

Турбулентный конвективный теплоперенос в тонких вертикальных слоях жидкости

А. С. Теймуразов

Институт механики сплошных сред УрО РАН
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
email: tas@icmm.ru

Выполнены расчеты турбулентной конвекции Релея–Бенара в тонких вертикальных слоях жидкости. Целью работы является исследование влияния толщины полости на конвективный теплоперенос в слое. Расчеты в трехмерной постановке задачи в условиях развитого турбулентного движения среды требуют значительного количества вычислительных ресурсов, что обуславливает актуальность изучения вопроса о возможности применения двумерных и квазидвумерных математических моделей для предсказания интегральных характеристик теплопереноса. В данной работе задача исследовалась численно в трех различных постановках: двумерной (2D), трехмерной (3D) и квазидвумерной (Q2D). Подход к описанию поведения квазидвумерных течений в вертикальной щели включает задание ламинарного поперечного профиля течения с последующим интегрированием уравнений движения поперек слоя и переход к модифицированным двумерным уравнениям. Для 2D и Q2D расчетов используется собственная реализация вычислительного алгоритма, для 3D расчетов применяется открытый программный пакет OpenFOAM Extend 3.1. Установлено, что структура течения существенно влияет на значение числа Нуссельта: интенсивность теплопереноса при уменьшении толщины полости возрастает. Показано, что учет трения на боковых стенках с помощью модели линейного трения, применявшейся в Q2D расчетах, существенно влияет на характер течения, изменяет его локальные и интегральные характеристики. Обнаружено, что результаты Q2D расчетов качественно воспроизводят зависимость числа Нуссельта от толщины полости, однако дают заниженные на 30% значения чисел Нуссельта. В то же время результаты расчетов в рамках 2D постановки имеют достаточно слабое отношение к турбулентному течению в реальной полости при любой толщине слоя.

Ключевые слова: конвекция; турбулентность; тонкие слои

Поступила в редакцию 26.01.2016; принята к опубликованию 10.02.2016

Turbulent convective heat transfer in thin vertical fluid layers

A. S. Teimurazov

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Academ. Korolyov, 1, 614013, Perm
email: tas@icmm.ru

Turbulent Rayleigh-Benard convection in bounded vertical layers is studied in numerical simulations. The influence of layer thickness on convective heat transfer is investigated in detail. In this work we study the ability of two-dimensional and quasi-two-dimensional mathematical models to describe the characteristics of heat transfer in the thin layers. These models require much less computing resources in comparison to three-dimensional direct numerical simulations of turbulent convection. Three statements of the problem are considered: two-dimensional (2D), three-dimensional (3D) and quasi-two-dimensional (Q2D). The Q2D model uses the modified 2D equations, which

are derived from the 3D Boussinesq equations under the assumption of a laminar transverse velocity profile. The 2D and Q2D simulations were performed using our own code, whereas the 3D simulations were carried out using open source CFD software OpenFOAM Extend 3.1. It is shown that the flow structure strongly affects the Nusselt number value. In thin layers the convective heat transfer increases despite a decrease in the intensity of the large-scale flow. It is shown, that the friction on lateral boundaries, even in frame of a rough model of linear friction, which was used in the Q2D simulations strongly affects the structure of the turbulent convective flow, changes its local and integral characteristics. The comparison with 3D numerical results demonstrates that the Q2D results qualitatively reproduce the dependence of the Nusselt number on the layer thickness, but underestimate the values of the Nusselt numbers by 30%. Also 2D results reveal poor correlation with the real structure of fluid flow in the domain for any aspect ratio.

Keywords: convection; turbulence; thin layers

Received 26.01.2016; accepted 10.02.2016

doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-18-24

1. Введение

При турбулентной конвекции Релея-Бенара в тонких вертикальных слоях жидкости возможно большое многообразие динамических режимов течения [1], которые реализуются в зависимости от значений чисел Релея Ra , чисел Прандтля Pr и аспектного отношения Γ , представляющего собой отношение толщины полости d к ее линейному размеру L .

При больших числах Релея на фоне развитого турбулентного течения возникает крупномасштабная циркуляция (КМЦ). В тонких слоях КМЦ является слабой, но ее интенсивность растет с увеличением аспектного отношения Γ . Поведение КМЦ воспроизводит некоторые особенности течений при надкритической конвекции в ячейке Хеле-Шоу [2], демонстрируя регулярные или хаотичные осцилляции и спонтанные инверсии наибольшей моды [3]. В случае развитой турбулентности мелко-масштабная структура течения может оказывать значительное влияние на КМЦ и теплоперенос в слое. Недавние исследования теплопереноса при конвекции в тонких слоях показали неожиданный рост эффективности теплопереноса при уменьшении толщины полости [4]. Увеличение числа Нуссельта происходит несмотря на то, что чем тоньше слой, тем больше влияние силы трения на боковых стенках, вследствие чего общая интенсивность течения снижается. Это увеличение происходит по причине изменения размеров, формы и динамики термик в температурном пограничном слое и смены режима крупномасштабного течения.

Исследование процессов конвективного переноса в условиях развитого турбулентного движения среды сопряжено со значительными сложностями, что требует большого количества вычислительных ресурсов. В случае тонких слоев есть надежда на адекватное описание течения с помощью значительно более простых двумерных и

квазидвумерных уравнений. Несмотря на то, что двумерная турбулентность качественно отличается от трехмерной, существуют некоторые случаи, в которых с помощью двумерных моделей возможно воспроизвести некоторые эффекты, возникающие в реальных конвективных потоках. Так, в работе [5] с помощью двумерной математической модели выполнено исследование спонтанных инверсий КМЦ в квадратной полости при $10^6 \leq Ra \leq 10^{10}$. Полученные результаты сопоставляются с результатами эксперимента при аспектном отношении $\Gamma = 0.3$ и демонстрируют качественное согласие.

Для описания течений в тонких слоях известен подход, который заключается в рассмотрении крупномасштабных (квазидвумерных) турбулентных потоков [6, 7] с помощью модифицированных двумерных уравнений. Подход состоит в задании ламинарного поперечного профиля течения с последующим интегрированием уравнений движения поперек слоя и переходе к модифицированным двумерным уравнениям, которые могут учитывать эффекты, связанные с нелинейным взаимодействием различных полей [8]. В наиболее простом случае течения в области с твердыми границами учет квазидвумерности осуществляется с помощью дополнения уравнений линейным трением, описывающим влияние боковых стенок [9].

В работе [10] с помощью двумерной (2D) и квазидвумерной (Q2D) математических моделей выполнено численное исследование конвекции Релея-Бенара в ограниченном твердыми стенками вертикальном слое с аспектным отношением Γ от 0.03 до 0.2 при числе Релея $Ra = 2.2 \cdot 10^9$. Проведено сравнение с результатами экспериментальных исследований турбулентной конвекции, возникающей в заполненной водой и подогреваемой снизу полости размерами $250 \times d \times 250$ мм³ (размер d варьировался от 15 до 50 мм). Показано, что учет трения на боковых границах в рамках квазидвумерной модели с линейным трением позволяет по-

лучить реалистичную структуру турбулентного потока при аспектном отношении $\Gamma \leq 0.1$. При этом Q2D модель не только правильно описывает динамику КМЦ в слое, но и воспроизводит распределение энергии пульсаций скорости как в физическом пространстве, так и в пространстве Фурье.

Цель данной работы – исследование влияния толщины полости на теплоперенос в слое. Также изучается вопрос о возможности применения двумерных и квазидвумерных математических моделей для предсказания интегральных характеристик теплопереноса. Проводится сравнение результатов, полученных с помощью указанных моделей, с расчетами в трехмерной постановке.

2. Постановка задачи и математическая модель

Рассматривается конвекция несжимаемой вязкой жидкости в прямоугольной области с твердыми границами с размерами $L \times d \times L$ ($L = 250$ мм). Аспектное отношение $\Gamma = d/L$ варьировалось от 0.03 до 0.2. Схема расчетной области и система координат показаны на рис. 1.

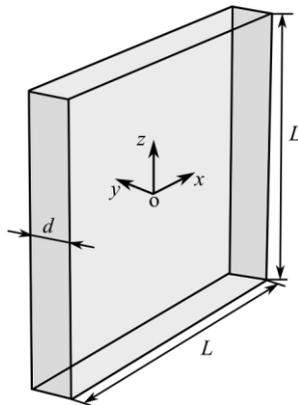


Рис. 1. Схема расчетной области и система координат

Задача исследуется численно в трех различных постановках: двумерной (2D), квазидвумерной (Q2D) и трехмерной (3D). Математические модели основаны на уравнениях термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \text{Pr}^{-1} \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} &= -\nabla P + \Delta \mathbf{v} + \text{Ra} T \mathbf{e}_z, \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T &= \Delta T. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь $\text{Pr} = \nu/\chi$ – число Прандтля, $\text{Ra} = g\beta\theta L^3/(\nu\chi)$ – число Релея, t – время, \mathbf{v} – скорость движения жидкости, P – давление (отклонение от гидростатического давления P_0), T – температура (отклоне-

ние от среднего значения T_0), ρ – среднее значение плотности, ν – кинематическая вязкость, g – ускорение свободного падения, β – температурный коэффициент объемного расширения, χ – коэффициент температуропроводности, \mathbf{e}_z – единичный вектор, направленный вдоль оси z . За единицы измерения длины, времени, скорости и давления выбраны L , L^2/ν , χ/L , $\rho\nu\chi/L^2$ соответственно. Единицей измерения температуры выбрана θ – разность температуры между горизонтальными границами полости.

В первом случае (2D) рассматривается двумерное течение в квадратной области, поле скорости в котором является плоским, т.е. $\mathbf{v} = [v_x, 0, v_z]$, $\partial_y \mathbf{v} = \partial_y T = 0$.

Во втором случае (Q2D) рассматривается течение в тонкой вертикальной щели при $d \ll L$. Движение считается плоским, т.е. $\mathbf{v} = [v_x, 0, v_z]$, но с заданным профилем скорости поперек слоя:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, z, t) \cos(\pi y/d). \quad (2.2)$$

При этом температура в поперечном направлении полагается постоянной $T = T(x, z, t)$.

Подстановка (2.2) в систему уравнений (2.1) и последующее интегрирование по y от $-d/2$ до $d/2$ приводит к модифицированным двумерным уравнениям, которые имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\pi}{4} \text{Pr}^{-1} \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} &= \\ &= -\frac{\pi}{2} \nabla P + \Delta \mathbf{v} - \frac{\pi^2}{\Gamma^2} \mathbf{v} + \frac{\pi}{2} \text{Ra} T \mathbf{e}_z, \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{2}{\pi} \mathbf{v} \cdot \nabla T &= \Delta T. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Предпоследнее слагаемое в первом уравнении описывает вязкое трение о боковые стенки полости. Следует отметить, что уравнения для Q2D модели могут быть получены с использованием не только заданного поперечного профиля скорости вида (2.2) [11], но и параболического профиля [12]. Выбор конкретного вида профиля лишь незначительно изменит значения коэффициентов в (2.3), но не приведет к принципиальным изменениям структуры течения.

В третьем случае (3D) рассматривалось течение в полной трехмерной постановке.

Граничные условия одинаковы для всех трех постановок (2D, Q2D и 3D). Для скорости задаются условия прилипания на всех границах ($\mathbf{v} = 0$). Температура равняется $T = \theta/2$ на нижней границе и $T = -\theta/2$ на верхней границе. Боковые границы считаются теплоизолированными ($\partial T/\partial n = 0$). Вычисления начинаются из состояния равновесия, т.е. $\mathbf{v}(x, z, 0) = 0$, $T(x, z, 0) = 0$, $P(x, z, 0) = 0$.

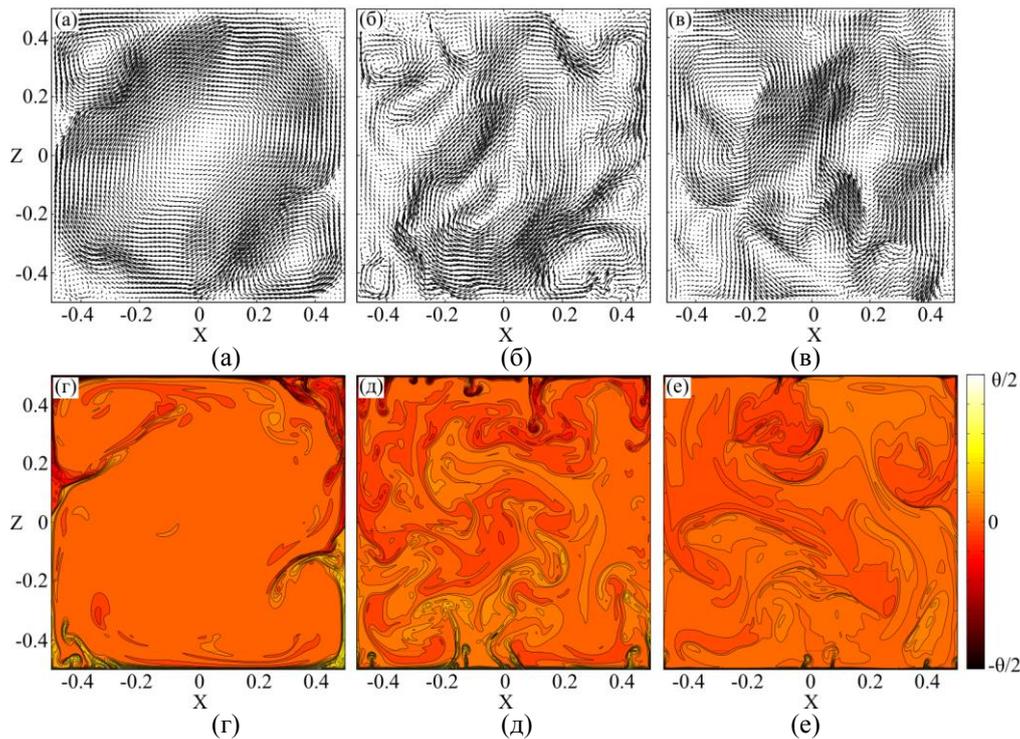


Рис. 2. Примеры мгновенных полей скорости (верхний ряд) и температуры (нижний ряд) в сечении xOz : слева – двумерная модель (2D); в центре – модель с плоским движением (Q2D) при $\Gamma = 0.06$; справа – трехмерная модель (3D) при $\Gamma = 0.06$.

Дискретизация уравнений проводится по методу конечных объемов. Используется равномерная расчетная сетка. Неявная вычислительная схема имеет второй порядок аппроксимации по времени и пространству. Вопрос о требованиях к разрешению вычислительной сетки для проведения прямого численного моделирования конвекции Релея-Бенара был детально рассмотрен в работе [13], в которой было показано, что в случае недостаточного пространственного разрешения сетки числа Нуссельта получаются завышенными. В настоящей работе тестовые расчеты показали, что различие в значениях чисел Нуссельта между сеткой 256×256 и 512×512 узлов составило 19%, а отличия между сетками 512×512 и 1024×1024 узлов – менее 1.5%. Поэтому для основных 2D и Q2D расчетов в данной работе использовалась сетка 512×512 узлов. Для 3D расчетов разрешение по координатам в плоскости xOz было таким же, а в поперечном направлении вдоль оси y шаг по координате составлял 1 мм. При этом максимальный размер используемой сетки (в 3D расчетах при $\Gamma = 0.2$) составил 13.1 млн. узлов. Для 2D и Q2D расчетов используется собственная реализация вычислительного алгоритма, подробное описание которого приведено в работе [10]. Для 3D расчетов применяется свободно распространяемый пакет программ с открытым исходным кодом OpenFOAM Extend 3.1. Примерами применения пакета OpenFOAM для расчетов тепловой конвекции являются работа [14], в которой исследовалась динамика тепловых плюмов в тонких вертикаль-

ных слоях, и работа [15], где изучается турбулентная конвекция расплавленного металла в аппарате металлотермического восстановления титана. Число Куранта в расчетах не превышает 0.5. Вычисления проведены на суперкомпьютере «Уран» ИММ УрО РАН (г. Екатеринбург).

3. Результаты расчетов

Расчеты выполнены для числа Релея $Ra = 2.2 \cdot 10^9$ и числа Прандтля $Pr = 7$, что соответствует воде со средней температурой 25°C и перепаду температур $\theta = 10^\circ\text{C}$.

Качественное различие структуры течения в случае использования двумерной, квазидвумерной и трехмерной моделей демонстрирует рис. 2, на котором приведены примеры мгновенных полей скорости и температуры для вертикальной щели с аспектным отношением $\Gamma = 0.06$. Для двумерной модели характерным является трехвихревое движение [5,16] – один доминирующий вихрь в центре, сопровождаемый парой вихрей с противоположным направлением вращения в углах полости (рис. 2, а). Совершенно иначе выглядят поля скорости в Q2D (рис. 2, б) и 3D (рис. 2, в) расчетах. В случае тонкой щели велико влияние трения на боковых стенках полости (которыми являются плоскости xz при $y = -d/2$ и $y = d/2$), что приводит к подавлению доминирующей крупномасштабной моды, течение становится менее упорядоченным, одновременно сосуществует множество вихрей различных масштабов.

Мгновенное поле температуры для двумерного случая (рис. 2, г) повторяет характерную трехвихревую структуру поля скорости. В случае квазидвумерной модели на поле температуры хорошо различимы всплывающие через слой термики. Важно отметить, что Q2D модель подразумевает интегрирование уравнений поперек слоя и поэтому дает осредненные по всей толщине полости поля величин (рис. 2, б, д), в то время как для трехмерной модели здесь приводятся только значения в центральном сечении xz при $y = 0$ (рис. 2, в, е). Отсюда и различия в структуре полей на рис. 2, д и рис. 2, е. В случае трехмерной модели течение вблизи стенок и в центральном сечении отличается: вблизи передней и задней стенок доминирующую роль играют всплывающие через слой термики, в то время как в центральном сечении термики имеют меньший размер и наблюдается меньшее их количество. При этом осредненные вдоль координаты y поля, которые получаются при использовании Q2D модели, демонстрируют среднее между этими крайними случаями.

Для того чтобы выяснить, как структура поля температуры влияет на характеристики теплопереноса, проведено исследование зависимости числа Нуссельта от толщины полости. Число Нуссельта вычисляется по формуле [1]

$$\text{Nu} = \frac{\langle v_z T \rangle - \chi \partial_z \langle T \rangle}{\chi \theta L^{-1}}. \quad (3.1)$$

Здесь $\langle \cdot \rangle$ обозначает осреднение по любой горизонтальной плоскости xu и по времени.

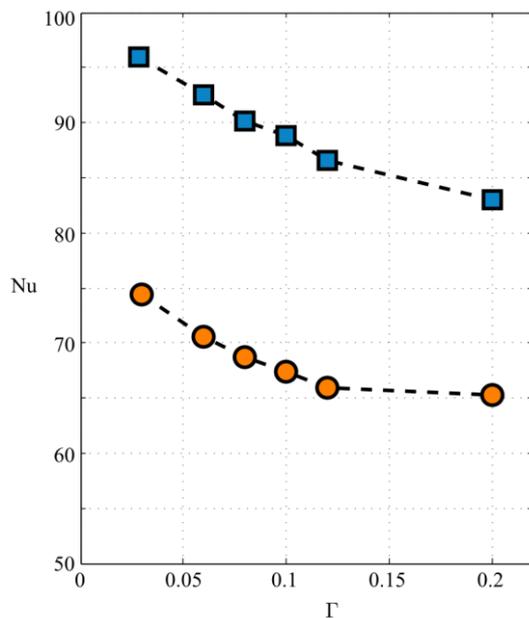


Рис. 3. Зависимости числа Нуссельта Nu от аспектного отношения Γ , полученные в Q2D расчетах (круги) и 3D расчетах (квадраты)

На рис. 3 представлены зависимости глобального среднего по времени числа Нуссельта от аспектного отношения Γ , полученные в Q2D и в 3D расчетах. Можно видеть, что в тонких слоях конвективный теплоперенос растет, несмотря на уменьшение интенсивности крупномасштабного течения, т.е. при уменьшении Γ число Нуссельта монотонно возрастает. Этот эффект и указание на важную роль мелкомасштабных структур, которые возникают в результате наличия боковых стенок в тонком слое, впервые были продемонстрированы в работе [4]. В данной работе этот эффект также был подтвержден. При этом его воспроизводят и Q2D и 3D модели. Обнаружено, что в случае Q2D расчета число Нуссельта в слое с аспектным отношением $\Gamma = 0.03$ на 14% больше, чем число Нуссельта в случае аспектного отношения $\Gamma = 0.2$. В случае 3D расчета число Нуссельта при $\Gamma = 0.03$ на 15% больше, чем при $\Gamma = 0.2$.

Квазидвумерная модель качественно воспроизводит эффект роста интенсивности теплопереноса при уменьшении толщины полости. Однако количественно значения чисел Нуссельта отличаются: числа Нуссельта, полученные с помощью Q2D модели ниже значений, полученных с помощью 3D модели на $\approx 30\%$. В случае толстого слоя (с аспектным отношением $\Gamma > 0.2$) значения числа Нуссельта стремятся к значению, полученному для чисто двумерного случая, которое составляет $Nu = 66.9$.

Дальнейшее совершенствование Q2D модели обусловлено тем, чтобы привести полученные с ее помощью результаты в количественное соответствие с результатами расчетов в полной трехмерной постановке. Уточнение расчетов может достигаться заданием средних профилей скорости и температуры поперек слоя, лучше соответствующих реальному течению, и подбором значений коэффициентов в уравнениях (2.3).

4. Заключение

Выполнены расчеты турбулентной конвекции в тонких вертикальных слоях жидкости при подогреве снизу в рамках чисто двумерной (2D), квазидвумерной (Q2D) и трехмерной (3D) моделей.

Исследовано влияние толщины полости на теплоперенос в слое. Показано, что структура течения существенно влияет на значение числа Нуссельта. Обнаружено, что число Нуссельта в слое с аспектным отношением $\Gamma = 0.03$ на 15% больше, чем число Нуссельта в случае аспектного отношения $\Gamma = 0.2$. Показано, что результаты Q2D расчетов, вычислительные затраты на которые оказываются сопоставимы с затратами на 2D расчет, качественно воспроизводят зависимость числа Нуссельта от аспектного отношения Γ , однако дают заниженные на 30% значения чисел Нуссельта. В то же время результаты расчетов в рамках чисто двумерной по-

становки имеют достаточно слабое отношение к турбулентному течению в реальной полости при любом аспектном отношении.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-31262).

Список литературы

1. Ahlers G., Grossmann S., Lohse D. Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Benard convection // *Reviews of Modern Physics*. 2009. Vol. 81. P. 503–537.
2. Путин Г. Ф., Ткачева Е. А. Экспериментальное исследование надкритических конвективных движений в ячейке Хеле-Шоу // *Механика жидкости и газа*. 1979. № 1. С. 3–8.
3. Васильев А. Ю., Фрик П. Г. Инверсии крупномасштабной циркуляции при турбулентной конвекции в прямоугольных полостях // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2011. Т. 93. № 6. С. 363–367.
4. Huang S.-D., Kaczorowski M., Ni R., Xia K.-Q. Confinement-induced heat-transport enhancement in turbulent thermal convection // *Physical Review Letters*. 2013. Vol. 111. N. 10, 10450.
5. Sugiyama K., Ni R., Stevens R. J. A. M., Chan T. Sh., Zhou Sh.-Q., Xi H.-D., Sun Ch., Grossman S., Xia K.-Q., Lohse D. Flow reversals in thermally driven turbulence // *Physical Review Letters*, 2010. Vol. 105. N. 3, 034503.
6. Аристов С. Н., Фрик П. Г. Крупномасштабная турбулентность в тонком слое неизотермической вращающейся жидкости // *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*. 1988. Т. 4. С. 48–55.
7. Аристов С. Н., Фрик П. Г. Крупномасштабная турбулентность в конвекции Релея–Бенара // *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*. 1989. № 5. С. 43–48.
8. Аристов С. Н., Фрик П. Г. Нелинейные эффекты влияния экмановского слоя на динамику крупномасштабных вихрей в мелкой воде // *Прикладная механика и техническая физика*. 1991. № 2. С. 49–54.
9. Dolzhanskii F. V., Krymov V. A., Manin D. Y. An advanced experimental investigation of quasi-two-dimensional shear flows // *Journal of Fluid Mechanics*. 1992. Vol. 241. P. 705–722.
10. Теймуразов А. С., Васильев А. Ю., Фрик П. Г. Двумерные и квазидвумерные расчеты турбулентной конвекции в вертикальных слоях // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2012. Т. 5. № 4. С. 405–414.
11. Баранников В. А., Фрик П. Г., Шайдунов В. Г. Спектральные характеристики двумерной турбулентной конвекции в вертикальной щели //

Прикладная механика и техническая физика. 1988. № 2. С. 42–46.

12. Bizon C., Werne J., Predtechensky A. A., Julien K., McCormick W. D., Swift J. B., Swinney H. L. Plume dynamics in quasi-2D turbulent convection // *Chaos*. 1997. Vol. 7. P. 107–124.
13. Stevens R. J. A. M., Verzicco R., Lohse D. Radial boundary layer structure and Nusselt number in Rayleigh–Benard convection // *Journal of Fluid Mechanics*. 2010. Vol. 643. P. 495–507.
14. Гаврилов К. А., Демин В. А., Понов Е. А. Режимы всплытия тепловых плюмов в вертикальном слое // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2013. Т. 6. № 3. С. 261–268.
15. Теймуразов А. С., Фрик П. Г. Численное исследование конвекции расплавленного магния в аппарате восстановления титана // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2015. Т. 8. № 4. С. 433–444.
16. Chandra M., Verma M. K. Flow reversals in turbulent convection via vortex reconnections // *Physical Review Letters*. 2013. Vol. 110. N. 11, 114503.

References

1. Ahlers G., Grossmann S., Lohse D. Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Benard convection. *Reviews of Modern Physics*, 2009, vol. 81, pp. 503–537.
2. Putin G. F., Tkacheva E. A. Experimental investigation of supercritical convective motions in a Hele-Shaw cell. *Fluid Dynamics*, 1979, vol. 14, no. 1, pp. 1–5.
3. Vasil'ev A. Y., Frick P. G. Reversals of large-scale circulation in turbulent convection in rectangular cavities. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 2011, vol. 93, pp. 330–334.
4. Huang S.-D., Kaczorowski M., Ni R., Xia K.-Q. Confinement-induced heat-transport enhancement in turbulent thermal convection. *Physical Review Letters*, 2013, vol. 111, no. 10, 104501.
5. Sugiyama K., Ni R., Stevens R. J. A. M., Chan T. Sh., Zhou Sh.-Q., Xi H.-D., Sun Ch., Grossman S., Xia K.-Q., Lohse D. Flow reversals in thermally driven turbulence. *Physical Review Letters*, 2010, vol. 105, no. 3, 034503.
6. Aristov S. N., Frick P. G. Large-scale turbulence in a thin layer of nonisothermal rotating fluid. *Fluid Dynamics*, 1988, vol. 23, no. 4, pp. 522–528.
7. Aristov S. N., Frick P. G. Large-scale turbulence in Rayleigh–Bénard convection. *Fluid Dynamics*, 1989, vol. 24, no. 5, pp. 690–695.
8. Aristov S. N., Frick P. G. Nonlinear effects of the ekman layer on the dynamics of large-scale eddies in shallow water. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1991, vol. 32, p. 189–194.
9. Dolzhanskii F. V., Krymov V. A., Manin D. Y. An advanced experimental investigation of quasi-two-

- dimensional shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 1992, vol. 241, pp. 705–722.
10. Teymurazov A. S., Vasiliev A. Y., Frick P. G. 2D and quasi-2D DNS of turbulent convection in vertical layers. *Computational Continuum Mechanics*, 2012, vol. 5, no. 4, pp. 405–414 (In Russian).
 11. Barannikov V. A., Frick P. G., Shaidurov V. G. Spectral characteristics of two-dimensional turbulent convection in a vertical slot. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1988, vol. 29, p. 196–200.
 12. Bizon C., Werne J., Predtechensky A. A., Julien K., McCormick W. D., Swift J. B., Swinney H. L. Plume dynamics in quasi-2D turbulent convection. *Chaos*, 1997, vol. 7, pp. 107–124.
 13. Stevens R. J. A. M., Verzicco R., Lohse D. Radial boundary layer structure and Nusselt number in Rayleigh–Benard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, vol. 643, pp. 495–507.
 14. Gavrilov K. A., Demin V. A., Popov E. A. Lifting regimes of thermal plumes in vertical layer. *Computational Continuum Mechanics*, 2013, vol. 6, no. 3, pp. 261–268 (In Russian).
 15. Teimurazov A. S., Frick P. G. Numerical study of molten magnesium convection in the apparatus for titanium reduction. *Computational Continuum Mechanics*, 2015, vol. 8, no. 4, pp. 433–444 (In Russian).
 16. Chandra M., Verma M. K. Flow reversals in turbulent convection via vortex reconnections. *Physical Review Letters*, 2013, vol. 110, no. 11, 114503.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Теймуразов А. С. Турбулентный конвективный теплоперенос в тонких вертикальных слоях жидкости // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2016. № 1 (32). С. 18–24. doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-18-24

Please cite this article in English as:

Teimurazov A. S. Turbulent convective heat transfer in thin vertical fluid layers // Bulletin of Perm University. Series: Physics, 2016, no. 1 (32), pp. 18–24. doi: 10.17072/1994-3598-2016-1-18-24