#### 2018

• ФИЗИКА •

Вып. 3 (41)

УДК 532.72: 537.84 PACS 47.65.Cb, 47.85.Dh, 68.08.Fq

# Сила, действующая на немагнитное тело в магнитной жидкости

А. Ф. Пшеничников<sup>а, b</sup>, К. А. Хохрякова<sup>а</sup>, А. В. Лебедев<sup>а</sup>, В. Г. Гилев<sup>b</sup>

<sup>а</sup> Институт механики сплошных сред УрО РАН 614013, Пермь, ул. Ак. Королева, 1 email: pshenichnikov@icmm.ru, bca@icmm.ru, lav@icmm.ru <sup>b</sup> Пермский государственный национальный исследовательский университет 614990, Пермь, ул. Букирева, 15 gvg@psu.ru

В работе сообщается о результатах измерения сил, действующих на алюминиевый цилиндр (немагнитное тело), погруженный в магнитную жидкость во внешнем однородном магнитном поле. Причиной появления пондеромоторных сил являются неоднородные «размагничивающие» поля, создаваемые самой жидкостью. Так как размагничивающее поле максимально на торцах полости и минимально в ее центре, любое немагнитное тело должно выталкиваться из центральной области и прижиматься к торцам полости за счет магнитной части гидростатического давления. В эксперименте получены зависимости пондеромоторной силы от смещения алюминиевого цилиндра относительно центра полости и напряженности внешнего поля. Как и следовало ожидать, с ростом напряженности поля пондеромоторная сила увеличивается. Вблизи торцов полости с магнитной жидкостью, где наибольшая неоднородность поля, она достигает максимума, а в центре полости всегда равна нулю. Неожиданный результат состоит в обнаружении больших сил, отталкивающих алюминиевый цилиндр от торцов полости при малых зазорах между цилиндром и торцами. Обсуждаются возможные причины этой аномалии: неньютоновские свойства магнитной жидкости и сгущение силовых линий магнитного поля вблизи кромок цилиндра.

Ключевые слова: магнитная жидкость; размагничивающие поля; гидростатическое давление; пондеромоторная сила

Поступила в редакцию 04.07.2018; принята к опубликованию 17.08.2018

## The force acting on a nonmagnetic body in a magnetic fluid

A. F. Pshenichnikov<sup>a,b</sup>, C. A. Khokhryakova<sup>a</sup>, A. V. Lebedev<sup>a</sup>, V. G. Gilev<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Institute of Continuous Media Mechanics, Ak. Korolev St. 1, 614013, Perm email: pshenichnikov@icmm.ru, bca@icmm.ru, lav@icmm.ru
<sup>b</sup> Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm gvg@psu.ru

The paper reports the results of measuring the forces acting on an aluminum cylinder (a nonmagnetic body) immersed into a magnetic fluid under the action of external uniform magnetic field. The cause of the appearance of ponderomotive forces are inhomogeneous "demagnetizing" fields created by the liquid itself. Since the demagnetizing field is maximal at the ends of the cavity and minimal at its center, any nonmagnetic body must be pushed out of the central region and pressed

<sup>©</sup> Пшеничников А. Ф., Хохрякова К. А., Лебедев А. В. и др., 2018



against the ends of the cavity by the magnetic part of the hydrostatic pressure. It was obtained from the experiment that the ponderomotive force is dependent on the displacement of the aluminum cylinder relative to center of the cavity and on the strength of the external field. As was expected, the ponderomotive force increases with the field strength growth. This force is maximal near the ends of the cavity with a magnetic fluid due to the greatest inhomogeneity of the field, and is always minimal in the center of the cavity. An unexpected result is the discovery of large forces repelling aluminum cylinders from the ends of the cavity in the region of small gaps (~ 2 mm) between the cylinder and the ends. The possible reasons for this anomaly are discussed: the non-Newtonian properties of the magnetic fluid and the concentration of magnetic field lines near the edges of the cylinder.

Keywords: magnetic fluid; demagnetizing fields; hydrostatic pressure; ponderomotive force

Received 04.07.2018; accepted 17.08.2018

doi: 10.17072/1994-3598-2018-3-39-44

#### 1. Введение

Взаимодействие магнитной жидкости с погруженными в нее телами имеет ряд особенностей, главными из которых являются зависимость гидростатического давления от напряженности магнитного поля и магнитный скачок давления на границе жидкости [1, 2]. Так, в соответствии с уравнением Бернулли для магнитной жидкости добавка к гидростатическому давлению монотонно растет с напряженностью *H* магнитного поля

$$p = -\rho gz + \mu_0 \int_0^{\mu} M dH + const, \tag{1}$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м,  $\rho$ , M = M(H) – плотность и намагниченность жидкости, соответственно, z – вертикальная координата, g – ускорение свободного падения. Кроме того, в тонком (десятки нанометров) диффузионном слое на границе жидкости возникает дополнительный перепад давления, связанный с неоднородным распределением частиц поперек этого слоя [1–3]. Силу, действующую на немагнитное тело, можно найти, проинтегрировав по поверхности тела силы давления (1) и приняв во внимание магнитный скачок давления на границе двух сред. Следуя [1], будем иметь:

$$\mathbf{F} = \oint_{s} \left( p + \frac{\mu_0}{2} M_n^2 \right) d\mathbf{S} .$$
 (2)

Результатом интегрирования первого слагаемого в (1) является обычная сила Архимеда, остальные слагаемые зависят от пространственного распределения магнитных полей. В случае однородного магнитного поля они обращаются в нуль, но в сильных неоднородных полях могут многократно превысить силу Архимеда. Пространственное распределение однородного магнитного поля будет определяться формой контейнера с магнитной жидкостью (в нашем случае цилиндрического). Тогда интегральная сила (за вычетом архимедовой), действующая на немагнитное тело, должна быть направлена вдоль оси симметрии от центра полости к торцам.

нитное» тело, помещенное в магнитную жидкость, будет выталкиваться ею в область с минимальной напряженностью поля. Под «немагнитным» телом здесь и далее понимается тело, намагниченность которого мала по сравнению с намагниченностью жидкости. Появление магнитной добавки к архимедовой силе лежит в основе работы магнитожидкостных сепараторов, позволяющих разделять цветные металлы и минералы по плотности [2].

Несмотря на кажущуюся простоту формулы (2), ее использование связано с преодолением серьезных вычислительных проблем. Главная проблема состоит в том, что намагниченность, входящая в формулу (2), сама является неизвестной функцией координат. Она зависит от напряженности поля Н и объемной доли  $\phi$  коллоидных частиц в жидкости, которые, в свою очередь, зависят от намагниченности. Для определения силы, действующей на тело в магнитной жидкости, необходимо в общем случае решать систему связанных уравнений, которая включает в себя уравнения Максвелла, динамическое уравнение массообмена, учитывающее магнитофорез, седиментацию и диффузию частиц, и материальное уравнение, связывающее намагниченность жидкости с напряженностью поля и концентрацией частиц. Ситуация существенно упрощается, если ограничиться «начальным состоянием» системы, время существования которого мало по сравнению с характерными диффузионными временами. В этом приближении конценчастиц можно считать однородной. транию Именно такая ситуация рассматривалась в большинстве работ по взаимодействию магнитной жидкости с твердыми телами [4-6]. Еще одной особенностью этих работ является пренебрежение «размагничивающими полями» - полями, создаваемыми самой магнитной жидкостью. В этом случае пондеромоторные силы возникают только за счет неоднородного внешнего (приложенного) поля.

В данной работе экспериментально исследуется противоположная ситуация: внешнее магнитное поле однородно, и размагничивающие поля являются единственной причиной пондеромоторных сил. Цель работы – оценить влияние размагничивающих полей на «выталкивающую» силу на примере алюминиевого цилиндра, помещенного в цилиндрический контейнер с магнитной жидкостью.

#### 2. Методика эксперимента

В качестве немагнитного тела в эксперименте использовался круглый алюминиевый  $(\rho_{Al} = 2.665 \text{ г/см}^3)$  цилиндр высотой  $h_c = 7.0 \text{ мм},$ диаметром d = 7.0 мм и массой 710 мг. На оси цилиндра фиксировалась нерастяжимая нить подвеса, выполненная из нихромовой проволоки диаметром 0.02 мм, длиной ~20 см. Алюминиевый цилиндр помещался внутрь стеклянной цилиндрической кюветы высотой h = 23.65 мм и диаметром D = 26.70 мм, заполненной магнитной жидкостью (рис. 1). В опытах использовалась магнитная жидкость типа «магнетит + керосин + олеиновая кислота», приготовленная стандартным способом химического осаждения. Кривая намагничивания жидкости (рис. 2) измерялась методом дифференциальной прогонки, описанном подробно в [7]. Изменения, внесенные в методику измерений, состояли в замене электромагнита на охлаждаемый соленоид и использовании современных измерительных приборов. Асимптотика кривой намагничивания в сильных полях использовалась для определения намагниченности насыщения жидкости М<sub>∞</sub>, числовой плотности частиц *n* и среднего магнитного момента частицы <m> [8]. Реологические измерения образца МЖ были выполнены на ротационном реометре Physica MCR 501 производства Anton Paar (Швейцария) [9]. Основные параметры магнитной жидкости приведены в таблице.

Физико-химические и магнитные свойства магнитной жидкости

Начальная магнитная воспри- имчивость $\chi_0$	6.7
Намагниченность насыщения $M_{\infty}$	51.6 кА/м
Плотность р	1.412 г/см <sup>3</sup>
Концентрация частиц п	1.58 10 <sup>23</sup> м <sup>-3</sup>
Параметр диполь-дипольного взаимодействия λ	1.1
Средний магнитный момент <m></m>	3.25 10 <sup>-19</sup> А м <sup>2</sup>
Динамическая вязкость $\eta$	7.6 мПа*c

После помещения немагнитного тела внутрь стеклянного цилиндра верхний его торец плотно запаивался, чтобы избежать искривления свободной границы магнитной жидкости в ортогональном магнитном поле. Для заливки магнитной жидкости и контроля за центрированием подвеса (а также положением цилиндра в объеме магнитной жидкости) в верхнем основании стеклянной кюветы на оси симметрии имелся патрубок с внутренним диаметром  $d_{\rm n} = 4.9$  мм и высотой относительно верхнего торца стеклянного цилиндра 8.0 мм. В ходе эксперимента небольшой столбик магнитной жидкости заполнял патрубок наполовину. Таким образом, удавалось избежать искривления свободной поверхности магнитной жидкости, чтобы снизить влияние мениска на результирующую магнитную силу, действующую на цилиндр при приближении к верхнему торцу кюветы.



**Рис. 1.** Схема экспериментальной кюветы, заполненной магнитной жидкостью с взвешенным в ней немагнитным цилиндром



Рис. 2. Кривая намагничивания феррожидкости

Кювета, заполненная магнитной жидкостью с погруженным внутрь нее алюминиевым цилиндром, устанавливалась на плоскую горизонтальную платформу, подвижную в вертикальном направлении. Положение платформы по высоте регулировалось с точностью до 0.1 мм. Вся система помещалась в область вертикально направленного магнитного поля катушек Гельмгольца радиусом 126 мм с однородностью поля до 1% в пределах области геометрических размеров используемой экспериментальной кюветы.

Вес цилиндрического немагнитного тела в ячейке, заполненной магнитной жидкостью, фиксировался с помощью лабораторных высокоточных аналитических весов типа ВесТа АВ I с точностью измерений до 0.001 г. Передвижная платформа обеспечивала смещение в вертикальной плоскости кюветы с магнитной жидкостью относительно покоящегося на подвесе цилиндра. Такой подход позволял минимизировать возможные возмущения цилиндра с подвесом, а, следовательно, и уменьшить флуктуации показаний весов. Величина магнитной возвращающей силы, действующей на цилиндр при его смещении относительно центра полости, определялась по рассчитанному значению разности его веса в данной точке и в центре кюветы.

Эксперимент был выполнен при комнатной температуре  $(26\pm1)^{0}$ С.

#### 3. Результаты эксперимента

Условие равновесия немагнитного цилиндра, взвешенного в магнитной жидкости, имеет вид

$$|F_P| = F_A + F_m - F_g,$$

где  $F_P$  – вес цилиндра, смещенного относительно центра полости, в магнитной жидкости в магнитном поле,  $F_g$  – сила тяжести, действующая на цилиндр с подвесом,  $F_A$  – выталкивающая сила, действующая на цилиндр со стороны магнитной жидкости,  $F_m$  – магнитная сила. В эксперименте расчет  $F_m$  осуществлялся по разности веса цилиндра в центре полости  $F_P(z_0)$  и в точке с координатой z, смещенной относительно центра вдоль оси симметрии сосуда  $F_m = F_P(z) - F_P(z_0)$ .

На рис. 3 представлена зависимость магнитной силы F<sub>m</sub>, действующей на немагнитный цилиндр в МЖ в вертикальном однородном магнитном поле различной напряженности Н, от координаты центра цилиндра относительно центра полости (z = 0). Как и в случае левитации постоянного магнита в МЖ, при смещении тела от центра полости наблюдается увеличение модуля возвращающей магнитной силы. Вблизи дна ( $z \in (-5, 0)$ ) полости действующая на цилиндр магнитная сила направлена вверх. По мере его перемещения ближе к центру полости эта сила уменьшается вплоть до нуля в точке z = 0. Затем, при дальнейшем увеличении зазора между нижним торцом полости и цилиндром, магнитная сила меняет знак и начинает втягивать цилиндр внутрь полости с МЖ (*z* ∈ (0, −5)).

Отметим, что на участках  $z \in (-7.5; -7.0)$  и  $z \in (7.0; 7.5)$  величина магнитной силы существенно отличается от нуля ввиду малого отклонения точки фиксации нити подвеса от оси симметрии алюминиевого цилиндра в процессе его смещения, что приводит к возникновению клина между нижним торцом полости и цилиндра.

Наибольшей величины магнитная сила достигает при относительном сближении цилиндра и торцов полости до ~0.7 от величины зазора между ними  $(h - h_c)/2$ , когда координата положения центра цилиндра z = 0. С ростом намагниченности жидкости (увеличением напряженности приложенного внешнего магнитного поля) магнитная сила возрастает, а соответствующая ей координата z смещается ближе к центру полости.



**Рис. 3.** Магнитная сила в зависимости от координаты центра немагнитного цилиндра относительно центра сосуда, заполненного МЖ (z = 0), при напряженности внешнего однородного магнитного поля H,  $\kappa A/m$ : 2.1 (1), 3.2 (2), 4.2 (3), 5.2 (4)

При сближении цилиндра с торцами полости более чем на  $0.9(h - h_c)/2$  наблюдается аномальное поведение  $F_m$  – она значительно увеличивается по модулю и меняет свое направление. Более наглядно это показано на рис. 4.





**Рис. 4.** Магнитная сила в зависимости от координаты центра немагнитного цилиндра относительно центра полости при напряженности внешнего однородного магнитного поля *H*, к*A*/*m*: 1.1 (1), 5.2 (2)

Одной из причин такого поведения может быть сгущение силовых линий магнитного поля вблизи кромок цилиндра, обусловленное неоднородностью магнитного поля внутри контейнера с МЖ. Для проверки этого тезиса в качестве погружаемого в МЖ тела был использован алюминиевый цилиндр со сглаженной кромкой, зависимость  $F_{\rm m}(z)$  для которого приведена на рис. 5.



**Рис. 5.** Зависимость  $F_m(z)$  для цилиндра со сглаженной кромкой при напряженности внешнего однородного магнитного поля  $H = 6.8 \kappa A/M$ 

Более плотное прилегание цилиндра с округлой кромкой к дну полости позволило избежать отрицательных значений магнитной силы на начальном участке кривой. При малом зазоре между цилиндром и торцом полости по-прежнему возникает сила отталкивания, монотонно убывающая вплоть до достижения  $F_{\rm m}$  максимума.

Подобный эффект также можно объяснить наличием у МЖ неньютоновских свойств, в частности наличием предельного сдвигового напряжения, которое проявляется в зависимости от качества очистки МЖ при ее изготовлении [10].

Для подтверждения этой гипотезы были выполнены реологические испытания образца МЖ на ротационном реометре Physica MCR 501 производства Anton Paar [9]. В результате испытаний обнаружено, что в колебательном режиме в диапазоне от 0.05 до 1 мПа с частотой колебаний 1 Гц обработка кривой течения (рис. 6, *a*,  $\delta$ ) дает следующий вид зависимости для напряжения сдвига:

$$\tau = 0.000556 + 0.00754 \gamma'$$
 ( $\Pi a$ ),

где  $\tau$  – напряжение сдвига,  $\gamma'$  – скорость сдвига; а для комплексной вязкости МЖ (рис. 6, *в*, *г*):

$$\eta^* = 0.0076 - 0.000825 \tau + 0.00114 \tau^2$$
 (IIa c).

Таким образом, можно сделать вывод о том, что используемая в эксперименте МЖ имеет небольшое напряжение сдвига, или предел текучести, что отчасти влияет на результаты измерений магнитной возвращающей силы.



**Рис. 6.** Кривые течения МЖ, полученные во вращательном (а, в) и колебательном режимах с частотой 1 Гц (б, г), измеренные дважды (1, 2)

#### Заключение

Экспериментально измерена сила, действующая на немагнитное тело, погруженное в магнитную жидкость во внешнем однородном магнитном поле. Пондеромоторная сила достигает максимума вблизи торцов полости с магнитной жидкостью, а в центре полости всегда равна нулю. С ростом напряженности поля пондеромоторная сила увеличивается. При этом в тонкой магнитожидкостной прослойке между торцом цилиндра и полости возникает дополнительная сила, направленная противоположно пондеромоторной, которая может быть обусловлена как неоднородностью магнитного поля вблизи кромок цилиндра, так и неньютоновскими свойствами самой магнитной жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-01-00517 А.

#### Список литературы

- 1. Розенцвейг Р. Феррогидродинамика. М.: Мир, 1989. 357 с.
- 2. Берковский Б. М., Медведев В. Ф., Краков М. С. Магнитные жидкости. М.: Химия, 1989. 240 с.
- Баштовой В. Г., Тайц Е. М. О некоторых эффектах, связанных со скачком намагниченности на границе раздела магнитных жидкостей // Магнитная гидродинамика. 1985. № 2. С. 54– 60.
- 4. *Rosensweig R. E.* Fluidmagnetic Buoyancy // AIAA Journal. 1966. Vol. 4, No. 10. P. 1751–1758.
- 5. Барков Ю. Д., Фертман В. Е. Экспериментальное исследования плавания магнитных тел в намагничивающейся жидкости // Магнитная гидродинамика. 1978. № 1. С. 23–26.
- 6. Квитанцев А. С., Налетова В. А., Турков В. А. Левитация магнитов и тел из магнитомягких материалов в сосудах, заполненных магнитной жидкостью // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2002. № 3. С. 12–20.
- Лебедев А. В. К расчету кривых намагничивания концентрированных магнитных жидкостей // Магнитная гидродинамика. 1989. № 4. P. 121–123.
- 8. Пшеничников А. Ф., Лебедев А. В., Морозов К. И. Влияние межчастичных взаимодействий на ста-

тические свойства магнитных коллоидов // Магнитная гидродинамика. 1987. № 1. С. 37–43.

- 9. Гилев В. Г., Попов В. А. Экспериментальное исследование реологических, оптических и тепловых характеристик лиотропного жидкого кристалла // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2012. № 3 (21). С. 76–79.
- 10. Бибик Е. Е. Реология дисперсных систем / Л.: изд-во Ленинградского ун-та, 1981. 172 с.

### References

- 1. Rosensweig R. E. *Ferrohydrodynamics*. Cambridge University Press, 1985. 344 p.
- Berkovsky B. M., Medvedev V. F., Krakov M. S. Magnetic Fluids: Engineering Applications. Oxford University Press, 1993.
- 3. Bashtovoi V. G., Taits E. M. Some effects associated with the discontinuity of magnetization at the interface between magnetic liquids. *Magnetohydrodynamics*, 1985, vol. 21, pp. 148–153.
- 4. Rosensweig R. E. Fluidmagnetic Buoyancy. *AIAA Journal*, 1966, vol. 4, no. 10, pp. 1751–1758.
- 5. Barkov Yu. D., Fertman V. E. Experimental study of floating of magnetic bodies in a magnetizable fluid. *Magnetohydrodynamics*, 1978, vol. 14, no. 1, pp. 18–20.
- Kvitantsev A. S., Naletova V. A., Turkov V. A. Levitation of magnets and paramagnetic bodies in vessels filled with magnetic fluid. *Fluid Dynamics*, 2002, vol. 37, no. 3, pp. 361–368.
- Lebedev A. V. Calculating the magnetization curves of concentrated magnetic fluids. *Magnetohydrodynamics*, 1989, vol. 25, no. 4, pp. 520–523.
- Pshenichnikov A. F., Lebedev A. V., Morozov K. I. The effect of interpaticle interaction on magnetostatic properties of ferrofluids. *Magnetohydrodynamics*. 1987, vol. 23, no. 1, pp. 31–36.
- Gilev V. G., Popov V. A. The experimental investigation of rheological, optical and thermal characteristics lyotropic liquid crystal. *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 2012, no. 3 (21). pp. 76–79 (In Russian).
- Bibik E. E. *Reologiya dispersnykh sistem* (Rheology of Disperse Systems), Leningrad: Izd. LGU, 1981. 172 p. (In Russian).

#### Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Пшеничников А. Ф., Хохрякова К. А., Лебедев А. В., Гилев В. Г. Сила, действующая на немагнитное тело в магнитной жидкости // Вестник Пермского университета. Физика. 2018. № 3 (41). С. 39–44. doi: 10.17072/1994-3598-2018-3-39-44

#### Please cite this article in English as:

Pshenichnikov A. F., Khokhryakova C. A., Lebedev A. V., Gilev V. G. The force acting on a nonmagnetic body in a magnetic fluid. Bulletin of Perm University. Physics, 2018, no. 3 (41), pp. 39–44. doi: 10.17072/1994-3598-2018-3-39-44