

УДК 532.517.2; 66.067.124

PACS 47.10.ad, 47.11.-j

## **Моделирование процесса иммобилизации примеси с помощью метода случайных блужданий**

**Л. С. Клименко, Б. С. Марышев**

Институт механики сплошных сред УрО РАН

614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Пермский государственный национальный исследовательский университет

614990, Пермь, ул. Букирева, 15

email: lyudmilaklimenko@gmail.ru

email: bmaryshev@mail.ru

Работа посвящена разработке макроскопической модели, описывающей процессы осаждения примеси и закупорку пор для произвольных значений концентрации примеси. Основной и самой распространенной причиной засорения фильтров является сорбция частиц примеси стенками пор или «физическая сорбция». В настоящей работе исследована задача о дрейфе твердых не взаимодействующих между собой частиц в капилляре. Между входом и выходом из капилляра задан постоянный перепад давления. В начальный момент времени внутри канала возникает течение Пуазейля. Расположение частиц на входе в капилляр задается случайным образом по времени и пространству. Учет взаимодействия частиц с потоком производится в приближении Стокса. Кроме этого, в модели учтены случайные столкновения, вызванные диффузией. Задача решена численно в рамках модели случайных блужданий. Получена эволюция течения жидкости в поре при ее закупорке: поля функции тока, давления и завихренности. Определены зависимости скорости оседания частиц от скорости потока и начальной концентрации частиц в потоке. Исследована зависимость расхода через поперечное сечение поры от концентрации осевших частиц. Произведены оценки времени закупорки канала.

**Ключевые слова:** фильтрация; метод случайных блужданий; осаждение частиц*Поступила в редакцию 02.02.2016; принята к опубликованию 19.02.2016*

## **Modeling of the immobilization process by the random walk method**

**L. S. Klimenko, B. S. Maryshev**

Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm

Institute of Continuous Media Mechanics Ural RAS

Koroleva St. 1, 614013, Perm

email: lyudmilaklimenko@gmail.ru

email: bmaryshev@mail.ru

The work is dedicated to the development of a macroscopic model describing the blockage dynamics and aggregate structure in microchannel for arbitrary values of the initial impurity concentration. The main and most common cause of clogged filters is the sorption of impurity particles by microchannel walls or adsorption. We investigated the drift of solid particles in the microchannel

filled by viscous liquid. The fluid motion inside the microchannel is generated by the constant pressure drop between the inlet and the outlet. At the beginning inside the channel the Poiseuille flow occurred. The initial particles location at the channel inlet was specified randomly in time and space. The modeling of particles interaction with the liquid flow was made using the Stokes approximation. In addition, the model takes into account the random collisions induced by diffusion. The problem is solved numerically using the random walk model. As a result the evolution of the liquid flow, namely pressure field, stream function and vorticity, during blockage dynamics was obtained. The dependences of the settling velocity on the stream velocity and on initial particle concentrations were analyzed. The flow rate through the pores cross section as a function of the concentration of the settled particles was found. The estimation of the time for channel blockage was made.

**Keywords:** filtration; random walks; particle sorption

*Received 02.02.2016; accepted 19.02.2016*

doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-25-32

## 1. Введение

Работа посвящена разработке макроскопической модели, описывающей процессы осаждения примеси и закупорку пор для произвольных значений концентрации примеси. В литературе существует ряд работ, посвященных исследованию переноса коллоидов и суспензий в пористых средах. Начиная с 1970-х гг. стали появляться экспериментальные работы, связанные с исследованием распространения загрязнения в сточных водах. Так, в работе [1] на лабораторных установках изучена мобильность коллоидов из глины и бактерий в песчаных столбцах. В работе [2] приведены результаты полевых исследований загрязнения водоносного горизонта отходами производства древесной массы. Авторами [2] было найдено, что макромолекулы танина и лигнина прошли около 900 м от места стока в течение 11-летнего периода. Скорость миграции этих макромолекул была близка к средней линейной скорости грунтовых вод. В работе [3] рассматривалась экстенсивная миграция фосфатов железа в водоносном горизонте вблизи мест инфильтрации грунтовых вод.

Ускорение переноса органических макромолекул за счет наличия коллоидов загрязняющих веществ было продемонстрировано в лабораторных и полевых исследованиях [4–8]. Позже появился ряд теоретических работ, описывающих напорное течение в пласте или колонне пористой среды. Так, в работе [9] впервые получена модель, описывающая напорное течение в «заиливающейся» пористой среде. Было использовано линейное по концентрациям осевшей и свободной примесей, а также скорости течения кинетическое уравнение сорбции. Однако показано, что в случае достаточно больших значений концентрации примеси расхождение предсказаний модели с экспериментальными данными значительны. В работе [10] найдено несколько аналитических решений в случае одномерного напорного течения в рамках ли-

нейной модели. В работе [11] была предпринята попытка получить связь между макроскопической моделью [10] и поведением частиц на масштабах поры.

Осаждение нерастворимых частиц из смеси – не единственный возможный механизм засорения пористой среды. Так, в работах [12,13] рассмотрен механизм закупоривания пор, связанный с осаждением солей при выпаривании воды из раствора. В ряде работ описан механизм физического блокирования поры более крупной частицей [14, 15]. В работе [16] было экспериментально исследовано, как застревают частицы в радиальном потоке. Авторами было показано, что зона осаждения частиц имеет достаточно сложную лучеобразную форму. В работе [17] произведено моделирование засорения параллельных микроканалов, сделана попытка учесть гидродинамическое взаимодействие частиц со стенкой. Кроме того, в работе [18] была сделана попытка построения достаточно общей модели, учитывающей большинство описываемых процессов в линейной аппроксимации, однако поскольку задача достаточно сложна, была выбрана простейшая постановка задачи: течение в трубе с заданным перепадом давления на концах.

Для построения модели сорбции, описывающей осаждение достаточно мелких частиц (отличной от модели механического затыкания поры), необходимо учесть взаимодействие не только между частицами, но и между частицей и стенкой. Описание взаимодействия частиц чаще всего производится на основе известной теории коллоидной устойчивости ДЛФО [19, 20]. В ее основе лежат два типа коллоидных взаимодействий: силы притяжения Ван-дер-Ваальса и силы отталкивания, вызванные двойным электрическим слоем.

Существует два подхода к определению сил Ван-дер-Ваальса: классический или микроскопический подход, предложенный в работе [21], и макроскопический [22]. В первом подходе сила находится как результат попарного суммирования

всех существующих межмолекулярных взаимодействий. Выражения для силы взаимодействия между двумя сферическими частицами, частицей и стенкой или двумя стенками, полученные таким способом, можно найти в работе [23]. Несмотря на свою относительную простоту, предположение о аддитивности является довольно серьезным недостатком и полученные выражения для силы взаимодействия являются завышенной оценкой.

В макроскопическом подходе сила находится полностью из макроскопических электромагнитных свойств среды. Несмотря на строгость вывода силы, применение этого метода к конкретным задачам является весьма затруднительным, поскольку требуется много экспериментальных данных и учет конкретной геометрии задачи является чрезвычайно трудоемким, за исключением взаимодействия двух стенок.

В работах [24, 25] были предприняты некоторые попытки упростить вычисление силы в макроскопическом подходе, однако необходимость в громоздких вычислениях и соответствующие экспериментальные данные ограничивают применение этого подхода. Сравнения двух подходов приведены в работах [26–28] и показывают, что разница не критична. Таким образом, можно использовать выражения, полученные в микроскопическом подходе.

В водных суспензиях не следует забывать про различные гидродинамические эффекты, такие как гидрофильность или гидрофобность, или наличие адсорбирующих полимеров. Кроме того, необходим учет гидродинамических сил взаимодействия потока и частиц для корректного описания «закупоривания». Однако в большинстве работ, посвященных закупориванию, гидродинамические силы не учитываются ввиду сложности расчета потоков. Одно исследование, посвященное заполнению этого пробела, было проведено совсем недавно. В работе [29] исследуется механизм закупорки каналов достаточно крупными частицами с учетом межчастичного взаимодействия и взаимодействия с потоком. Авторы объясняют засорение за счет взаимной агрегации частиц и механического затыкания поры достаточно большими агрегатами, однако они не учитывают сорбцию частиц на стенку и эффективное сужение реальных каналов, чему и посвящена настоящая работа.

## 2. Постановка задачи

В настоящей работе исследуется задача о дрейфе твердых взаимодействующих частиц в капилляре (рис. 1). На входе и выходе из капилляра задан постоянный перепад давления. В начальный момент времени внутри канала возникает течение Пуазейля [30]. Расположение частиц на входе в капилляр задается случайным образом по времени и пространству. Задача решена в плоском случае

в предположении, что капилляр имеет прямоугольную форму с характерными размерами для ширины порядка 10 мкм и высоты 50 мкм; размеры частиц порядка 100 нм.

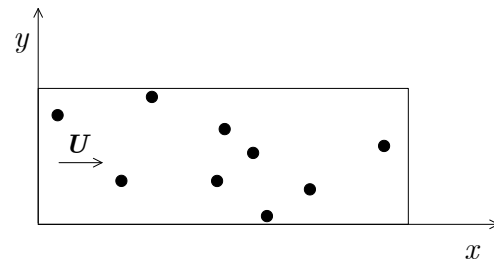


Рис. 1. Постановка задачи:  $U$  – скорость потока

Для описания межчастичного взаимодействия и взаимодействия частиц со стенками рассмотрим механизм Ван-дер-Ваальса. Оценки для сил межчастичного взаимодействия, сделанные в работе [23], показывают, что эти силы могут быть сравнимы с силой Стокса только на расстоянии  $10^{-5}$  от размеров частицы. Это позволяет считать, что в изучаемом капилляре частицы переносятся вместе с потоком. Учет взаимодействия частиц с потоком производится в приближении Стокса. Кроме этого, в модели учтены случайные столкновения, вызванные диффузией. Учет диффузии является необходимым, так как для рассматриваемого размера частиц число Пекле имеет порядок единицы. Действительно, подставляя в диффузионное число Пекле

$$Pe = \frac{U_{\max} H}{D}$$

соотношение Стокса-Эйнштейна для коэффициента диффузии  $D = k_B T / 4\pi\eta R_p$  и максимальную скорость в чистом капилляре

$$U_{\max} = \frac{[P_1 - P_2] H^2}{8L\eta},$$

где  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости,  $k_B \approx 1.38 \cdot 10^{-23}$  Дж·К – константа Больцмана,  $R_p \approx 10^{-7}$  м – размер частиц,  $T \approx 300$  К – температура при нормальных условиях, при гидростатическом перепаде давления для воды порядка  $P_1 - P_2 \approx 10^{-2}$  Па, получаем следующую оценку числа Пекле:  $Pe \approx 4$ .

Таким образом, уравнение движения частицы имеет вид

$$\vec{r} = \vec{U}t + \langle \vec{r}_D \rangle f, \tag{2.1}$$

где  $\vec{U} = (u, w)$  – скорость потока,  $\langle \vec{r}_D \rangle = \sqrt{2Dt}$  – среднеквадратичное отклонение,  $f$  – плотность вероятности, соответствующая нормальному распределению.

### 3. Метод решения

Задача решена численно в рамках модели случайных блужданий, согласно которой положение частицы в каждый момент времени не зависит от ее положения в предыдущий момент. Частицы, сталкиваются между собой и со стенкой, при этом происходит их слипание и налипание на стенку под действием сил Ван-дер-Ваальса (оценки показывают, что при сближении частиц на расстояние  $10^{-6}$  от их размера силы притяжения на три порядка превосходят как силу Стокса, так и силу отталкивания). Слипание частиц со стенкой приводит к изменению формы стенок капилляра, что, в свою очередь, вызывает изменение структуры течения в капилляре. Для расчета течения на каждом шаге методом сеток решается система уравнений Навье–Стокса и несжимаемости. Для нахождения решения удобно использовать функцию тока и завихренность, определенные стандартными соотношениями, а именно:

$$\varphi = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad w = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

В стационарном случае в терминах завихренности и давления система уравнений имеет вид:

$$\Delta p = 0, \quad \Delta \varphi = 0. \quad (3.1)$$

На входе и выходе из капилляра задан постоянный градиент давления, на стенках капилляра ставится условие прилипания. Таким образом, граничные условия для уравнений (3.1) могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=0,L} &= 0, & \nu \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=S_l, S_u} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{y=S_l, S_u}, \\ p \Big|_{x=0} &= P_1, & p \Big|_{x=L} &= P_2, \\ \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=S_l, S_u} &= \nu \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{y=S_l, S_u}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где  $L$  – длина канала,  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости,  $S_l(x)$ ,  $S_u(x)$  – положение нижней и верхней границ полости соответственно, которые изменяются по мере «прилипания» частиц к стенкам. Самосогласованная задача (3.1), (3.2) позволяет найти поле давления и завихренности, после чего можно рассчитать поле скорости  $\vec{U} = (u, w)$ , а именно:

$$\nu \Delta u = p_x, \quad \nu \Delta w = p_y \quad (3.3)$$

с граничными условиями, имеющими вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{x=0,L} &= -\varphi \Big|_{x=0,L}, & u \Big|_{y=S_l, S_u} &= 0, \\ w \Big|_{x=0,L} &= 0, & w \Big|_{y=S_l, S_u} &= 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Полученное в результате решения системы (3.3), (3.4) поле скорости использовалось для расчета координат твердых частиц уравнения (2.1). Такая процедура повторялась для каждого шага по времени. Задача решалась в безразмерных переменных, в качестве единиц измерения выбраны следующие величины: длины – ширина капилляра  $H$ ; времени – отношение длины канала  $L$  к максимальной скорости в чистом канале

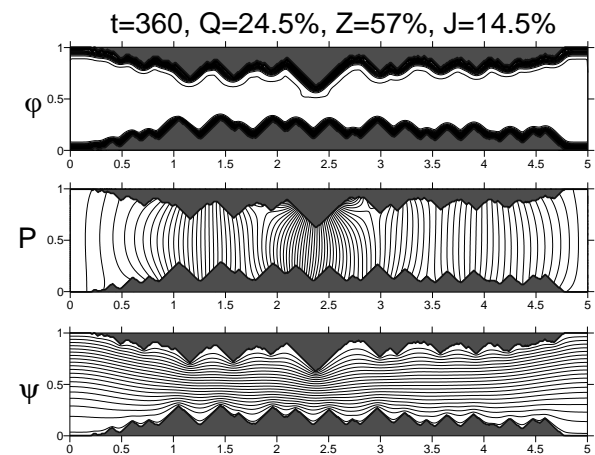
$$U_{\max} = \frac{[P_1 - P_2] H^2}{8L\eta};$$

расхода – отношение разности функции тока на стенках к максимальному значению функции тока в чистом канале (выражается в процентах):

$$J = \frac{\psi|_{S_u} - \psi|_{S_l}}{\psi_{\max}},$$

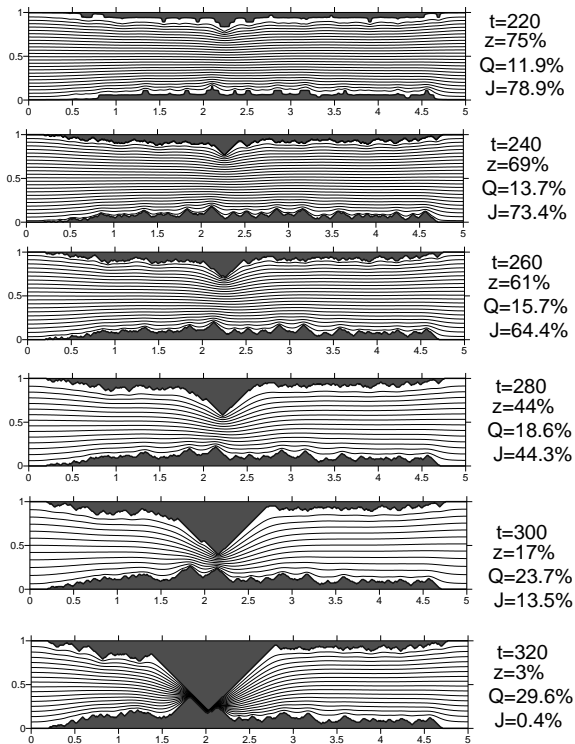
где  $\psi_{\max} = [P_1 - P_2] H^3 / 12L\eta$  – разность значений функции тока между стенками в чистом капилляре.

### 4. Результаты



**Рис. 2.** Картины течения в терминах завихренности, давления и функции тока:  $t$  – время,  $Z$  – толщина зазора,  $Q$  – концентрация осевшей примеси,  $J$  – расход жидкости, начальная концентрация 0.4%

В результате была получена эволюция течения жидкости в поре при ее закупорке: поля функции тока, давления и завихренности (рис. 2). Как видно из рис. 2, отличная от нуля завихренность есть только возле стенки с осевшей на ней примесью. Линии поля давления искажаются от вертикальных вблизи стенки. Эволюция функции тока представлена на рис. 3 для наиболее распространенной ситуации, когда один пик начинает доминировать, что впоследствии приводит к зарастанию капилляра. Как видно из рисунка, вблизи доминирующего пика линии функции тока сильнее сгущаются.

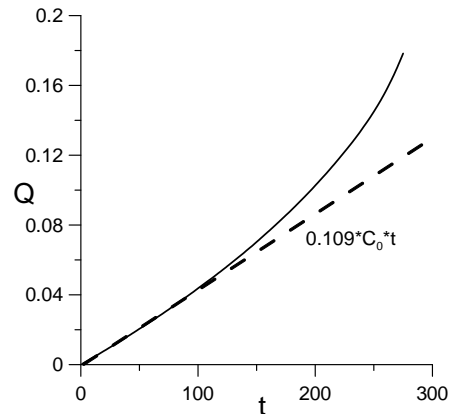


**Рис. 3.** Эволюция функции тока:  $t$  – время,  $z$  – толщина зазора,  $Q$  – концентрация осевшей примеси,  $J$  – расход жидкости, начальная концентрация 0.4%

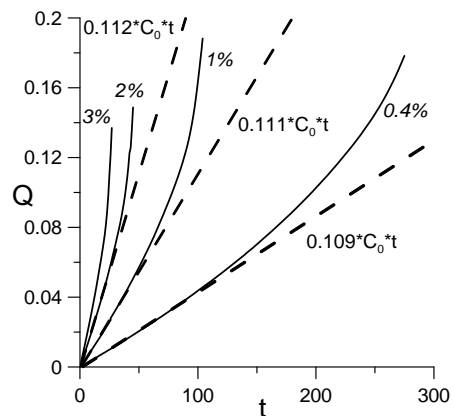
Обратимся к интегральным характеристикам. Как и следовало ожидать, линейный закон адсорбции, используемый в ряде работ (например, [9, 10]), выполняется лишь на небольших временах (рис. 4). С уменьшением ширины зазора зависимость концентрации осевших частиц от времени становится существенно нелинейной. С ростом начальной концентрации примеси подобное поведение сохраняется (рис. 5). Примечательно, что линейный закон не зависит от начальной концентрации, коэффициент линейной адсорбции (угол наклона прямых) остается неизменным.

Также проанализирована зависимость расхода через поперечное сечение поры от концентрации осевших частиц (рис. 6). Это позволило оценить границы применимости формулы Козени–Кармана (рис. 6, штриховая линия). Как известно, осевшая примесь напрямую влияет на пористость среды, что, в свою очередь, приводит к изменению проницаемости пористой среды. Обычно для описания изменения проницаемости используют формулу Козени–Кармана [31]: это однопараметрическое соотношение, которое однозначно определяет соответствие между проницаемостью и пористостью. Однако, как показано в работах [32, 33], данное соотношение не всегда выполняется. Как показано в нашей работе, формулу Козени–Кармана можно использовать, когда концентрация осевшей при-

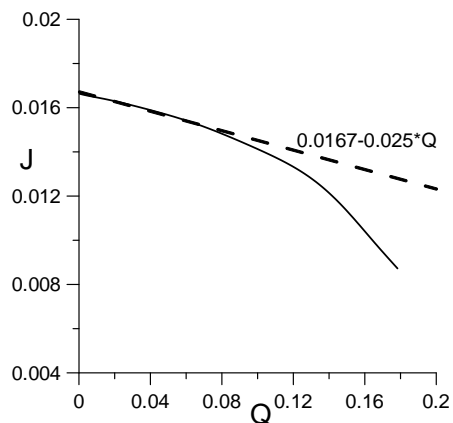
меси не превышает 0.08, независимо от начальной концентрации примеси (рис. 7).



**Рис. 4.** Зависимость концентрации осевшей примеси от времени, начальная концентрация 0.4%



**Рис. 5.** Зависимость концентрации осевшей примеси от времени при разных начальных концентрациях



**Рис. 6.** Зависимость расхода от концентрации осевшей примеси, начальная концентрация 0.4%

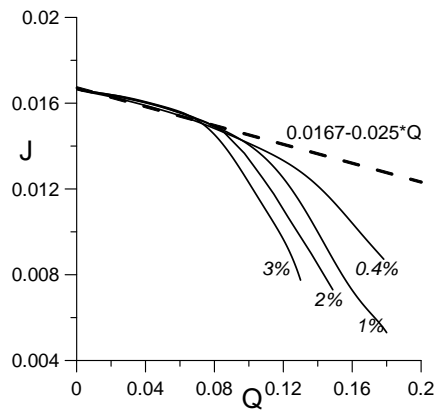


Рис. 7. Зависимость расхода от концентрации осевшей примеси при разных начальных концентрациях

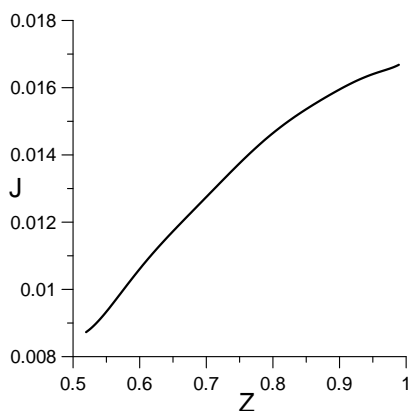


Рис. 8. Зависимость расхода от толщины зазора, начальная концентрация 0.4%

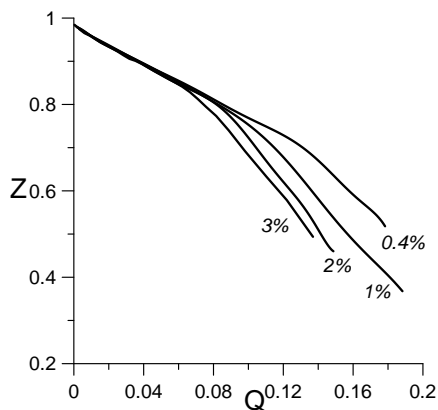


Рис. 9. Зависимость толщины зазора от концентрации осевшей примеси

Рассмотрим влияние ширины зазора. При малой начальной концентрации частиц зависимость расхода жидкости от ширины зазора близка к линейной (рис. 8), при уменьшении ширины зазора в два раза расход также снижается вдвое. Зависимость ширины зазора от концентрации осевшей примеси при малой начальной концентрации долго остается линейной (рис. 9). С ростом начальной концентрации быстрее происходит срыв с линейного участка.

## 5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе получена эволюция течения жидкости в поре при ее закупорке: поля функции тока, давления и завихренности. Проанализированы зависимость концентрации осевших частиц от времени, а также зависимость расхода через поперечное сечение поры от концентрации осевших частиц. Это позволило оценить границы применимости линейного закона адсорбции и формулы Козени–Кармана.

Также получена оценка коэффициента линейной адсорбции (порядка  $0.11 \text{ с}^{-1}$ ), произведены оценки времени закупорки поры (порядка минуты) и предельной концентрации (порядка 0.2).

Работа выполнена при поддержке Гранта Президента РФ (МК-6851.2015.1).

## Список литературы

1. Chaplin J. B. F., Eichholz G. C. Fixation and remobilization of trace contaminants in simulated subsurface aquifer // Health Physics. 1976. Vol. 30. P. 215–219.
2. Robertson W. D., Barker J. E., LeBeau Y., Marcoux S. Contamination of an unconfined sand aquifer by waste pulp liquor: a case study // Groundwater. 1984. Vol. 22. P. 191–197.
3. Gschwend P. M., Reynolds M. D. Monodisperse ferrous phosphate colloids in an anoxic groundwater plume // Journal of Contaminant Hydrology. 1987. Vol. 1. N. 3. P. 309–327.
4. Viiten A. J. A., Yaron B., Nye P. H. Vertical transport of pesticides into soil when adsorbed on suspended particles // Journal of Agricultural and Food Chemistry. 1983. Vol. 31. P. 662–664.
5. Buddemeier R. W., Hunt J. R. Transport of colloidal contaminants in ground water: radionuclide migration at the Nevada test site // Applied Geochemistry. 1988. Vol. 3. P. 535–548.
6. Bates J. K., Bradley J. P., Teetsov A., Bradley C. R., Buchholtz ten Brink M. Colloid formation during waste form reaction: implications for nuclear waste disposal // Science. 1992. Vol. 256. P. 649–651.
7. Bengtsson G., Enfield C. G., Lindqvist R. Macromolecules facilitate the transport of trace organics // Science of the Total Environment. 1987. Vol. 67. P. 159–164.
8. Enfield C. G., Bengtsson G. Macromolecular transport of hydrophobic contaminants in aqueous environments // Ground Water. 1988. Vol. 26. P. 64–70.
9. Song L., Elimelech M. Dynamics of colloid deposition in porous media: Modeling the role of retained particles // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 1993. Vol. 73. P. 49–63.
10. Miguel A. F., Reis A. H. Transport and deposition of fine mode particles in porous filters //

- Journal of Porous Media. 2006. Vol. 8. P. 731–744.
11. *Fallah H., Fathi H. B., Mohammadi H.* The mathematical model for particle suspension flow through porous medium // *Geomaterials*. 2012. Vol. 2. P. 57–62.
  12. *Цыпкин Г. Г.* О выпадении солей в осадок при испарении раствора в низкопроницаемых породах // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2010. № 6. С. 122–132.
  13. *Цыпкин Г. Г.* Двухзначные решения в задаче выпадения солей в осадок при испарении грунтовых вод // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2005. № 4. С. 105–112.
  14. *Frey J. M., Schmitz P., Dufreche J., Pinheiro I. G.* Particle deposition in porous media: analysis of hydrodynamic and weak inertial effects // *Transport in porous media*. 1999. Vol. 37. P. 25–54.
  15. *Mays D. C., Hunt J. R.* Hydrodynamic aspects of particle clogging in porous media // *Environmental science and technology*. 2005. Vol. 39 (2). P. 577–584.
  16. *Valdes J. R., Santamarina J. C.* Particle clogging in radial flow: microscale mechanisms // *SPE Journal*. 2006. Vol. 11 (2). P. 193–198
  17. *Wyss M., Blair D. L., Morris J. F., Stone H. A., Weitz D. A.* Mechanism for clogging of microchannels // *Physical Review E*. 2006. Vol. 74, 061402.
  18. *Нукифоров А. И., Садовников П. В., Нукифоров Г. А.* О переносе дисперсных частиц двухфазным фильтрационным потоком // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2013. Т. 6. № 1. С. 47–53.
  19. *Derjaguin B. V., Landau L. D.* Theory of the stability of strongly charged lyophobic sols and of the adhesion of strongly charged particles in solutions of electrolytes // *Acta Physicochimica USSR*. 1941. Vol. 14. P. 733–762.
  20. *Venvey E. J. W., Overbeek J. Th. G.* Theory of the Stability of Lyophobic Colloids. Courier Corporation, 1948.
  21. *Hamaker H. C.* The London-van der Waals attraction between spherical particles // *Physica*. 1937. Vol. 4. Iss. 10. P. 1058–1072.
  22. *Lifshitz E. M.* Theory of molecular attractive forces // *Soviet Physics JETP*. 1956. Vol. 2. P. 73–83.
  23. *Elimelech M., Gregory J., Jia X., Williams R. A.* Particle deposition and aggregation. Measurement, modelling and simulation. Woburn: Butterworth-Heinemann, 1995. 458 p.
  24. *Hough D. B., White L. R.* The calculation of Hamaker constants from Lifshitz theory with applications to wetting phenomena // *Advances in Colloid and Interface Science*. 1980. Vol. 14. P. 3–41.
  25. *Prieve D. C., Russel W. B.* Simplified predictions of Hamaker constants for Lifshitz theory // *Journal of Colloid and Interface Science*. 1988. Vol. 125. P. 1–13.
  26. *Gregory J.* The calculation of Hamaker constants // *Advances in Colloid and Interface Science*. 1969. Vol. 2. P. 396–417.
  27. *Gregory J., O'Melia C. R.* Fundamentals of flocculation // *Critical Reviews in Environmental Science and Technology*. 1989. Vol. 19. N. 3. P. 185–230.
  28. *Visser J.* The concept of negative Hamaker coefficients. Part 1. History and present status // *Advances in Colloid and Interface Science*. 1981. Vol. 15. P. 157–169.
  29. *Agbangla G. C., Climent E, Bacchin P.* Numerical investigation of channel blockage by flowing microparticles // *Computers and Fluids*. 2014. Vol. 94. P. 69–83.
  30. *Маккем М.* Течение однородных жидкостей в пористой среде. Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2004. 628 с.
  31. *Kozeny J.* Über kapillare Leitung des Wassers im Boden // *Akademie der Wissenschaften in Wien: Sitzungsberichte*. 1927. Vol. 136. P. 271–306.
  32. *Gomez C. T., Dvorkin J., Vanorio T.* Laboratory measurements of porosity, permeability, resistivity, and velocity on Fontainebleau sandstones // *Geophysics*. 2010. Vol. 75 (6). P. E191–E204.
  33. *Duda A., Koza Z., Matyka M.* Hydraulic tortuosity in arbitrary porous media flow // *Physical Review E*. 2011. Vol. 84, 036319.

## References

1. Chaplin J. B. F., Eichholz G. C. Fixation and remobilization of trace contaminants in simulated subsurface aquifer. *Health Physics*, 1976, vol. 30, pp. 215–219.
2. Robertson W. D., Barker J. E., LeBeau Y., Marcoux S. Contamination of an unconfined sand aquifer by waste pulp liquor: a case study. *Groundwater*, 1984, vol. 22, pp. 191–197.
3. Gschwend pp. M., Reynolds M. D. Monodisperse ferrous phosphate colloids in an anoxic groundwater plume. *Journal of Contaminant Hydrology*, 1987, vol. 1, no. 3, pp. 309–327.
4. Viiten A. J. A., Yaron B., Nye pp. H. Vertical transport of pesticides into soil when adsorbed on suspended particles. *Journal of Agricultural and Food Chemistry*, 1983, vol. 31, pp. 662–664.
5. Buddemeier R. W., Hunt J. R. Transport of colloidal contaminants in ground water: radionuclide migration at the Nevada test site. *Applied Geochemistry*, 1988, vol. 3, pp. 535–548.
6. Bates J. K., Bradley J. P., Teetsov A., Bradley C. R., Buchholtz ten Brink M. Colloid formation during waste form reaction: implications for nuclear waste disposal. *Science*, 1992, vol. 256, pp. 649–651.
7. Bengtsson G., Enfeld C. G., Lindqvist R. Macromolecules facilitate the transport of trace organics.

- Science of the Total Environment*, 1987, vol. 67, pp. 159–164.
8. Enfield C. G., Bengtsson G. Macromolecular transport of hydrophobic contaminants in aqueous environments. *Ground Water*, 1988, vol. 26, pp. 64–70.
  9. Song L., Elimelech M. Dynamics of colloid deposition in porous media: Modeling the role of retained particles. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 1993, vol. 73, pp. 49–63.
  10. Miguel A. F., Reis A. H.. Transport and deposition of fine mode particles in porous filters. *Journal of Porous Media*, 2006, vol. 8, pp. 731–744.
  11. Fallah H., Fathi H. B., Mohammadi H. The mathematical model for particle suspension flow through porous medium. *Geomaterials*, 2012, vol. 2, pp. 57–62
  12. Tsyppkin G. G. Effect of the capillary forces on the moisture saturation distribution during the thawing of a frozen soil, *Fluid Dynamics*, 2010, vol. 45, no. 6, pp. 942–951.
  13. Tsyppkin G. G. Two-valued solutions in the problem of salt precipitation during groundwater evaporation, *Fluid Dynamics*, 2005, vol. 40, no. 4, pp. 593–599.
  14. Frey J. M., Schmitz P., Dufreche J., Pinheiro I. G. Particle deposition in porous media: analysis of hydrodynamic and weak inertial effects. *Transport in porous media*, 1999, vol. 37, pp. 25–54.
  15. Mays D. C., Hunt J. R. Hydrodynamic aspects of particle clogging in porous media. *Environmental science and technology*, 2005, vol. 39 (2), pp. 577–584.
  16. Valdes J. R., Santamarina J. C. Particle clogging in radial flow: microscale mechanisms. *SPE Journal*, 2006, vol. 11 (2), pp. 193–198
  17. Wyss M., Blair D. L., Morris J. F., Stone H. A., Weitz D. A. Mechanism for clogging of microchannels. *Physical Review E*, 2006, vol. 74, 061402.
  18. Nikiforov A. I., Sadovnikov R. V., Nikiforov G. A. About transport of dispersed particles by a two-phase filtration flow. *Computational continuum mechanics*, 2013, vol. 6, no. 1, pp. 47–53.
  19. Derjaguin B. V., Landau L. D. Theory of the stability of strongly charged lyophobic sols and of the adhesion of strongly charged particles in solutions of electrolytes. *Acta Physicochimica USSR*, 1941, vol. 14, pp. 733–762.
  20. Venvey E. J. W., Overbeek J. Th. G. *Theory of the Stability of Lyophobic Colloids*, Mineola, NY: Dover Publications, 1999, 218 p.
  21. Hamaker H. C. The London-van der Waals attraction between spherical particles. *Physica*, 1937, vol. 4, no. 10, pp. 1058–1072.
  22. Lifshitz E. M. Theory of molecular attractive forces. *Soviet Physics JETP*, 1956, vol. 2, pp. 73–83.
  23. Elimelech M., Gregory J., Jia X., Williams R. A. *Particle deposition and aggregation. Measurement, modelling and simulation*. Woburn: Butterworth-Heinemann, 1995. 458 p.
  24. Hough D. B., White L. R. The calculation of Hamaker constants from Lifshitz theory with applications to wetting phenomena. *Advances in Colloid and Interface Science*, 1980, vol. 14, pp. 3–41.
  25. Prieve D. C., Russel W. B. Simplified predictions of Hamaker constants for Lifshitz theory. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1988, vol. 125, pp. 1–13.
  26. Gregory J. The calculation of Hamaker constants. *Advances in Colloid and Interface Science*, 1969, vol. 2, pp. 396–417.
  27. Gregory J., O'Melia C. R. Fundamentals of flocculation. *Critical Reviews in Environmental Science and Technology*, 1989, vol. 19, no. 3, pp. 185–230.
  28. Visser J. The concept of negative Hamaker coefficients. Part 1. History and present status. *Advances in Colloid and Interface Science*, 1981, vol. 15, pp. 157–169.
  29. Agbangla G. C., Climent E, Bacchin P. Numerical investigation of channel blockage by flowing microparticles. *Computers and Fluids*, 2014, vol. 94, pp. 69–83.
  30. Muskat M. *The Flow of homogeneous fluids through porous media*, New York: McGraw-Hill, 1937. 763 p.
  31. Kozeny J. Über kapillare Leitung des Wassers im Boden. *Akademie der Wissenschaften in Wien, Sitzungsberichte*, 1927, vol. 136, pp. 271–306.
  32. Gomez C. T., Dvorkin J., Vanorio T. Laboratory measurements of porosity, permeability, resistivity, and velocity on Fontainebleau sandstones. *Geophysics*, 2010, vol. 75 (6), pp. E191–E204.
  33. Duda A., Koza Z., Matyka M. Hydraulic tortuosity in arbitrary porous media flow. *Physical Review E*, 2011, vol. 84, 036319.

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Клименко Л. С., Марышев Б. С. Моделирование процесса иммобилизации примеси с помощью метода случайных блужданий // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2016. № 1 (32). С. 25–32. doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-25-32

**Please cite this article in English as:**

Klimenko L. S., Maryshev B. S. Modeling of the immobilization process by the random walk method // Bulletin of Perm University. Series: Physics, 2016, no. 1 (32), pp. 25–32. doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-25-32