

УДК 532.5.013.4
PACS 47.55.nb

Колебательная неустойчивость слоя жидкости со свободной деформируемой поверхностью

А. Е. Самойлова^a, Я. Н. Паршакова^b

^a Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
email: annsomeoil@gmail.com

^b Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, ул. Акад. Королева, 1
email: gadiyatova@mail.ru

Задача об устойчивости неоднородно нагретого слоя жидкости со свободной поверхностью рассматривается за рамками традиционного приближения Буссинеска с целью выяснения механизма развития ранее обнаруженной новой моды колебательной неустойчивости. Данная мода, возникающая в отсутствие термокапиллярного эффекта и гравитации существенно связана с деформируемостью свободной поверхности и тепловым расширением жидкости. В ходе настоящего исследования проведён асимптотический анализ устойчивости слоя невязкой жидкости. Сопоставление данных аналитических результатов с ранее полученными численными результатами позволило судить об основном механизме развития новой колебательной моды неустойчивости. Проведено также прямое численное моделирование течений при неоднородном нагреве слоя жидкости в условиях невесомости и отсутствия термокапиллярного эффекта. Данные о полях скорости и форме свободной поверхности жидкости подтверждают возникновение колебательного режима течения в жидкости. Сделан вывод о том, что к развитию неустойчивости приводит эффект растекания жидкости от более нагретых мест к менее нагретым на деформированной из-за капиллярных волн поверхности.

Ключевые слова: тепловая конвекция; капиллярные волны; тепловое расширение; деформируемая граница

Поступила в редакцию 25.01.2018; принята к опубликованию 15.02.2018

Oscillatory instability in the liquid layer with a deformable free surface

A. E. Samoilo^a, Ya. N. Parshakova^b

^a Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm
email: annsomeoil@gmail.com

^b Institute of Continuum Media Mechanics UB RAS, Akad. Koroleva St. 1, 614013, Perm
email: gadiyatova@mail.ru

We consider the classical problem of instability of the inhomogeneously heated liquid layer with the free surface in order to clarify the mechanism of convective instability for a novel oscillatory mode that was revealed recently. This mode exists when the thermocapillary effect and the gravity are absent; it is associated with the deformability of the free surface and with the thermal expansion

of the fluid. The asymptotic short-wave analysis is performed for the inviscid fluid layer. Comparison of our analytical results with the previous numerical results allows us to propose the mechanism of a novel oscillatory instability. The direct stability analysis is performed under assumptions of zero gravity and constant surface tension. The results for velocity field and for the free surface deformation confirm the oscillatory instability of the liquid layer. Thus, it is concluded that the novel instability mechanism is that the liquid particle moved by the capillary wave arrives at the hotter spot on the deformable free surface, where it expands and enforces motion.

Keywords: thermal convection; capillary waves; thermal expansion; deformable surface

Received 25.01.2018; accepted 15.02.2018

doi: 10.17072/1994-3598-2018-1-73-80

1. Введение

Работа посвящена исследованию механизма конвективной неустойчивости в неизотермическом горизонтальном слое жидкости со свободной границей. Внимание уделяется колебательным режимам конвекции, существенно связанным с деформируемостью поверхности раздела.

Возвращение интереса к классической задаче теории гидродинамической устойчивости (см., например, [1]) связано с тем, что ранее в работе [2] было обнаружено возникновение колебательной неустойчивости в отсутствие термокапиллярного и термогравитационного механизмов развития конвекции. В упомянутой работе для изучения неустойчивости Релея–Бенара–Марангони применялась альтернативная стандартному приближению Буссинеска модель, предложенная Д.В. Любимовым в [3]. Традиционно используемая при линейном анализе устойчивости таких систем модель Буссинеска оказывается непригодной для исследования деформационных мод неустойчивости, см. [4].

В ходе численного решения линейной задачи устойчивости в [2] была получена нейтральная кривая колебательной неустойчивости, точки которой лежат в области параметров, соответствующей нулевому термокапиллярному эффекту и нулевой силе тяжести. Анализ данной моды в широком диапазоне параметров задачи показал следующие её особенности: она возникает в условиях нагрева со стороны свободной поверхности; существует только в области малых значений числа Прандтля; возмущения носят коротковолновый характер. Вид дисперсионных кривых, полученных в [2], позволяет судить о том, что механизм развития новой моды колебательной неустойчивости связан с развитием капиллярных волн.

Отличительной чертой модели Д.В. Любимова является корректный учёт деформационных мод конвекции. Очевидно, деформируемость свободной границы играет существенную роль в формировании новой моды неустойчивости. Это подтверждается тем, что увеличение поверхностного натяжения и гравитации оказывает стабилизирую-

щее влияние на равновесие. Вторым важным фактором возникновения новой неустойчивости является зависимость плотности от температуры, учёт которой проведён в используемой небуссинесковской модели конвекции не только в слагаемом с подъёмной силой. Одновременный учёт этих факторов и позволил обнаружить новую моду колебательной неустойчивости.

С целью выяснения факторов, влияющих на механизм описанной выше новой колебательной моды неустойчивости, в работе [5] рассмотрена модельная задача устойчивости слоя невязкой жидкости. Однако сопоставление полученных аналитических выражений с результатами численных расчётов из [2] затруднено вследствие того, что в [5] сделано предположение о малости параметра теплового расширения.

В первой части настоящей работы решается модельная задача устойчивости слоя невязкой жидкости. При этом не ставится ограничений на величину параметра теплового расширения жидкости. Вторая часть статьи посвящена прямому численному моделированию поведения слоя жидкости со свободной поверхностью с целью обнаружения вышеописанной дополнительной колебательной моды конвективной неустойчивости.

2. Асимптотический анализ устойчивости слоя невязкой жидкости

Рассмотрим конвекцию в бесконечном плоском слое жидкости, расположенном между двумя горизонтальными границами, нижняя из которых твёрдая, а верхняя – свободная и деформируемая. Выберем прямоугольную систему координат так, чтобы ось x располагалась вдоль нижней границы, а ось z – перпендикулярно ей (рис. 1). Средняя толщина слоя – h_0 ; температуропроводность и коэффициент объёмного расширения жидкости постоянны и равны соответственно χ и β . Нижняя твёрдая граница поддерживается при постоянной температуре T_1 ; температура на верхней свободной границе – T_2 , теплоотдача с неё стремится к нулю.

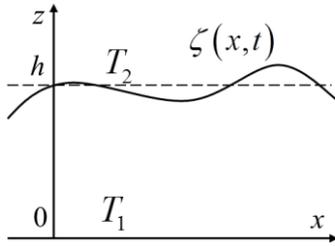


Рис. 1. Геометрия задачи

Предположим, что обнаруженная ранее дополнительная мода имеет невязкий характер (так как характерные значения числа Прандтля малы). Для выяснения механизма формирования неустойчивости рассмотрим модельную задачу об устойчивости слоя невязкой жидкости. Уравнения и граничные условия для малых возмущений в размерном виде в рамках модели Д.В. Любимова в отсутствие термокапиллярного эффекта, гравитации и при нулевой теплоотдаче со свободной поверхности имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -\nabla p, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T^{(0)} &= \chi \Delta T, \\ \nabla \cdot \vec{v} &= \beta \chi \Delta T, \\ z=0: w=T=0, \\ z=h_0: -p &= \alpha \Delta \zeta, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = w, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $T^{(0)} = \Theta(z - h_0)$ – распределение температуры в состоянии механического равновесия при условии нагрева со стороны свободной границы (охлаждение нижней границы); $\rho_0 = \exp(-\beta T^{(0)})$.

При обезразмеривании задачи (1) используются стандартные тепловые масштабы величин: h_0 – для длины, $\Theta = T_2 - T_1$ – для температуры, χ/h_0 – для скорости, h_0^2/χ – для времени, $\rho_0(z=h_0)\chi^2/h_0^2$ – для давления. Отметим, что в работе [2] при выводе основных уравнений применялись те же масштабы величин с тем лишь отличием, что теперь единицы измерения давления не содержат коэффициента вязкости, а характерный перепад температуры по вертикали имеет противоположный знак. Безразмерная спектрально-амплитудная задача для нормальных плоских возмущений пропорциональных $\exp(\lambda t + ikx)$ принимает вид:

$$\begin{aligned} \rho_0 \lambda U &= -ikP, \\ \rho_0 \lambda W &= -P', \\ \lambda \theta + W &= \theta'' - k^2 \theta, \\ ikU + W' &= \varepsilon(\theta'' - k^2 \theta), \\ z=0: W &= \theta = 0, \\ z=1: P &= \frac{k^2}{Cr} \xi, \quad \lambda \xi = W, \quad \theta' = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon = \beta \Theta$ – параметр Буссинеска, характеризующий тепловое расширение жидкости. Безразмерный параметр $\tilde{Cr} = \chi^2/ah_0$ связан с известными безразмерными комплексами: параметром капиллярности и числом Прандтля – как $\tilde{Cr} = Cr/Pr$. Уравнение состояния в безразмерном виде имеет вид $\rho_0 = e^{\varepsilon(1-z)}$, при этом $\varepsilon > 0$ соответствует нормальному тепловому расширению.

Результаты, полученные в [2], а также особенность небуссинесковской модели позволяют заключить, что деформируемость свободной поверхности и поверхностное натяжение играют важную роль в формировании дополнительной неустойчивости. Так что движение сосредоточено вблизи свободной границы в тонком слое $l \sim 1/k$ (рис. 2).

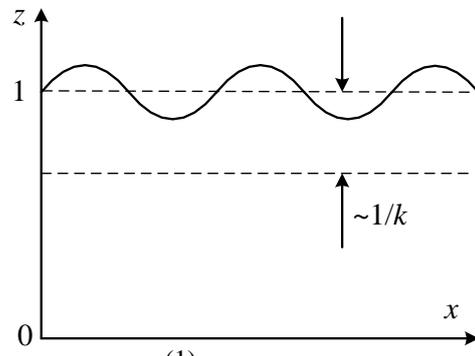


Рис. 2. Геометрия задачи для асимптотического анализа

Поэтому далее решается задача (2) в приближении коротковолновых возмущений, $k \gg 1$. При этом вертикальная координата и производная по ней перемасштабируются (для удобства начало отсчёта переносим на невозмущённую свободную поверхность):

$$z = 1 + \frac{Z}{k}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = k \frac{\partial}{\partial Z}. \quad (3)$$

Считая, что основным механизмом колебательного движения в такой системе являются капиллярные волны на поверхности слоя, введём перемасштабированный инкремент $\lambda = k^{3/2} \mathcal{G}$; полагаем давление $P = O(1)$. В соответствии с (3) плотность представим в виде

$$\rho_0 = e^{-\varepsilon \frac{z}{k}} = 1 - \varepsilon \frac{Z}{k} + \dots, \quad \rho_0' = -\frac{\varepsilon}{k} + \dots \quad (4)$$

Из уравнений и граничных условий (2) следует, что остальные физические поля зависят от волнового числа следующим образом:

$$\{U, W\} = k^{-1/2} \{U, W\}, \quad \theta = k^{-5/2} \mathcal{G}, \quad \xi = k^{-2} \Xi. \quad (5)$$

Подставляя выражение (5) и выражение для инкремента в задачу (2) и учитывая скейлинг для вертикальной координаты (3), получаем следующую краевую задачу в терминах новых переменных U, W, \mathcal{G}, Ξ :

$$\begin{aligned}
\rho_0 \Lambda U &= -iP, \\
\rho_0 \Lambda W &= -P', \\
W &= \mathcal{G}'' - \mathcal{G} - \Lambda \mathcal{G} k^{-1/2}, \\
iU + W' &= \varepsilon (\mathcal{G}'' - \mathcal{G}) k^{-1},
\end{aligned} \tag{6}$$

$$Z = 0: P = \frac{\Xi}{Cr}, \Lambda \Xi = W, \mathcal{G}' = 0,$$

$$Z \rightarrow -\infty: U, W, \mathcal{G} \rightarrow 0.$$

Исключая скорость из уравнений и граничных условий, получаем задачу для нахождения амплитуд полей температуры и давления:

$$\begin{aligned}
P'' - P - \frac{\rho_0'}{\rho_0} P' &= -\Lambda \rho_0 \varepsilon (\mathcal{G}'' - \mathcal{G}) k^{-1}, \\
P' &= -\rho_0 \Lambda (\mathcal{G}'' - \mathcal{G}) + \rho_0 \Lambda^2 \mathcal{G} k^{-1/2},
\end{aligned} \tag{7}$$

$$Z = 0: P' = -PCr\rho_0\Lambda^2, \mathcal{G}' = 0,$$

$$Z \rightarrow -\infty: P, \mathcal{G} \rightarrow 0.$$

Видно, что уравнения содержат малый параметр $1/k$, поэтому для рассмотрения этой задачи аналитически разложим поля температуры и давления, а также инкремент в ряд по малому параметру $\delta = k^{-1/2}$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{G} &= \mathcal{G}_0 + \delta \mathcal{G}_1 + \delta^2 \mathcal{G}_2 + \delta^3 \mathcal{G}_3 + \dots, \\
P &= P_0 + \delta P_1 + \delta^2 P_2 + \delta^3 P_3 + \dots, \\
\Lambda &= \Lambda_0 + \delta \Lambda_1 + \delta^2 \Lambda_2 + \delta^3 \Lambda_3 + \dots
\end{aligned} \tag{8}$$

Подставляя эти разложения, а также разложение для плотности (4) в задачу (7), в **нулевом порядке** получаем

$$P_0'' - P_0 = 0, \mathcal{G}_0'' - \mathcal{G}_0 = -\frac{P_0'}{\Lambda_0}, \tag{9}$$

$$Z = 0: P_0' = -P_0 Cr \Lambda_0^2, \mathcal{G}_0' = 0, \tag{10}$$

$$Z \rightarrow -\infty: P_0, \mathcal{G}_0 \rightarrow 0. \tag{11}$$

Выпишем решение этой задачи:

$$P_0 = C_0 e^Z, \mathcal{G}_0 = \frac{C_0}{2\Lambda_0} (1-Z) e^Z. \tag{12}$$

Подстановка решения для давления в граничное условие (10) даёт выражение для инкремента:

$$\Lambda_0 = i\Omega, \Omega^2 = \frac{1}{Cr}, \tag{13}$$

которое соответствует капиллярным волнам. Далее нас будут интересовать добавки к Λ_0 , имеющие положительную действительную часть, которая будет означать возникновение неустойчивости.

Задача в **первом порядке** разложения по малому параметру имеет вид:

$$\begin{aligned}
P_1'' - P_1 &= 0, \\
\mathcal{G}_1'' - \mathcal{G}_1 &= -\frac{P_1'}{\Lambda_0} + \Lambda_0 \mathcal{G}_0 - \frac{\Lambda_1}{\Lambda_0} (\mathcal{G}_0'' - \mathcal{G}_0),
\end{aligned} \tag{14}$$

$$Z = 0: P_1' = -P_1 Cr \Lambda_0^2 - 2P_0 Cr \Lambda_0 \Lambda_1, \mathcal{G}_1' = 0,$$

$$Z \rightarrow -\infty: P_1, \mathcal{G}_1 \rightarrow 0.$$

Легко видеть, что поправка первого порядка к инкременту $\Lambda_1 = 0$, что ожидаемо, так как нелинейности в первом уравнении задачи (7) имеют порядок не ниже δ^2 .

Решение задачи (14) имеет вид

$$P_1 = C_1 e^Z, \mathcal{G}_1 = \left[(Z-1) \left(\frac{3C_0}{8} - \frac{C_1}{2\Lambda_0} \right) - Z^2 \frac{C_0}{8} \right] e^Z,$$

Во **втором порядке** разложения удаётся «зацепить» ключевое нелинейное слагаемое в уравнении для давления, содержащее параметр Буссинеска:

$$\begin{aligned}
P_2'' - P_2 &= -\varepsilon P_0' - \Lambda_0 \varepsilon (\mathcal{G}_0'' - \mathcal{G}_0), \\
\mathcal{G}_2'' - \mathcal{G}_2 &= -\frac{P_2'}{\Lambda_0} + \Lambda_0 \mathcal{G}_1 - \left(\frac{\Lambda_2}{\Lambda_0} - \varepsilon Z \right) (\mathcal{G}_0'' - \mathcal{G}_0),
\end{aligned} \tag{15}$$

$$Z = 0: P_2' = -P_2 Cr \Lambda_0^2 - 2P_0 Cr \Lambda_0 \Lambda_2, \mathcal{G}_2' = 0,$$

$$Z \rightarrow -\infty: P_2, \mathcal{G}_2 \rightarrow 0.$$

Однако правая часть в уравнении для давления в данной задаче зануляется, как видно, при учёте выражения для температуры в (9). Таким образом, в этом порядке добавка к инкременту тоже отсутствует $\Lambda_2 = 0$.

Неустойчивость удаётся обнаружить при решении задачи **третьего порядка** малости. Задачи для давления и температуры расцепляются, поэтому приведём здесь только уравнения и граничные условия для давления:

$$\begin{aligned}
P_3'' - P_3 &= -\varepsilon P_1' - \Lambda_0 \varepsilon (\mathcal{G}_1'' - \mathcal{G}_1), \\
Z = 0: P_3' &= -P_3 Cr \Lambda_0^2 - 2P_0 Cr \Lambda_0 \Lambda_3,
\end{aligned} \tag{16}$$

$$Z \rightarrow -\infty: P_3 \rightarrow 0.$$

С учётом решения задачи первого порядка несложно найти выражение для добавки давления в третьем порядке:

$$P_3 = C_1 e^Z + \frac{3C_0}{8} \Lambda_0 (Z-3) Z e^Z, \tag{17}$$

подстановка которого в граничное условие на свободной поверхности в (16) позволяет найти добавку к инкременту в третьем порядке малости:

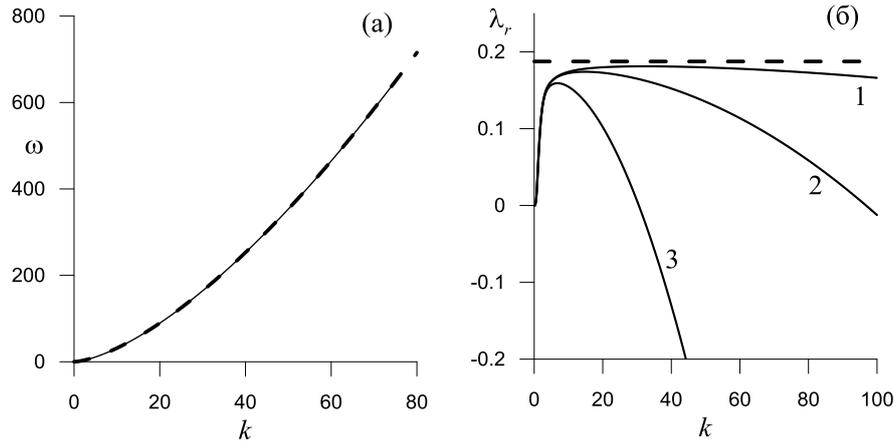


Рис. 3. Сопоставление результатов численного счета (сплошные линии) и асимптотического анализа коротковолновой неустойчивости (штриховые линии). Зависимость частоты от волнового числа при $Pr=0.0001, Cr=0.0001$ (а). Зависимость действительной части инкремента от волнового числа для различных $Pr=0.000001, Pr=0.00001, Pr=0.0001$ (кривые 1–3) при фиксированном отношении $Pr/Cr=1$ (б)

$$\Lambda_3 = \frac{3\varepsilon}{16Cr}. \quad (18)$$

Как упоминалось выше, в данной постановке нормальному тепловому расширению соответствует положительный параметр Буссинеска $\varepsilon > 0$, так что $\Lambda_3 > 0$, т.е. в такой системе действительно возникает неустойчивость. Как видно, инкремент напрямую зависит от параметра Буссинеска и величины поверхностного натяжения.

Основной целью анализа устойчивости в такой модельной системе было выяснение механизма новой колебательной неустойчивости. Поэтому важно сопоставить результаты настоящего асимптотического анализа с результатами численного решения линейной задачи устойчивости плоского слоя со свободной деформируемой границей, представленными в работе [2]. Для этого мы представим выражение для инкремента с полученной добавкой к нему в исходном виде (до перемасштабирования):

$$\lambda = ik^{3/2} \sqrt{\frac{Pr}{Cr} + \frac{3\varepsilon Pr}{16Cr}}. \quad (19)$$

На рис. 3 показано сопоставление численных результатов из работы [2] для $\varepsilon = 1$ с результатами асимптотического анализа, описываемыми формулой (19). Как видно, частота нейтральных возмущений полностью совпадает с мнимой частью инкремента из (19), рис. 3, а. А действительная часть инкремента при $Pr \rightarrow 0$ стремится к поправке, найденной в ходе коротковолнового анализа, рис. 3, б.

3. Прямое численное моделирование

Численное исследование течений и динамики поверхности раздела при неоднородном нагреве слоя жидкости в условиях невесомости проводи-

лось в полной постановке с помощью пакета прикладных программ Ansys Fluent 14.5. Рассматривалась система слой жидкости - воздух. Уравнения движения в тензорной форме записи имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \\ - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где ρ – плотность, u_i – компоненты вектора скорости ($i = 1, 2, 3$), p – давление, μ – кинематическая вязкость.

Уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0. \quad (21)$$

Уравнение для температуры в тензорной форме записи:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho C_p T) + \frac{\partial}{\partial x_i} [u_i (\rho C_p T + p)] = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} + u_i (\tau_{ij})_{eff} \right), \end{aligned} \quad (22)$$

где $(\tau_{ij})_{eff}$ – девиатор тензора напряжений, определенный как

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad (23)$$

здесь $\mu_{eff} = \kappa Pr / C_p$ – эффективная вязкость, κ – коэффициент теплопроводности.

Для моделирования поведения многофазных несмешивающихся сред с учетом сил поверхностного натяжения использовался метод Volume of

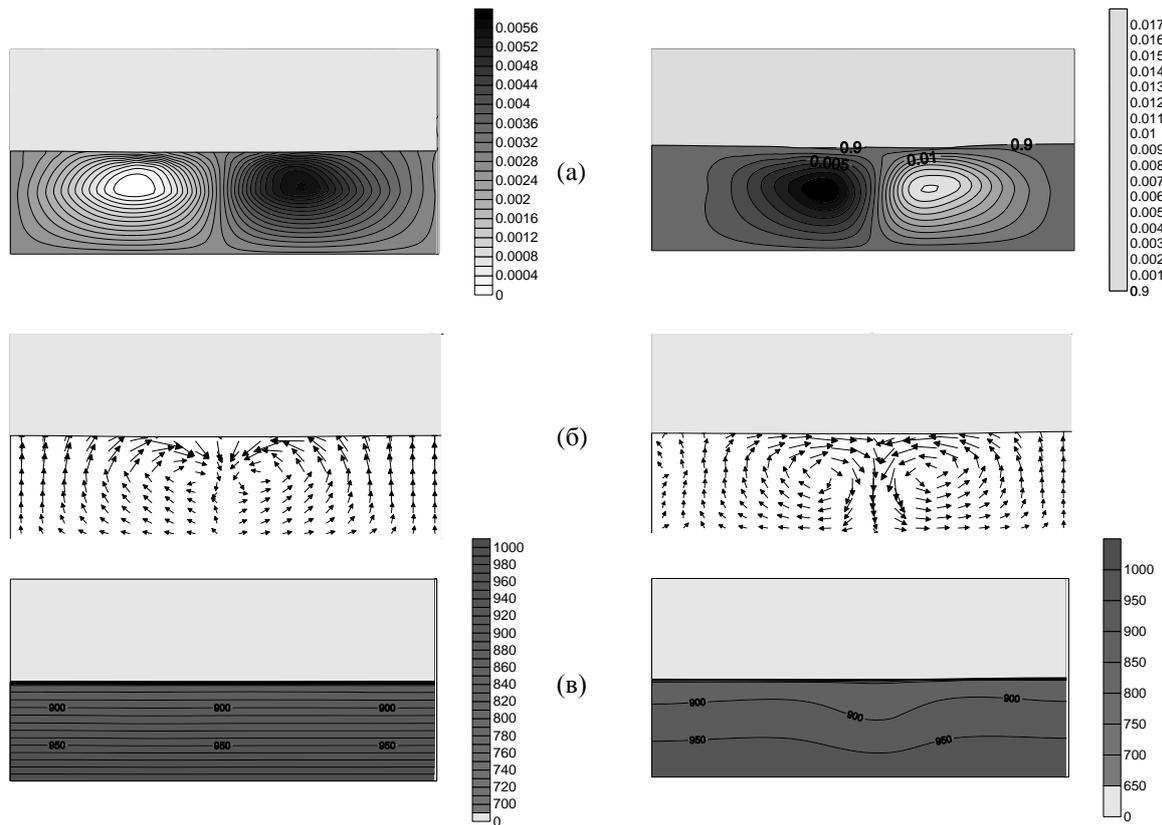


Рис. 4. Изолинии функции тока (а), векторное поле скорости жидкости (б) и плотности жидкости (в) для случая $Pr=0.01$, $Cr=0.0001$, $\beta = 0.1$ при $t=0.05 T$ (слева) $t=0.65 T$ (справа)

Fluid (VOF) [6]. В методе VOF описание многофазных потоков как взаимопроникающих континуумов включает в себя понятие фазовых объемных долей. Объемы фракции представляют собой пространство, занимаемое каждой фазой, и законы сохранения массы и импульса выполняются для каждой фазы отдельно.

Если α_q объемная доля q -й жидкости в ячейке, то она определяется следующим образом:

- $\alpha_q = 0$: ячейка пуста (для q -й жидкости);
- $\alpha_q = 1$: ячейка заполнена (q -й жидкостью);
- $0 < \alpha_q < 1$: ячейка содержит промежуточное значение между q -й жидкостью и другой жидкостью.

Свойства, которые необходимо определять в уравнениях движения, определяются наличием разных фаз в каждом контрольном объеме. Например, в двухфазной системе, если фазы представлены нижними индексами 1 и 2, и если определяется объемная доля второго из них, плотность в каждой ячейке определяется формулой $\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1$. Уравнение объемной доли не решается для первичной фазы; объемная доля первичной фазы вычисляется исходя из соотношения $\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1$.

Определение положения границы между фазами осуществляется путем решения уравнения непрерывности для объемной доли одной фазы. Для этой фазы уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}), \quad (24)$$

где \dot{m}_{pq} – это массоперенос от фазы q к фазе p и \dot{m}_{qp} – массоперенос от фазы p к фазе q .

Переменные и свойства в любой точке рассчитываются по значениям объемных долей. Таким образом, многофазная система может рассматриваться как единая среда с резко меняющимися параметрами на границах, и уравнения Навье–Стокса, описывающие систему, могут решаться во всей расчетной области единым образом.

В качестве граничных условий для скорости задавались условия прилипания на твердых границах. На боковых границах задавались периодические граничные условия. Температура на верхней и нижней границах имела фиксированное значение, нагрев осуществлялся со стороны воздуха.

Временная дискретизация была проведена по схеме второго порядка точности. Пространственная дискретизация уравнений производилась методом третьего порядка точности.

В начальный момент времени задавалось линейное распределение температуры. Рассматрива-

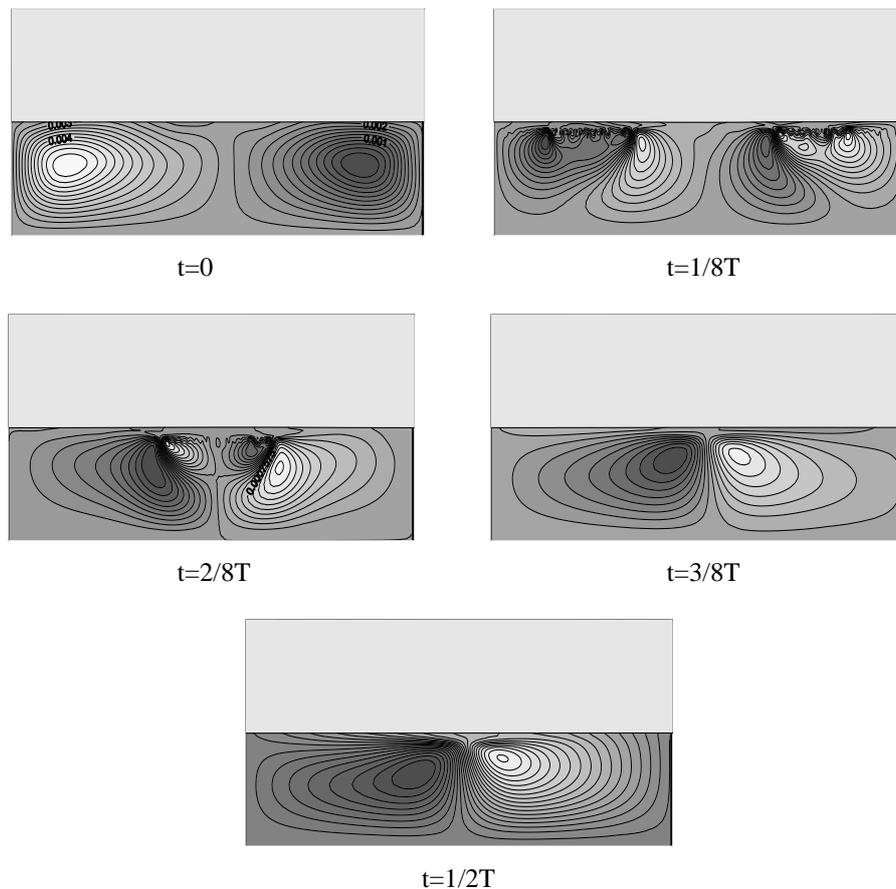


Рис. 5. Поля функции тока для случая $Pr=0.01$, $Cr=0.0001$, $\beta = 0.1$. Половина периода колебаний

лись параметры, соответствующие околопороговым критическим значениям управляющих параметров. На рис. 4–5 представлены результаты для случая $Pr=0.01$, $Cr=0.0001$, $\beta = 0.1$: структура течения, изменение плотности, эволюция функции тока. На рисунках 4, а, б изображены структуры течения в пределах одной длины волны критических возмущений. Векторное поле скорости даёт представление о направлении течения, интенсивность показана посредством функции тока. Плотность жидкости экспоненциально зависит от температуры и значительно меняется в случае интенсивного движения жидкости (рис. 4, в).

Течение в жидкости имеет колебательный режим. Перестройка структуры в пределах половины периода колебаний показана на рис. 5. В начале периода имеется двухвихревое течение, которое с течением времени меняет направление через четырехвихревой режим.

4. Заключение

Конвективная неустойчивость, возникающая в неоднородно нагретом слое жидкости со свободной поверхностью изучена в рамках двух различных подходов. Проведён асимптотический анализ устойчивости относительно коротковолновых возмущений слоя невязкой жидкости со свободной

границей. Определены поправки к инкременту вплоть до третьего порядка. Сопоставление данных результатов с результатами вычислений для произвольной длины волны позволило сделать вывод об основном механизме развития новой колебательной моды неустойчивости, возникающей в отсутствие термокапиллярного эффекта и силы тяжести. А именно, имеет место невязкий механизм возникновения такой неустойчивости, который связан с температурной зависимостью плотности.

Проведено прямое численное моделирование течений и динамики поверхности раздела при неоднородном нагреве слоя жидкости в условиях невесомости. Получены данные о полях скорости и форме свободной поверхности жидкости. Течение в жидкости носит колебательный характер. В начале периода имеется двухвихревое течение, которое с течением времени меняет направление посредством перестройки течения в четырехвихревом режиме. При этом поле плотности жидкости значительно искривляется, когда движение жидкости становится интенсивным.

Таким образом, можно заключить, что к развитию неустойчивости приводит эффект растекания жидкости от более нагретых мест к менее нагретым на деформированной из-за капиллярных волн поверхности.

Идея введения скейлинга по малому волновому числу принадлежит С. В. Шкляеву.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-31-00086).

Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Лобов Н. И., Самойлова А. Е. Колебательная устойчивость плоского слоя жидкости со свободной деформируемой поверхностью // Конвективные течения. 2009. Вып.4. С. 35–50.
3. Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Alexander Iwan J. D. and Lobov N. I. On the Boussinesq approximation for fluid systems with deformable interfaces // *Advances in Space Research*. 1998. Vol. 22, N 8. P. 1159–1168. DOI: 10.1016/S0273-1177(98)00159-8
4. Непомнящий А. А. О длинноволновой конвективной неустойчивости в горизонтальных слоях с деформируемой границей // Конвективные течения. 1983. С. 25–31.
5. Любимов Д. В., Самойлова А. Е. Тепловая раскачка капиллярных волн // Конвективные течения. 2009. Вып.4. С. 29–34.
6. Hirt C. W.; Nichols B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries

// *Journal of Computational Physics*. 1981. 39 (1). pp. 201–225.

References

1. Gershuni G. Z., Zhukhovitskii E. M. *Convective stability of incompressible fluids*. Jerusalem, Israel: Keter Publishing House, 1976, 330 p.
2. Lobov N. I., Samoiloa A. E. Oscillatory instability of flat liquid layer with a deformable free surface. *Convective flows*, 2009, vol. 4, pp. 35–50 (In Russian).
3. Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Alexander Iwan J. D. and Lobov N. I. On the Boussinesq approximation for fluid systems with deformable interfaces. *Advances in Space Research*. 1998. vol. 22, no. 8. pp. 1159–1168. DOI: 10.1016/S0273-1177(98)00159-8
4. Nepomnyashchy A. A. On the longwave convective instability in the liquid layers with a deformable surface. *Convective flows*, 1983. pp. 25–31. (in Russian)
5. Lyubimov D. V., Samoiloa A. E. Thermal onset of capillary waves. *Convective flows*, 2009, vol. 4. pp. 29–34 (In Russian).
6. Hirt C. W.; Nichols B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 1981. vol. 39, no. 1, pp. 201–225.

Просьба сослаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Самойлова А. Е., Паршакова Я. Н. Колебательная неустойчивость слоя жидкости со свободной деформируемой поверхностью // Вестник Пермского университета. Физика. 2018. № 1 (39). С. 73–80. doi: 10.17072/1994-3598-2018-1-73-80

Please cite this article in English as:

Samoiloa A. E., Parshakova Ya. N.. Oscillatory instability in the liquid layer with a deformable free surface // *Bulletin of Perm University. Physics*, 2018, no. 1 (39), pp. 73–80. doi: 10.17072/1994-3598-2018-1-73-80