

УДК 537.622.3; 537.611.2; 538.955
PACS 67.30.hj, 75.10.Hk, 75.78.-n

Волны намагниченности и поперечная релаксация в цепочке классических магнитных моментов

К. Б. Циберкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия
kbsiberkin@psu.ru

Представлены результаты численного моделирования динамики линейных цепочек классических магнитных моментов с дипольным взаимодействием, находящихся в постоянном внешнем магнитном поле, с различным числом частиц и начальными условиями, отвечающими различной степени неравновесности системы. Проанализированы структуры сигналов суммарной намагниченности и их Фурье-спектры, а также карты локальной намагниченности цепочек. Получено и качественно проанализировано уравнение динамики намагниченности в континуальном приближении. Найдено, что при малой величине начальной поперечной поляризации в системе возникают регулярные колебания с узким спектральным пиком. Картина локальной намагниченности показывает, что в цепочке устанавливается режим бегущих волн. Напротив, при высокой поперечной поляризации на начальном этапе эволюции системы происходит яркая спин-спиновая релаксация благодаря возникновению и накоплению разности фаз прецессии частиц в силу различия локального поля. Распространение возмущений по цепочке замедляется, и значения разности фаз колебаний между отдельными точками сохраняются в течение длительного времени. Таким образом, исключается возможность возврата системы к начальному состоянию, но и её термализации также не происходит.

Ключевые слова: спиновая цепочка; классические магнитные моменты; спин-спиновая релаксация; волны намагниченности; локализация состояний

Поступила в редакцию 05.02.2026; после рецензии 28.02.2026; принята к опубликованию 02.03.2026

Magnetization waves and transverse relaxation in a chain of classical magnetic moments

K. B. Tsiberkin

Perm State University, Perm, Russia
kbsiberkin@psu.ru

The paper presents the results of numerical simulation of the dynamics of linear chains of classical magnetic moments with dipole interaction. The chains are exposed to a constant external magnetic field, they include different numbers of particles and are placed in non-equilibrium initial conditions. The structures of the total magnetization signals and their Fourier spectra, as well as maps of the local magnetization of the chains, are analyzed. An equation for magnetization dynamics in the continuum approximation has been obtained and qualitatively analyzed. It has been found that, at a small initial transverse polarization, regular oscillations with a narrow spectral peak arise in the system. The local magnetization pattern shows that a traveling wave regime develops in the chain. By contrast, when transverse polarization is high, a spin-spin relaxation occurs at the initial stage of the system's evolution. It comes from the accumulation of a phase difference in particle precession due to the variations of the local field. Disturbance propagation along the chain slows down, and the values of the phase difference of oscillations between individual points are maintained for a

long time. Thus, the return of the system to its initial state becomes impossible; on the other hand, its thermalization also does not occur.

Keywords: spin chain; classical magnetic moments; spin-spin relaxation; magnetization waves; state localization

Received 05 February 2026; revised 28 February 2026; accepted 02 March 2026

doi: 10.17072/1994-3598-2026-1-43-51

1. Введение

Хаотическая динамика ансамблей классических магнитных частиц под воздействием внешних полей широко изучается в связи с фундаментальными вопросами переходов к хаосу и термализации магнетиков и ансамблей осцилляторов [1–3]. Важны также приложения к общей теории магнитного резонанса и релаксации [4, 5]. Определение условий устойчивости регулярных режимов ларморовской прецессии магнитных моментов значимо для развития технологии записи и хранения информации на современных носителях [6]. В перспективе оно позволит также исключить один из существенных механизмов декогеренции спиновых состояний, что актуально для построения квантовых вычислительных устройств [7, 8].

Значимый прогресс в этой области достигнут при рассмотрении одномерных спиновых цепочек благодаря относительной простоте их геометрии, что позволяет эффективно проводить как численное, так и аналитическое исследование, в том числе на универсальных моделях без привязки к конкретным материалам и структурам.

Обзор [8] затрагивает ансамбли NV⁻центров в алмазах, вакансий в SiC и дефектов в гексагональном нитриде бора hBN. В работе [9] по изучению многоквантовой когерентности ЯМР в качестве рабочих примеров отмечены гидроксипатит Ca₅(PO₄)₃OH, фторапатит Ca₅(PO₄)₃F и гамбергит Be₂VO₃OH. В них цепочечные структуры образуются ядрами H и F, соответственно. Однако дипольное взаимодействие в этих системах обладает низкой интенсивностью (так как магнитные моменты имеют величину порядка магнетона Бора или ядерного магнетона), что затрудняет реализацию коллективных явлений. Кроме того, в перечисленных выше примерах магнитные центры имеют спин 1/2, и это, на первый взгляд, не позволяет ожидать хорошего соответствия с классическим моделированием. Тем не менее, отдельные авторы отмечают, что классические подходы с высокой точностью согласуются с решением полной квантовой задачи с точностью до нормировки абсолютного значения спина [10]. По совокупности отмеченных особенностей, большой интерес представляют ансамбли однодоменных наночастиц с характерными значениями моментов порядка 10² магнетонов Бора [11, 12].

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования динамики линейных цепочек классических магнитных моментов с дипольным взаимодействием, находящейся в постоянном магнитном поле, с различным числом частиц и начальными состояниями, отвечающими различной степени неравновесности. Проанализирована структура сигналов и их спектры, границы существования регулярных колебательных режимов. Получены модели динамики цепочки в континуальном приближении.

2. Линейная цепочка классических магнитных моментов

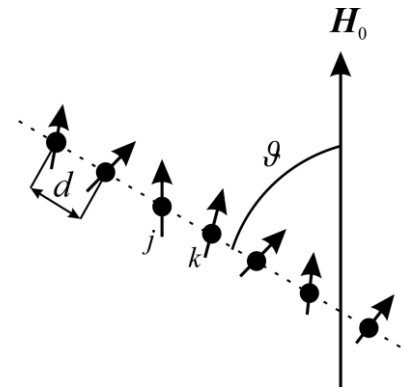


Рис. 1. Структура моделируемой одномерной спиновой цепочки

Рассматривается ансамбль N магнитных моментов μ с одинаковыми гиромагнитными отношениями γ , расположенных с равными интервалами d на прямой линии, в адиабатическом приближении (рис. 1). Угол между цепочкой и внешним постоянным магнитным полем H_0 , которое задаёт равновесную ориентацию магнитных моментов, равен ϑ (в представленных ниже расчётах он фиксирован и равен $\pi/2$). Ось координат z ориентирована вдоль поля.

Эволюция отдельных магнитных моментов в цепочке определяется системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\mu_j}{dt} = \gamma(\mu_j \times H_{eff}), \quad (2.1)$$

где индекс j нумерует отдельные частицы, а H_{eff} — это эффективное поле, равное суперпозиции внешнего H_0 и дипольного, создаваемого осталь-

ными магнитными моментами в точке, где располагается μ_j . Его компоненты [13, 14]:

$$H_{dip}^\alpha = -\frac{\partial E}{\partial \mu_j^\alpha}, \quad \alpha = x, y, z, \quad (2.2)$$

определяются производными магнитной энергии системы E , равной

$$\begin{aligned} \frac{E}{\mu H_0} = & -H_0 \sum_j \mu_j^z + \\ & + p_d \sum_{j \neq k} \left(\frac{\mu_j \cdot \mu_k}{r_{jk}^3} - 3 \frac{(\mathbf{r}_{jk} \cdot \mu_j)(\mathbf{r}_{jk} \cdot \mu_k)}{r_{jk}^5} \right). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Энергия нормирована на зеемановскую, и в (2.1) вводятся безразмерное время в масштабе обратной ларморовской частоты ($[t] = \omega_0^{-1} = (\gamma H_0)^{-1}$), таким образом γ исключается, а H_0 масштабируется к единице. В качестве единицы длины выбран шаг цепочки ($[\mathbf{r}] = d$), что позволяет ввести безразмерный параметр дипольной энергии p_d [14]:

$$p_d = \frac{E_{dip}}{E_z} = \frac{\mu}{H_0 d^3}. \quad (2.4)$$

Обезразмеренная система (2.1) решается численно методом Рунге–Кутты–Мерсона 4–5 порядка точности с адаптивным промежуточным шагом, относительная погрешность поддерживается на уровне 10^{-10} . Дополнительно для контроля устойчивости производится вычисление полной энергии системы и средней длины магнитного момента, обе эти величины сохраняются с относительной погрешностью не хуже 10^{-8} . Таким образом, алгоритм обеспечивает высокую устойчивость вплоть до момента времени $10^5 \omega_0^{-1}$ при $p_d = 0.01$. Шаг вывода результатов Δt фиксирован и равен $0.5 \omega_0^{-1}$.

В ходе вычислений определяется суммарная намагниченность дипольной системы и её Фурье-спектр:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{N} \sum_j \mu_j, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{M}(\omega_k) = \sum_n \mathbf{M}(t_n) \exp(-i\omega_k n \Delta t), \quad (2.6)$$

где k – номер точки на заданной шкале частот, n – номер шага по времени в рассчитанном массиве значений сигнала.

3. Динамика намагниченности

Нелинейность системы (2.1), определяемая дипольным взаимодействием, позволяет ожидать выраженной зависимости динамики от начального состояния с возможным изменением её качественного характера, аналогично классической проблеме Ферми–Паста–Улама–Цингуо о динамике связанных осцилляторов [15]. Для установления этого

выполнены серии расчётов с различными амплитудами начальных возмущений.

Начальное состояние задано в виде волнообразного распределения поперечной намагниченности при постоянной продольной μ_0^z :

$$\begin{aligned} \mu_j^z &= \mu_0^z, \\ \mu_j^x &= \sqrt{1 - (\mu_0^z)^2} \sin \frac{\pi(j-1)}{N-1}, \\ \mu_j^y &= \sqrt{1 - (\mu_0^z)^2} \cos \frac{\pi(j-1)}{N-1}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Значение продольной намагниченности и, соответственно, амплитуда возмущения поперечных компонент варьировались от 0.01 до 0.99. Предполагается, что начальное состояние (3.1) создано адиабатическим возмущением поля при нулевой спиновой температуре. Это возмущение исчезает в момент времени $t = 0$, и в ходе численного моделирования рассматривается система под воздействием только постоянного продольного поля.

Число частиц в цепочке изменялось от 4 до 64. На её концах не задано никаких специальных граничных условий, и частицы с номерами 1 и N участвуют в формировании сигнала намагниченности в равной мере с остальными. Значение параметра взаимодействия p_d фиксировано и равно 0.01 [14]. На рис. 2 приведены примеры эволюции суммарной намагниченности цепочек различной длины, а на рис. 3 – соответствующие им Фурье-спектры. Для большей информативности сигналы изображены на интервале до $10^4 \omega_0^{-1}$. Качественных изменений в эволюции сигнала на больших временах не происходит, за исключением периодической вариации амплитуды и периода огибающей. Начальный этап этого процесса виден на рис. 2, а, б.

Когда отклонение магнитных моментов от оси z мало, то система пребывает в состоянии, близком к насыщению, и независимо от числа частиц реализуется картина регулярных колебаний суммарной намагниченности (рис. 2, а–э) с узкими спектральными пиками (рис. 3, а–э). Для $N = 4$ ярко выражены две главные частоты вблизи $\omega = 1$. С ростом N до $8 \div 16$ появляются дополнительные тесно расположенные гармоники в сигнале, суммарная ширина спектра при этом не изменяется, составляя величину порядка p_d на половине высоты. Однако при $N = 32$ и 64 происходит резкое увеличение вклада одной из гармоник и выраженное сужение спектра независимо от конкретной ориентации цепочки относительно внешнего поля (угла ϑ). Это изменение в спектре связано с установлением в системе режима бегущих волн намагниченности, что отчётливо выражено при рассмотрении картины локальной намагниченности (рис. 4, а).

При малых N , по-видимому, этот режим сохраняется до тех пор, пока время распространения

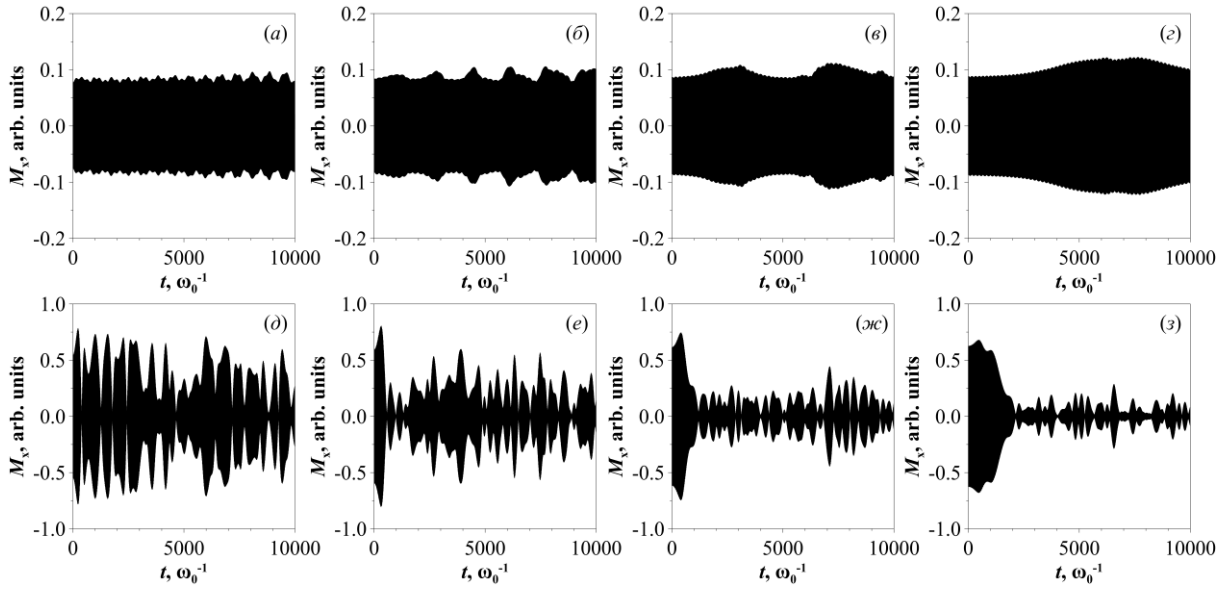


Рис. 2. Смоделированные сигналы поперечной намагниченности спиновой цепочки при $\mu_0^z = 0.99$ (верхний ряд), $\mu_0^z = 0.01$ (нижний ряд); число частиц N : (а, д) – 8; (б, е) – 16; (в, ж) – 32; (г, з) – 64

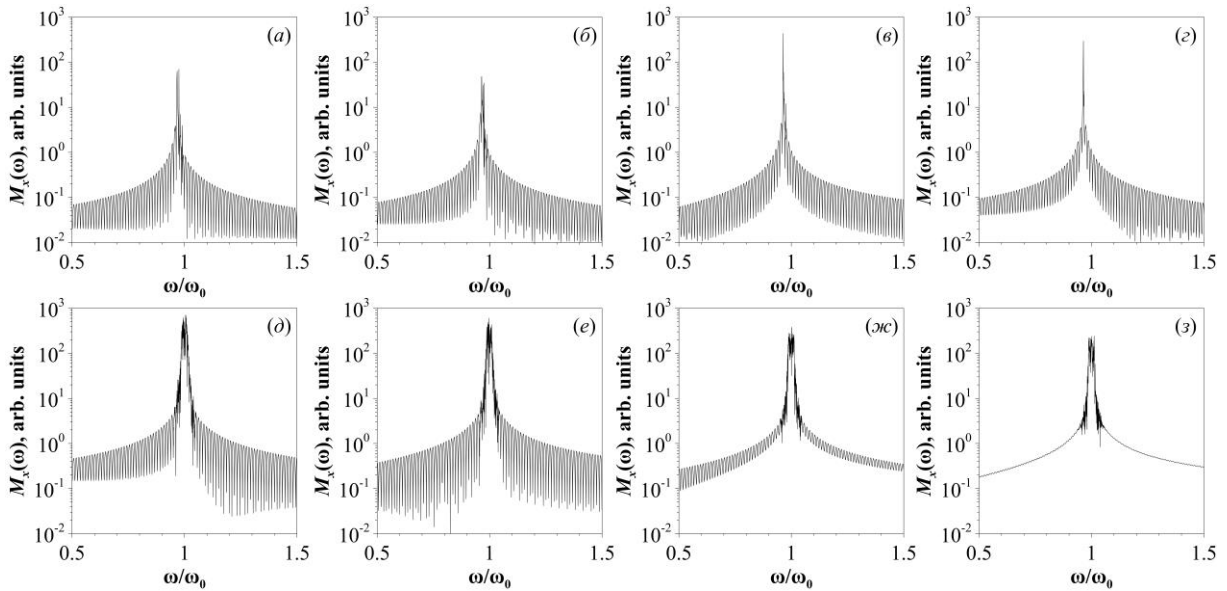


Рис. 3. Фурье-спектры поперечной намагниченности спиновой цепочки; см. подпись к рис. 2

волны от границы до границы цепочки не становится сопоставимым с характерным собственным временем дипольной системы – временем спин-спиновой релаксации [15]:

$$T_2 \sim \frac{1}{p_d \omega_0}, \quad (3.2)$$

что приводит к нетривиальной картине сложения колебаний. В сигналах суммарной и локальной намагниченности (например, рис. 2, б) присутствует выраженная периодическая составляющая, что позволяет говорить о реализации циклического обмена энергией между собственными модами системы с различной длиной волны, тогда как хаотическая динамика не развивается.

При высокой амплитуде начального возмущения происходит качественное изменение картины эволюции намагниченности (см. рис. 2, д–з). В первую очередь, при таких значениях реализуется спин-спиновая релаксация – затухание поперечной намагниченности, обусловленное расфазировкой прецессии отдельных частиц благодаря дипольно-му взаимодействию, также с характерным временем T_2 . Этот процесс в цепочке становится выраженным при $\mu_0^z < 0.30$ (рис. 5).

В этих условиях вместо упорядоченной волновой динамики происходит возбуждение большого числа собственных мод колебаний намагниченности цепочки с перераспределением энергии между ними (рис. 4, б), поскольку система (2.1) является

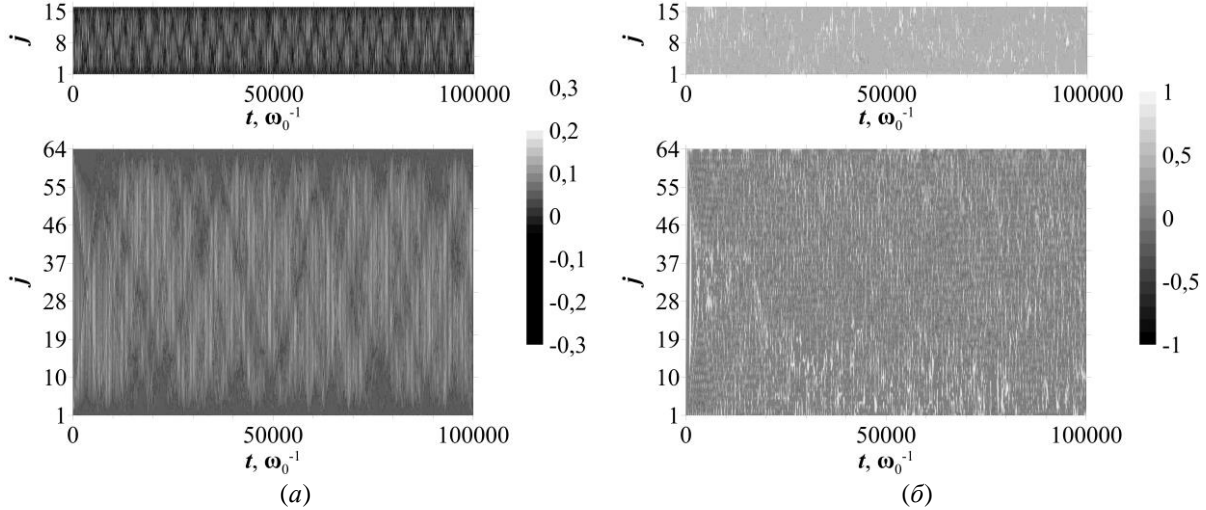


Рис. 4. Динамика локальной намагниченности спиновых цепочек при амплитуде начального возмущения μ_0^- : а) – 0.99; б) – 0.01; приведены примеры для цепочек длины $N = 16$ и $N = 64$

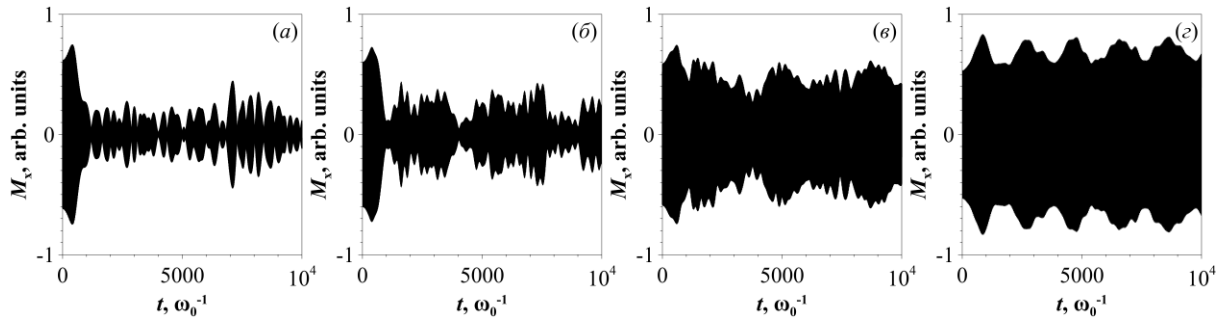


Рис. 5. Динамика локальной намагниченности спиновых цепочек при $N = 32$ и различных значениях μ_0^- : а) – 0.01; б) – 0.20; в) – 0.30; г) – 0.50

гамильтоновой. Это подтверждается также уширением спектра сигнала (см. рис. 3, д–з), структура которого практически не зависит от N . Возвратов к начальному состоянию – по крайней мере, в течение рассматриваемого интервала времени $\sim 100T_2$ – не наблюдается.

Варьирование угла ϑ между цепочкой и полем вблизи заданного $\pi/2$, когда цепочка лежит вдоль оси x , а также вблизи 0 (цепочка – вдоль z) не приводит к качественным изменениям динамики намагниченности, поскольку при таких значениях угла происходит лишь изменение величины дипольной энергии и, пропорционально ей, времени спин-спиновой релаксации, которое может быть оценено как

$$T_2 \sim \frac{1}{p_d \omega_0 (1 - 3 \cos^2 \vartheta)}. \quad (3.3)$$

Случай «магического угла» $\vartheta \approx 54.7^\circ$, при котором происходит ослабление секулярной части дипольной энергии вплоть до нуля с замедлением релаксации [15]. При этом происходит также изменение симметрии эффективного поля (2.2), и, соответственно, структуры уравнений (2.1), лежит за рамками настоящей работы.

4. Континуальный предел

В работе [16] автором были представлены уравнения динамики локального магнитного момента бесконечной спиновой цепочки. С опорой на них может быть построена континуальная модель эволюции намагниченности. Уравнение для поперечной компоненты магнитных моментов выглядит следующим образом:

$$i \frac{d\mu_j^+}{dt} = -\mu_j^+ + 2f \times \left[\left(\sum_{k \neq j} \frac{\mu_k^z}{|n_{jk}|^3} \right) \mu_j^+ + \frac{1}{2} \left(\sum_{k \neq j} \frac{\mu_k^+}{|n_{jk}|^3} \right) \mu_j^z \right] + NS, \quad (4.1)$$

где $\mu_j^+ = \mu_j^x + i\mu_j^y$ – комплексная циклическая компонента магнитного момента, $f = p_d(1 - 3\cos^2\vartheta)$, n_{jk} – безразмерное расстояние между частицами, измеренное в единицах шага цепочки d , NS – вклад несекулярной части дипольного взаимодействия, пренебрежимо малый в рассматриваемой постановке при выбранном $p_d = 0.01$.

Уравнения (4.1) недостаточно для полного описания динамики намагниченности, если учитывать

возможность инверсии знака z -компонент магнитных моментов. Однако в проведённых расчётах выяснилось, что как значение суммарной продольной намагниченности, так и z -компоненты моментов отдельных частиц в заданных условиях остаются положительными и совершают только колебания вблизи среднего значения μ_0^z . Это позволяет не вводить отдельное уравнение для продольной компоненты, воспользовавшись постоянством полной длины вектора магнитного момента для частиц.

С учётом масштабирования энергии (2.3) на зеемановскую, магнитные моменты также являются безразмерными:

$$\begin{aligned} (\mu_j^x)^2 + (\mu_j^y)^2 + (\mu_j^z)^2 &= 1, \\ |\mu_j^+|^2 &= (\mu_j^x)^2 + (\mu_j^y)^2, \\ \mu_j^z &= \sqrt{1 - |\mu_j^+|^2}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Подстановка последнего соотношения в (4.1) приводит к нелинейному уравнению, которое содержит только циклические компоненты магнитных моментов частиц:

$$\begin{aligned} i \frac{d\mu_j^+}{dt} &\approx -\mu_j^+ + \\ &+ 2f \left[\left(\sum_{k \neq j} \frac{\sqrt{1 - |\mu_k^+|^2}}{|n_{jk}|^3} \right) \mu_j^+ + \right. \\ &\left. + \frac{\sqrt{1 - |\mu_j^+|^2}}{2} \left(\sum_{k \neq j} \frac{\mu_k^+}{|n_{jk}|^3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.3)$$

При большом значении μ_0^z квадратные корни в (4.3) близки к единице. Для бесконечной цепочки первая сумма находится как удвоенная сумма обратных кубов [17]:

$$\sum_{k \neq j} \frac{1}{|n_{jk}|^3} = 2 \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^3} = 2\zeta(3) \approx 2.404 \dots,$$

где ζ – зета-функция Римана (возникший ряд по q является фактически её определением). Она определяет сдвиг основной резонансной частоты за счёт дипольного взаимодействия.

Вторая сумма

$$\sum_{k \neq j} \frac{\mu_k^+}{|n_{jk}|^3} = \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\mu_{j+q}^+ + \mu_{j-q}^+}{q^3}$$

может быть переписана переходом к непрерывному распределению намагниченности:

$$\mu_{j \pm q}^+ = \mu_j^+ \pm q \frac{\partial \mu_j^+}{\partial x} + \frac{q^2}{2} \frac{\partial^2 \mu_j^+}{\partial x^2} \dots \quad (4.4)$$

Следует отметить, что в одномерной цепочке дипольное взаимодействие не является дальнедействующей силой, и потому для качественного анализа причин изменения динамического режима системы вполне достаточно ограничиться приближением ближайших соседей:

$$\sum_{k \neq j} \frac{\mu_k^+}{|n_{jk}|^3} \approx 2\mu_j^+ + \frac{\partial^2 \mu_j^+}{\partial x^2}. \quad (4.5)$$

Таким образом, реализуется линейное уравнение для поперечной намагниченности:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \mu^+}{\partial t} &\approx -\Omega_0 \mu^+ + f \frac{\partial^2 \mu^+}{\partial x^2}, \\ \Omega_0 &= 1 - (2 + 4\zeta(3)) f(\vartheta), \end{aligned} \quad (4.6)$$

эквивалентное уравнению четвёртого порядка для x -компоненты:

$$\frac{\partial^2 \mu^x}{\partial t^2} - 2\Omega_0 f \frac{\partial^2 \mu^x}{\partial x^2} + f^2 \frac{\partial^4 \mu^x}{\partial x^4} + \Omega_0^2 \mu^x = 0. \quad (4.7)$$

Оно допускает решение в виде бегущей волны

$$\mu^x \propto \exp(i(\omega t - kx))$$

с дисперсионным соотношением:

$$\omega = \Omega_0 + fk^2. \quad (4.8)$$

В ограниченной области, реализованной в численной модели, собственные моды уравнения (4.7), как и уравнения Клейна–Гордона, в которое оно переходит в пренебрежении членом порядка $f^2 \sim p d^2$, не образуют гармонического ряда с рациональными соотношениями собственных частот, в отличие от волнового уравнения [17]. В совокупности, эти особенности определяет наблюдаемую на рис. 4, *a* сложную многомодовую динамику локальной намагниченности цепочки, в отличие от обычного волнового уравнения второго порядка.

В противоположном случае малых μ_0^z требуется точный учёт корневых множителей в (4.3) – несмотря на их малость, здесь существенным становится приближение к особой точке корня $|\mu^+| = 1$. Уравнение эволюции для циклической компоненты намагниченности при учёте ближайших соседей можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \mu^+}{\partial t} &\approx - \left(1 - 6f \sqrt{1 - |\mu^+|^2} \right) \mu^+ + \\ &+ f \sqrt{1 - |\mu^+|^2} \frac{\partial^2 \mu_j^+}{\partial x^2} + \\ &+ 2f \mu^+ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\sqrt{1 - |\mu^+|^2} \right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Детальный анализ этого уравнения, очевидно, нетривиален. Однако доступна простая качественная оценка. Комбинация коэффициентов $2\Omega_0 f$ перед

первым и вторым слагаемым в (4.6) даёт скорость распространения бегущих волн в цепочке при переходе к уравнению Клейна–Гордона. Аналогичная комбинация в (4.9):

$$c_{\text{eff}} \sim \left(1 - 6f\sqrt{1 - |\mu^+|^2}\right) f\sqrt{1 - |\mu^+|^2} \quad (4.10)$$

становится малой ввиду большой амплитуды поперечных отклонений. Таким образом, возмущения намагниченности цепочки должны быть квазистационарными на отрезках времени порядка

$$\tau \sim \left(f\sqrt{1 - |\mu^+|^2}\right)^{-1}. \quad (4.11)$$

Возникновение медленных локализованных возмущений намагниченности подтверждается результатами описанного выше численного моделирования (см. рис. 4, б для $N = 64$). На рисунке 6 представлен увеличенный фрагмент этой карты локальной динамики цепочки, где отчётливо видны практически неподвижные локальные максимумы и минимумы намагниченности. При этом, несмотря на накопившееся различие фаз колебаний магнитных моментов, отсутствие возврата намагниченности к начальному состоянию свидетельствует о реализации синхронного колебательного режима с сохранением устойчивой разности фаз, что определяется малым коэффициентом перед второй производной намагниченности в (4.9). Проекция намагниченности частиц остаются близкими к начальным значениям, а наблюдаемая спин-спиновая релаксация определяется только как интегральный эффект.

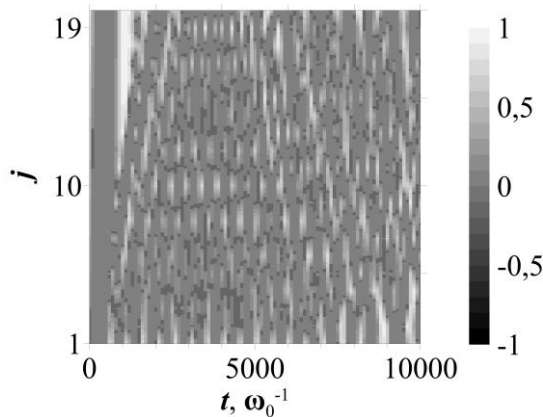


Рис. 6. Динамика локальной намагниченности цепочки длиной $N = 64$ при амплитуде начального возмущения $\mu_0^+ = 0.01$; фрагмент, $t = 0 \div 10^4$, $j = 1 \div 20$

5. Заключение

В работе представлены результаты численного моделирования динамики намагниченности одномерной цепочки магнитных моментов, находящейся

в постоянном магнитном поле, и пребывающей в начальный момент в неравновесном состоянии. Найдено, что при увеличении амплитуды начального возмущения поперечной намагниченности возможен переход между различными динамическими режимами.

При малой величине поперечной намагниченности в цепочке реализуются бегущие волны, с узким спектром суммарного сигнала. Полная намагниченность является сложной периодической функцией, что говорит о циклическом обмене энергией между различными собственными модами колебаний намагниченности цепочки. Аналогично классической задаче Ферми–Паста–Улама–Цингоу, это происходит за счёт нелинейности дипольных сил взаимодействия.

С другой стороны, высокая поперечная намагниченность приводит к проявлению спин-спиновой релаксации, вызванной накоплением различия фаз прецессии отдельных частиц. Однако на больших временах накопленная разность фаз остаётся устойчивой, и суммарная намагниченность системы после релаксации не возвращается в начальное состояние. Сохранение разности фаз связано с замедлением распространения возмущений намагниченности при увеличении поперечной проекции магнитного момента, тогда как термализации системы в рассмотренной постановке не происходит. Учёт спин-решёточной релаксации позволит преодолеть наблюдаемую локализацию возмущений и перейти таким образом к возможности моделирования установления термодинамического равновесия благодаря возможности переноса магнитной энергии в моды механических колебаний цепочки.

Список литературы

1. Алексеев К. Н., Берман Г. П., Цифринович В. И., Фришман А. М. Динамический хаос в магнитных системах // Успехи физических наук. 1992. Т. 162, вып. 7. С. 81–118.
2. Шутый А. М., Семенов Д. И. Возбуждение в решетке магнитных наночастиц волны ориентационного перехода и хаотической динамики // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2017. Т. 106, № 5–6. С. 334–342.
3. Elsayed T. A., Hess B., Fine B. V. Signatures of chaos in time series generated by many-spin systems at high temperatures // Physical Review E. 2014. Vol. 90, 022910.
4. Santos L. F., Borgonovi F., Izrailev F. M. Onset of chaos and relaxation in isolated systems of interacting spins: energy shell approach // Physical Review E. 2012. Vol. 85, 036209.
5. Боднева В. Л., Лундин А. А. Проявление динамического хаоса в процессах спин-спиновой релаксации в твердом теле // Журнал экспери-

- ментальной и теоретической физики. 2013. Т. 143, вып. 6. С. 1217–1224.
6. Montoya E. A., Perna S., Chen Y. J. et al. Magnetization reversal driven by low dimensional chaos in a nanoscale ferromagnet // *Nature Communications*. 2019. Vol. 10, 543.
 7. Cerletti V., Coish W. A., Gywat O., Loss D. Recipes for spin-based quantum computing // *Nanotechnology*. 2005. Vol. 16, R27.
 8. Onizhuk M., Galli G. Decoherence of solid-state spin qubits: a computational perspective // *Reviews of Modern Physics*. 2025. Vol. 97, 021001.
 9. Bochkin G. A., Fel'dman E. B., Vasil'ev S. G. Theoretical analysis of multiple quantum NMR dynamics in one-dimensional inhomogeneous spin systems ($s=1/2$) // *Applied Magnetic Resonance*. 2022. Vol. 53. P. 1439–1448.
 10. Schubert D., Richter J., Jin F. et al. Quantum versus classical dynamics in spin models: chains, ladders, and square lattices // *Physical Review B*. 2021. Vol. 104, 054415.
 11. Varon M., Beleggia M., Kasama T. et al. Dipolar magnetism in ordered and disordered low-dimensional nanoparticle assemblies // *Scientific Reports*. 2013. Vol. 3, 1234.
 12. Serantes D., Baldomir D., Pereiro M. et al. Magnetic ordering in arrays of one-dimensional nanoparticle chains // *Journal of Physics D*. 2009. Vol. 42, 215003.
 13. Henner V. K., Klots A., Belozerova T. Simulation of Pake doublet with classical spins and correspondence between the quantum and classical approaches // *The European Physical Journal B*. 2016. Vol. 89, 264.
 14. Belozerova T. S., Demenev A. G., Henner V. K. et al. Use of supercomputer for modeling coherent processes in magnetic nanostructures // *Computational Materials Science*. 2015. Vol. 102. P. 228–233.
 15. Gallavotti G. *The Fermi–Pasta–Ulam Problem: A Status Report*. Berlin: Springer, 2007. 301 p.
 16. Сликтер Ч. Основы теории магнитного резонанса. М.: Мир, 1981. 448 с.
 17. Tsiberkin K. B. Magnetization dynamics of a linear dipole chain with accounting for all-to-all interactions // *Physica B*. 2025. Vol. 702, 417016.
 18. Полянин А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2007. 592 с.
 2. Shutyi A. M., Sementsov D. I. Excitation of the orientation transition wave and chaotic dynamics in a lattice of magnetic nanoparticles. *JETP Letters*, 2017, vol. 106, pp. 358–365.
 3. Elsayed T. A., Hess B., Fine B. V. Signatures of chaos in time series generated by many-spin systems at high temperatures. *Physical Review E*, 2014, vol. 90, 022910.
 4. Santos L. F., Borgonovi F., Izrailev F. M. Onset of chaos and relaxation in isolated systems of interacting spins: energy shell approach. *Physical Review E*, 2012, vol. 85, 036209.
 5. Bodneva V. L., Lundin A. A. Manifestation of dynamic chaos in spin-spin relaxation processes in a solid. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2013, vol. 116, pp. 1050–1056.
 6. Montoya E. A., Perna S., Chen Y. J. et al. Magnetization reversal driven by low dimensional chaos in a nanoscale ferromagnet. *Nature Communications*, 2019, vol. 10, 543.
 7. Cerletti V., Coish W. A., Gywat O., Loss D. Recipes for spin-based quantum computing. *Nanotechnology*, 2005, vol. 16, R27.
 8. Onizhuk M., Galli G. Decoherence of solid-state spin qubits: a computational perspective. *Reviews of Modern Physics*, 2025, vol. 97, 021001.
 9. Bochkin G. A., Fel'dman E. B., Vasil'ev S. G. Theoretical analysis of multiple quantum NMR dynamics in one-dimensional inhomogeneous spin systems ($S=1/2$). *Applied Magnetic Resonance*, 2022, vol. 53, pp. 1439–1448.
 10. Schubert D., Richter J., Jin F. et al. Quantum versus classical dynamics in spin models: chains, ladders, and square lattices. *Physical Review B*, 2021, vol. 104, 054415.
 11. Varon M., Beleggia M., Kasama T. et al. Dipolar magnetism in ordered and disordered low-dimensional nanoparticle assemblies. *Scientific Reports*, 2013, vol. 3, 1234.
 12. Serantes D., Baldomir D., Pereiro M. et al. Magnetic ordering in arrays of one-dimensional nanoparticle chains. *Journal of Physics D*, 2009, vol. 42, 215003.
 13. Henner V. K., Klots A., Belozerova T. Simulation of Pake doublet with classical spins and correspondence between the quantum and classical approaches. *The European Physical Journal B*, 2016, vol. 89, 264.
 14. Belozerova T. S., Demenev A. G., Henner V. K. et al. Use of supercomputer for modeling coherent processes in magnetic nanostructures. *Computational Materials Science*, 2015, vol. 102, pp. 228–233.
 15. Gallavotti G. *The Fermi–Pasta–Ulam Problem: A Status Report*. Berlin: Springer, 2007. 301 p.
 16. Slichter C. P. *Principles of Magnetic Resonance*. New York: Springer, 1990. 658 p.

References

17. Tsiberkin K. B. Magnetization dynamics of a linear dipole chain with accounting for all-to-all interactions. *Physica B*, 2025, vol. 702, 417016.
18. Polyanin A. D. *Handbook of Linear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists*. New York: CRC Press, 2016. 1632 p.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Циберкин К. Б. Волны намагниченности и поперечная релаксация в цепочке классических магнитных моментов // Вестник Пермского университета. Физика. 2026. № 1. С. 43–51. doi: 10.17072/1994-3598-2026-1-43-51

Please cite this article in English as:

Tsiberkin K. B. Magnetization waves and transverse relaxation in a chain of classical magnetic moments. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2026, no. 1, pp. 43–51. doi: 10.17072/1994-3598-2026-1-43-51

Сведения об авторах

Кирилл Борисович Циберкин, д-р. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической физики; Пермский государственный национальный исследовательский университет, ул. Букирева, 15, Пермь, 614068

Author information

Kirill B. Tsiberkin, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Theoretical Physics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614068, Russia