы имеем дело с очень вязкой псевдопластической жидкостью со свойствами близкими к ньютоновской жидкости. Если  $\nu \rightarrow \infty$ , то реологическая модель Уильямсона описывает вязкопластические жидкости, тогда параметр  $D$  приобретает смысл динамического предела текучести жидкости [9, 10, 14–19].

Численные расчеты проводились методом конечных разностей. Пространственные производные аппроксимировались конечными разностями второго порядка точности. Интегрирование по времени выполнялось методом Эйлера первого порядка точности. Расчеты выполнялись на равно-

мерной пространственной сетке с шагом  $1/20$ . Выбор такого шага пространственной сетки основан на результатах проверки сходимости результатов, полученных на более подробных сетках. Расчет по времени выполнялся до установления всех полей. Основные расчеты проводились для  $D = 0.625$  и двух значений параметра неньютоновости  $\nu = 25, 100$ . Ряд расчетов был выполнен для  $\nu = 500$ .

### 3. Результаты численных расчетов и их обсуждение

На рис. 2 показаны зависимости числа Нуссельта  $Nu$  (а) и максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  (б) от вибрационного числа Грасгофа  $Gv$ , построенные для двух значений параметра неньютоновости  $\nu = 25$  и  $100$ .

Графики  $Nu$  от  $Gv$  для обоих значений  $\nu$  на рис. 2, а полностью совпадают. Увеличение параметра неньютоновости с 25 до 100, очевидно, является не настолько значительным, чтобы привести к существенному изменению структуры и интенсивности течения и, как следствие, к изменению теплового потока через границы полости.

На рис. 2, б линии графиков так близки, что в выбранных масштабах практически неотличимы. Отличие можно наблюдать на рис. 3, где представлена зависимость максимума функции тока от вибрационного числа Грасгофа для малых значений  $Gv$ , и на рис. 2, б для  $190 \leq Gv \leq 250$ , при которых наблюдаются колебательные режимы термовибрационной конвекции. Расчеты показали, что возникновение колебательных режимов конвекции не приводит к качественному изменению структуры течения, а амплитуды колебаний максимумов функции тока малы по сравнению с их средними значениями (см. рис. 2, б).

Значение числа Нуссельта, в случае не стационарных термовибрационных конвективных течений при  $\nu = 25$  и  $100$ , совершает колебания с маленькой амплитудой около некоторого среднего значения. В диапазоне вибрационных чисел Грасгофа  $190 \leq Gv \leq 250$  на графике рис. 2, *a* указаны средние значения чисел Нуссельта. Видно, что колебательные режимы, возникающие при  $\nu = 25$  и  $100$ , не влияют на форму зависимости  $Nu$  от  $Gv$ .

Из рис. 2 видно, что при  $Gv \leq 8.5$  значения  $Nu$  и  $\Psi_{\max}$  возрастают по закону близкому к линейному. Эта часть зависимости для максимума функции тока при  $\nu = 25, 100, 500$  более подробно представлена на рис. 3. В области  $0 < Gv \leq 8.5$  наблюдается ползущее стационарное четырехвихревое симметричное течение (рис. 4, *a*). Подобное течение наблюдается в ньютоновской жидкости [4]. Из рис. 3 видно, что с увеличением параметра неньютоновости интенсивность течения падает. Усиление вязкопластических свойств жидкости при  $Gv \leq 8.5$  может привести к возникновению в ней квазитвердого состояния, при котором конвективное течение фактически отсутствует.

При превышении вибрационным числом Грасгофа порогового значения  $Gv = 8.5$  происходит резкая смена структуры течения: течение трансформируется в трехвихревое. Характерный вид такого течения для  $\nu = 100$  показан на рис. 4, *б*. Зависимости  $Nu = f(Gv)$  и  $\Psi_{\max} = f(Gv)$ , представленные на рис. 2, становятся сильно нелинейными. Увеличение интенсивности вибраций приводит к генерации конвективных вихрей в за-

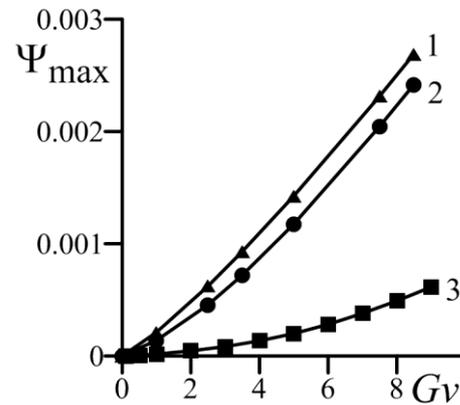


Рис. 3. Зависимость максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  от вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  при различных параметрах неньютоновости: 1 –  $\nu = 25$ , 2 –  $100$ , 3 –  $500$

стойных зонах, расположенных в углах полости (рис. 4, *б*). В итоге, при  $Gv \geq 50$  трехвихревое течение трансформируется в пятивихревое, показанное на рис. 4, *в*, *г*. Интенсивность угловых вихрей растет с увеличением числа  $Gv$ . Результаты численных расчетов, выполненных для  $\nu = 25$  и  $100$  в области значений  $8.5 < Gv \leq 190$ , совпадают, что свидетельствует о слабом влиянии нелинейно-вязких свойств псевдопластика на структуру и интенсивность термовибрационной конвекции.

Эволюция полей температуры и функции тока амплитуды скорости пульсаций жидкости для  $\nu = 100$  показана на рис. 5 и 6, соответственно. При  $Gv \leq 8.5$ , когда в полости наблюдается медленное четырехвихревое течение, изолинии поля температуры практически параллельны друг другу

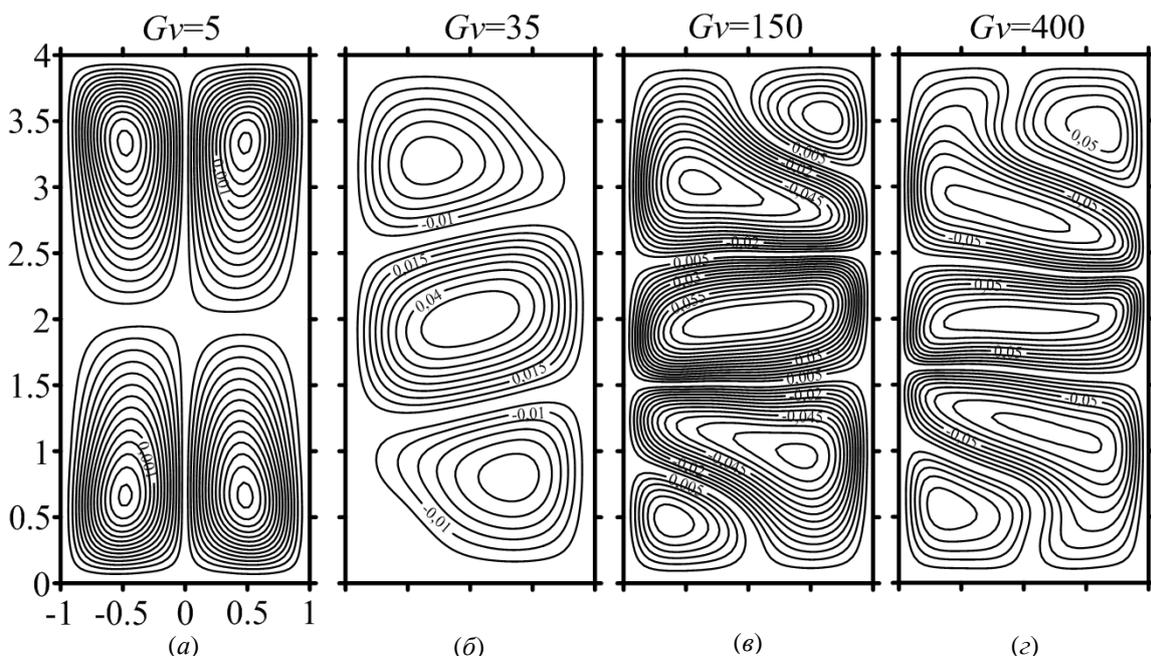
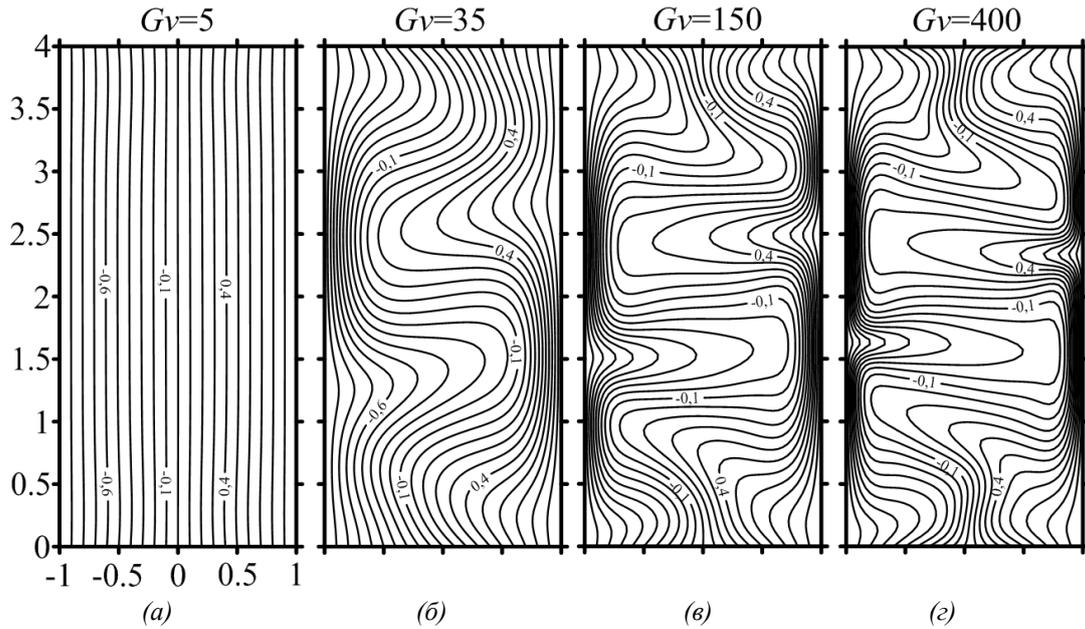
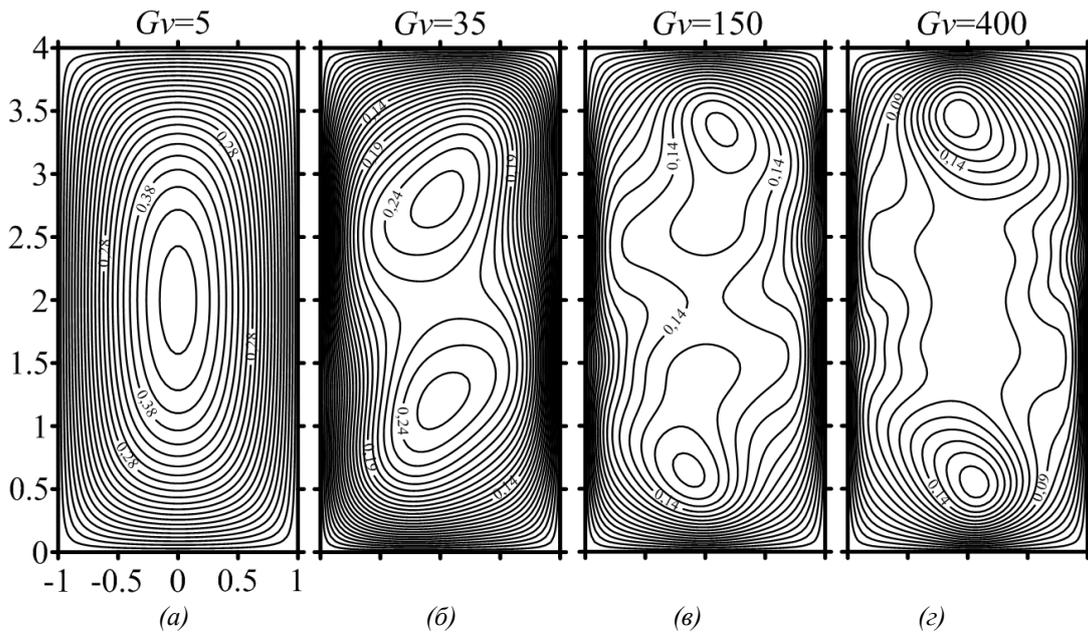


Рис. 4. Характерные структуры осредненного стационарного течения для полей функции тока, реализующиеся при различных значениях вибрационного числа Грасгофа для  $\nu = 100$



**Рис. 5.** Изолинии температуры, реализующиеся при различных значениях вибрационного числа Грасгофа при  $\nu = 100$

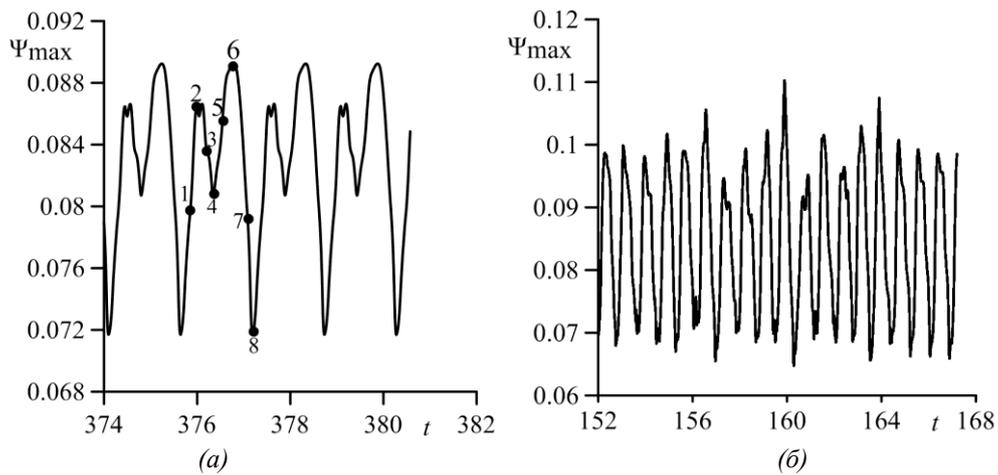


**Рис. 6.** Характерные структуры пульсационного стационарного течения, реализующиеся при различных значениях вибрационного числа Грасгофа при  $\nu = 100$

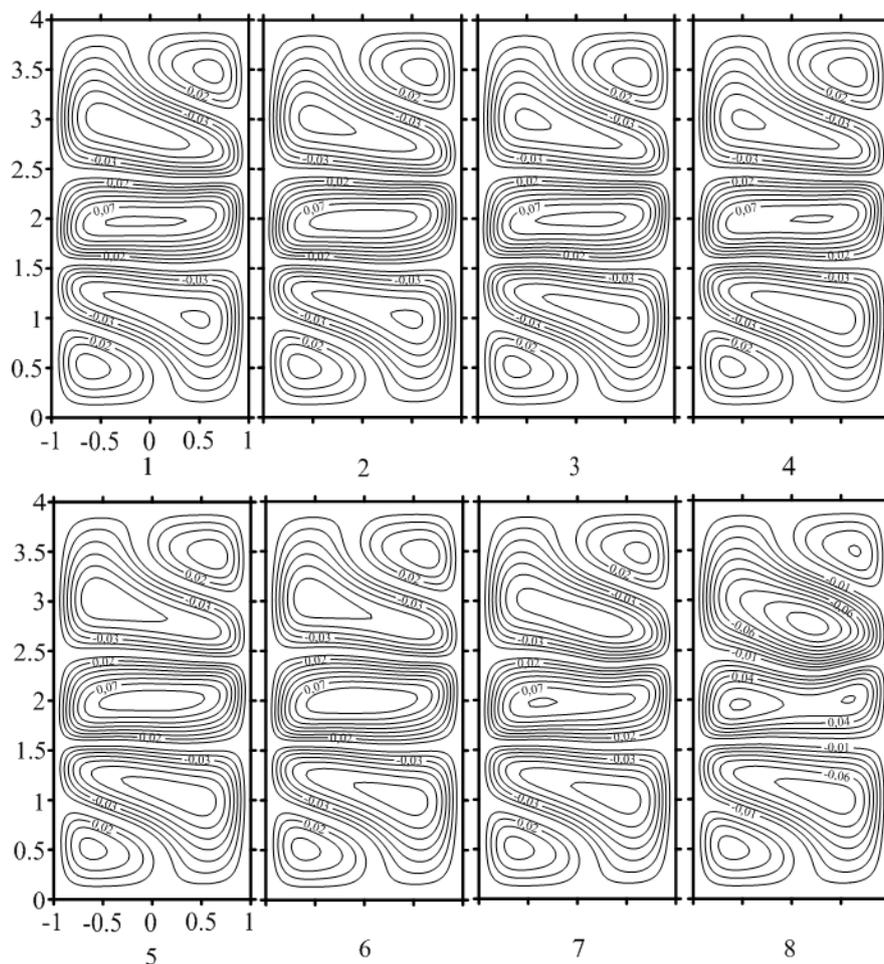
(рис. 5, а), число Нуссельта близко к 1. Поле функции тока амплитуды скорости пульсаций представляет собой симметричный относительно главных осей симметрии полости вихрь (рис. 6, а). Увеличение интенсивности вибраций приводит к искривлению изотерм и трансформации поля пульсационного течения. При больших  $Gv$  вблизи стенок полости параллельных оси вибраций наблюдается формирование тепловых пограничных слоёв (рис. 5, з).

Для вибрационных чисел, ограниченных на рис. 2, б штриховыми линиями, в полости реали-

зуются колебательные режимы осредненной термовибрационной конвекции псевдопластической жидкости. Границы области колебательного режима зависят от параметра неньютоновости жидкости. Пунктирные линии 1 на рис. 2, б в интервале  $197.5 < Gv \leq 217.5$  соответствуют среднему и амплитудным значениям  $\Psi_{\max}$  периодического колебательного режима термовибрационной конвекции для  $\nu = 25$ . Штриховая линия 2 в интервале  $190 < Gv \leq 250$  соответствует средним значениям  $\Psi_{\max}$  хаотических колебаний термовибрационного конвективного течения при  $\nu = 100$ .



**Рис. 7.** Изменение максимума функции тока осредненного течения в зависимости от времени для  $Gv = 210$ : а – в случае периодических колебаний –  $\nu = 25$ ; б – хаотических колебаний –  $\nu = 100$



**Рис. 8.** Изолинии функций тока осредненного течения в характерных точках периода при  $Gv = 210$  и  $\nu = 25$

Характерный вид периодических колебаний максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  с течением времени для  $\nu = 25$  и  $Gv = 210$  представлен на рис. 7, а. Период колебаний составляет примерно четыре единицы расчетного времени. Для точек 1 – 8 полуцикла колебаний на рис. 8 приведены поля осредненной функции тока. Видно, что структура

осредненного течения не меняется, но заметно меняется интенсивность трех центральных вихрей – энергия из центрального вихря переходит в крайние и наоборот. Амплитуды функции тока осредненного течения в области, где реализуются колебательные режимы, составляют не более 10% от среднего значения (рис. 2, б).

На рис. 7, б приведена зависимость максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  от времени для хаотических колебаний при  $\nu = 100$  и  $G\nu = 210$ . При хаотических колебаниях реализуется пятивихревое течение, для которого, так же как и при периодических колебаниях, не изменяется структура вихрей, но изменяется их интенсивность.

При  $G\nu > 215$  колебания прекращаются, режимы снова становятся стационарными пятивихревыми. Характерный вид этих течений показан на рис. 4, г. Интенсивность угловых вихрей и их размеры становятся больше, что подавляет колебания центральных вихрей.

#### 4. Заключение

В работе сформулирована математическая модель термовибрационной конвекции псевдопластической жидкости в прямоугольной полости, находящейся в невесомости и совершающей малоамплитудные высокочастотные линейно-поляризованные вибрации. Ось вибраций ориентирована вдоль более длинной стенки полости. Наряду с этим даны оценки применимости математической модели.

Вибрации на фоне неоднородного распределения температуры возбуждают в жидкости термовибрационное конвективное течение, которое изменяет свою структуру при усилении интенсивности вибрационного воздействия.

При малых значениях вибрационного числа Грасгофа в полости наблюдается медленное четырехвихревое симметричное течение, при этом число Нуссельта  $Nu$ , характеризующее тепловой поток через длинную стенку полости, линейно растет с увеличением  $G\nu$ . Аналогичная зависимость наблюдается для максимума функции тока осредненного течения от вибрационного числа Грасгофа.

При  $G\nu \geq 8.5$  происходит резкое изменение структуры стационарного течения, сопровождающееся изменением характера зависимостей  $Nu$  и  $\Psi_{\max}$  от  $G\nu$ . В полости возникает интенсивное трехвихревое течение, которое постепенно с ростом вибрационного числа Грасгофа трансформируется в пятивихревое. Для пятивихревого течения существует область вибрационных чисел Грасгофа, где это течение носит колебательный характер. При колебаниях отклонения максимума функции тока от среднего значения находятся в пределах от 10% до 20%, а структура течения не нарушается. При усилении степени невязкости жидкости изначально периодические колебания становятся хаотическими. При  $G\nu > 215$  колебания прекращаются, режимы снова становятся стационарными пятивихревыми.

#### Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 320 с.

2. Зеньковская С. М., Симоненко И. Б. О влиянии вибраций высокой частоты на возникновение конвекции // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1966. №5. С. 51–55.
3. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости // Доклады АН СССР. 1979. Т. 249. №3. С. 580–584.
4. Gershuni G. Z., Lyubimov D. V. Thermal Vibrational Convection. N.Y. et al.: Wiley, 1998. 358 p.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О конвективной неустойчивости жидкости в вибрационном поле в невесомости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1981. №4. С. 12–19.
6. Семакин И. Г. Гидродинамическая устойчивость конвективного течения неньютоновской жидкости в вертикальном слое // Инженерно-физический журнал. 1977. Т. 32. №6. С. 690–693.
7. Семакин И. Г. Колебательная неустойчивость стационарной конвекции неньютоновской жидкости // Инженерно-физический журнал. 1978. Т. 35. №2. С. 969–972.
8. Любимова Т. П., Лобов Н. И., Любимов Д. В. Конвективная устойчивость жидкости Уильямсона в вертикальном слое // Гидродинамика. 1976. Вып. 8. С.31–43.
9. Любимова Т. П. Численное исследование конвекции вязкопластичной жидкости в замкнутой области // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1977. № 1. С. 1–5.
10. Любимова Т. П. О конвективных движениях вязкопластичной жидкости в прямоугольной области // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1979. № 5. С. 747–750.
11. Vikhansky A. On the onset of natural convection of Bingham liquid in rectangular enclosures // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 2010. Vol. 165. P. 1713–1716.
12. Turan O., Poole R. J., Chakraborty N. Aspect ratio effects in laminar natural convection of Bingham fluids in rectangular enclosures with differentially heated side walls. // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 2011. Vol. 166. P. 208–230.
13. Turan, O., Chakraborty N., Poole R. J. Laminar Rayleigh-Benard convection of yield stress fluids in a square enclosure // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 2012. Vol. 171–172. P. 83–96.
14. Lyubimova T. P., Perminov A. V. Stability of stationary plane-parallel flow of viscoplastic fluid between two differentially heated vertical plates // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. Vol. 224. 2015. P. 51–60.
15. Perminov A. V., Shulepova E. V. Influence of high-frequency vibrations on convective motion of non-Newtonian fluid // St. Petersburg State Polytech. Univ. J. Phys. Math. 3 (129). 2011. P. 169–175.
16. Perminov A. V. Stability of the rigid state of a generalized Newtonian fluid // Fluid Dynamics. 2014 Vol. 49 (2) P. 140–148.
17. Lyubimova T. P., Perminov A. V. Vibration effect on a stability of stationary flow of pseudoplastic

- fluid in vertical slot // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2018. V. 126. P. 545–556.
18. Perminov A. V., Lyubimova T. P. Stability of thermovibrational convection of a pseudoplastic fluid in a plane vertical layer // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2018. Vol. 59. No. 7. P. 1167–1178.
  19. Lyubimova T. P., Perminov A. V., Kazimardanov M. G. Stability of quasi-equilibrium states and supercritical regimes of thermal vibrational convection of a Williamson fluid in zero gravity conditions // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 129. P. 406–414.
- ### References
1. Gershuni G. Z., Zhukhovitskij E. M., Nepomnjaschij A. A. *Ustojchivost' konvektivnyh techenij* (Stability of convective flows). Moscow: Nauka, 1989, 320 pp. (In Russian).
  2. Zen'kovskaya S. M., Simonenko I. B. Effect of high frequency vibration on convection initiation. *Fluid Dynamics*, 1966, vol. 1, no. 5, pp. 35–37.
  3. Gershuni G. Z., Zhukhovitskij E. M. Free thermal convection in a vibrational field under conditions of weightlessness. *Doklady Akad. Nauk SSSR*, 1979, vol. 249, no. 3, p. 580–584 (In Russian)
  4. Gershuni G. Z., Lyubimov D. V. *Thermal Vibrational Convection*. New York: Wiley, 1998. 358 p.
  5. Gershuni G. Z., Zhukhovitskij E. M. Convective instability of a fluid in a vibration field under conditions of weightlessness. *Fluid Dynamics*, 1981, vol. 16, no. 4, pp. 498–504.
  6. Semakin I. G. Hydrodynamic stability of convective flow of a non-Newtonian fluid in a vertical layer. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 1977, vol. 32, no. 6, pp. 690–693.
  7. Semakin I. G. Vibrational instability of stationary convection of a non-Newtonian fluid. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 1978, vol. 35, no. 2, pp. 969–972.
  8. Lyubimova, T.P., Lobov N. I., Lyubimov D. V. Konvektivnaya ustojchivost' zhidkosti Uil'yamsona v vertikal'nom sloe (Convective stability of Williamson fluid in vertical layer). *Hydrodynamics*. 1976, vol. 8, pp. 31–43 (In Russian).
  9. Lyubimova T. P. Numerical investigation of convection in a viscoplastic liquid. *Fluid Dynamics*, 1977, no. 1, pp. 1–5.
  10. Lyubimova T. P. Convective motions of a viscoplastic fluid in a rectangular region. *Fluid Dynamics*, 1979, no. 5, pp. 747–750.
  11. Vikhansky A. On the onset of natural convection of Bingham liquid in rectangular enclosures. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2010, vol. 165, pp. 1713–1716.
  12. Turan O., Poole R. J., Chakraborty N. Aspect ratio effects in laminar natural convection of Bingham fluids in rectangular enclosures with differentially heated side walls. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2011, vol. 166, pp. 208–230.
  13. Turan, O., Chakraborty N., Poole R.J. Laminar Rayleigh-Benard convection of yield stress fluids in a square enclosure. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2012. Vol. 171–172. P. 83–96.
  14. Lyubimova T. P., Perminov A. V. Stability of stationary plane-parallel flow of viscoplastic fluid between two differentially heated vertical plates. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2015, vol. 224, pp. 51–60.
  15. Perminov A. V., Shulepova E. V. Influence of high-frequency vibrations on convective motion of non-Newtonian fluid. *St. Petersburg State Polytech. Univ. J. Phys. Math.* 3 (129). 2011. P. 169–175
  16. Perminov A.V. Stability of the rigid state of a generalized Newtonian fluid. *Fluid Dynamics*, 2014, vol. 49 (2), pp. 140–148.
  17. Lyubimova T.P., Perminov A.V. Vibration effect on a stability of stationary flow of pseudoplastic fluid in vertical slot. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2018, vol. 126, pp. 545–556.
  18. Perminov A. V., Lyubimova T. P. Stability of thermovibrational convection of a pseudoplastic fluid in a plane vertical layer. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2018, vol. 59, no. 7, pp. 1167–1178.
  19. Lyubimova T. P., Perminov A. V., Kazimardanov M. G. Stability of quasi-equilibrium states and supercritical regimes of thermal vibrational convection of a Williamson fluid in zero gravity conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2019, vol. 129, pp. 406–414.

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Никулина С. А., Перминов А. В., Любимова Т. П. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости // Вестник Пермского университета. Физика. 2020. Вып. 3. С. 14–23. doi: 10.17072/1994-3598-2020-3-14-23

**Please cite this article in English as:**

Nikulina S. A., Perminov A. V., Lyubimova T. P. Thermal vibrational convection of a pseudoplastic fluid in a rectangular cavity. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2020, vol. 3. pp. 14–23. doi: 10.17072/1994-3598-2020-3-14-23