

УДК 532.5.013.3  
PACS 47.65.+a

## Движение слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе при нагреве снизу

**Н. Н. Картавых**

Пермский государственный национальный исследовательский университет  
614990, Пермь, ул. Букирева, 15  
email: kartavykh@psu.ru

Изучены электроконвективные течения неоднородно нагретой слабопроводящей жидкости, находящейся в гармоническом переменном электрическом поле горизонтального конденсатора, при нагреве снизу. Рассматривается ситуация, когда основным является электрокондуктивный механизм образования заряда, связанный с зависимостью электропроводности жидкости от температуры. С помощью метода Бубнова–Галеркина с небольшим числом базисных функций получена система из восьми нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих электроконвекцию. Интегрирование системы уравнений проводилось с помощью метода Рунге–Кутты–Мерсона 4-го порядка. В результате были проанализированы свойства различных нелинейных режимов течения и теплоперенос через конденсатор. На плоскости параметров «период – амплитуда внешнего поля» построена карта режимов электроконвекции слабопроводящей жидкости. Для собственной частоты системы проанализирована эволюция возникающих течений в надкритической области и получена зависимость интенсивности конвективных течений от безразмерного электрического параметра. Построены временные зависимости амплитуд гармоник функции тока. Получены изолинии возмущений плотности заряда, температуры, функции тока для нескольких значений электрического параметра. Обнаружены различные типы колебательных режимов электроконвекции. Исследованы области сосуществования возмущений с разным значением теплотокса.

**Ключевые слова:** переменное электрическое поле; слабопроводящая жидкость; электроконвекция

*Поступила в редакцию 19.01.2017; принята к опубликованию 11.05.2017*

## Poorly conducting fluid motion in a horizontal capacitor at a heating from below

**N. N. Kartavykh**

Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm  
email: kartavykh@psu.ru

Electroconvective flows of nonuniformly heated poorly conducting fluid are studied. Fluid is placed in harmonic alternating electric field of horizontal capacitor heating from below. We consider the situation, when electroconductive mechanism makes the main contribution. Electroconductive charge formation mechanism associates with the dependence of the electrical conductivity on the fluid temperature. A system of eight nonlinear differential equations describing electroconvection is obtained using the Bubnov–Galerkin method with a small number of basic functions.

The integration of the system is carried out using the fourth order Runge–Kutta–Merson method. As a result, nonlinear properties of various flow regimes and heat transfer through the capacitor are analyzed. A map of the electroconvection regimes of poorly conducting fluid is plotted on the parameter plane “period – the amplitude of the external field”. The evolution of emerging flows in the supercritical region for eigenfrequency of the system is analyzed. The dependence of the convective flows intensity on the dimensionless electric parameter is obtained. Time dependence of the harmonics amplitudes of the stream function is built. Isolines of perturbation of the charge density, temperature, stream function are obtained for several values of the electrical parameter. The different types of electroconvection oscillation regime are discovered. The coexistence regions of perturbations with different heat flow values are found.

**Keywords:** alternating electric field; poorly conducting fluid; electroconvection

Received 19.01.2017; accepted 11.05.2017

doi: 10.17072/1994-3598-2017-1-41-53

## 1. Введение

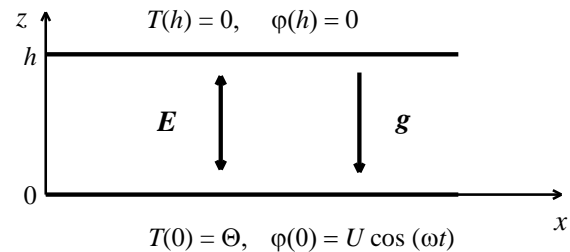
В изучении электроконвекции слабопроводящих жидкостей, электропроводность которых меньше  $10^{-10}$  Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$ , присутствует немало нерешённых проблем, связанных, прежде всего, с наличием множества механизмов возникновения свободных зарядов в жидкости. Поведение жидкостей в электрическом поле сильно зависит от условий эксперимента, при которых главным источником заряда может выступать инжекционный, диэлектрофоретический или электрокондуктивный механизмы или их комбинация [1–3].

В работе уделяется внимание условиям, при которых основным механизмом электроконвекции является электрокондуктивный механизм [4–6], в котором зарядообразование связано с зависимостью электропроводности среды от температуры. Этот механизм проявляет себя в случае неоднородного нагрева некоторых жидкостей (кукурузного, трансформаторного и конденсаторного масел), часть из которых применяется в электротехнике. Такое рассмотрение оправдано физическими свойствами используемых в экспериментах жидкостей [5, 6], для которых электропроводность намного сильнее зависит от температуры, чем диэлектрическая проницаемость.

## 2. Постановка задачи

Пусть неоднородно нагретая слабопроводящая жидкость находится в поле тяжести  $\mathbf{g}$  и в электрическом поле плоского конденсатора, напряженность которого  $\mathbf{E}(t)$  меняется со временем (рис. 1). Рассматривается случай вязкой и несжимаемой среды. Начало декартовой системы координат расположено на нижней границе слоя: ось  $x$  направлена вдоль нее, а ось  $z$  – вверх, перпендикулярно к границам слоя: координаты обкладок конденсатора  $z=0, h$  ( $h$  – толщина слоя). Пластины конденсатора идеально тепло – и электро-

проводны. Они имеют разные температуры  $T(0)=\Theta$ ,  $T(h)=0$ . Здесь и в дальнейшем изложении температура отсчитывается от некоторого среднего значения  $\bar{T}$ . Таким образом,  $\Theta$  – разность температур между границами. При нагреве снизу  $\Theta > 0$ . Выберем в качестве начала отсчета потенциал верхней границы:  $\varphi(h)=0$  и потребуем, чтобы на нижней границе потенциал менялся со временем по закону:  $\varphi(0)=U \cos(\omega t)$ . Здесь  $U$  – амплитуда напряжения,  $\omega=2\pi\nu$ , где  $\omega$  и  $\nu$  – угловая и линейная частоты.



**Рис. 1.** Геометрия задачи и система координат

Рассмотрение данной задачи проведено в рамках приближения Буссинеска. Возникновение конвекции вызвано пространственной неоднородностью плотности и электропроводности жидкости. В результате действия силы плавучести на элементы среды может возникнуть термогравитационная конвекция [7].

Для изучения поведения неизотермической слабопроводящей жидкости в электрическом поле воспользуемся электрогидродинамическим приближением, в котором магнитные эффекты считаются пренебрежимо малыми по сравнению с электрическими [1, 4]. В данной задаче учитывается только электрокондуктивный механизм зарядообразования. Зависимость электропроводности жидкости от температуры представим в виде

$\sigma = \sigma_0(1 + \beta_\sigma T)$ , где  $\sigma_0$  – электропроводность при температуре  $\bar{T}$ , а  $\beta_\sigma = (1/\sigma_0) \cdot (\partial\sigma/\partial T)$  – температурный коэффициент электропроводности ( $\beta_\sigma > 0$ ). Этот механизм приводит к перераспределению электрического заряда в неоднородно нагретой жидкости. Взаимодействие заряда с внешним электрическим полем может вызывать электрокондуктивную неустойчивость и повлиять на характер конвекции и теплоперенос в среде [1, 4]. Коэффициент теплового расширения  $\beta$  [7] и температурный коэффициент электропроводности  $\beta_\sigma$  [1] малы ( $\sim 10^{-2}$  град $^{-1}$ ). Их малость учтена в системе уравнений, описывающих электроконвекцию.

Инжекция заряда с электродов в данной задаче не берется в расчет: предполагается, что максимальная разность потенциалов на пластинах конденсатора не превышает критического значения  $U^*$ , начиная с которого влияние инъекции на движение жидкости существенно. Согласно оценкам, проведенным в [3],  $U^*$  имеет порядок 1 кВ, что соответствует напряженностям поля порядка 1 кВ/см при межэлектродных расстояниях, равных 1 см.

Введем безразмерные масштабы времени  $\rho_0 h^2 / \eta$ , расстояния  $h$ , скорости  $\chi/h$ , температуры  $\Theta$ , плотности заряда  $\varepsilon U/h^2$ , потенциала  $U$ , поля  $U/h$  и давления  $\eta\chi/h^2$ , где  $\rho_0$  – плотность жидкости при температуре  $\bar{T}$ ,  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости,  $\chi$  – коэффициент температуропроводности,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость жидкости. Тогда система уравнений электроконвекции слабопроводящей жидкости с учётом равновесного решения в безразмерной форме будет иметь вид [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}} (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{V} + Ra T \boldsymbol{\gamma} + Ra_\sigma \rho_e \boldsymbol{\gamma} \cos \omega t, \\ \text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T &= \Delta T, \\ \text{div} \mathbf{V} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Pr}_e \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\text{Pr}_e}{\text{Pr}} (\mathbf{V} \cdot \nabla) \rho_e + \rho_e + \frac{\partial T}{\partial z} \cos \omega t = 0.$$

На идеально теплопроводных и электропроводных пластинах конденсатора должны выполняться условия прилипания:

$$\begin{aligned} z=0: \quad \mathbf{V} &= 0, \quad T = 1, \quad \varphi = \cos(\omega t), \\ z=h: \quad \mathbf{V} &= 0, \quad T = 0, \quad \varphi = 0. \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{V} = (u, v, w)$ ,  $p$ ,  $T$  – поля скорости, давления и температуры,  $\rho_e$  – плотность свободных зарядов,  $\boldsymbol{\gamma}$  – единичный вектор, направленный вверх  $\boldsymbol{\gamma} = (0, 0, 1)$ ,  $\text{Pr} = \eta / (\chi \rho_0)$  – число Прандтля,  $Ra = \rho_0 g \beta \Theta h^3 / (\eta \chi)$  – тепловое число Рэлея,  $Ra_\sigma = \varepsilon U^2 \beta_\sigma \Theta / (\eta \chi)$  – электрический аналог числа Рэлея,  $\text{Pr}_e = \varepsilon \eta / (h^2 \rho_0 \sigma_0)$  – электрическое число Прандтля.

Представим поля скорости, температуры, давления и плотности заряда в виде:  $\mathbf{V}$ ,  $T = T_0 + \mathcal{G}$ ,  $p = p_0 + p'$ ,  $\rho_e = \rho_{e0} + \rho'_e$  (штрихи означают отклонения величин от равновесных значений  $T_0$ ,  $p_0$ ,  $\rho_{e0}$ , далее штрихи опускаем). После введения функции тока  $\psi$  ( $w = \partial\psi/\partial x$ ,  $u = -\partial\psi/\partial z$ ), уравнения (1) запишутся в форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi + \frac{1}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \Delta \psi - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \Delta \psi \right) &= \\ &= Ra_\sigma \frac{\partial \rho_e}{\partial x} \cos \omega t + Ra \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} + \Delta^2 \psi, \\ \text{Pr} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} &= \Delta \mathcal{G} + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Pr}_e \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\text{Pr}_e}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \rho_e}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \rho_e}{\partial x} \right) + \\ + \rho_e + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} \cos \omega t = 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим в дальнейшем случай свободных, недеформируемых, идеально теплопроводных границ, тогда граничные условия запишем в виде (штрих соответствует производной по вертикальной координате  $z$ ):

$$z=0, 1: \quad \psi = \psi'' = 0, \quad \mathcal{G} = 0. \quad (3)$$

Для решения системы уравнений (2) с граничными условиями (3) будем использовать метод Галеркина, применяя следующие аппроксимации полей функции тока  $\psi$  и температуры  $\mathcal{G}$ , удовлетворяющие граничным условиям, и плотности заряда  $\rho_e$ :

$$\begin{aligned} \psi &= (A_1(t) \sin \pi z + A_2(t) \sin 2\pi z) \sin \pi k x, \\ \mathcal{G} &= (B_1(t) \sin \pi z + B_2(t) \sin 2\pi z) \cos \pi k x + \\ &\quad + C(t) \sin 2\pi z, \\ \rho_e &= (D_1(t) \cos \pi z + D_2(t) \cos 2\pi z) \cos \pi k x + \\ &\quad + E(t) \cos 2\pi z, \end{aligned} \quad (4)$$

здесь  $k$  – волновое число, характеризующее периодичность возмущений в плоскости слоя (из него

вынесено число  $\pi$ );  $A_1, A_2, B_1, B_2, D_1, D_2, E, C$  – амплитуды различных пространственных мод.

Подставляя разложения (4) в систему (2), проводя процедуру ортогонализации и перемасштабируя переменные

$$\begin{aligned} t &\rightarrow \frac{\text{Pr}}{\pi^2(1+k^2)}t, \\ A_1 &\rightarrow \frac{\sqrt{2}(1+k^2)}{k}X, \quad A_2 \rightarrow \frac{\sqrt{2}(1+k^2)}{k}V, \\ B_1 &\rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\pi}Y, \quad B_2 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\pi}W, \quad C \rightarrow \frac{Z}{\pi}, \\ D_1 &\rightarrow \sqrt{2}S, \quad D_2 \rightarrow 2\sqrt{2}T, \quad E \rightarrow U, \end{aligned}$$

получим систему обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений электроконвекции (точка над переменными обозначает производную по времени) [9]:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \text{Pr}(-X + rY - eT \cos(2\pi vt)), \\ \dot{Y} &= -Y + X + XZ, \\ \dot{Z} &= -bZ - XY, \\ \dot{V} &= \text{Pr}(-dV + (rW + eS \cos(2\pi vt))/d), \\ \dot{W} &= -dW + V, \\ \dot{S} &= -fS + XU - fY \cos(2\pi vt), \\ \dot{T} &= -fT - fW \cos(2\pi vt), \\ \dot{U} &= -fU - XS - 2fZ \cos(2\pi vt), \end{aligned} \quad (5)$$

$$r = \frac{Ra}{Ra_0}, \quad e = \frac{Ra_\sigma}{Ra_{\sigma 0}},$$

$$Ra_0 = \frac{\pi^4(1+k^2)^3}{k^2}, \quad Ra_{\sigma 0} = \frac{3\pi^4(1+k^2)^3}{8k^2},$$

$$b = \frac{4}{1+k^2}, \quad d = \frac{4+k^2}{1+k^2}, \quad f = \frac{\text{Pr}}{\pi^2(1+k^2)\text{Pr}_e},$$

где  $X, V$  – амплитуды пространственных гармоник функции тока;  $Y, Z, W$  – температуры,  $S, T, U$  – плотности заряда;  $Ra, Ra_\sigma, \text{Pr}, \text{Pr}_e$  – безразмерные параметры среды (число Рэлея, электрическое число Рэлея, число Прандтля, электрическое число Прандтля) [1, 7],  $r$  – эффективное тепловое число Рэлея и  $e$  – безразмерный электрический параметр;  $Ra_0, Ra_{\sigma 0}$  – критические числа, при которых начинается термогравитационная [7] или электрокондуктивная [10] конвекция, соответственно;  $b, d$  – геометрические параметры, зависящие от размера электроконвективных структур;  $f$  – определяет отношение времени ре-

лаксации тепловых возмущений и возмущений заряда,  $k$  – волновое число, характеризующее периодичность электроконвективных структур вдоль конденсатора. Система (5) представляет собой расширение модели Лоренца на случай течений слабопроводящих жидкостей с электрокондуктивным механизмом зарядообразования в электрическом поле. Важным отличием системы (5) от модели Лоренца является то, что даже в статическом случае (постоянное электрическое поле) жидкость теряет устойчивость колебательным образом.

Интегрирование системы уравнений (5) проводилось с помощью метода Рунге–Кутты–Мерсона 4-го порядка. В качестве начальных условий для амплитуд  $F = \{X, Y, Z, W, V, S, T, U\}$  выбирались малые возмущения, удовлетворяющие условию

$$|F| < 10^{-10}. \quad (6)$$

Другой выбор начальных условий заключался в использовании метода продолжения по параметру: полученные в результате вычисления по уравнениям (6) амплитуды  $F_1 = \{X_1, Y_1, Z_1, W_1, V_1, S_1, T_1, U_1\}$  для набора значений  $(v_1, e_1)$  брались в качестве старта при новом наборе параметров  $(v, e)$ :

$$(v_1, e_1): F_1 \rightarrow (v, e): F.$$

Для анализа интенсивности теплопереноса через конденсатор вычислялся усреднённый по времени безразмерный теплоток на границе диэлектрика (число Нуссельта) следующим образом:

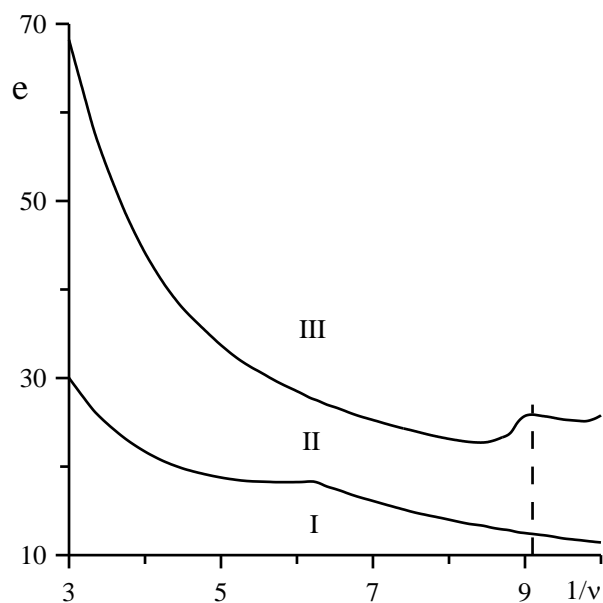
$$\text{Nu} = 1 - 2 \frac{1}{t_{\text{end}}} \int_0^{t_{\text{end}}} Z(t) dt, \quad \text{Nu} = \frac{qh}{\kappa\Theta},$$

где  $q$  – плотность потока тепла,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности. Усреднение числа Нуссельта проводилось по большому временному интервалу  $t_{\text{end}} = N(1/v)$  ( $N > 100$ ). Случай  $\text{Nu} = 1$  соответствует процессу молекулярного теплопереноса, превышение числа Нуссельта над единицей  $\text{Nu} > 1$  свидетельствует о возникновении конвекции.

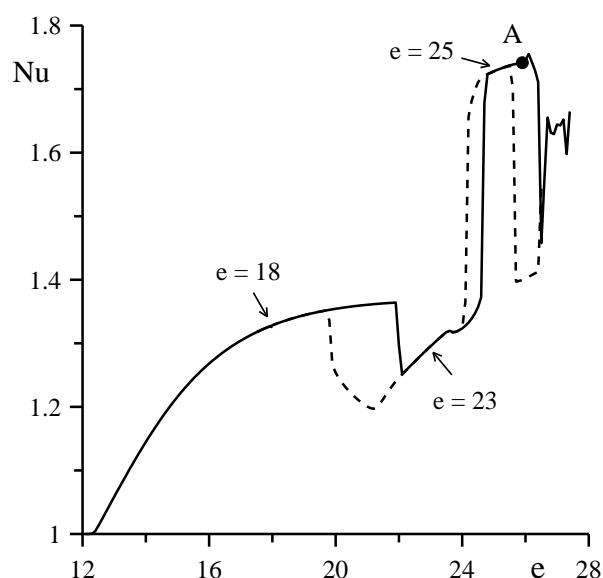
### 3. Результаты

Исследование устойчивости равновесия слабопроводящей жидкости в конденсаторе и эволюции течений проведено в переменном поле для следующего набора параметров  $\text{Pr} = 400$ ,  $\text{Pr}_e = 30$  [11], свойственных таким слабопроводящим жидкостям, как конденсаторные и трансформаторные масла, кукурузное масло Mazola, при интенсивности нагрева  $\tau = 0.8$  (что соответствует подогреву снизу). Значение волнового числа отвечало минимуму нейтральной кривой электроконвекции в отсутствие гравитации ( $\tau = 0$ ) и равнялось  $k = 0.933$ ,

значения других параметров были такими:  $b = 2.138$ ,  $d = 2.604$ ,  $f = 0.722$ . Задача в аналогичной постановке в постоянном электрическом поле исследована в [9, 12].



**Рис. 2.** Карта режимов на плоскости «период колебаний поля  $1/\nu$  – электрический параметр  $e$ »; области, разделенные сплошными линиями, соотносятся с равновесием (I), периодическими режимами (II), хаотическими режимами (III); штриховая линия соответствует значению частоты  $\nu = 0.11$  ( $1/\nu = 9.1$ )



**Рис. 3.** График зависимости безразмерного теплопотока  $Nu$  от электрического параметра  $e$  при  $\nu = 0.11$  ( $1/\nu = 9.1$ ): штриховая линия соответствует движению справа налево; точка возникновения хаоса (A)

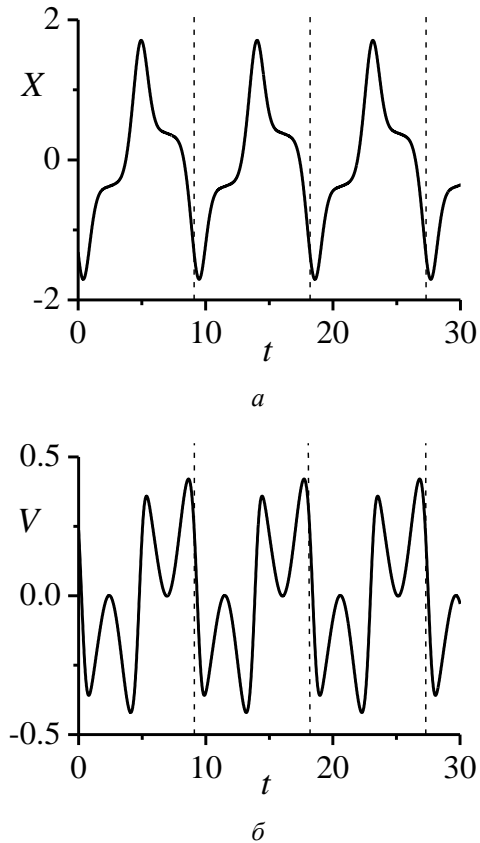
На рис. 2 представлена карта режимов электроконвекции на плоскости «период колебаний поля  $1/\nu$  – электрический параметр  $e$ », которая получена с помощью анализа эволюции системы из начального состояния, для которого выбирались малые (меньше  $10^{-10}$ ) амплитуды пространственных мод (6). В области I наблюдается равновесие, все возмущения затухают, и тепло передается теплопроводным механизмом, а число Нуссельта равняется единице ( $Nu = 1$ ). На границе областей I–II возникают электроконвективные регулярные колебания ( $Nu > 1$ ), представляющие собой синхронный отклик системы на внешнее воздействие. По мере удаления от границы устойчивости, благодаря нелинейному взаимодействию полей скорости и температуры, скорости и плотности заряда, квадратичной нелинейности в уравнениях (5), свойства режимов изменяются. В области III наблюдаются хаотические колебательные режимы.

Рассмотрим подробно поведение системы при частоте внешнего электрического поля  $\nu = 0.11$  ( $1/\nu = 9.1$ , штриховая линия на рис. 2). Отметим, что эта частота является собственной частотой электроконвективных колебаний слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле [9]. На рис. 3 представлен график зависимости безразмерного теплопотока (числа Нуссельта) от электрического параметра. В точке потери устойчивости (рис. 3,  $e = 12.39$ ) возникают регулярные колебания.

На рис. 4 изображены зависимости амплитуд базисных функций для функции тока от времени в надкритической области ( $e = 18$ ). Видно, что колебания являются синхронными с периодом, равным периоду внешнего воздействия  $1/\nu = 9.1$ .

На рис. 5 приведены изолинии функции тока в различные моменты периода внешнего поля при частоте  $\nu = 0.11$  и электрическом параметре  $e = 18$ . Для данного колебательного режима характерно конвективное течение, состоящее из двух вихрей. В некоторый начальный момент времени жидкость притягивается к нижней стенке (рис. 5, а). Через четверть периода внешнего поля центр конвективных валов смещается в середину ячейки (рис. 5, б). Этот момент времени соответствует нулевому значению внешнего электрического поля. На половине периода жидкость снова прижата к нижней границе, но направление вращения конвективных валов поменялось на противоположное (Рис. 5, в). На последней четверти временного интервала ситуация такая же, что и пол периода назад, с точностью до направления вращения валов (Рис. 5, г). Отметим, что через половину периода функция тока остается такой же по модулю, но меняет знак на противоположный, т.е. имеет нулевое среднее значение на периоде внешнего воздействия. Таким образом, этот колеба-

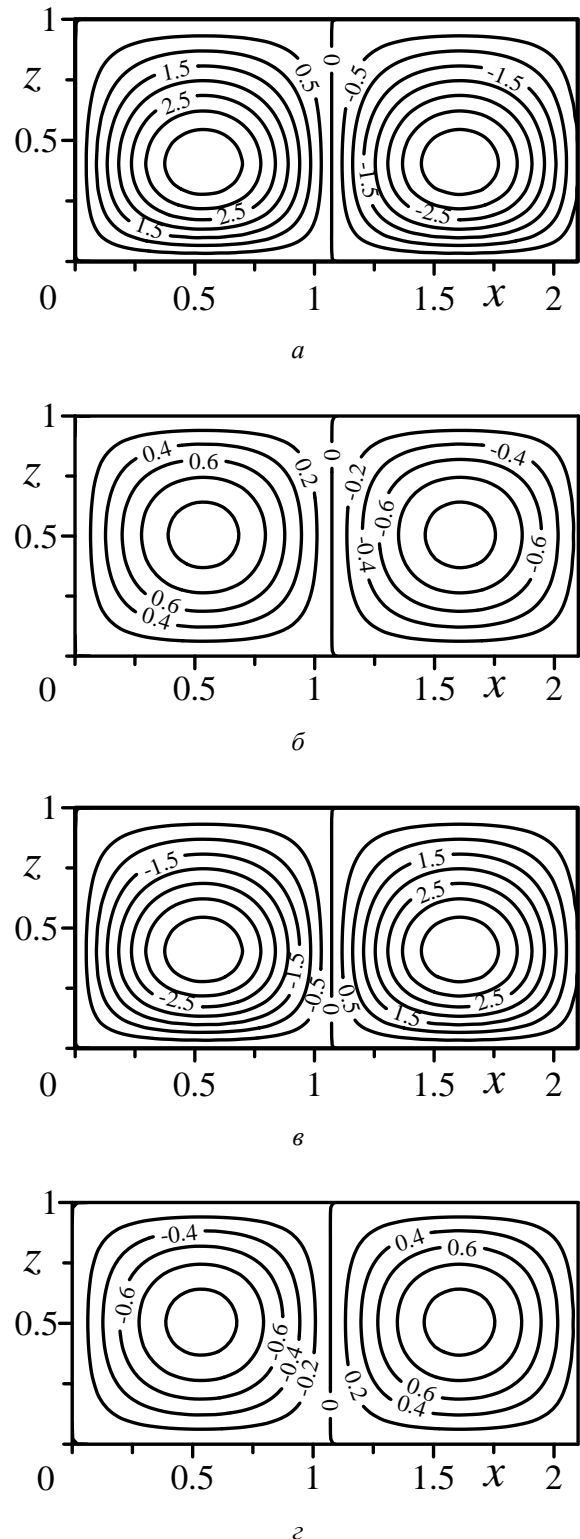
тельный режим характеризуется отсутствием средних течений. Отметим, что благодаря инерции, колебания жидкости с изменением направления вращения конвективных вихрей запаздывают по фазе по отношению к колебаниям внешнего поля.



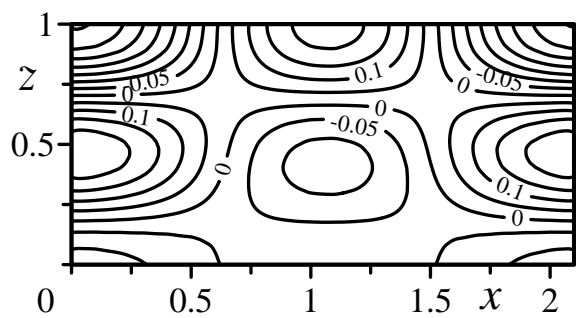
**Рис. 4.** График зависимости амплитуд функции тока от времени при  $\nu=0.11$  ( $1/\nu=9.1$ ),  $\epsilon=18$ : а – первая гармоника, б – вторая гармоника

На рис. 6 представлены изолинии для возмущений плотности заряда при  $\nu=0.11$ ,  $\epsilon=18$  в те же моменты времени, что изолинии на рис. 5. В точке, соответствующей  $1/(4\nu)$  и  $3/(4\nu)$  (рис. 6, б, г), можно наблюдать практически горизонтальные линии. Это объясняется тем, что основной вклад вносит амплитуда  $U$  третьей гармоники (4), оставляя зависимость только от поперечной координаты  $z$ . Влияние амплитуды  $S$  первой гармоники незначительно: у верхней и нижней границ изолинии слегка изогнуты, в середине ячейки присутствуют две замкнутые изолинии.

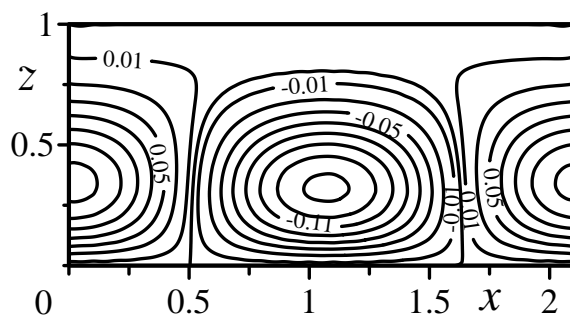
Изолинии для возмущений температуры  $\nu=0.11$ ,  $\epsilon=18$  изображены на рис. 7.



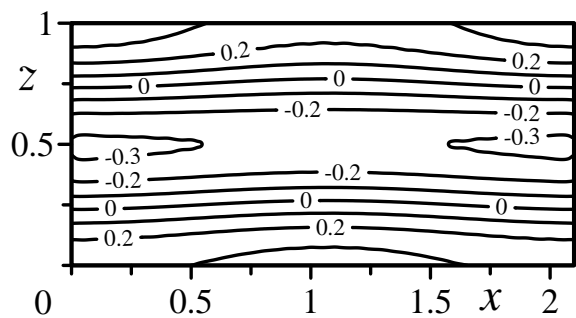
**Рис. 5.** Изолинии функции тока при  $\nu=0.11$ ,  $\epsilon=18$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$



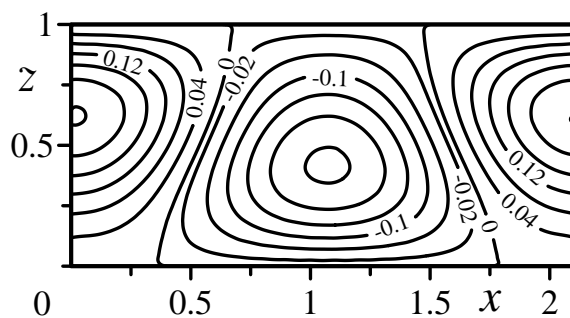
a



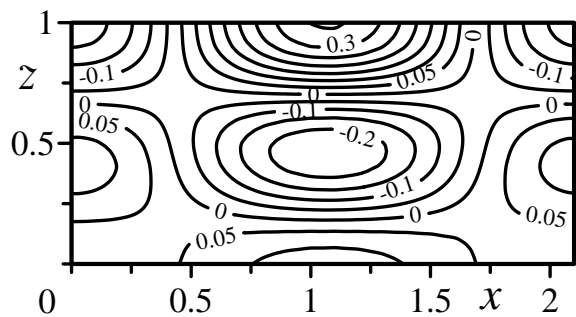
a



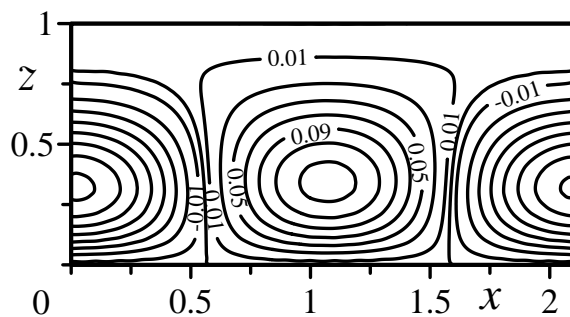
б



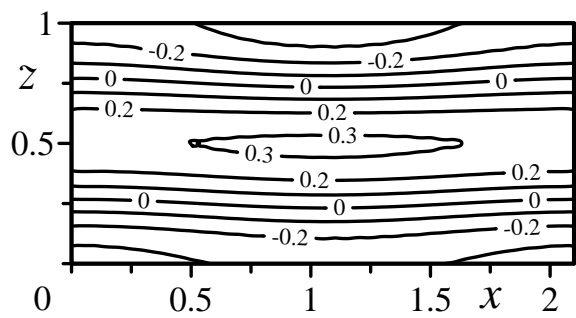
б



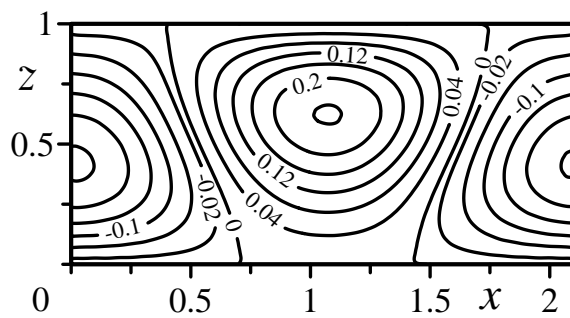
в



в



г



г

**Рис. 6.** Изолинии возмущений плотности заряда при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 18$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$

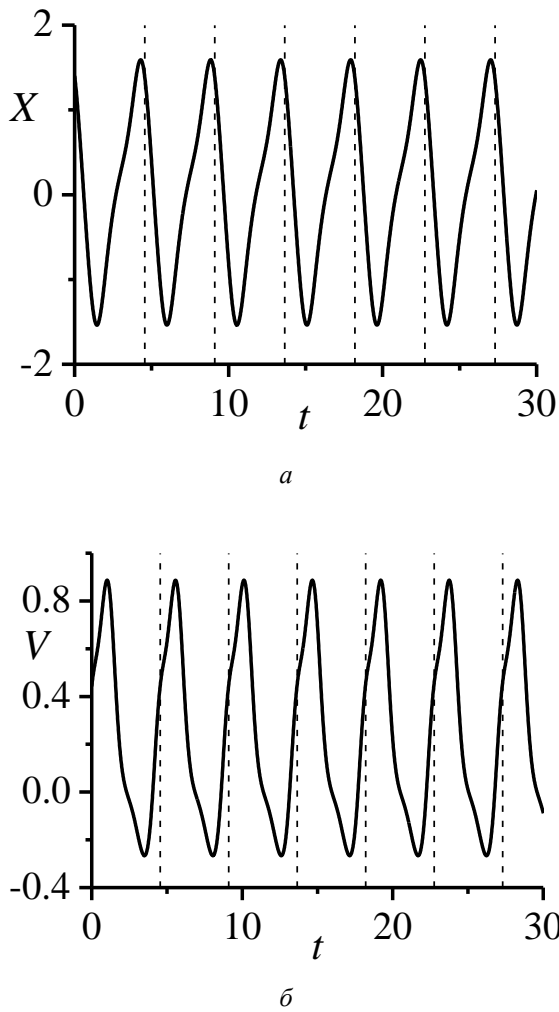
**Рис. 7.** Изолинии возмущений температуры при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 18$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$

Анализируя полученные выше результаты, можно сделать вывод, что данный тип колебаний отличается нулевыми средними течениями и ненулевым средним зарядом.

При достижении электрическим параметром значения  $\epsilon = 21.9$  (рис. 3) изменяются тип колебательного режима и характер теплопереноса через

конвективную ячейку. Для наступивших возмущений временная эволюция амплитуд гармоник функции тока представлена на рис. 8.

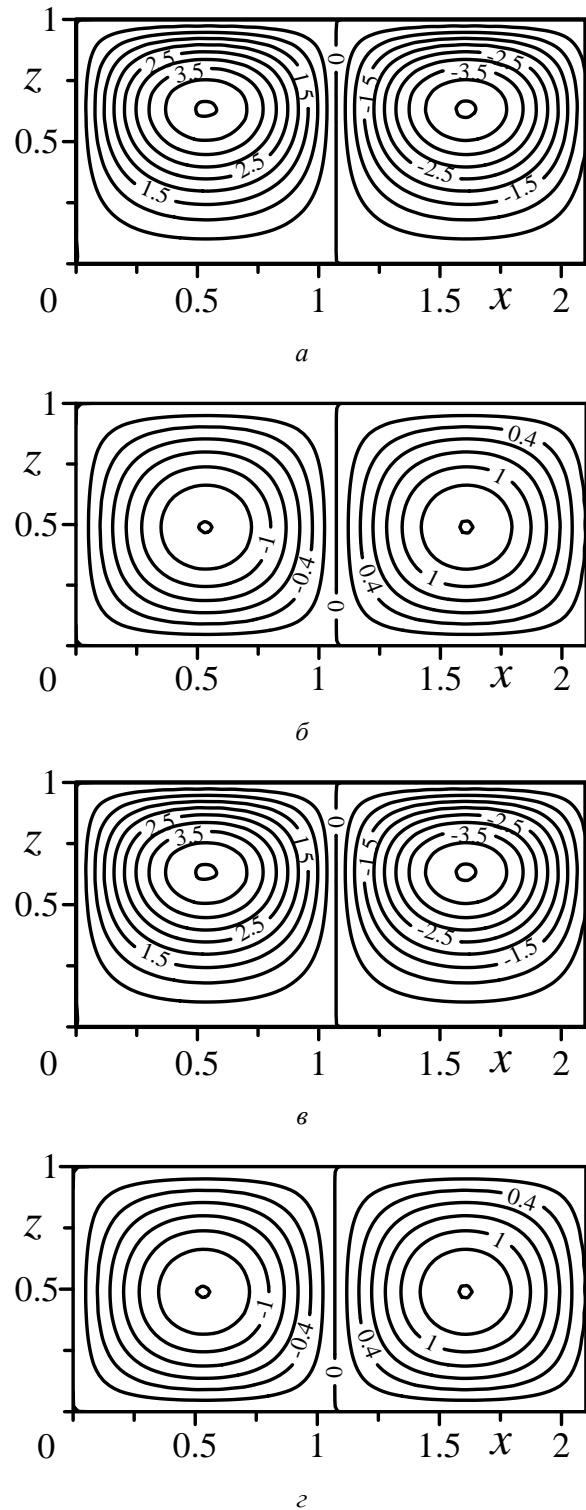
Отклик системы по-прежнему является синхронным, но с периодом вдвое меньшим, чем период внешнего воздействия  $1/\nu = 9.1$ .



**Рис. 8.** График зависимости амплитуд гармоник функции тока от времени при  $1/\nu = 9.1$  ( $\nu = 0.11$ ),  $e = 23$ : а – первая гармоника, б – вторая гармоника

Из рис. 9 для изолиний функции тока при частоте  $\nu = 0.11$  и электрическом параметре  $e = 23$  видно, что в начальный момент времени жидкость прижата к верхней границе, как и полпериода спустя (рис. 9, а, в). В моменты времени, соответствующие  $1/(4\nu)$  и  $3/(4\nu)$ , когда внешнее поле принимает нулевое значение, центры конвективных валов перемещаются в середину ячейки (рис. 9, б, г). Можно видеть, что среднее значение за период функции тока не равно нулю, т.е. данному колебательному режиму свойственны ненулевые средние течения.

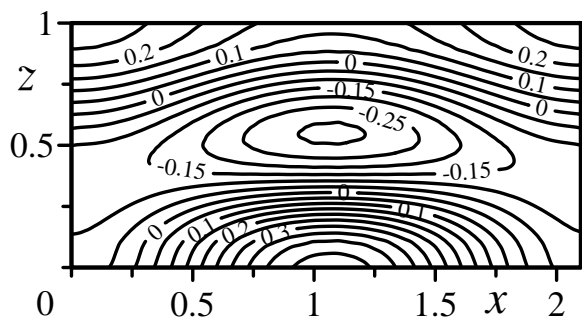
На рис. 10 представлены изолинии для возмущений плотности заряда при  $\nu = 0.11$ ,  $e = 23$ . В отличие от предыдущего случая ( $e = 18$ ) ни в один из приведенных моментов времени амплитуда третьей гармоники (4) не играет решающей роли: везде присутствует сильная зависимость от продольной координаты.



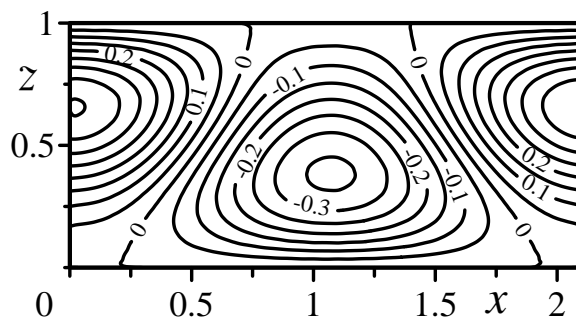
**Рис. 9.** Изолинии функции тока при  $\nu = 0.11$ ,  $e = 23$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$

Подчеркнем, что через половину периода возмущения плотности заряда имеют одинаковые абсолютные значения, но противоположны по знаку. Таким образом, рассмотренный тип течений отличается нулевым средним зарядом.

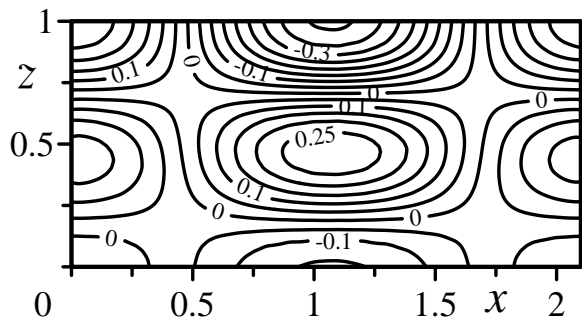




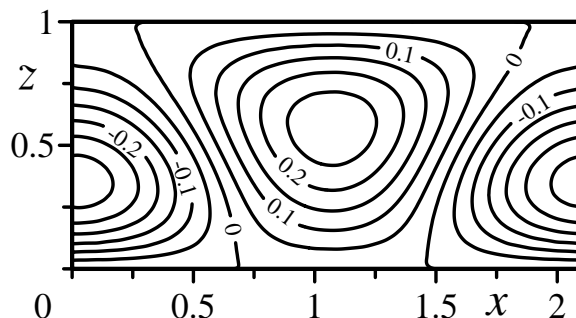
a



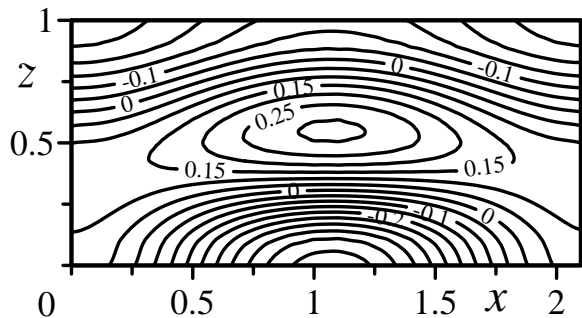
a



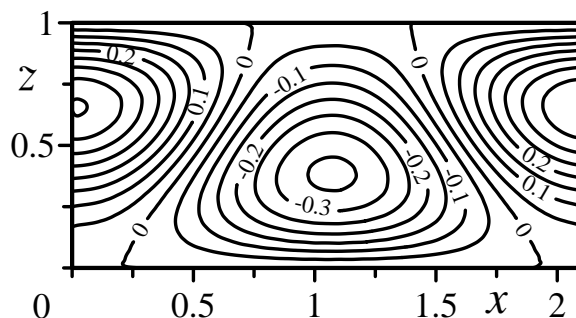
б



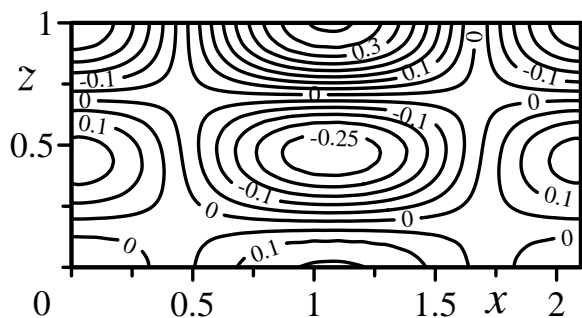
б



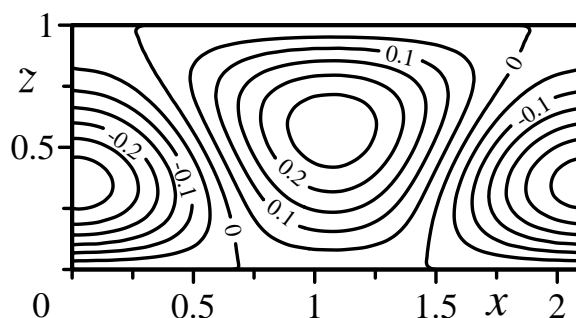
в



в



г



г

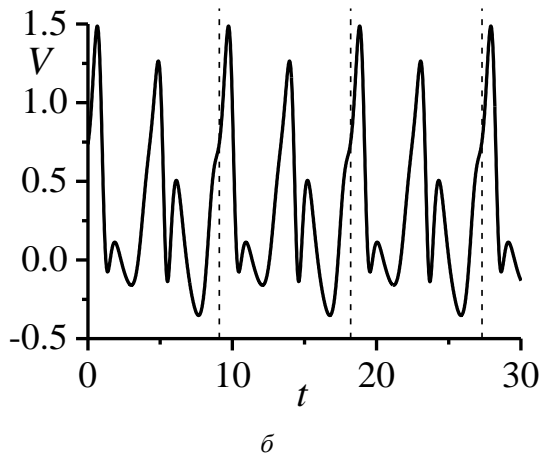
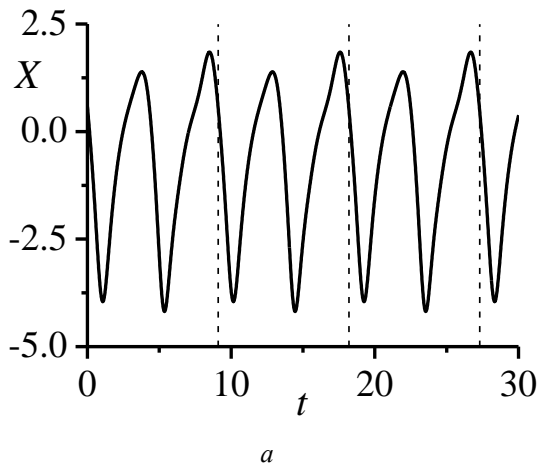
Рис. 10. Изолинии возмущений плотности заряда при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 23$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$

Рис. 11. Изолинии возмущений температуры при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 23$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$

Изолинии для возмущений температуры  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 23$  изображены на рис. 11. Обобщая написанное выше, подчеркнем, что второй тип колебаний характеризуется ненулевыми средними течениями и нулевым средним зарядом.

При  $\epsilon = 24.7$  (рис. 3) электроконвективная система выходит на новый колебательный режим с большим теплотокком. Для него график амплитуд гармоник функции тока от времени изображен на рис. 12. Несмотря на то, что временная зависи-

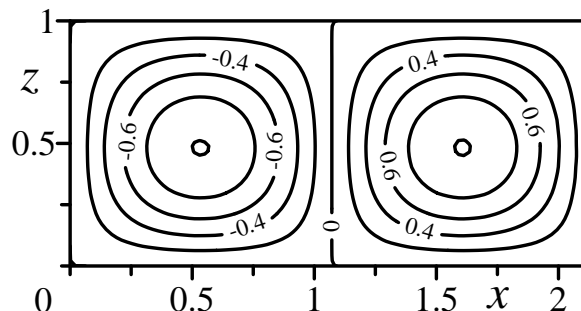
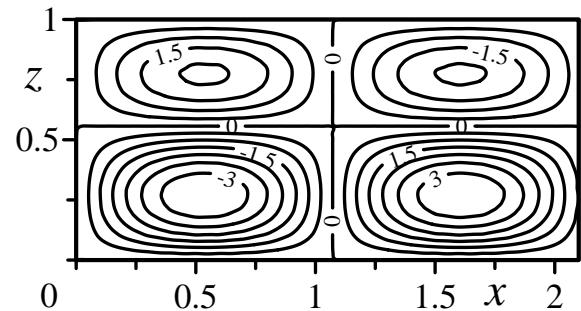
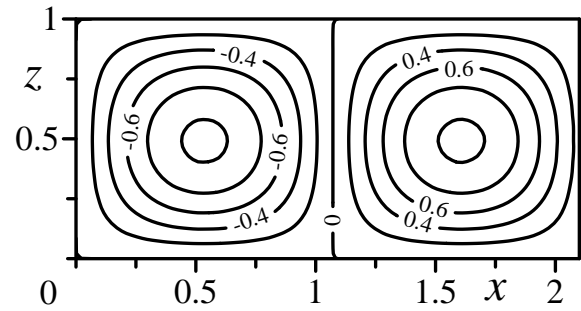
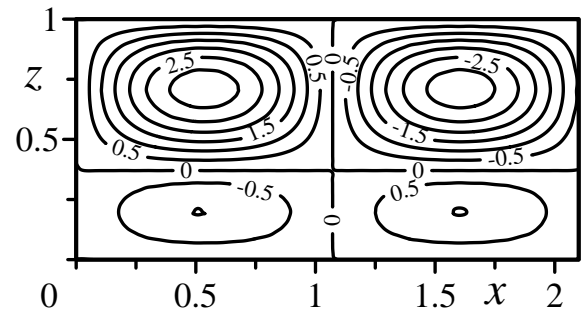
мость  $X$  и  $V$  более сложная, чем на рис. 4 и 8, колебания являются синхронными с периодом, равным периоду внешнего воздействия  $1/\nu = 9.1$ .



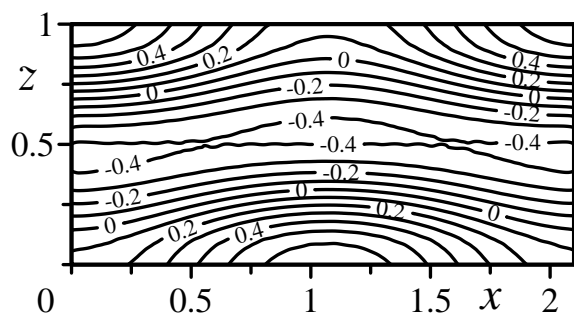
**Рис. 12.** График зависимости амплитуд гармоник функции тока от времени при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 25$ : а – первая гармоника, б – вторая гармоника

Изолинии функции тока при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 25$  приведены на рис. 13. Так как с увеличением надкритичности происходит усиление нелинейных эффектов, то изолинии отличаются более сложной структурой, чем при меньших значениях электрического параметра  $\epsilon$ .

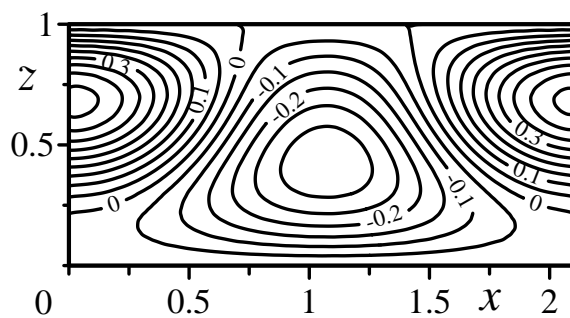
На рис. 14 и 15 изображены изолинии возмущений плотности заряда и температуры при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 25$ .



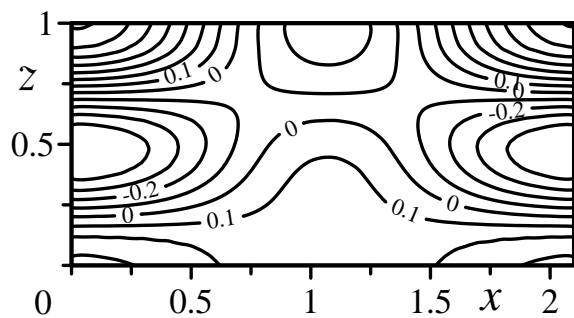
**Рис. 13.** Изолинии функции тока при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 25$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$



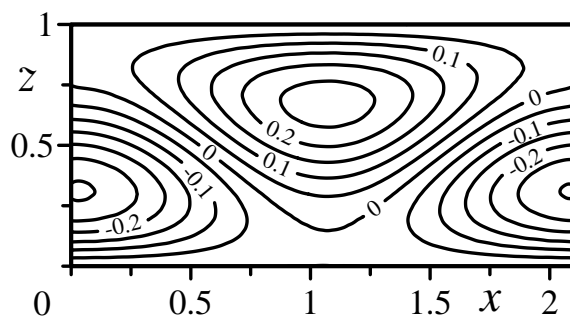
a



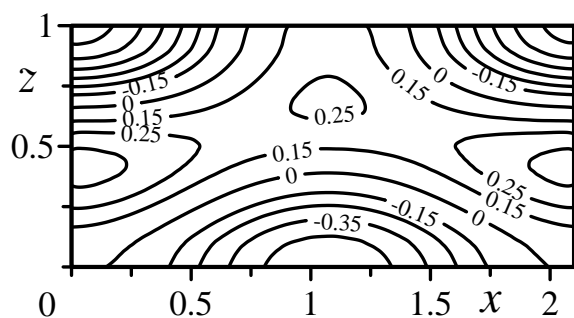
a



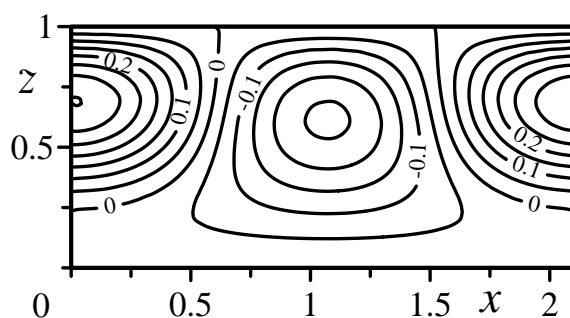
б



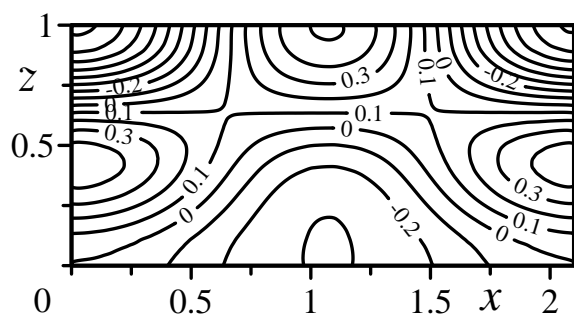
б



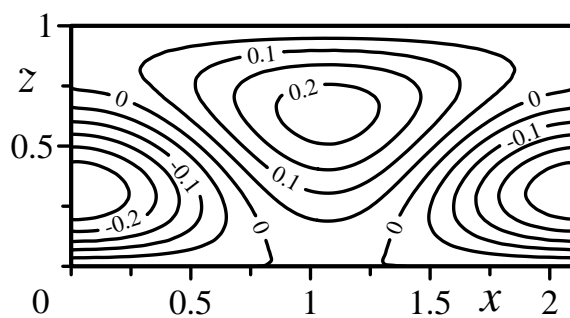
в



в



г



г

**Рис. 14.** Изолинии возмущений плотности заряда при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 25$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$

**Рис. 15.** Изолинии возмущений температуры при  $\nu = 0.11$ ,  $\epsilon = 25$  с шагом по времени  $1/(4\nu)$

Отметим, что последнему типу колебаний свойственны ненулевые средние течения и ненулевой средний заряд.

Дальнейший рост амплитуды поля вызывает каскад удвоений периода колебаний, и система

выходит на хаотический режим движения при  $\epsilon = 25.9$  (рис. 3, точка А).

При уменьшении электрического параметра  $\epsilon$  имеет место явление гистерезиса (рис. 3, штриховая линия), представляющего собой одновремен-

ное сосуществование различных типов синхронных колебаний в зависимости от начальных условий.

#### 4. Заключение

На основе маломодовой модели электроконвекции проведено численное моделирование поведения слабопроводящей жидкости, соответствующей таким реальным средам, как трансформаторное и конденсаторное масла. Учитывался только электрокондуктивный механизм зарядообразования. Построена карта режимов электроконвекции на плоскости «период колебаний поля – электрический параметр». При частоте внешнего воздействия  $\nu = 0.11$ , являющейся собственной частотой системы в постоянном электрическом поле, подробно исследовано поведение жидкости. Проведен анализ интенсивности теплопереноса через конденсатор на основе расчета усреднённого по времени безразмерного теплопотока на границе слабопроводящей среды. Определено, что неустойчивость наступает колебательным образом с возникновением синхронных режимов. При увеличении амплитуды колебаний внешнего электрического поля свойства режимов меняются, изменяется структура течений. Выделено три класса периодических колебаний на основе анализа поведения функции тока и возмущений плотности заряда. Дальнейший рост степени надкритичности приводит к появлению хаотического колебаний. В системе обнаружено явление гистерезиса: одновременное сосуществование различных типов синхронных возмущений.

Отметим, что если устремить частоту внешнего поля к нулю (случай постоянного электрического поля), то неустойчивость также появляется колебательным образом, и при дальнейшем увеличении амплитуды поля колебания сменяются монотонными режимами [9].

#### Список литературы

1. Болога М. К., Гросу Ф. П., Кожухарь И. А. Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
2. Стишков Ю. К., Остапенко А. А. Электродинамические течения в жидких диэлектриках. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1989. 176 с.
3. Жакин А. И. Электродинамика // Успехи физических наук. 2012. Т. 182. № 5. С. 495–520. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495
4. Саранин В. А. Устойчивость равновесия, зарядка, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 332 с.

5. Косвинцев С. Р. Экспериментальное изучение электроконвекции в плоском слое неоднородно нагретых слабопроводящих жидкостей // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 1994. № 2. С. 128–140.
6. Жданов С. А., Косвинцев С. Р., Макарихин И. Ю. Влияние электрического поля на устойчивость термогравитационного течения в вертикальном конденсаторе // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2000. Т. 117. № 2. С. 398–406.
7. Герцуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
8. Ильин В. А., Пономарева Л. А. Электроконвекция слабопроводящей жидкости в высокочастотном электрическом поле // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2013. № 3 (25). С. 28–36.
9. Ильин В. А. Электроконвекция слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле // Журнал технической физики. 2013. Т. 83. № 1. С. 64–73. DOI: 10.1134/S106378421301009X
10. Gross M. J., Porter J. E. Electrically induced convection in dielectric liquids // Nature. 1966. V. 212, N. 5068. P. 1343–1345. DOI: 10.1038/2121343a0
11. Kosvintsev S. R., Smorodin B. L., Zhdanov S. A., Makarikhin I. Yu. Electro-convective stability in a horizontal capacitor // Proceedings of International Conference «Modern Problems of Electrophysics and Electrohydrodynamics of Liquids» (MPEEL). St. Petersburg, 2000. P. 79–82.
12. Ильин В. А., Смородин Б. Л. Нелинейные режимы конвекции слабопроводящей жидкости // Письма в Журнал технической физики. 2007. Т. 33. Вып. 8. С. 81–87. DOI: 10.1134/S1063785007040256

#### References

1. Bologa M. K., Grosu F. P., Kozuhar' I. A. *Elektrokonveksiya i teploobmen* [Electroconvection and heat transfer]. Kishinev: Shtiintsa, 1977. 320 p. (In Russian).
2. Stishkov YU. K., Ostapenko A. A. *Ehlektrohidrodinamicheskie techeniya v zhidkih dielektrikah* (Electrohydrodynamic flows in liquid dielectrics) Izdatel'stvo Leningradskogo universiteta, 1989. 176 p (In Russian).
3. Zhakin A. I. Electrohydrodynamics. *Physics-Uspkhi*, 2012, vol. 55, no. 5, pp. 465–488. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495
4. Saranin V. A. *Ustojchivost' ravnovesiya, zaryadka, konveksiya i vzaimodejstvie zhidkih mass v ehlektricheskikh polyah* (Stability of equilibrium, charge,

- convection and interaction of liquid mass in electric fields). M. Izhevsk: NIC «Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika», 2009. 332 p (In Russian).
5. Kosvincev S. R. *Ehksperimental'noe izuchenie ehlektrokonvekcii v ploskom sloe neodnorodno nagretyh slaboprovodyashchih zhidkостей* (Experimental study electroconvection in a flat layer of inhomogeneously heated poorly conducting liquid) // *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 1994, no. 2, pp. 128–140 (In Russian).
  6. Zhdanov S. A., Kosvintsev S. R., Makarikhin I. Yu. Influence of an electric field on the stability of thermogravitational flow in a vertical capacitor. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2000, vol. 90, no 2, pp. 352–359.
  7. Gershuni G. Z., Zhukhovitskii E. M. *Convective stability of incompressible fluids*. Jerusalem, Israel: Keter Publishing House, 1976, 330 p.
  8. Ilin V. A., Ponomareva L. A. Electroconvection of low-conducting liquid in high-frequency electric field. // *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 2013, no. 3 (25), pp. 28–36 (In Russian).
  9. Ilin V. A. Electroconvection of a poorly conducting fluid in a steady electric field. *Technical Physics*, 2013, vol. 58, no 1, pp. 60–69. DOI: 10.1134/S106378421301009X
  10. Gross M. J., Porter J. E. Electrically induced convection in dielectric liquids. *Nature*, 1966, vol. 212, pp. 1343–1345. DOI: 10.1038/2121343a0
  11. Kosvintsev S. R., Smorodin B. L., Zhdanov S. A., Makarikhin I. Yu. Electro-convective stability in a horizontal capacitor. *Proceedings of International Conference «Modern Problems of Electrophysics and Electrohydrodynamics of Liquids» (MPEEL)*. St. Petersburg, 2000, pp. 79–82.
  12. Il'in V. A., Smorodin B. L. Nonlinear regimes of electroconvection in a low-conducting liquid. *Technical Physics Letters*, 2007, vol. 33, no 4, pp. 355–357. DOI: 10.1134/S1063785007040256

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Картавых Н. Н. Движение слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе при нагреве снизу // Вестник Пермского университета. Физика. 2017. № 1 (35). С. 41–53.  
doi: 10.17072/1994-3598-2017-1-41-53

**Please cite this article in English as:**

Kartavykh N. N. Poorly conducting fluid motion in a horizontal capacitor at a heating from below. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2017, no. 1 (35), pp. 41–52. doi: 10.17072/1994-3598-2017-1-41-53