

УДК 532.5; 532.72
PACS 47.55.pd

Вибрационные механизмы транспорта примеси в конвективных системах

В. А. Демин^a, Ю. Н. Мухайлова^b

Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, ул. Букирева, 15

^a email: demin@psu.ru

^b email: yuliya.muhailova@mail.ru

В работе представлен вывод уравнений вибрационно-концентрационной конвекции для бинарной молекулярной смеси в случае зависимости коэффициента диффузии от концентрации компонентов. Уравнения получены в пределе высоких частот и малых амплитуд методом осреднения и, в определенном смысле, являются математическим аналогом известных уравнений термовибрационной конвекции С.М. Зеньковской и И.Б. Симоненко. Численно методом конечных разностей решена задача об эволюции распределения концентрации примеси в плоском бесконечном слое жидкости в случае начального равномерного одномерного источника распределения тяжелого компонента на одной из границ. Оказалось, что высокочастотные вибрации полости способны вызвать осредненное конвективное движение в полости даже в отсутствие неоднородности температуры и поля тяжести. При этом индуцированное высокочастотными вибрациями течение имеет валиковый характер и занимает весь объем полости. Рассмотрен процесс вымывания примеси в объем при наличии вибраций, произвольно ориентированных относительно слоя. Показано, что в зависимости от направления оси вибраций процесс перераспределения примеси происходит с разной быстротой и, в первую очередь, обусловлен интенсивностью осредненного вибрационно-концентрационного течения в жидкости. Проведены модельные расчеты для разных значений зависимости безразмерного коэффициента диффузии от концентрации. Численное моделирование показало, что наиболее существенным процесс вымывания примеси в жидкость становится в случае продольных вибраций. Поперечные слою колебания подавляют осредненное течение, и перенос примеси приобретает чисто диффузионный характер. Зависимость массопереноса от коэффициента диффузии также наиболее ярко проявляется при касательных вибрациях.

Ключевые слова: вибрационно-концентрационная конвекция; осредненные уравнения; вымывание примеси в объем

Поступила в редакцию 27.07.2016; принята к опубликованию 18.08.2016

Vibrational mechanisms of admixture transport in convective systems

V. A. Demin^a, Y. N. Mukhailova^b

Perm State University, Bukireva st. 15, 614990, Perm

^a email: demin@psu.ru

^b email: yuliya.muhailova@mail.ru

The equations of vibrational convection for non-uniform molecular fluid mixtures have been derived when the diffusion coefficient depends on concentration of components. Equation system is received

with the help of the averaging method in the limiting case of high frequencies and small values of amplitude. In a definite sense this one is identical mathematically to well-known equations system of thermal vibrational convection in an approximation of Zen'kovskaya and Simonenko. The problem of concentration field evolution in a plane infinite fluid layer has been solved numerically by the method of finite differences. The modeling situation with homogeneous one-dimensional source distribution of a heavy component on the solid boundary was considered. It was found that the high frequency vibrations can induce mean convective flow in a cavity even in the absence of a temperature inhomogeneity and in the case of weightlessness. At the same time vibrations cause the flow in the form of rolls which occupy the whole volume. The process of admixture ablation into the fluid has been considered for arbitrary oriented vibrations. It has been shown that in dependence on the direction of the vibration axes the process of admixture redistribution passes with various rates. First of all it is determined by the intensity degree of the averaged vibrational flow in a fluid. The modeling calculations were carried out for different values of the non-dimensional parameter which describes the dependence of diffusion coefficient on concentration. Numerical simulation demonstrates that most strong effect of admixture ablation takes place for longitudinal vibrations. On the other hand vibrations which are transversal to layer damps averaged flow. In this case the mass transfer has diffusive character. Also the dependence of mass transfer on diffusion coefficient is most pronounced for tangential vibrations.

Keywords: vibrational convection in fluid molecular mixtures; averaged equations; ablation of the admixture in a volume

Received 27.07.2016; accepted 18.08.2016

doi: 10.17072/1994-3598-2016-2-27-34

1. Введение

Известно, что если полость целиком заполнена жидкостью и имеется сложное распределение температуры на границах, высокочастотные колебания могут вызывать регулярное осредненное течение. Этот результат действия вибраций принято называть явлением термовибрационной конвекции [1]. Возникающее при этом конвективное движение, в общем случае, состоит из двух компонент: колебаний с частотой вибраций и осредненного течения. Если период колебаний много меньше всех гидродинамических времен, а амплитуда смещения в некотором смысле мала, то может быть применен метод осреднения, который позволяет получить замкнутую систему дифференциальных уравнений в частных производных для осредненных полей скорости, температуры и давления. В теории тепловой конвекции этот метод был впервые развит в работе [2] для изучения влияния высокочастотных вибраций на конвективную устойчивость равновесия горизонтального слоя жидкости, подогреваемого снизу. Экспериментально термовибрационная конвекция горизонтального слоя жидкости с твердыми границами при воздействии высокочастотных вибраций, наклоненных под произвольным углом к слою, была изучена в [3]. Эксперименты подтвердили справедливость теоретического подхода к описанию вибрационно-конвективных течений, в основу которого был положен метод осреднения. В дальнейшем, в рамках теории термовибрационной кон-

векции, были рассмотрены и другие геометрии [4,5]. В случае бесконвективного приближения на геологических временных масштабах с учетом годичных колебаний температуры метод осреднения был реализован в [6] применительно к описанию медленного проникновения газовой фазы в грунт. В основу реализованной процедуры осреднения была заложена зависимость коэффициента диффузии от концентрации.

В данной работе была предпринята попытка теоретического исследования влияния высокочастотного вибрационного воздействия на конвекционную конвекцию в жидкой молекулярной смеси при учете зависимости коэффициента диффузии от концентрации. По результатам прямого численного моделирования выявлен наиболее эффективный способ управления процессом вымывания примеси в объем с одной из твердых границ плоского слоя жидкости.

Актуальность работы обусловлена необходимостью интенсификации или, наоборот, подавления конвективного переноса примесей в ходе реализации различных химико-технологических процессов в многокомпонентных жидкостях.

2. Уравнения вибрационно-концентрационной конвекции

Как уже отмечалось выше, для теоретического анализа концентрационных процессов при наличии конвективного переноса и воздействии высокочастотных вибраций может быть применен метод осреднения. Эту процедуру реализуем в отноше-

нии классических уравнений концентрационной конвекции в форме, аналогичной приближению Буссинеска [7]. Данная система уравнений содержит уравнение Навье – Стокса с дополнительным вибрационным ускорением, обобщенное уравнение переноса концентрации и уравнение несжимаемости жидкости:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + b \Omega^2 \vec{n} \beta_c C \cos \Omega t$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) C = \text{div}(D(C) \nabla C), \quad \text{div} \vec{v} = 0.$$

Здесь \vec{v} , C , p – мгновенные размерные поля скорости, концентрации тяжелого компонента и давления; ρ – плотность жидкости, b – амплитуда, Ω – частота колебаний, β_c – коэффициент зависимости плотности от концентрации; ν – коэффициент кинематической вязкости, \vec{n} – единичный вектор, направленный вдоль оси вибраций.

Пусть коэффициент диффузии зависит от концентрации по простейшему линейному закону $D(C) = D_0(1 + \alpha C)$. Здесь D_0 – коэффициент диффузии при малых значениях концентрации примеси, α – параметр зависимости коэффициента диффузии от концентрации.

Разложим полные поля скорости, давления и концентрации на средние величины и пульсационные добавки:

$$\vec{v} = \bar{\vec{v}} + \vec{v}', \quad p = \bar{p} + p', \quad C = \bar{C} + C'.$$

Здесь $\bar{\vec{v}}$, \bar{p} , \bar{C} – осредненные поля скорости, давления и концентрации, а \vec{v}' , p' , C' – пульсационные составляющие исходных полей \vec{v} , p , C .

Подставляя эти выражения в уравнения концентрационной конвекции и выделяя пульсационные члены, сохранив при этом только главные, будем иметь:

$$\frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p' + b \Omega^2 \vec{n} \beta_c \bar{C} \cos \Omega t,$$

$$\frac{\partial C'}{\partial t} + (\vec{v}' \nabla) \bar{C} = 0, \quad \text{div} \vec{v}' = 0.$$

Далее представим векторное поле $\beta_c \vec{n} \bar{C}$ в виде суммы соленоидальной и градиентной частей:

$$\beta_c \vec{n} \bar{C} = \nabla \varphi + \vec{w}, \quad \text{div} \vec{w} = 0,$$

где \vec{w} – соленоидальная, а $\nabla \varphi$ – потенциальная составляющие исходного векторного поля.

Выделив в первом уравнении для пульсационных членов соленоидальную часть, получим соотношение, позволяющее найти пульсационную компоненту скорости

$$\frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = b \Omega^2 \vec{w} \cos \Omega t.$$

Так как \vec{w} – медленно меняющаяся в зависимости от t функция, то интегрирование по “быстрому” времени дает

$$\vec{v}' = b \Omega \vec{w} \sin \Omega t. \quad (1)$$

Следует заметить, что \vec{w} фактически является амплитудой пульсационной компоненты скорости. Прделав аналогичную процедуру с уравнением для пульсационной составляющей концентрационного поля (используя при этом выражение (1) для скорости \vec{v}'), получим

$$C' = b (\vec{w} \nabla) \bar{C} \cos \Omega t. \quad (2)$$

Далее подставим полученные выражения (1), (2) для пульсационных добавок скорости и концентрации в исходную полную систему уравнений конвекции и произведем осреднение по “быстрому” времени. В результате система уравнений для осредненных полей запишется в следующей форме:

$$\frac{\partial \bar{\vec{v}}}{\partial t} + (\bar{\vec{v}} \nabla) \bar{\vec{v}} = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nu \Delta \bar{\vec{v}} + \varepsilon_0 (\vec{w} \nabla) (\beta_c C \vec{n} - \vec{w}), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + (\bar{\vec{v}} \nabla) \bar{C} = D_0 \Delta \bar{C} + \frac{D_0 \alpha}{2} \Delta \bar{C}^2 + \frac{D_0 \alpha b^2}{4} \Delta (\vec{w} \nabla C)^2, \quad (4)$$

$$\text{div} \bar{\vec{v}} = 0, \quad \text{rot} \vec{w} = \nabla C \times \vec{n}, \quad \text{div} \vec{w} = 0, \quad (5)$$

где $\bar{\vec{v}}$, C и p – осредненные поля скорости, концентрации тяжелого компонента и давления, “медленно” меняющиеся со временем; \vec{w} – дополнительная медленная переменная, пропорциональная амплитуде пульсационной компоненты скорости; $\varepsilon_0 = b^2 \Omega^2 / 2$ – размерный параметр, характеризующий осредненное вибрационное воздействие.

Обезразмерим систему уравнений (3)–(5). За единицы измерения примем следующие величины:

$$[t] = h^2 / \nu \text{ – время;}$$

$$[\vec{v}] = D_0 / h \text{ – скорость;}$$

$$[C] = \Sigma \text{ – концентрация;}$$

$$[p] = \rho \nu D_0 / h^2 \text{ – давление;}$$

$$[\vec{w}] = \beta_c \Sigma \text{ – амплитуда пульсационной компоненты скорости,}$$

где h – характерный размер полости, Σ – начальная разность концентраций на границах.

В результате приходим к системе уравнений для безразмерных полей:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + Sc^{-1}(\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\nabla p + \Delta \vec{v} + Ra_v(\vec{w}\nabla)(C\vec{n} - \vec{w}), \quad (6)$$

$$Sc \frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)C = \Delta C + \varepsilon \Delta C^2 + De \Delta (\vec{w}\nabla C)^2, \quad (7)$$

$$\text{div} \vec{v} = 0, \quad \text{rot} \vec{w} = \nabla C \times \vec{n}, \quad \text{div} \vec{w} = 0. \quad (8)$$

В уравнения входят безразмерные параметры: вибрационный аналог числа Рэлея Ra_v , определяющий интенсивность осредненного вибрационного воздействия, число Шмидта Sc , параметр ε , описывающий зависимость коэффициента диффузии от концентрации и новый параметр De , отвечающий за дополнительный вибрационный транспорт в уравнении для концентрации:

$$Ra_v = \frac{(b\Omega\beta_c\Sigma h)^2}{2\nu D_0}, \quad Sc = \frac{\nu}{D_0}, \quad (9)$$

$$\varepsilon = \alpha\Sigma/2, \quad De = \frac{8\Sigma^3}{4h^2}(b\beta_c)^2. \quad (10)$$

Видно, что параметр De имеет высший порядок малости по сравнению с Ra_v . Он квадратичен амплитуде колебаний, которая формально сколь угодно мала, в то время как вибрационный аналог числа Рэлея пропорционален $b^2\Omega^2$ и имеет конечное значение. В результате соответствующее слагаемое в уравнении (7), содержащее параметр De , будет существенно влиять на поведение системы только в случае, когда градиенты концентрации достаточно велики.

3. Постановка задачи

Рассмотрим процесс осредненного вымывания примеси с одной из стенок плоского слоя толщиной h , заполненного жидкостью-носителем, за счет высокочастотного вибрационного воздействия на конвективную систему. Таким образом, дополнительным параметром в поставленной задаче является угол наклона оси вибраций β к границам слоя (рис. 1).

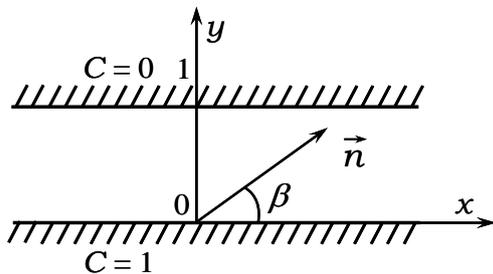


Рис. 1. Плоский слой жидкости с источником примеси на нижней границе

Методом прямого численного моделирования изучим вибрационно-концентрационные конвективные механизмы транспорта, описываемые уравнениями (6)–(8). Пусть для простоты слой

находится в условиях невесомости и неограничен вдоль оси x . В отсутствие вибраций единственным механизмом перераспределения примеси в жидкости является диффузия. При наличии высокочастотных вибраций появляется дополнительный градиентно-концентрационный механизм переноса, эффективность которого, как будет видно в дальнейшем, зависит от интенсивности и направления вибраций. Поэтому главными управляющими параметрами в задаче являются вибрационный аналог числа Рэлея Ra_v и угол наклона оси вибраций β . Далее будем считать, что полость имеет твердые непроницаемые для жидкости границы. В результате искомые поля скорости и концентрации должны удовлетворять граничным условиям:

$$\vec{v}|_{\Gamma} = 0, \quad w_n|_{\Gamma} = 0, \\ \partial C / \partial \vec{n}|_{x=1} = 0, \quad C(0) = 1,$$

что подразумевает выполнение условия прилипания для осредненного поля скорости, непротекания для пульсационной компоненты скорости, непроницаемости для потока вещества на верхней границе и задание некоторого начального распределения концентрации на нижней границе слоя.

Решение уравнений осуществлялось методом конечных разностей. В ходе расчетов использовался двухполевой подход. Вычислительный код был реализован на языке программирования FORTRAN-90. Производные по координатам вычислялись с помощью центральных разностей, а для нахождения производных по времени использовались односторонние разности. Значения вихря на границах полости находились по формулам Тома. На торцах слоя ставилось условие периодичности решений. Рабочая сетка составляла 45×23 узла. Конвективные режимы вычислялись методом установления.

4. Результаты расчетов

В рамках обсуждавшейся выше постановки задачи для разных значений управляющих параметров была проанализирована эволюция полей функции тока и концентрации. Интенсивность движения отслеживалась по зависимости максимума функции тока от времени.

На рис. 2, а представлено поле концентрации примеси в момент времени $t = 10^3$, соответствующий развитому осредненному течению при $Ra_v = 1.5 \cdot 10^3$, $Sc = 10^3$, $\beta = 0^\circ$ (продольные вибрации), $\varepsilon = 0.2$. Численное моделирование отвечает периодическому решению с длиной волны $\lambda = 4.2$ (в единицах толщины слоя).

Изолинии концентрации демонстрируют эффект интенсивного вымывания примеси валиковым течением, т.е. вдоль нижней границы возникает сходящееся к центру течение. Струя бьет в

верхнюю границу и растекается вдоль нее. Тем самым реализуется пара вихрей, вращающихся в противоположные стороны (рис. 2, б). Соответствующим образом деформируются изолинии поля концентрации в середине слоя за счет струйного движения к противоположной границе.

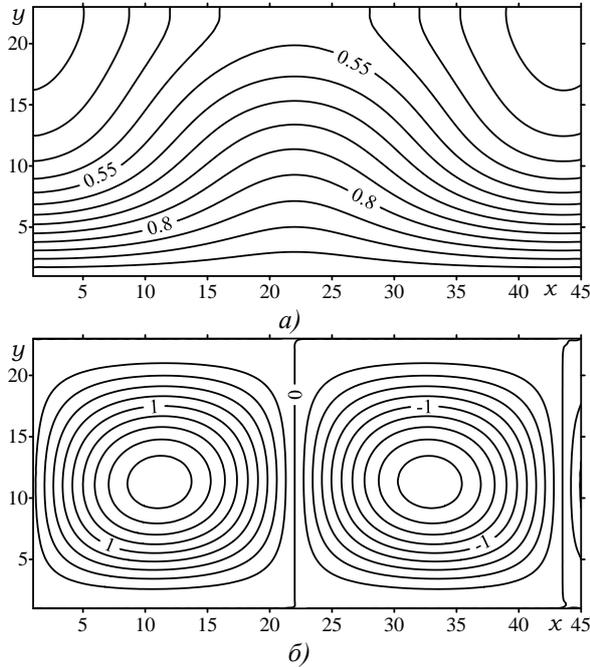


Рис. 2. $\beta = 0^\circ$, волновое число $k = 1.5$: а – распределение примеси в слое; б – изолинии поля функции тока в этот же момент времени

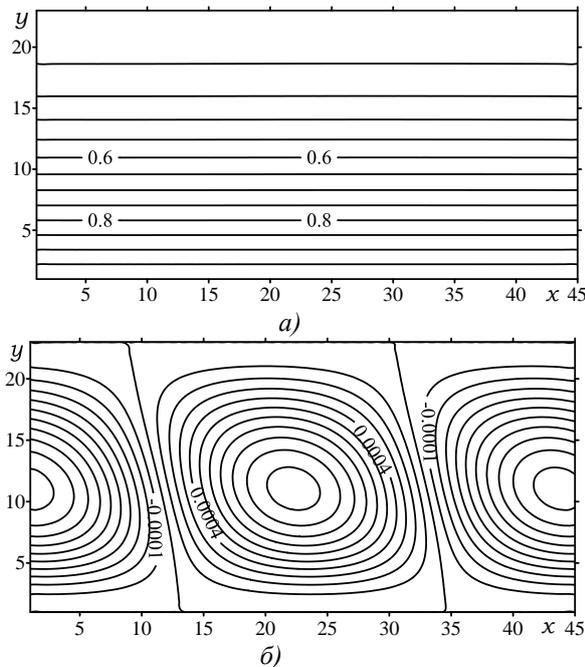


Рис. 3. $\beta = 45^\circ$, волновое число $k = 1.5$: а – распределение примеси в слое; б – изолинии поля функции тока в этот же момент времени

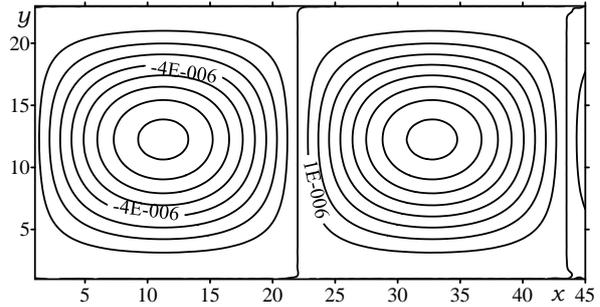


Рис. 4. Изолинии поля функции тока при поперечных вибрациях $\beta = 90^\circ$, $k = 1.5$

На рис. 3 изображены поля концентрации и функции тока для случая вибраций, наклоненных под углом $\beta = 45^\circ$ к границам слоя. По-прежнему в жидкости имеет место валиковое течение, выносящее примесь к противоположной границе. Как видно из рис. 3, симметрия валикового течения несколько нарушается и, как следствие, изолинии концентрационного поля тоже деформируются. Интенсивность течения значительно ниже по сравнению со случаем касательных вибраций.

Поперечные вибрации практически полностью подавляют вибрационно-конвективное течение (рис. 4), и перенос примеси фактически становится диффузионным. Таким образом, численное моделирование показывает, что наиболее простым и эффективным способом управления процессом вымывания примеси является изменение угла наклона оси вибраций по отношению к границам слоя.

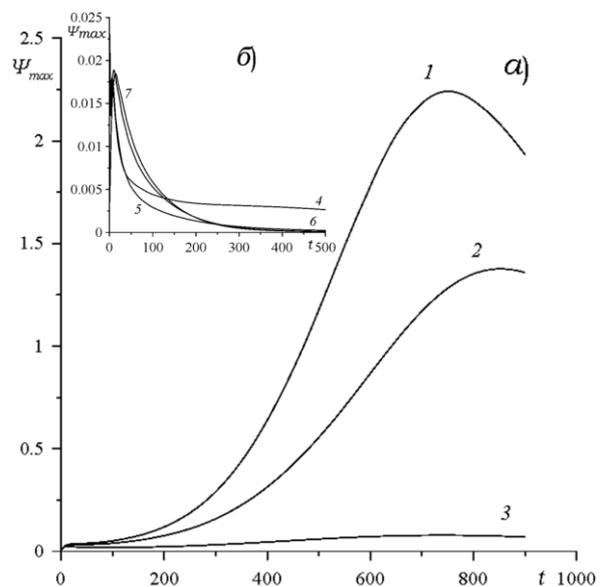


Рис. 5. Зависимость максимума функции тока от времени: а – номера кривых отвечают: 1 – $\beta = 0^\circ$; 2 – $\beta = 15^\circ$; 3 – $\beta = 30^\circ$; на фрагменте б изображены кривые: 4 – $\beta = 45^\circ$; 5 – $\beta = 60^\circ$; 6 – $\beta = 75^\circ$; 7 – $\beta = 90^\circ$

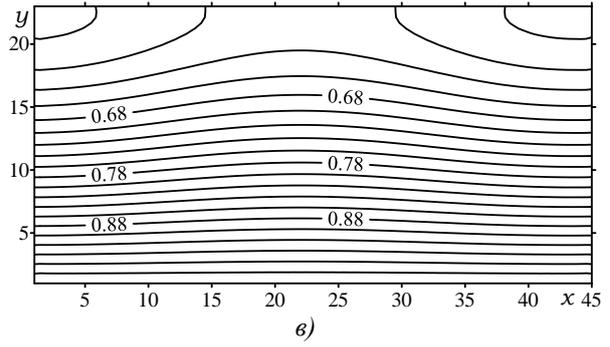
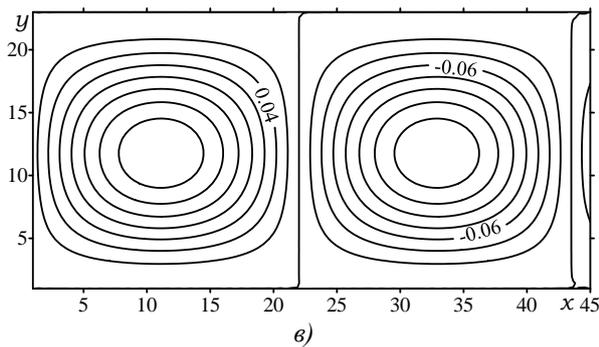
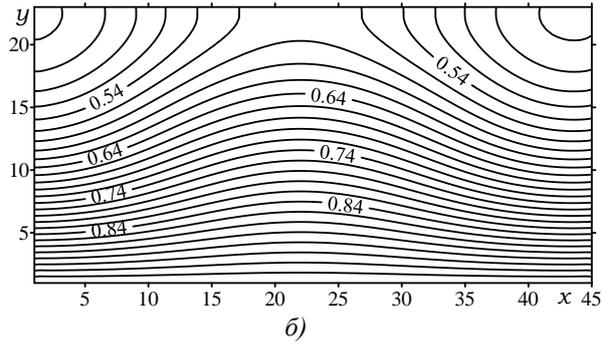
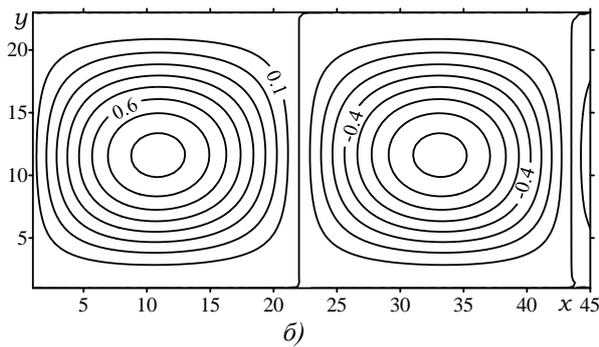
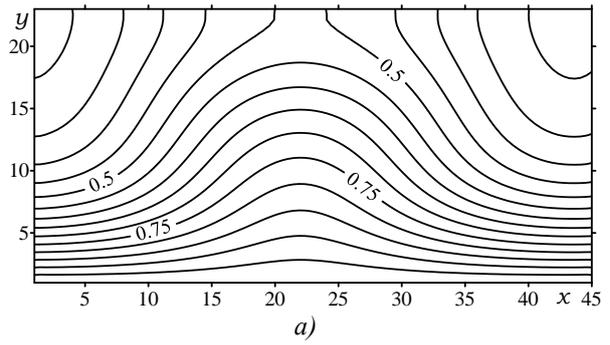
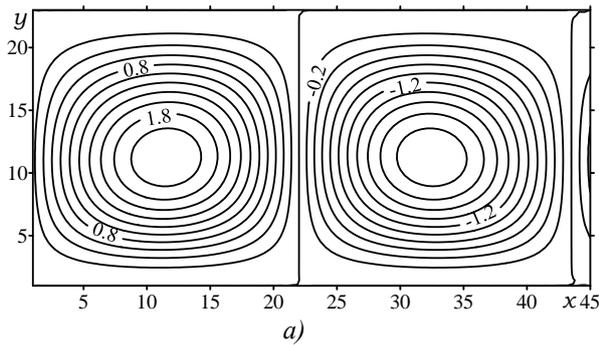


Рис. 6. Поле функции тока для: а – $\varepsilon = 0.1$; б – $\varepsilon = 0.5$; в – $\varepsilon = 0.8$ (остальные параметры как на рис. 2–4)

Рис. 7. Поле концентрации для: а – $\varepsilon = 0.1$; б – $\varepsilon = 0.5$; в – $\varepsilon = 0.8$ (остальные параметры как на рис. 2–4)

На рис. 5 представлены зависимости максимума функции тока от времени для различных углов наклона β . Действительно, продольные вибрации вызывают в жидкости интенсивное осредненное течение, ускоряющее процесс вымывания примеси с нижней границы в объем жидкости. В то время как при поперечных вибрациях имеет место преимущественно только диффузионный перенос примеси к противоположной границе слоя.

На рис. 6 представлены изолинии полей функции тока при продольных вибрациях для разных значений параметра ε . Видно, что изменение параметра ε не оказывает существенного влияния на форму валикового течения, но меняет его интенсивность.

Увеличение параметра ε влечет за собой ослабление осредненного движения. На рис. 7 представ-

лены поля концентрации примеси при продольных вибрациях для тех же трех значений ε , как на рис. 6. Видно, что концентрационный фронт уплощается вследствие ослабления течения, однако выравнивание концентрационных градиентов идет более быстрыми темпами.

На рис. 8, 9 и 10 представлены зависимости максимума функции тока от времени для трех углов наклона оси вибраций и разных значений параметра ε , описывающего зависимость коэффициента диффузии от концентрации.

Численное моделирование, выполненное в широком диапазоне управляющих параметров, показывает, что наличие градиентов концентрации в жидких смесях при воздействии высокочастотных вибраций может вызвать осредненное движение и конвективное перераспределение компонентов да-

же при отсутствии нагрева полости и силы тяжести.

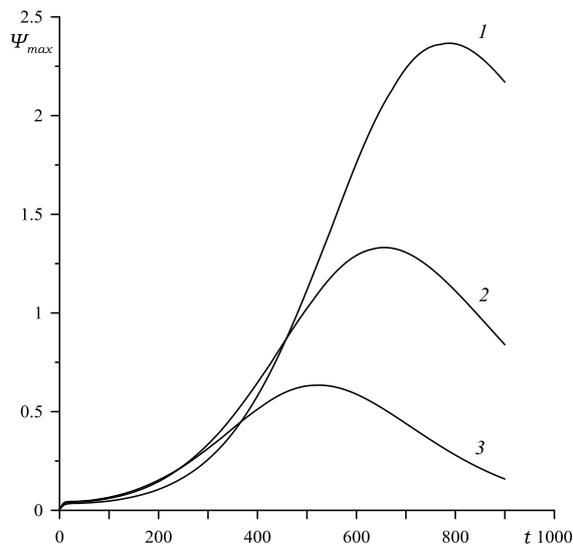


Рис. 8. Зависимость максимума функции тока от времени при $\beta = 0^\circ$ для разных значений ε ; номера кривых 1–3 отвечают $\varepsilon = 0.1, 0.5, 0.8$

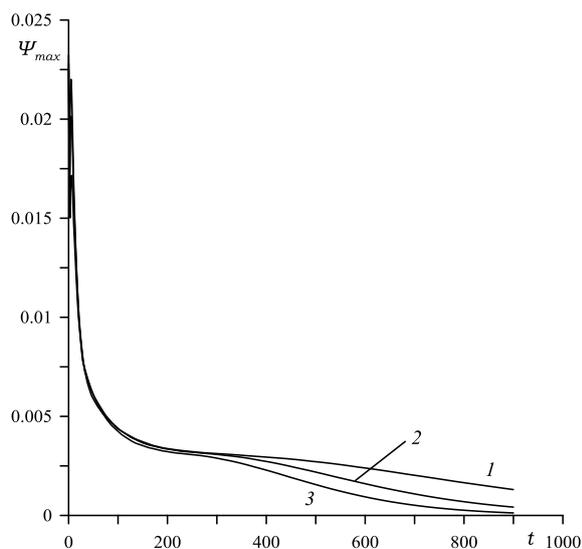


Рис. 9. Зависимость максимума функции тока от времени при $\beta = 45^\circ$; номера кривых 1–3 отвечают $\varepsilon = 0.1, 0.5, 0.8$

5. Заключение

Численно методом конечных разностей рассмотрена задача о вибрационно-концентрационном конвективном воздействии на плоский слой жидкости с твердыми границами при учете зависимости коэффициента диффузии от концентрации. По результатам расчетов получены поля функции тока и концентрации при различных углах наклона оси вибраций и при различных значениях безразмерного параметра, определяющего зависимость коэффициента диффузии от

концентрации. Построены зависимости максимума функции тока в жидкости от времени.

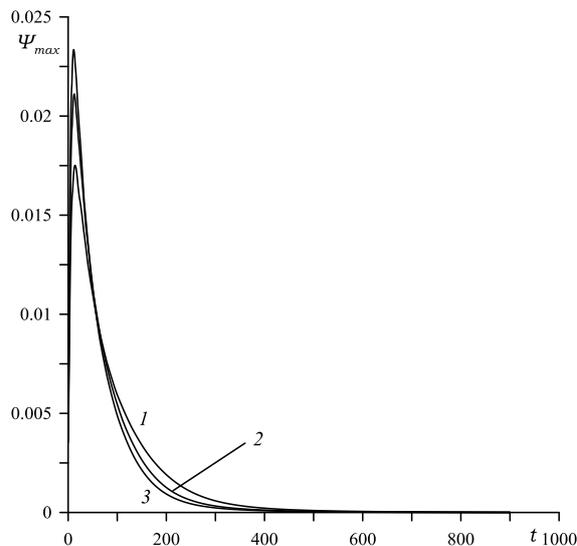


Рис. 10. Зависимость максимума функции тока от времени при $\beta = 90^\circ$; номера кривых 1–3 отвечают $\varepsilon = 0.1, 0.5, 0.8$

Оказалось, что наиболее эффективным способом усиления или, наоборот, подавления процесса вымывания примеси в объем является изменение угла наклона оси вибраций по отношению к слою. Прямое численное моделирование показало, что вариация параметра, описывающего зависимость коэффициента диффузии от концентрации, наиболее сильно начинает проявляться при воздействии касательных вибраций. При определенных параметрах жидких смесей высокочастотные вибрации могут оказывать существенное осредненное влияние на распределение компонентов даже при отсутствии нагрева полости и силы тяжести.

Список литературы

1. *Gershuni G. Z., Lyubimov D. V.* Thermal vibrational convection. // Wiley & Sons. 1998. 358 p.
2. *Зеньковская С. М., Симоненко И. Б.* О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1966. № 5. С. 51–55.
3. *Заварыкин М. П., Зорин С. В., Путин Г. Ф.* Экспериментальное исследование вибрационной конвекции // Доклады Академии наук СССР. 1985. Т. 281. № 4. С. 815–816.
4. *Бабушкин И. А., Демин В. А.* Вибрационная конвекция в ячейке Хеле-Шоу. Теория и эксперимент // Прикладная механика и техническая физика. 2006. № 2. С. 40–48.
5. *Demin V. A., Gershuni G. Z., Verkholtantsev I. V.* Mechanical Quasi-equilibrium and Thermovibrational Convective Instability in an Inclined Fluid Layer // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1996. V. 39. N. 9. P. 1979–1991.

6. Goldobin D. S., Krausin P. V. Effect of temperature wave on diffusive transport of weakly soluble substances in liquid-saturated porous media // *European Physical Journal Plus*. 2014. V. 129, 221. DOI: 10.1140/epjp/i2014-14221-1.
7. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
4. Babushkin I. A., Demin V. A. Vibrational convection in the Hele–Shaw cell. Theory and experiment. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2006, vol. 47, no. 2, pp. 183–189.
5. Demin V. A., Gershuni G. Z., Verkholtantsev I. V. Mechanical quasi-equilibrium and thermovibrational convective instability in an inclined fluid layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1996, vol. 39, no. 9, pp. 1979–1991.
6. Goldobin D. S., Krausin P. V. Effect of temperature wave on diffusive transport of weakly soluble substances in liquid-saturated porous media. *European Physical Journal Plus*, 2014, vol. 129, 221. DOI: 10.1140/epjp/i2014-14221-1.
7. Gershuni G. Z., Zhukhovitskii E. M. *Convective stability of incompressible fluids*. Jerusalem: Keter Publishing House, 1976. 330 p.

References

1. Gershuni G. Z., Lyubimov D. V. *Thermal vibrational convection*. Wiley & Sons, 1998. 358 p.
2. Zen'kovskaya S. M., Simonenko I. B. Effect of high frequency vibration on convection initiation. *Fluid Dynamics*, 1966, no. 5. pp. 51–55.
3. Zavarykin M. P., Zorin S. V., Putin G. F. Experimental study of vibration convection. *Doklady*

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Демин В. А., Мухайлова Ю. Н. Вибрационные механизмы транспорта примеси в конвективных системах // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2016. № 2 (33). С. 27–34. doi: 10.17072/1994-3598-2016-2-27-34

Please cite this article in English as:

Demin V. A., Mukhailova Y. N. Vibrational mechanisms of admixture transport in convective systems. *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 2016, no. 2 (33), pp. 27–34. doi: 10.17072/1994-3598-2016-2-27-34