

## Устойчивость однородной нестационарной диффузии ПАВ через плоскую границу раздела жидкостей

**Р. В. Бирих**

Институт механики сплошных сред УрО РАН  
614013, Пермь, ул. Академика Королёва, 1  
email: rbirikh@mail.ru

В двумерной постановке рассматривается нестационарный перенос через границу раздела двух жидкостей поверхностно активного вещества, растворимого в обеих жидкостях. Предполагается, что на границе двух жидкостей формируется поверхностная фаза и перенос вещества осуществляется за счет адсорбционного и десорбционного процессов. В начальный момент все поверхностно активное вещество распределено в «капле», расположенной в одном из концов прямоугольного канала. Методом конечных разностей исследуется нестационарный процесс диффузии в условиях невесомости. Общее уравнение баланса вещества на границе поверхностной фазы и объемных фаз упрощается в приближении диффузионной кинетики. В «капле» вблизи поверхностной фазы на трех узлах сетки по нормали к границе предполагается линейное изменение концентрации ПАВ, а в канале предполагается равновесие между процессами адсорбции и десорбции, и граничное значение объемной концентрации определяется по значению поверхностной концентрации. Обнаружено, что при достаточно больших значениях числа Марангони в некоторый момент времени однородная диффузия теряет устойчивость и возникает конвекция. Для нескольких значений числа Марангони приведена зависимость максимального значения функции тока от времени. Наблюдалось несколько максимумов интенсивности конвекции. С течением времени менялась структура конвективного движения. Исследована зависимость конвективного движения от отношения коэффициентов адсорбции для жидкостей в «капле» и канале. Если коэффициент адсорбции в «капле» больше этого коэффициента для жидкости в канале, то движение возникает в виде четырех вихревой структуры в каждой области, которое с течением времени перестраивается в одновихревое течение. Если имеет место обратное отношение этих коэффициентов, то четырехвихревое течение перестраивается в двухвихревое в каждой области. Проведен расчет процесса диффузии в системе, в которой перенос вещества через границу раздела жидкостей происходит диффузионным путем без формирования поверхностной фазы. Конвекция Марангони возникает при меньших временах и с заметно большей интенсивностью. Возникающее мелко масштабное четырехвихревое движение через стадию двухвихревого достаточно быстро переходит в крупномасштабное одновихревое движение.

**Ключевые слова:** поверхностно активное вещество; поверхностная фаза; нестационарная диффузия; конвекция Марангони; конечно-разностный метод

*Поступила в редакцию 18.04.2016; принята к опубликованию 29.04.2016*

# Stability of homogeneous non-stationary surfactant diffusion through a flat interface between liquids

R. V. Birikh

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS  
614013, Acad. Korolev Str. 1, Perm, Russia  
email: rbirikh@mail.ru

A non-stationary transfer of a surfactant across the interface between two liquids, in both of which the surfactant is soluble, is considered in the two-dimensional formulation. It is assumed that at the interface, two liquids form a surface phase, and the transfer of the substance is carried out by the adsorption and desorption processes. At the initial time all surface-active substance is distributed in a “droplet”, located at one end of a rectangular channel. The finite difference method is employed to investigate unsteady diffusion in microgravity conditions. The general equations of material balance at the boundary of surface phase and bulk phase were simplified in approximation of diffusion kinetics. In the “droplet” near the surface phase, linear variation of the concentration of surfactant is assumed on the three grid points in the direction normal to the boundary. In the channel, an equilibrium between the adsorption and desorption processes is assumed, and the bulk concentration at the boundary is determined by the value of the surface concentration. It was found that for sufficiently large values of the Marangoni number, convection occurs at some point in time. For several values of the Marangoni number, the maximum value of stream function is shown as a function of time. Several maxima of the convection intensity were observed. The structure of the convective motion was changing with time. The dependence of the convective motion on the ratio of absorption coefficients of the fluids in the “droplet” and the channel was investigated. If the adsorption coefficient in the “droplet” is higher than in the channel, the motion occurs in the form of four vortex structures in each region, which is over time restructuring into a one-vortex flow. If relationship of these coefficients is inverse, the four-vortex flow is reconstructed into two vortexes in each area. Besides, a calculation of the diffusion process in a system, where the surfactant transfer through the liquid interface occurs without forming the surface phase. In this case, Marangoni convection occurs at shorter times and with considerably greater intensity. The initial small-scale four-vortex motion, transfers through the two-vortex stage into one large-scale vortex motion.

**Keywords:** surfactants; surface phase; unsteady diffusion; Marangoni convection; finite difference method

*Received 18.04.2016; accepted 29.04.2016*

doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-64-70

## 1. Введение

Диффузия растворенного вещества через границу раздела двух несмешивающихся жидкостей была частым предметом исследования в последние десятилетия. Это связано с тем, что устойчивость этого процесса представляет не только теоретический интерес в рамках общей теории устойчивости систем, но и практический для технологических процессов. При однородной диффузии растворенного вещества вследствие неустойчивости диффузионного потока может возникнуть градиент поверхностного натяжения границы раздела жидкостей и как следствие конвекция Марангони, приводящая к существенному изменению процесса массопереноса. Первое теоретическое исследование этой проблемы было выполнено в работе [1]

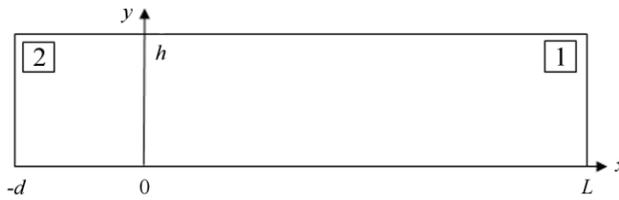
для двух полубесконечных слоев с заданными градиентами концентрации, разделенных плоской поверхностью. Линейный анализ устойчивости этой системы при переносе поверхностно активного вещества (ПАВ) через границу раздела жидкостей с учетом адсорбционно-десорбционного механизма был продолжен в [2–4]. Возникновение движения капли вследствие неустойчивости диффузии тепла или поверхностно-активного вещества в однородную окружающую среду было теоретически показано в [5, 6].

В настоящей работе исследуется возникновение конвекции Марангони при нестационарной диффузии через плоскую границу раздела двух несмешивающихся жидкостей ПАВ, растворимого в обеих жидкостях. В рассматриваемой модели перенос вещества через границу раздела жидкостей осуществляется адсорбционно-десорбционным меха-

низмом с формированием поверхностной фазы. Для сравнения исследована конвективная неустойчивость системы в случае, когда перенос растворенного вещества через границу осуществляется чисто диффузионным процессом.

## 2. Математическая модель

Рассмотрим в двумерной постановке задачу о концентрационной конвекции в плоском канале, заполненном однородной жидкостью. На одном из концов канала помещается нерастворимая в основной жидкости большая капля другой жидкости, которая полностью перекрывает канал и в которой содержится ПАВ. Для простоты численной модели предполагается, что граница между жидкостью в канале и каплей плоская. Геометрия области показана на рис. 1.



**Рис. 1.** Геометрия области: 1 – канал ( $L$  и  $h$  – длина и высота канала соответственно), 2 – капля ( $d$  – ширина капли)

В отсутствие силы тяжести полная система безразмерных уравнений свободной конвекции в терминах функции тока  $\psi$ , вихря  $\varphi$  и концентрации  $c$  имеет вид [6]

$$\frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial \psi^{(i)}}{\partial y} \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial x} - \frac{\partial \psi^{(i)}}{\partial x} \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial y} = \nu_i \Delta \varphi^{(i)}, \quad (2.1)$$

$$\Delta \psi^{(i)} = -\varphi^{(i)},$$

$$\frac{\partial c^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial \psi^{(i)}}{\partial y} \frac{\partial c^{(i)}}{\partial x} - \frac{\partial \psi^{(i)}}{\partial x} \frac{\partial c^{(i)}}{\partial y} = D_i \text{Sc}^{-1} \Delta c^{(i)},$$

$$i = 1, 2, \quad (2.2)$$

$$\text{Sc} = \nu^{(1)} / D^{(1)}, \quad \nu_1 = 1, \quad \nu_2 = \nu^{(2)} / \nu^{(1)},$$

$$D_1 = 1, \quad D_2 = D^{(2)} / D^{(1)}.$$

Здесь  $\text{Sc}$  – число Шмидта, определенное по параметрам жидкости в канале,  $\nu^{(i)}$  и  $D^{(i)}$  – коэффициенты кинематической вязкости и диффузии жидкостей соответственно. В качестве единиц измерения взяты: расстояние – поперечный размер канала  $h$ , время –  $h^2 / \nu^{(1)}$ , функция тока –  $\nu^{(1)}$ , концентрация – максимальное значение концентрации ПАВ в начальном состоянии  $C_0$ , поверхностная концентрация  $\Gamma - C_0 h$ .

Переход вещества из одной области в другую осуществляется через межфазную границу, которая рассматривается как самостоятельная поверхностная фаза, за счет явления адсорбции – выноса молекул ПАВ из объемной фазы на межфазную

границу и обратного ему явления десорбции. Количество ПАВ на межфазной границе характеризуется поверхностной концентрацией  $\Gamma$ , изменение которой со временем в каждой точке границы описывается законом сохранения вещества, которое может быть записан в виде [4]

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (v_y \Gamma) = D_s \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial y^2} + k_a^{(1)} c^{(1)} + k_a^{(2)} c^{(2)} - (k_d^{(1)} + k_d^{(2)}) \Gamma. \quad (2.3)$$

Здесь  $D_s$  – коэффициент поверхностной диффузии ПАВ,  $k_a^{(i)}$  и  $k_d^{(i)}$  – коэффициенты адсорбции и десорбции на границах соответствующих фаз (для размерных величин использованы те же обозначения, как для безразмерных). В уравнении (2.3) второе слагаемое в левой части описывает конвективный перенос ПАВ вдоль поверхностной фазы, первое слагаемое в правой части – поверхностную диффузию ПАВ. Следующие два слагаемых дают адсорбционный поток вещества из объемных фаз в поверхностную фазу и последнее слагаемое – обратный десорбционный поток. Все коэффициенты уравнения считаются постоянными.

Поверхностное натяжение межфазной границы  $\sigma$  зависит от концентрации на ней поверхностно активного вещества  $\Gamma$ :  $\sigma = \sigma_0 - \sigma_1 \Gamma$ . На межфазной границе должно выполняться условие непрерывности скоростей и напряжений. Предполагая, что граница остается плоской, и пренебрегая поверхностной вязкостью, эти условия можно записать в виде

$$x = 0: \quad v_x^{(1)} = v_x^{(2)} = 0, \quad v_y^{(1)} = v_y^{(2)},$$

$$\eta^{(1)} \frac{\partial v_y^{(1)}}{\partial x} - \eta^{(2)} \frac{\partial v_y^{(2)}}{\partial x} = \sigma_1 \frac{\partial \Gamma}{\partial y}. \quad (2.4)$$

Здесь  $v_x^{(i)}, v_y^{(i)}$  и  $\eta^{(i)}$  – компоненты скорости и динамическая вязкость в  $i$  – фазе соответственно. Условия для потока вещества через поверхностную фазу запишем в виде [4]

$$\begin{aligned} -D^{(1)} \frac{\partial c^{(1)}}{\partial x} &= k_a^{(1)} c^{(1)} - k_d^{(1)} \Gamma, \\ D^{(2)} \frac{\partial c^{(2)}}{\partial x} &= k_a^{(2)} c^{(2)} - k_d^{(2)} \Gamma. \end{aligned} \quad (2.5)$$

На внешних твердых границах канала и капли поставим условие исчезновения обеих компонент скорости и непроницаемости для ПАВ:

$$x = -d, L: \quad v_x = 0, \quad v_y = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad (2.6)$$

$$y = 0, h: \quad v_x = 0, \quad v_y = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial y} = 0. \quad (2.7)$$

В начальный момент будем считать, что движение жидкости отсутствует и ПАВ равномерно распределен в капле (в области 2), т.е.

$$t = 0: \quad v_x = 0, \quad v_y = 0, \quad c^{(1)} = 0, \quad c^{(2)} = C_0. \quad (2.8)$$

Условия (2.3)–(2.8) запишем в безразмерном виде в переменных  $\psi, \varphi, c, \Gamma$ :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \Gamma \right) = Sc_s^{-1} \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial y^2} + Sc^{-1} [Ka_1 c^{(1)} + D_2 Ka_2 c^{(2)} - (Kd_1 + D_2 Kd_2) \Gamma], \quad (2.9)$$

$$x = 0: \quad \psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0, \quad \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial x},$$

$$\varphi^{(1)} - \eta_2 \varphi^{(2)} = Ma \cdot Sc^{-1} \frac{\partial \Gamma}{\partial y}, \quad (2.10)$$

$$-\frac{\partial c^{(1)}}{\partial x} = Ka_1 c^{(1)} - Kd_1 \Gamma, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial c^{(2)}}{\partial x} = Ka_2 c^{(2)} - Kd_2 \Gamma,$$

$$x = -1, L: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad (2.12)$$

$$y = 0, 1: \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial y} = 0, \quad (2.13)$$

$$t = 0: \quad \psi = 0, \quad \varphi = 0, \quad c^{(1)} = 0, \quad c^{(2)} = 1, \quad \Gamma = 0. \quad (2.14)$$

Здесь введены безразмерные параметры – число Марангони, поверхностное число Шмидта, безразмерные коэффициенты адсорбции и десорбции следующими соотношениями:

$$Ma = \sigma_1 C_0 h^2 / \eta^{(1)} D^{(1)}, \quad Sc_s = \nu^{(1)} / D_s,$$

$$Ka_i = k_a^{(i)} h / D^{(i)}, \quad Kd_i = k_d^{(i)} h^2 / D^{(i)}.$$

Уравнения (2.1), (2.2) вместе с условиями (2.9)–(2.14) полностью определяют функции  $\psi(x, y, t)$ ,  $\varphi(x, y, t)$  и  $c(x, y, t)$  во всей расчетной области.

Для обсуждения влияния поверхностной фазы был проведен расчет диффузии в отсутствие адсорбционно-десорбционного процесса. В этом случае уравнение (2.9) не требуется, в уравнении (2.10) поверхностную концентрацию  $\Gamma$  необходимо заменить на концентрацию  $c$  на границе раздела жидкостей и условия (2.11) заменить на

$$c^{(1)} = c^{(2)}, \quad \frac{\partial c^{(1)}}{\partial x} = D_2 \frac{\partial c^{(2)}}{\partial x}. \quad (2.15)$$

Требуется также переопределить число Марангони:

$$Ma_c = -\frac{d\sigma}{dc} \cdot \frac{C_0 h}{\eta^{(1)} D^{(1)}}.$$

В состоянии равновесия поверхностной фазы с объемной поток вещества к границе отсутствует и поверхностная концентрация  $\Gamma$  связана с объемной концентрацией  $c$  у поверхности соотношением  $k_a^{(i)} c = k_d^{(i)} \Gamma$ .

Отсюда

$$-\frac{d\sigma}{dc} = -\frac{d\sigma}{d\Gamma} \cdot \frac{d\Gamma}{dc} = \sigma_1 \cdot \frac{k_a^{(i)}}{k_d^{(i)}} = \sigma_1 \cdot \frac{Ka_i}{Kd_i} h$$

и

$$Ma_c = Ma \cdot \frac{Ka_1}{Kd_1}.$$

Поскольку отношение коэффициентов адсорбции и десорбции дает толщину гиббсового слоя, то значение  $Ma_c$  значительно меньше  $Ma$ .

### 3. Численная процедура

Поставленная нестационарная краевая задача решалась методом конечных разностей в двух областях на квадратных сетках  $80 \times 40$  (в области 1) и  $40 \times 40$  (в области 2) по неявной схеме Кранка-Николсона для уравнений с производной по времени; решение уравнения Пуассона для функции тока находилось методом последовательной верхней релаксации.

Практический интерес представляют системы, в которых число Шмидта имеет большое значение ( $Sc \sim 10^3$ ). В этом случае в объеме жидкости перенос ПАВ происходит в основном за счет конвективного движения. Обмен ПАВ между жидкостями осуществляется через поверхностную фазу адсорбционно-десорбционным механизмом. Поскольку характерные времена адсорбции и десорбции малы по сравнению с диффузионным временем, безразмерные коэффициенты  $Ka_i$  и  $Kd_i$  велики ( $\sim 10^2 - 10^3$ ). Это создает определенные трудности при численной реализации граничных условий (2.11) для уравнений (2.2), которые можно было бы преодолеть при использовании очень мелкой сетки по координате  $x$ . Учитывая, что равновесие между поверхностной фазой и близлежащими областями объемных фаз наступает достаточно быстро по сравнению с диффузионным временем, эти условия можно упростить. Будем считать, что в капле вблизи межфазной границы устанавливается линейное распределение концентрации, т.е. в разностной форме второе уравнение (2.11) запишем в виде

$$c_{0,i}^{(2)} = 2c_{1,i}^{(2)} - c_{2,i}^{(2)}. \quad (3.1)$$

В канале (область 1) у межфазной границы будем считать, что имеет место равновесие между процессами адсорбции и десорбции (диффузия медленная). Тогда первое условие в (2.11) можно заменить на

$$c_{0,i}^{(1)} = Kd_1 \cdot \Gamma_i / Ka_1. \quad (3.2)$$

Производная функции тока по нормальной координате исключалась из граничных условий разложением функции тока в ряд Тейлора до второго порядка по шагу сетки.

Начальное условие для концентрации ПАВ в области 2 было заменено в численном счете на более гладкое условие

$$t = 0: \quad c_{i,k}^{(2)} = 1 - \exp(-5 \cdot i / Im), \quad (3.3)$$

где  $Im$  – максимальный номер узла сетки по координате  $x$  в области 2. В этом условии на границе фаз ( $i = 0$ ) концентрация ПАВ обращается в нуль и не возникает проблемы в согласовании с начальным условием для  $\Gamma$ . Выбранный коэффициент в показателе экспоненты дает достаточно быстрый рост концентрации ПАВ при удалении от границы фаз.

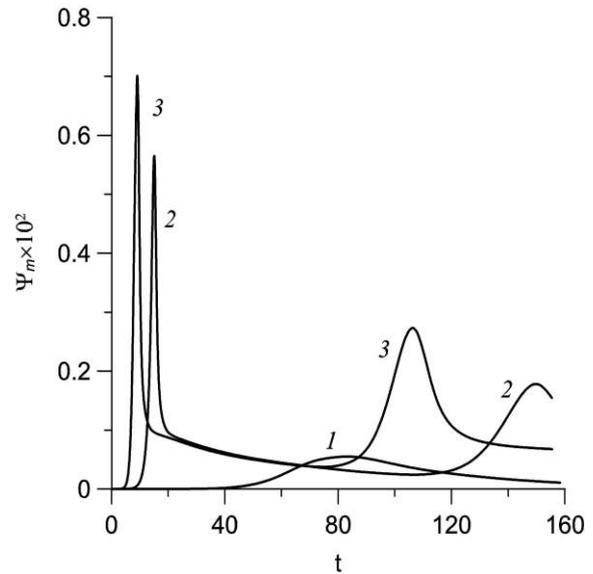
#### 4. Результаты численного эксперимента

В первом численном эксперименте предполагалось, что коэффициенты адсорбции и десорбции в капле больше, чем для жидкости в канале. Они принимались такими:  $Ka_1=100$ ,  $Ka_2=300$ ,  $Kd_1=2000$  и  $Kd_2=6000$ . Другие параметры имели значения  $Ma = 10^4 - 10^6$ ,  $Sc = 10^3$ ,  $Sc_s = 10^2$ ,  $D_2 = 1$ ,  $\eta_2 = 1$ . При значениях числа Марангони порядка  $10^4$  и меньше конвективного движения не возникало и в течение всего времени наблюдалась однородная диффузия ПАВ через границу раздела жидкостей. При больших значениях числа Марангони в некоторый момент времени однородная диффузия становилась неустойчивой и возникало конвективное течение тем раньше и интенсивнее, чем больше значение числа Марангони. Изменение интенсивности конвективного течения иллюстрирует рис. 2, на котором показана зависимость максимального значения функции тока от времени для трех значений числа Марангони.

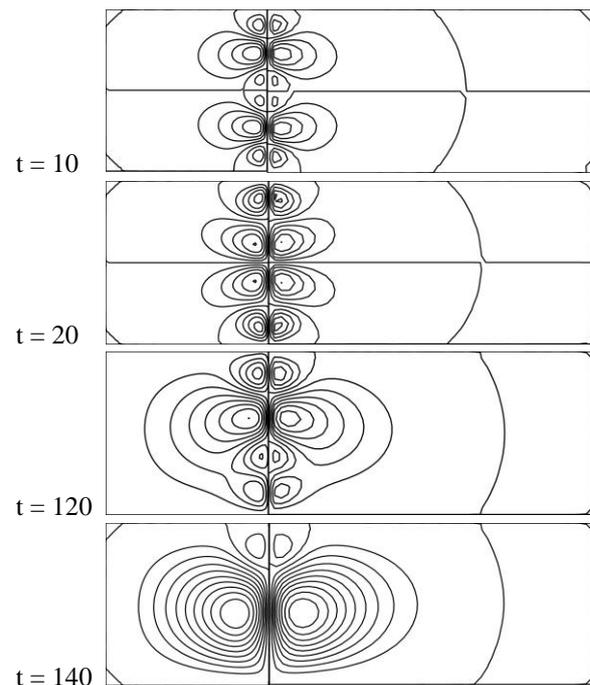
Изменение структуры движения жидкости с течением времени для  $Ma = 3 \cdot 10^5$  иллюстрирует рис. 3.

Во втором эксперименте коэффициенты адсорбции и десорбции принимались такими:  $Ka_1=300$ ,  $Ka_2=100$ ,  $Kd_1=6000$  и  $Kd_2=2000$ , остальные параметры имели прежние значения. В этом случае конвекция возникает несколько позже и заметно меньшей интенсивности. Зависимость максимального значения функции тока от времени показана на рис. 4.

Структура конвективного движения для этих значений коэффициентов адсорбции и десорбции показана на рис. 5.

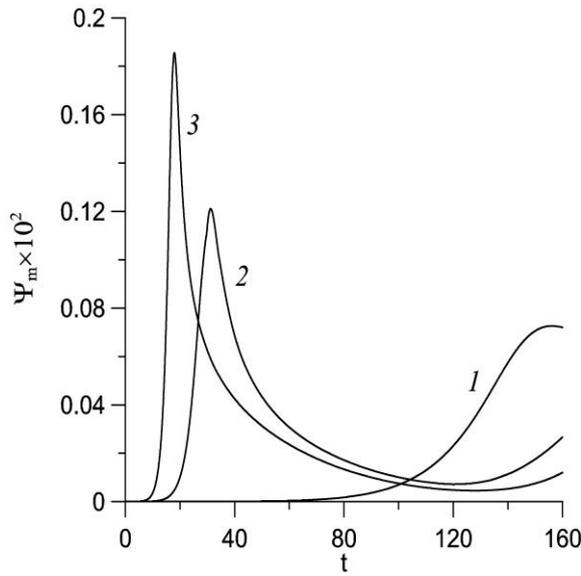


**Рис. 2.** Зависимость максимального значения функции тока от времени при  $Ka_1=100$ ,  $Ka_2=300$ ,  $Kd_1=2000$  и  $Kd_2=6000$  для  $Ma = 10^5$ ,  $3 \cdot 10^5$  и  $5 \cdot 10^5$  (кривые 1, 2 и 3 соответственно)

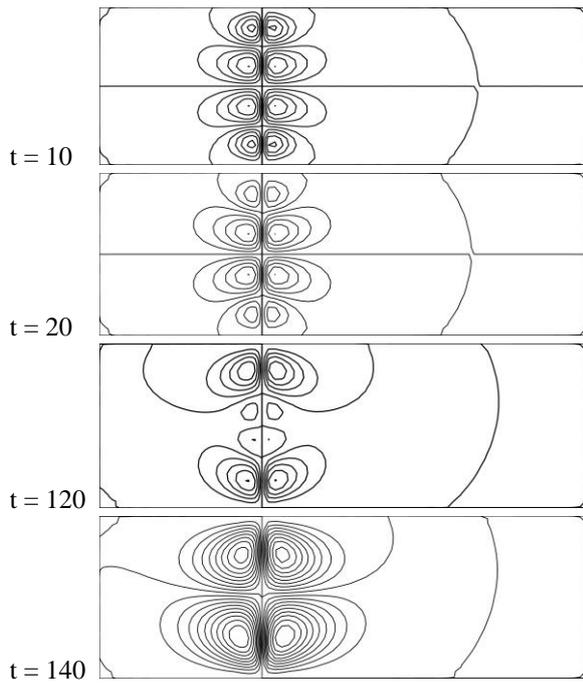


**Рис. 3.** Изолинии функции тока для различных моментов времени.  $Ka_1=100$ ,  $Ka_2=300$ ,  $Kd_1=2000$ ,  $Kd_2=6000$ ,  $Ma = 3 \cdot 10^5$

Движение возникает сразу в виде развитой четырехвихревой структуры в каждой жидкости. А при больших временах в отличие от первого соотношения коэффициентов сохраняется двухвихревая структура конвекции.



**Рис. 4.** Зависимость максимального значения функции тока от времени при  $Ka_1=300$ ,  $Ka_2=100$ ,  $Kd_1=6000$  и  $Kd_2=2000$  для  $Ma = 10^5$ ,  $3 \cdot 10^5$  и  $5 \cdot 10^5$  (кривые 1, 2 и 3 соответственно)



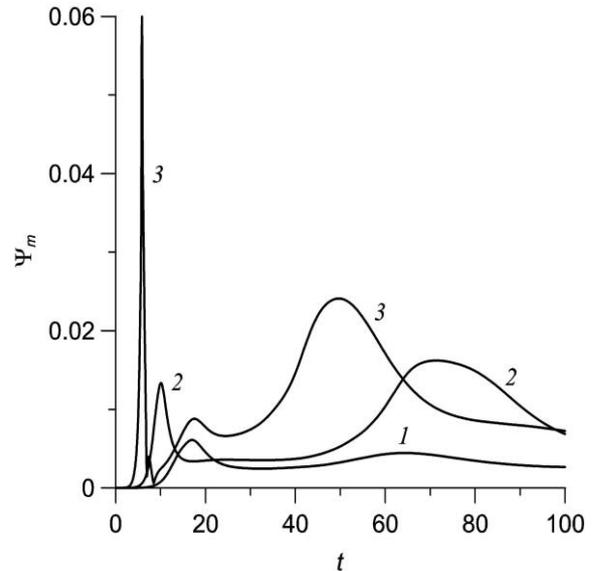
**Рис. 5.** Изолинии функции тока для различных моментов времени.  $Ka_1 = 300$ ,  $Ka_2 = 100$ ,  $Kd_1 = 6000$ ,  $Kd_2 = 2000$ ,  $Ma = 3 \cdot 10^5$

В третьем эксперименте рассмотрена система, в которой осуществляется перенос ПАВ через границу раздела жидкостей без формирования поверхностной фазы, т.е. диффузионным механизмом подобно передаче тепла. Поскольку в рассмотренных системах отношение коэффициента адсорбции к коэффициенту десорбции равно

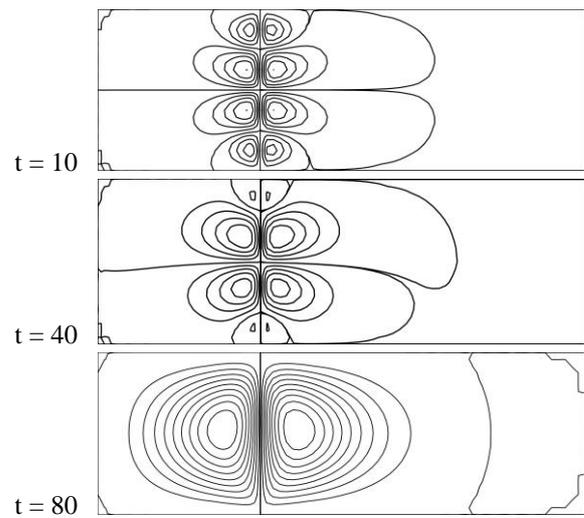
0.05, то соответствующее значение  $Ma_c$  будет на порядок меньше значений числа Марангони в предыдущих расчетах.

Конвективное движение возникает достаточно быстро и его интенсивность при больших значениях числа Марангони со временем меняется достаточно сложно.

Зависимость максимального значения функции тока от времени для значений числа Марангони  $5 \cdot 10^4$ ,  $7 \cdot 10^4$ ,  $10^5$  показана на рис. 6. Изменение структуры течения со временем иллюстрирует рис. 7.



**Рис. 6.** Зависимость максимального значения функции тока от времени в системе без поверхностной фазы для  $Ma_c = 5 \cdot 10^4$ ,  $7 \cdot 10^4$ ,  $10^5$  (кривые 1, 2 и 3 соответственно)



**Рис. 7.** Изолинии функции тока для различных моментов времени в системе без поверхностной фазы для  $Ma_c = 7 \cdot 10^4$

## 5. Заключение

Проведено исследование нестационарной диффузии растворимого ПАВ через плоскую границу раздела двух несмешивающихся жидкостей. Рассмотрено две модели процесса переноса ПАВ через границу: с формированием поверхностной фазы и без нее. В численных экспериментах в варианте с поверхностной фазой исследованы случаи разного отношения коэффициентов адсорбции жидкостей. Во всех трех моделях системы в некоторый момент времени наблюдался кризис однородной диффузии, несмотря на то, что он возникал в разные моменты времени и отличался структурой конвективного движения. Следует отметить существование нескольких максимумов интенсивности конвекции по мере изменения конфигурации течения.

Работа выполнена в рамках проекта по гранту РФФИ № 15-01-04842.

## Список литературы

1. *Sternling C. V., Scriven L. E.* Interfacial turbulence: hydrodynamic instability and Marangoni effect // *AIChE Journal*. 1959. V. 5. N. 4. P. 514–523.
2. *Hennenberg M., Bisch P. M., Vignes-Adler M., Sanfeld A.* Mass transfer, Marangoni effect, and instability of interfacial longitudinal waves. I. Diffusional exchanges // *Journal of Colloid and Interface Science*. 1979. V. 69. P. 128–137.
3. *Hennenberg M., Bisch P. M., Vignes-Adler M., Sanfeld A.* Mass transfer, Marangoni effect, and instability of interfacial longitudinal waves. II. Diffusional exchanges and adsorption-desorption processes // *Journal of Colloid and Interface Science*. 1980. V. 74. P. 495–508.
4. *Slavtchev S., Hennenberg M., Legros J.-C., Lebon G.* Stationary solutal Marangoni instability in a two-layer system // *Journal of Colloid and Interface Science*. 1998. V. 203. P. 354–368.
5. *Rednikov A. Y., Ryazantsev Y. S., Velarde M. G.* Drop motion with surfactant in a homogeneous surrounding. // *Physics of Fluids*. 1994. V. 6. P. 451–468.
6. *Birikh R. V., Briskman V. A., Velarde M. G., Legros J.-C.* *Liquid Interfacial Systems: Oscillations and Instability*. Surfactant science series. V. 113. New York: Basel, 2003. 367 p.
7. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

## References

1. *Sternling C. V., Scriven L. E.* Interfacial turbulence: hydrodynamic instability and Marangoni effect. *AIChE Journal*, 1959, vol. 5, no. 4, pp. 514–523.
2. *Hennenberg M., Bisch P. M., Vignes-Adler M., Sanfeld A.* Mass transfer, Marangoni effect, and instability of interfacial longitudinal waves. I. Diffusional exchanges. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1979, vol. 69, pp. 128–137.
3. *Hennenberg M., Bisch P. M., Vignes-Adler M., Sanfeld A.* Mass transfer, Marangoni effect, and instability of interfacial longitudinal waves. II. Diffusional exchanges and adsorption-desorption processes. *Journal of Colloid and Interface Science*. 1980, vol. 74, pp. 495–508.
4. *Slavtchev S., Hennenberg M., Legros J.-C., Lebon G.* Stationary solutal Marangoni instability in a two-layer system. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1998, vol. 203, pp. 354–368.
5. *Rednikov A. Y., Ryazantsev Y. S., Velarde M. G.* Drop motion with surfactant in a homogeneous surrounding. *Physics of Fluids*, 1994, vol. 6, pp. 451–468.
6. *Birikh R. V., Briskman V. A., Velarde M. G., Legros J.-C.* *Liquid Interfacial Systems: Oscillations and Instability*. Surfactant science series, vol. 113. New York: Basel, 2003. 367 p.
7. *Gershuni G. Z., Zhukhovitskii E. M.* *Convective stability of incompressible fluids*. Jerusalem, Israel: Keter Publishing House, 1976, 330 p.

## Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Бирих Р. В. Устойчивость однородной нестационарной диффузии ПАВ через плоскую границу раздела жидкостей // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2016. № 1 (32). С. 64–70. doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-64-70

## Please cite this article in English as:

*Birikh R. V.* Stability of homogeneous non-stationary surfactant diffusion through a flat interface between liquids // *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 2016, no. 1 (32), pp. 64–70. doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-64-70