

УДК 535.5.011.1
PACS 47.85.L-

Критерии подобия лопастных насосов

И. В. Козлов, С. Н. Пещеренко

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
614000, Пермь, Комсомольский проспект, 29
email: peshcherenko@yandex.ru

Инженеры при разработке новой техники обычно используют готовые образцы, которые масштабируют, применяя критерии подобия. Такой подход позволяет уменьшить число параметров, по которым оптимизируется конструкция. Рабочие характеристики лопастных насосов определяются двумя безразмерными величинами: q (безразмерная подача) и r (некий аналог числа Рейнольдса). Критерии подобия начали применяться еще тогда, когда частота вращения вала и вязкость жидкости практически не менялись при эксплуатации, и влияние безразмерного параметра r было слабым. Фактически при проектировании насосов использовали только параметр q , хотя было известно, что в этом случае влияние частоты и вязкости на характеристики насосов описывалось плохо, ошибка аппроксимации составляла более 30–50%. В настоящее время условия эксплуатации насосов существенно изменились. Обычным стало применение частотно регулируемого привода насосов. Все чаще перекачиваются многофазные жидкости переменного состава (нефтепродукты, газожидкостные смеси, суспензии). На сегодняшний день в промышленности частота вращения вала и вязкость перекачиваемой жидкости варьируются в широких пределах. Необходимо обобщение критерия подобия насосов на случай учета обеих безразмерных величин q и r . В основе нашего подхода лежит гипотеза о том, что в пределе больших частот (больших r) влияние вязкости уменьшается, и рабочие характеристики насоса становятся функциями только безразмерной подачи q . Это позволило записать зависимости рабочих характеристик насосов через композицию функций одного переменного. Для проверки этой гипотезы были проведены экспериментальные исследования рабочих характеристик ступеней трех центробежных насосов, в которых варьировались обе безразмерные величины q и r . Показано, что ошибка аппроксимации рабочих характеристик ступеней предложенной композицией функций одного переменного не превышала ошибки измерений.

Ключевые слова: метод размерностей; критерий подобия насосов; частота вращения насоса; КПД лопастных насосов

Поступила в редакцию 30.04.2019; принята к опубликованию 31.07.2019

Similarity criteria for vane pumps

I. V. Kozlov, S. N. Peshcherenko

State National Research Politechnical University of Perm, Komsomolsky Av. 29, Perm, Russia, 614000
email: peshcherenko@yandex.ru

Engineers in the development of new technology usually use ready-made samples that are scaled by applying similarity criteria. Such an approach makes it possible to reduce the number of parameters by which the design is optimized. The performance curves of vane pumps are determined by two dimensionless quantities: q (dimensionless flow rate) and r (an analogue of the Reynolds number). The similarity criteria began to be applied even when the shaft rotation frequency and fluid viscosity practically did not change during operation, and the influence of the dimensionless parameter r was weak. In fact, when designing pumps, only parameter q was used, although it was known that in this

case the effect of frequency and viscosity on the characteristics of the pumps was described poorly, the approximation error was more than 30–50%. Currently, the operating conditions of the pumps have changed significantly. Using of a frequency-controlled pump drive has become commonplace. Increasingly, multiphase fluids of variable composition (oil products, gas-liquid mixtures, suspensions) are being pumped. Now in industry, the frequency of rotation of the shaft and the viscosity of the pumped liquid vary widely. It is necessary to generalize the similarity criterion of pumps in the case of taking into account both dimensionless quantities q and r . Our approach is based on the hypothesis that in the limit of high frequencies (large r), the influence of viscosity decreases, and the performance of the pump only becomes a function of the dimensionless flow rate q . This made it possible to record the dependencies of pump performance through the composition of functions of one variable. To test this hypothesis, experimental studies of the performance curves of the stages of three centrifugal pumps were carried out, in which both dimensionless values q and r were varied. It is shown that the error in the approximation of the performance curves of the stages by the proposed composition of functions of one variable does not exceed the measurement error.

Keywords: method of dimensions; similarity criteria for pumps; pump rotation speed; the efficiency of centrifugal pumps

Received 30.04.2019; accepted 31.07.2019

doi: 10.17072/1994-3598-2019-3-05-11

1. Введение

Большинство лопастных насосов применяются для перекачки одной единственной жидкости – воды. Опыт показывает, что молекулярная вязкость воды слабо влияет на величину создаваемого им давления, поэтому до сравнительно недавнего времени для расчетов насосов использовали модель идеальной жидкости [1]. Считали, что давление насоса P определяется плотностью жидкости ρ , частотой вращения лопастей насоса f , диаметром рабочего колеса насоса D и его объемной подачей Q , т.е. $P = P(\rho, f, D, Q)$. На практике оказалось удобнее вместо давления P насоса использовать напор H , определяемый следующим образом: $P = \rho gH$, поэтому

$$H = H(\rho, g, f, D, Q),$$

или, переходя к безразмерным величинам

$$\begin{aligned} h &= \frac{gH}{f^2 D^2}, \\ q &= \frac{Q}{fD^3}, \end{aligned} \quad (1)$$

получим

$$\begin{aligned} h &= h(q), \\ H &= \frac{f^2 D^2}{g} h(q). \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициент полезного действия насоса

$$\mu = \frac{PQ}{N} = \frac{\rho gHQ}{N}, \quad (3)$$

где N – энергия, передаваемая в единицу времени на вал насоса:

$$N = N(\rho, g, f, D, Q).$$

В безразмерных величинах

$$\begin{aligned} n &= n(q), \\ N &= \rho f^3 D^5 n(q), \end{aligned} \quad (4)$$

тогда из (3), (1) и (4) следует

$$\mu = \frac{qh(q)}{n(q)} = \mu(q),$$

т.е. коэффициент полезного действия не зависит от частоты вращения вала насоса. Однако, согласно экспериментальным данным, μ является функцией частоты вращения вала [2]. Часто зависимость оказывается слабой [3–7], но для нефтяных насосов [4] – весьма сильной.

Одной из тенденций развития лопастных насосов является снижение металлоемкости их конструкции за счет увеличения частоты вращения вала. Из (2) видно, что напор H растет пропорционально квадрату частоты. Значит, если напор фиксирован, а f увеличивается, то число ступеней (и масса насоса) уменьшается пропорционально квадрату частоты f . Следовательно, f является важной рабочей характеристикой насоса. В связи с этим необходима разработка модели подобия лопастных насосов, правильно учитывающей влияние f .

На первый взгляд, естественным кажется следующее обобщение описанной модели подобия: нужно включить молекулярную вязкость ν перекачиваемой жидкости в список факторов, определя-

ющих рабочие характеристики насоса. Тогда вместо (1) и (5) следует

$$H = H(\rho, g, f, D, Q, \nu), \\ N = N(\rho, g, f, D, Q, \nu).$$

Переходя к безразмерным величинам, получим [8, 9]

$$h = h_2(q, r), \\ \mu = \mu_2(q, r), \\ q = \frac{Q}{fD^3}, \quad r = \frac{fD^2}{\nu},$$

где r – новая безразмерная величина, а вид функций $h_2(q, r)$, $\mu_2(q, r)$ следует установить путем аппроксимации экспериментальных данных.

Однако при реализации этого подхода возникли вычислительные трудности, связанные, главным образом, с тем, что в части области определения эти функции изменяются медленно, а в другой части – быстро. Ошибка аппроксимации составила ~30–50%.

Данную проблему предлагаем решить следующим образом. Известно [10], что при увеличении скорости течения жидкости (увеличении частоты вращения f) влияние молекулярной вязкости уменьшается, поэтому

$$h_2(q, r) \rightarrow h(q), \\ \mu_2(q, r) \rightarrow \mu(q),$$

при $f \rightarrow \infty$, а значит, и $r \rightarrow \infty$. Из [4] известно, что обе функции $h_2(q, r)$ и $\mu_2(q, r)$ монотонно растут при увеличении частоты f , а значит, и при увеличении r . Обозначим

$$h_{\min}(q) = h_2(q, r_{\min}), \\ h_{\max}(q) = h_2(q, r_{\max}),$$

и предположим, что отношение

$$\frac{h_2(q, r) - h_{\min}(q)}{h_{\max}(q) - h_{\min}(q)} = k_h(r),$$

где $k_h(r) \leq 1$ и является только функцией r , тогда

$$h = h_2(q, r) = k_h(r)[h_{\max}(q) - h_{\min}(q)] + h_{\min}(q). \quad (5)$$

Это позволяет выразить функцию двух переменных $h_2(q, r)$ через функции одного переменного: $k_h(r)$, $h_{\max}(q)$ и $h_{\min}(q)$, каждая из которых легко измеряется в эксперименте.

Аналогичным образом записывается выражение для КПД насоса[^]

$$\mu = k_\mu(r)[\mu_{\max}(q) - \mu_{\min}(q)] + \mu_{\min}(q). \quad (6)$$

Проверка возможности представления рабочих характеристик лопастных насосов в виде безразмер-

ных зависимостей (5) и (6) и явилась целью данной работы.

2. План эксперимента и методика испытаний

В качестве объекта исследований выбрали две наиболее массовые нефтяные насосные ступени 5-го габарита ВНН5-25 и ВНН5-50, а также ступень 2-го габарита ВНН2-28. Насосную ступень ВНН2-28 выбрали потому, что насосы этого габарита представляют новое поколение нефтяных насосов, которые имеют меньшие геометрические размеры, но эксплуатируются при повышенных частотах (существенно снижается металлоемкость). Габарит примерно соответствует диаметру насоса, измеренному в дюймах, а второе число в названии насоса обозначает его оптимальную подачу Q_0 (в м³/сут при частоте вращения вала 3000 об/мин). Оптимальной называют подачу, при которой коэффициент полезного действия насоса максимален.

Если рабочая жидкость ньютоновская, то рабочие характеристики лопастных насосов будут функциями двух безразмерных величин q и r . При варьировании q и r мы зафиксировали вязкость рабочей жидкости (испытания проводили на воде) и изменяли подачу и частоту вращения вала (от 1000 до 6000 об/мин).

Измерение напорно-расходной характеристики $H(Q)$ и энергетической характеристики $N(Q)$ проводили по методике [4], начиная с минимальной частоты вращения вала. Подачу насоса изменяли от нуля до максимальной не менее чем на 5–7 уровнях. Последующее испытание проходило с увеличением частоты вращения. Относительная ошибка измерения подачи, напора и мощности была ± 0.1 %.

Все испытания осуществляли на трехметровых секциях, содержащих более 100 ступеней. Измеренные напор и мощность насоса пересчитывали на одну ступень.

3. Анализ результатов испытаний

На рис. 1 приведена типичная зависимость напора, мощности и коэффициента полезного действия ступени нефтяного насоса от подачи (для примера взяли ступень ВНН5-50 при 3000 об/мин). Видно, что напор монотонно уменьшается при увеличении подачи, а КПД имеет максимум при подаче Q_0 , называемой оптимальной.

Стендовые испытания насосов всегда проводят при фиксированных f и ν . Из трех характеристик насоса $H(Q|f, \nu)$, $N(Q|f, \nu)$ и $\mu(Q|f, \nu)$ независимыми являются две (см. рис. 1). На практике обычно применяют $H(Q|f, \nu)$ и $\mu(Q|f, \nu)$.

Подача Q в этих зависимостях изменяется от нуля до максимального значения Q_{\max} . Величина

Q_{max} непосредственно не измеряется, а получается экстраполяцией зависимости $H(Q|f, \nu)$ при $H \rightarrow 0$ (нулевое значение напора не достижимо при стендовых испытаниях).

Анализ результатов испытаний состоял в пересчете размерных величин и зависимостей в безразмерные.

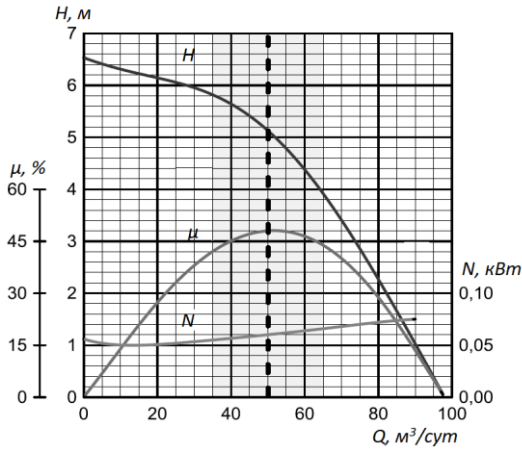


Рис. 1. Типичные зависимости $H(Q)$, $N(Q)$ и $\mu(Q)$ при фиксированных f и ν

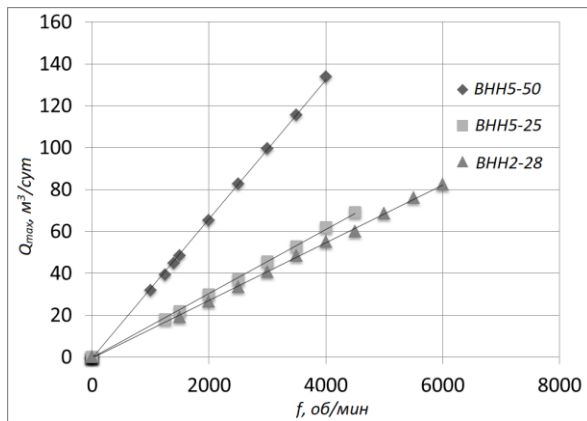


Рис. 2. Зависимость Q_{max} от частоты вращения вала $f = \nu/D^2$

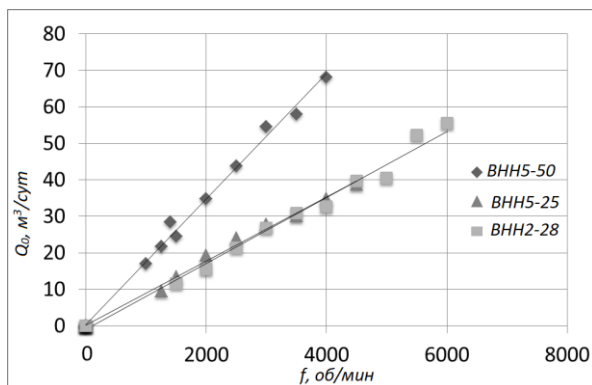


Рис. 3. Зависимость Q_0 от частоты вращения вала $f = \nu/D^2$

3.1. Максимальная и оптимальная подачи

Зависимость $Q_{max}(q, r)$ получим, положив в (5) $h = 0$ и $q = q_{max} = Q_{max}/(fD^3)$, т.е.

$$Q_{max} = fD^3 F_1(k_h(r)) = \nu r D F_1(k_h(r)).$$

Согласно экспериментальным данным (рис. 2), зависимость $Q_{max}(r)$ – линейная, проходящая через начало координат.

Из линейности функции $Q_{max}(r)$ следует, что $k_h(r) = \text{const}$. Данные эксперименты проводились на жидкости малой вязкости (на воде), т.е. при больших значениях безразмерной переменной $r = fD^2/\nu$. Следовательно, $k_h(r) = \text{const}$ при $r \rightarrow \infty$.

При $r \rightarrow 0$ (например, при уменьшении f или увеличении ν) напор насоса стремится к нулю, т.е. $h \rightarrow 0$. Тогда из (5) следует, что $k_h(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$. Значит, $k_h(r)$ – монотонно возрастающая функция, имеющая горизонтальную асимптоту, т.е. $k_h(r)$ принадлежит к классу сигмоидных функций.

Зависимость оптимальной подачи $Q_0(q, r)$ найдем из (6) при условии $\partial\mu/\partial q = 0$. Аналогично предыдущему получим

$$Q_0 = fD^3 F_2(k_\mu(r)).$$

Согласно экспериментальным данным (см. рис. 3), зависимость $Q_0(r)$ линейная, проходящая через начало координат. Поэтому $k_\mu(r)$ – также монотонно возрастающая функция, имеющая горизонтальную асимптоту, также сигмоида.

3.2. Напор насоса

Нормируем ранее введенные безразмерные величины q и h так, чтобы интервал их изменения был близок к $[0, 1]$:

$$q = \frac{Q}{fD^3} \rightarrow q' = \frac{Q}{Q_{max}},$$

поскольку $fD^3 \sim Q_{max}$, т.е. новая безразмерная величина пропорциональна ранее введенной безразмерной величине q . Очевидно, что $q' \in [0, 1]$. Далее:

$$h = \frac{gH}{f^2 D^2} \rightarrow h' = \frac{h}{h_0} \frac{H}{H_{max}} \left(\frac{f_0}{f} \right)^2,$$

где

$$h_0 = \frac{gH_{max}}{f_0^2 D^2},$$

а H_{max} – максимальный напор при некоторой фиксированной частоте вращения вала f_0 . Определим характерный размер ступени D так, чтобы $h_0 = 1$, тогда $h' \in [0, 1 \pm \varepsilon]$, где ε , как будет показано ниже, много меньше единицы. Введенные безразмерные

величины q' и h' в дальнейшем будем записывать без штрихов. Фактически мы перешли к безразмерным напору и подаче по критериям подобия для идеальной жидкости.

На рис. 4 представлены безразмерные напорно-расходные зависимости для ступени ВНН2-28 при $f_{\min} = 1500$ об/мин, $f_0 = 3000$ об/мин, $f_{\max} = 6000$ об/мин. Видно, что напор, измеренный при разных значениях безразмерного критерия r , отличался не более чем 10%. Эту величину следует рассматривать как оценку влияния вязкости на напор, создаваемый ступенью ВНН2-28 при ее работе на воде.

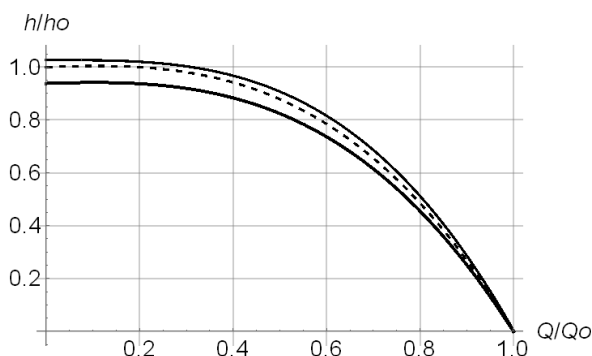


Рис. 4. Безразмерная напорно-расходная зависимость для ступени ВНН2-28 при $f = 6000, 3000$ и 1500 об/мин

В условиях проведенного эксперимента $k_h(r)$ является функцией f , равной нулю при $f = f_{\min}$ и единице, если $f = f_{\max}$. При $f = f_0$ подбирали значение $k_h(r) = \text{const} = C_1$ из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных данных зависимостью (5). Следовательно, функция $k_h(r)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$k_h(r)|_{f_{\min}} = 0,$$

$$k_h(r)|_{f_{\max}} = 1,$$

$$k_h(r)|_{f_0} = C_1$$

и должна быть монотонно возрастающей, имеющей горизонтальную асимптоту. Поскольку диапазон изменения функции $k_h(r)$ узкий (не более, чем в 3 раза больше ошибки измерения), то выбор сигмоидной функции не мог существенно повлиять на точность аппроксимации. Приняли, что

$$k_h(r) = \text{th}(a + bf + cf^2),$$

$$f = vr / D^2,$$

а константы a, b, c определили из перечисленных выше условий. Было принято, что

$$a + bf_{\max} + cf_{\max}^2 = e,$$

$$e = 2.1828\dots,$$

поскольку $\text{th}(e) = 0.99133$, и согласно (5)

$$\left| \frac{h(q, r_{\max}) - h_{\max}(q)}{h_{\max}(q)} \right| < 0.01,$$

что меньше ошибки измерения напора.

Зависимость (5) приняла следующий вид:

$$H = H_{\max} \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 \times \{ h_{\min}(q) + k_h(r) [h_{\max}(q) - h_{\min}(q)] \},$$

а вычисления показали, что ошибка аппроксимации экспериментальных данных не превысила ошибки измерения.

Зависимость $k_h(r)$, вычисленная по экспериментальным данным ($C_1 = 0.66$) для ступени ВНН2-28, приведена на рис. 5.

3.3. Коэффициент полезного действия

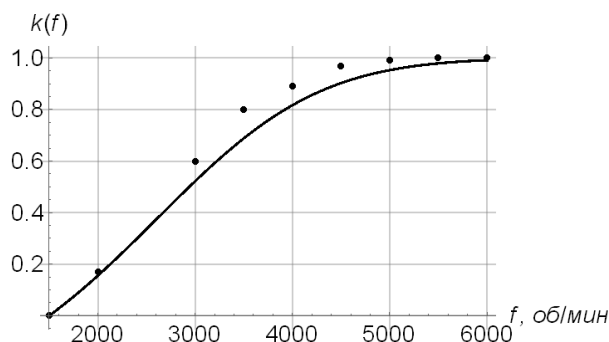


Рис. 5. Зависимости: $k_h(f)$ — сплошная линия, $k_u(f)$ — точки, для ступени ВНН2-28, $f = vr/D^2$

Безразмерная величина $r = fD^2/\nu$, в условиях проведенного нами эксперимента, слабо влияла на напор ступеней и существенно более сильно — на коэффициент полезного действия. На рис. 6 приведена типичная зависимость коэффициента полезного действия от относительной подачи Q/Q_{\max} при различных частотах вращения вала. Видно, что максимальный коэффициент полезного действия в интервале частот 1500–4000 об/мин увеличился примерно в 1.4 раза.

Максимальное значение коэффициента полезного действия соответствует одной и той же относительной подаче, что является следствием установленной ранее линейной зависимости Q_{\max} и Q_0 от частоты вращения вала.

Функцию $k_u(r)$ находили путем аппроксимации экспериментальных данных согласно (6). Было показано, что ошибка аппроксимации не превышала ошибки измерений. Полученные зависимости $k_u(r)$ приведены на рис. 5 и 7. Эти зависимости схожи только по монотонному росту и наличию горизон-

тальной асимптоты. В целом функции $k_{\mu}(r)$ индивидуальны для разных насосных ступеней.

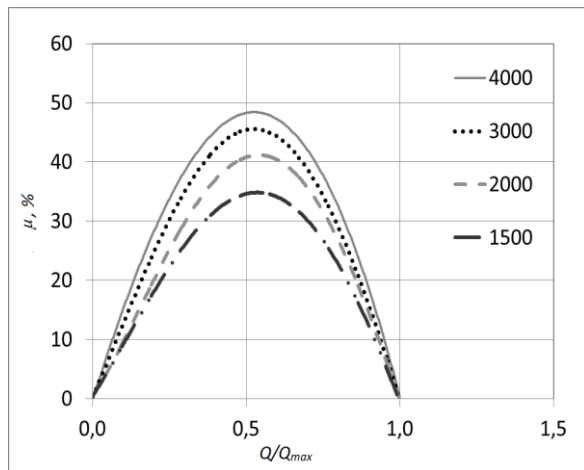


Рис. 6. Зависимость КПД ступени ВНН5-50 от относительной подачи

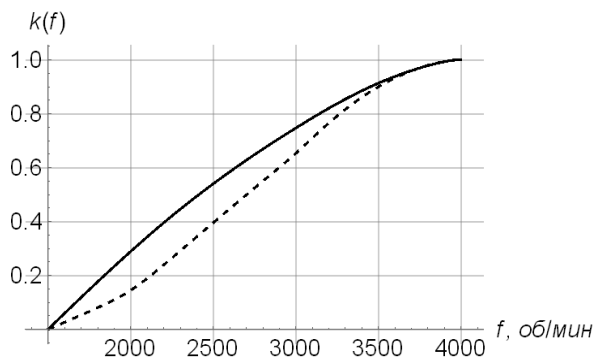


Рис. 7. Зависимость $k_{\mu}(f)$ — сплошная линия для ступени ВНН5-25, пунктирная — для ВНН5-50, $f = \nu r/D^2$

4. Заключение

В общем случае безразмерные рабочие характеристики лопастных насосов, их напор $h(q, r)$ и коэффициент полезного действия $\mu(q, r)$ являются функциями двух безразмерных величин: безразмерной подачи $q = Q/fD^3$ и $r = fD^2/\nu$ — аналога числа Рейнольдса.

Нами предложены выражения функций двух переменных $h(q, r)$ и $\mu(q, r)$ через композицию функций одного переменного, только q и только r (см. зависимости (5) и (6)).

Для проверки этой гипотезы проведены экспериментальные исследования рабочих характеристик ступеней трех центробежных насосов, в которых варьировались обе безразмерные величины q и r . Показано, что ошибка аппроксимации рабочих характеристик ступеней предложенной композицией функций одного переменного не превышала ошибки измерений.

Список литературы

1. Gulich J. F. *Centrifugal pumps*, 2014.
2. Степанов Л. И. Центробежные и осевые насосы — теория, конструирование и применение. М.: Машгиз, 1960. 464 с.
3. ГОСТ 6134-2007. Насосы динамические. Методики испытаний.
4. Лебедев Д. Н., Пещеренко С. Н. Особенности пересчета коэффициента полезного действия энергоэффективных насосов на разные частоты вращения вала // Нефтяное хозяйство. 2013. № 6. С. 110–113.
5. Горынцева А. Ю., Игтисамова Р. Х. Влияние частоты вращения вала на коэффициент полезного действия (ЭЦН) // Мат. 42-й Межд. науч. техн. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов. Т. 1. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2015. С. 381–384.
6. Вязунов Е. В., Путин С. В. Аналитическое представление характеристик центробежных насосов при переменной частоте вращения // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. 2012. №4 (8). С. 67–69.
7. Краева Е. М. Энергетические параметры высокооборотных насосов малого расхода // Вестник Московского авиационного института. 2011. Т. 18. № 3. С. 104–109.
8. Лялков П. Д. О влиянии вязкости на характеристику погружных центробежных насосов // Труды ВНИИ. Вып. 41. М.: Недра, 1964.
9. Daugherty R. L. A Further investigation of performance of centrifugal pumps when pumping oils. Gould Pumps Inc., 1926, 11 p.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.

References

1. Gulich J. F. *Centrifugal pumps*, 2014.
2. Stepanov L. I. *Tsentrobeznyye i osevye nasosy — teoriya, konstruirovaniye i primeneniye* (Centrifugal and axial pumps - theory, design and application). Moscow: Mashgiz, 1960, 464 p. (In Russian)
3. GOST 6134-2007. *Nasosy dinamicheskie. Metodiki ispytaniy* (Dynamic pumps. Test methods). (In Russian).
4. Lebedev D. N., Peshcherenko S. N. Features recalculation efficiency of energy-efficient pumps at different frequencies of rotation of a shaft. *Oil Industry*, 2013, no. 6, pp. 110–113. (In Russian)
5. Gorynceva A. Yu., Igtisamova R. H. Vliyanie chastoty vrashcheniya vala na koeffitsient poleznogo dejstviya (ECN) (Rotation frequency influence on energy conversion efficiency of centrifugal pumps). *Proc. of 42nd Int. conf. of young scientists*, Vol. 1. Ufa: Ufa State Petroleum Technical University, 2015, pp 381–384. (In Russian)

6. Vyazunov E. V., Putin S. V. Analytical representation of characteristics of centrifugal pumps under variable rotation speed. *Science & Technologies: Oil and Oil Products Pipeline Transportation*, 2012, no. 4 (8), pp. 67–69. (In Russian)
7. Kraeva E. M. Energy parameters of high-speed pumps of low flow. *Aerospace MAI journal*, 2011, vol. 18, no. 3, pp. 104–109. (In Russian)
8. Liapkov P. D. O vlijanii vjazkosti na kharakteristiku pogruznykh tsentrobezhnykh nasosov (On the effect of viscosity on the characteristics of submersible centrifugal pumps). *Trudy VNII*, vol. 41, Moscow: Nedra, 1964. (In Russian)
9. Daugherty R. L. *A Further investigation of performance of centrifugal pumps when pumping oils*. Gould Pumps Inc., 1926, 11 p.
10. Landau L. D., Lifshitz E. M. Course of Theoretical Physics, vol. 6. *Fluid Mechanics*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1987. 554 p.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Козлов И. В., Пештеренко С. Н. Критерий подобия для лопастных насосов // Вестник Пермского университета. Физика. 2019. № 3. С. 05–11. doi: 10.17072/1994-3598-2019-3-05-11

Please cite this article in English as:

Kozlov I. V., Peshterenko S. N. Similarity criteria for vane pumps. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2019, no. 3, pp. 05–11. doi: 10.17072/1994-3598-2019-3-05-11