

УДК 532.785; 532.73-3
PACS 64.70.fm; 05.20.Dd

Эволюция размера гигроскопических частиц после парной коагуляции

Ю. Л. Кузнецова

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия
julyas@icmm.ru

Исследование посвящено разработке и применению упрощённой одномерной модели для описания размера комплексных гигроскопических частиц, образующихся в результате парной коагуляции однокомпонентного аэрозоля. Такие частицы характерны для рудничной атмосферы калийно-магниевых месторождений. Поскольку точное моделирование формы и внутренней структуры образующихся несферических агломератов с несколькими кристаллическими ядрами чрезвычайно трудоёмко, в работе предложены три варианта их приближения, позволяющих использовать простую базовую модель, изначально созданную для одиночной сферической частицы.

Ключевые слова: математическая модель; парная коагуляция; испарение капель; растворение частиц

Поступила в редакцию 31.10.2025; после рецензии 10.11.2025; принята к опубликованию 10.11.2025

Evolution of the size of hygroscopic particles after paired coagulation

Yu. L. Kuznetsova

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation
julyas@icmm.ru

The study focuses on the development and application of a simplified one-dimensional model for describing the size of complex hygroscopic particles formed by means of pairwise coagulation of a single-component aerosol. Such particles are typical of the mine atmosphere of potassium-magnesium deposits. Since accurate modeling of the shape and internal structure of the resulting nonspherical agglomerates with multiple crystalline cores is extremely labor-intensive, three approximation options are proposed in this paper, these allowing the use of a simple baseline model originally developed for a single spherical particle.

Keywords: mathematical model; paired coagulation; droplet evaporation; particle dissolution

Received 31 October 2025; revised 10 November 2025; accepted 10 November 2025

doi: 10.17072/1994-3598-2025-4-33-41

1. Введение

Регулирование запылённости рудничной атмосферы является одной из важных задач производственного процесса добычи калийно-магниевых солей [1–3]. Превышение уровня запылённости сверх предельно допустимой концентрации негативно влияет на работу производственного оборудования, здоровье рабочих [4] и окружающую сре-

ду, т.к. часть пыли переносится вентиляционными потоками из подземных выработок на поверхность в качестве отработанного воздуха [5].

На уровень запылённости рудника влияет множество факторов, в частности, физико-химические свойства пыли. Качественный состав рудничной пыли, как правило, определяется составом пласта, вмещающих пород и пород прослоек. Количественные соотношения компонентов пыли зависят от технологических процессов и крепости пород,

подвергающихся измельчению. Содержание компонентов в пыли вследствие их различной твердости может быть иным, чем в массиве, однако ввиду сложности отбора для анализа их состава с допустимой для практики точностью принимают аналогичным составу породы. Так, добыча калийной руды на рудниках Верхнекамского месторождения сопровождается выделением в атмосферу горных выработок значительного количества пыли, содержащей хлориды натрия и калия, а также небольшого количества хлорида магния [1]. Основным отличительным свойством данных пород является гигроскопичность, которая проявляется в увеличении размера и массы частиц, когда влажность воздуха превышает критическое значение DRH (Deliquescence Relative Humidity). Изменение размера частиц, в свою очередь, влияет на динамику пылевого аэрозоля – скорость коагуляции и продолжительность оседания частиц.

В настоящее время для учета свойства гигроскопичности широкое распространение получили модели, построенные на основе модификаций уравнения Максвелла для конденсации и испарения пара на поверхности однокомпонентной сферической капли [6]. Для этого в уравнение вводится параметр активности воды, который учитывает понижение давления пара на поверхности капли при увеличении концентрации раствора в капле. Такие модели позволяют отобразить основные особенности процессов испарения капель и растворения частиц мелкодисперсных аэрозолей микронного размера [7, 8]. Однако в силу заложенных в данные модели предположений, в частности о постоянстве плотности частицы и об отсутствии влияния кристаллического (нерастороненного) ядра на концентрацию раствора в капле, их применение ограничено влажностью воздуха выше критического значения (DRH), т.е. для частиц, находящихся в жидким состоянии.

В работе [9] на основе уравнения Максвелла построена уточненная математическая модель, позволяющая описывать кинетику взаимодействия водорастворимой однородной и химически нейтральной аэрозольной частицы с влажным воздухом на всем этапе растворения частицы (т.е. с кристаллическим ядром и без него), а также процесс испарения капли до момента кристаллизации. В отличие от предыдущих подходов, где эти стадии разделялись искусственно [10], в модели [9] введено уравнение для эволюции кристаллического ядра и учтена зависимость концентрации раствора от степени его растворения. Это обеспечивает единое и непрерывное описание процессов растворения частицы и гигроскопического роста размера капли. На основе данной модели рассмотрены различные сценарии изменения состояния частицы в зависимости от её начальной степени растворения и относительной влажности окружающей среды. Показано, что предсказания моде-

ли [9] качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными об эволюции размера частиц хлорида натрия в режимах увлажнения и высушивания, а также с результатами измерений размеров частиц в равновесном состоянии при увеличении и уменьшении относительной влажности воздуха.

Параллельно с гигроскопическим изменением размера пылевых частиц происходит преобразование их размерного спектра (доли частиц в единице объёма аэрозоля, относящихся к каждому интервалу размеров) благодаря коагуляции – процессу столкновения и слипания аэрозольных частиц. В результате таких объединений формируются комплексные частицы несферической формы с несколькими кристаллическими ядрами, которые также подвержены гигроскопическому изменению размера. В общем случае описание изменения формы таких агломератов с учетом неоднородности внутреннего кристаллического ядра является сложной задачей, требующей решения уравнений для пространственного распределения концентрации и изменения границы раздела многофазных сред. Однако для моделирования эволюции размерного спектра аэрозоля в подземных выработках столь детальное описание кинетики растворения комплексных частиц оказывается чрезмерно трудоёмким и нецелесообразным.

Целью данной работы является применение разработанной автором модели [9] для приближенного описания растворения комплексных частиц, формируемых при парной коагуляции аэрозольных частиц одного состава. Для этого рассмотрены различные способы аппроксимации комплексной частицы – как сферическими частицами с одним кристаллическим ядром, так и в виде двух независимых частиц.

2. Изменение размера одиночной частицы

За основу математической модели гигроскопического изменения размера комплексных частиц взята модель, предложенная в работе [9]. Исходная модель была разработана для описания эволюции размера изолированной сферической аэрозольной частицы радиусом r_* , содержащей водорастворимое кристаллическое ядро радиусом r_k , при помещении её в воздух с относительной влажностью

$$\varphi = p_\infty / p_n(T_\infty).$$

Здесь p_∞ – давление пара вдали от частицы, $p_n(T_\infty)$ – равновесное давление насыщенного пара при заданной температуре окружающего воздуха T_∞ . Схема частицы приведена на рис. 1. Здесь p_* – давление на поверхности частицы, T_* , r_0 – её температура и начальный радиус, n_1 – число

молекул воды, n_{2k} , n_{2d} – число молекул растворяющего вещества, находящихся в кристаллическом и растворённом состоянии, соответственно. При этом общее количество частиц растворяющего вещества постоянно, т.е. $n_2 = n_{2k} + n_{2d} = \text{const}$.

Математические соотношения данной модели, записанные относительно температуры частицы T_* , количества молекул воды n_1 и кристаллической соли n_{2k} в частице, приведённые к безразмерной форме, имеют следующий вид:

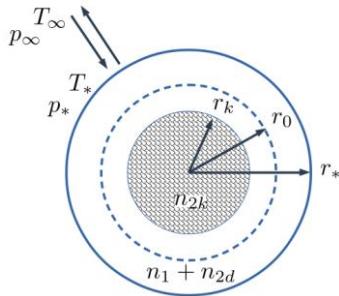


Рис. 1. Модель частицы

$$\frac{d\hat{n}_1}{dt} = 3k_1\hat{r}_*(\varphi - \frac{\hat{p}_*}{\hat{T}_*}), \quad (1)$$

$$\frac{d\hat{n}_{2k}}{dt} = \begin{cases} -3k_2 \frac{D_d}{D_f} \hat{r}_k (1 - \hat{C}_i), & \hat{C}_i < 1 \\ -3k_2 \frac{D_d}{D_f} \hat{r}_k \left(\frac{C_{pn}}{C_n} - \hat{C}_i \right), & \hat{C}_i > \frac{C_{pn}}{C_n} \end{cases}, \quad (2)$$

$$\frac{d\hat{T}_*}{dt} = \frac{1}{\left(\hat{n}_1 + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} \right)} \left[3k_3 \hat{r}_* (1 - \hat{T}_*) + k_4 \frac{d\hat{n}_1}{dt} \right], \quad (3)$$

где для обезразмеривания переменных использовались соотношения:

$$\hat{t} = t D_f / r_0^2, \quad \hat{r}_* = r_* / r_0,$$

$$\hat{T}_* = T_* / T_\infty, \quad \hat{p}_* = p_* / p_n(T_\infty),$$

$$\hat{n}_1 = n_1 / n_2, \quad \hat{n}_{2k} = n_{2k} / n_2, \quad \hat{C}_i = C_i / C_n.$$

В результате образуются безразмерные комплексы величин:

$$k_1 = \frac{4/3\pi r_0^3 p_n}{k_b T_\infty n_2}, \quad k_2 = \frac{(4/3)\pi r_0^3 C_n}{n_2} \frac{N_a}{M_2},$$

$$k_3 = \frac{(4/3)\pi r_0^3 \varkappa}{n_2 \rho_1 D_f c_p}, \quad k_4 = \frac{L}{T_\infty c_p}, \quad k_5 = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1}.$$

Здесь t – время; k_b – константа Больцмана; C_n, C_{pn}, C_i – массовая концентрация насыщенного, перенасыщенного и текущего раствора на поверхности нерастворённого ядра частицы; N_a – число Авогадро; M_2 – молярная масса соли; v_1, v_2 –

объемы молекул воды и соли; D_f, D_d – коэффициенты диффузии молекул воды в воздухе и растворённых молекул в растворе; c_p – удельная теплоёмкость частицы; \varkappa – коэффициент теплопроводности влажного воздуха; L – удельная теплота парообразования/конденсации.

Согласно данной модели, изменение количества молекул воды в частице n_1 обусловлено только диффузионным потоком через её поверхность, который определяется разностью относительных парциальных давлений пара в окружающей среде φ и на поверхности частицы $p_* / p_n(T_\infty)$ (1). Изменение количества кристаллического состояния растворяющего вещества n_{2k} также описывается в рамках диффузионной модели и зависит от концентрации раствора на поверхности частицы C_i (2). Кристаллическое ядро растворяется, если концентрация раствора на поверхности частицы ниже насыщенной, $C_i / C_n < 1$. Кристаллизация начинается только в пересыщенном растворе, т.е. $C_i > C_{pn}$. В промежуточном состоянии, когда $C_i \in [C_n, C_{pn}]$, возможно только изменение количества молекул воды в частице, за счёт которого меняется концентрация раствора:

$$C_i = \frac{M_2}{N_a} \frac{(n_2 - n_{2k})}{(n_1 v_1 + (n_2 - n_{2k}) v_2)}.$$

Изменение температуры частицы (3) вызвано выделением тепла при конденсации влаги и поглощением тепла при её испарении. Дополнительно за счёт теплопроводности происходит теплообмен частицы с окружающим воздухом, в ходе которого температура частицы стремится уравняться с температурой окружающей среды T_∞ . Более подробное описание вывода уравнений данной модели представлено в работе [9].

В качестве входных параметров модели используется относительная влажность воздуха φ , начальный радиус r_0 и увлажнённость $x_{10} = n_1 / (n_2 + n_1)$ аэрозольной частицы, а также её химический состав, который характеризуется молярной массой M_2 , плотностью ρ_2 , растворимостью в воде K и активностью воды при различной массовой доле вещества в растворе $a_w(Y)$. Основная часть пылевых аэрозолей калийных рудников состоит из частиц хлоридов натрия, кали и магния. Соотношения для активности воды соответствующих растворов, образующихся на поверхности частиц при их растворении, были построены на основе аппроксимации полиномом третей степени предсказаний модели AIOMFAC [11, 12] для фиксированной температуры окружающей среды. При

$T_\infty = 293.15 \text{ K}$ данные соотношения принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} MgCl_2 : a_w(Y) = & 9.98 \cdot 10^{-1} - 2.83 \cdot 10^{-3} Y - \\ & - 4.30 \cdot 10^{-4} Y^2 - 3.42 \cdot 10^{-7} Y^3 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} KCl : a_w(Y) = & 9.94 \cdot 10^{-1} - 2.46 \cdot 10^{-3} Y - \\ & - 1.44 \cdot 10^{-4} Y^2 + 7.24 \cdot 10^{-7} Y^3 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} NaCl : a_w(Y) = & 9.99 \cdot 10^{-1} - 5.03 \cdot 10^{-3} Y - \\ & - 1.29 \cdot 10^{-4} Y^2 - 1.04 \cdot 10^{-6} Y^3 \end{aligned} \quad (6)$$

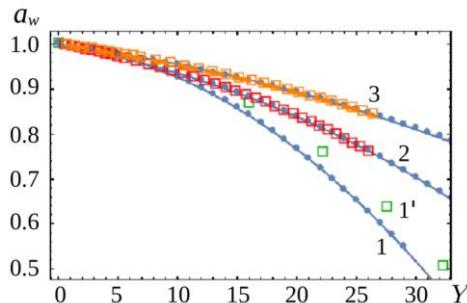


Рис. 2. Зависимость активности воды a_w от массовой доли вещества Y : 1, 1' – $MgCl_2$, 2 – $NaCl$, 3 – KCl . Точки – предсказания AIOMFAC модели [11]. Сплошные линии – аппроксимация уравнениями (4)–(6). \square – экспериментальные данные для $MgCl_2$ [14] и $NaCl$, KCl [13]

Из рисунка 2 видно, что предсказания AIOMFAC модели и соответствующие им уравнения (4)–(6) хорошо согласуются с экспериментальными данными для хлоридов калия и натрия, представленными в работе [13]. Поскольку экспериментальные данные [14] для хлорида магния получены при $T_\infty = 373 \text{ K}$, это может являться причиной наблюдаемого расхождения с предсказаниями AIOMFAC модели (линия 1 и маркеры 1')

3. Изменение размера комплексной частицы

Влажность и температура рудничной атмосферы в основном определяются соответствующими характеристиками воздуха, поступающего в рудник для вентиляции, и свойствами горной породы, окружающей выработку [3, 15]. Данные характеристики наиболее существенно зависят от времени года и могут меняться в довольно широком диапазоне. Это приводит к тому, что частицы многокомпонентного полидисперсного пылевого аэрозоля, формируемого в результате производственного процесса, будут находиться в различном агрегатном состоянии и иметь различную степень растворения. Процесс осложняется тем, что при столкновении таких частиц в резуль-

тате коагуляции могут образовываться новые частицы, различной формы, смешанного состава и агрегатного состояния, которые, в свою очередь, также будут подвержены гигроскопическому изменению размера. Так, для однокомпонентных частиц, находящихся на разной стадии растворения, возможно шесть видов столкновений, которые приводят к формированию четырех типов частиц, см. рис. 3.

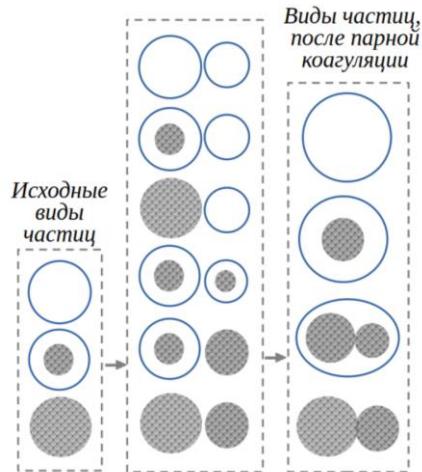


Рис. 3. Схема формирования частиц в результате парной коагуляции однокомпонентного пылевого аэрозоля

При взаимодействии частиц различного химического состава ситуация значительно осложняется, так как наряду с различными агрегатными состояниями и размерами образовавшиеся комплексы будут содержать многокомпонентные растворы разной концентрации.

В настоящей работе проведено моделирование гигроскопического изменения размера комплексных частиц, образованных в результате парной коагуляции в приближении однокомпонентного пылевого аэрозоля. Для этой цели используется рассмотренная в разделе 2 модель эволюции размера изолированной аэрозольной частицы сферической формы, содержащей одно водорастворимое кристаллическое ядро, см. рис. 1. Если при столкновении двух частиц хотя бы одна из них будет находиться в полностью растворённом состоянии, то образующуюся комплексную частицу с большой долей достоверности можно считать сферической каплей или сферической частицей, содержащей одно ядро, т.е. соответствующей ограничениям вышеупомянутой модели. Однако непосредственное применение данной модели не пригодно для случая столкновения частиц, каждая из которых имеет кристаллическое нерастворённое ядро. Чтобы решить эту проблему, в данной работе рассмотрены три варианта грубого приближения комплексной частицы (см. рис. 4), для которых возможно использование базовых уравнений рассмотренной выше модели.

В первом случае (см. рис.4, I) комплексная частица заменяется одной сферической частицей с двумя кристаллическими ядрами, радиусы которых равны исходным значениям сталкивающихся частиц $r_k^{(1)}, r_k^{(2)}$, а температура, размер и концентрация растворённой части предполагается общими для двух частиц.

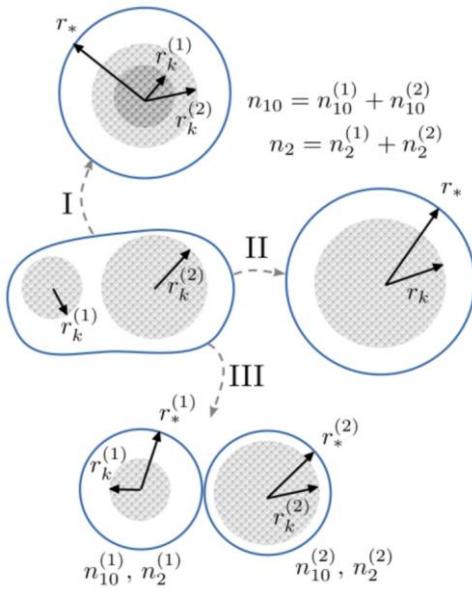


Рис. 4. Варианты замены комплексной частицы

В начальный момент их значение задаются равными $T_* = \alpha T_*^{(1)} + (1-\alpha)T_*^{(2)}$, $n_1 = n_1^{(1)} + n_1^{(2)}$, $n_{2d} = n_{2d}^{(1)} + n_{2d}^{(2)}$, где α – массовая доля первой частицы. В этом случае в исходной математической модели уравнения (1) и (3) дополняются двумя соотношениями для количества молекул кристаллической соли $\hat{n}_{2k}^{(1)}$ и $\hat{n}_{2k}^{(2)}$:

$$\frac{d\hat{n}_1}{dt} = 3k_1\hat{r}_*(\varphi - \frac{\hat{p}_*}{\hat{T}_*}), \quad (7)$$

$$\frac{d\hat{n}_{2k}^{(j)}}{dt} = \begin{cases} -3k_2 \frac{D_d}{D_f} \hat{r}_k^{(j)} (1 - \hat{C}_i), & \hat{C}_i < 1 \\ -3k_2 \frac{D_d}{D_f} \hat{r}_k^{(j)} \left(\frac{C_{pn}}{C_n} - \hat{C}_i \right), & \hat{C}_i > \frac{C_{pn}}{C_n} \end{cases}, \quad (8)$$

$$\frac{d\hat{T}_*}{dt} = \frac{1}{(\hat{n}_1 + \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1})} \left[3k_3 \hat{r}_* (1 - \hat{T}_*) + k_4 \frac{d\hat{n}_1}{dt} \right], \quad (9)$$

где $j = 1, 2$.

Второе приближение (см. рис. 4, II) соответствует замене двух частиц с характеристиками $r_*^{(j)}, n_1^{(j)}, n_{2k}^{(j)}, n_{2d}^{(j)}, T_*^{(j)}, j=1,2$ на единую частицу с эффективными радиусом r_* , мольной долей воды x_{10} и средней температурой T_*

$$r_* = \left(\frac{3}{4\pi} \sum_{j=1,2} \left(n_1^{(j)} v_1 + n_2^{(j)} v_2 \right) \right)^{1/3}, \quad (10)$$

$$x_{10} = \frac{\sum_{j=1,2} n_1^{(j)}}{\sum_{j=1,2} (n_2^{(j)} + n_1^{(j)})}, \quad (11)$$

$$T_* = \frac{1}{2} \sum_{j=1,2} T_*^{(j)}, \quad (12)$$

где $n_2^{(j)} = n_{2k}^{(j)} + n_{2d}^{(j)}$. Такая замена позволяет использовать исходную модель напрямую.

Третий вариант (см. рис. 4, III) расчёта предполагает, что частицы после столкновения продолжают растворяться независимо друг от друга. При этом размер и степень растворения комплексной частицы определяется на основе соотношений (10)–(12). Система уравнений, составляющих модель, решалась численно методом Рунге–Кутты 4-го порядка точности.

4. Результаты моделирования

На рисунке 5 представлены результаты расчета с помощью различных приближений (I, II и III) кинетики растворения комплексной частицы, образованной столкновением двух частиц хлорида натрия с начальными радиусами $r_0^{(1)} = 5$ мкм и $r_0^{(2)} = 10$ мкм, имеющих различные начальные степени растворения $x_{10}^{(1)} = n_1 / (n_1 + n_2) = 0.3$, $x_{10}^{(2)} = 0.4$ и одинаковую температуру, совпадающую с температурой окружающей среды $T_*^{(1)} = T_*^{(2)} = T_\infty = 293.15$ К. Влажность окружающего воздуха $\varphi = 0.8$.

Из рисунка 5 видно, что качественная картина растворения комплексной частицы для различных вариантов приближения одинакова: монотонное уменьшение количества кристаллической соли n_{2k} сопровождается равномерным увеличением числа молекул воды n_1 в частице. При этом времена растворения кристаллических ядер t_s различаются. В частности, в первом приближении более мелкая частица растворяется дольше, чем аналогичная по размеру частица в третьем приближении (рис. 5, а, б, штриховые линии с номером 1).

На рисунке 6 представлены зависимости эффективного радиуса комплексной частицы от времени, рассчитанные для различных вариантов её приближенного представления. Как следует из данного рисунка, вариант III предсказывает более интенсивное изменение эффективного радиуса во времени. Максимальная относительная разность между предсказанием модели с вариантом аппроксимации комплексной частицы III и моделью с вариантами аппроксимации I(II), составляет $\max \Delta r / r_0 = 10\%$.

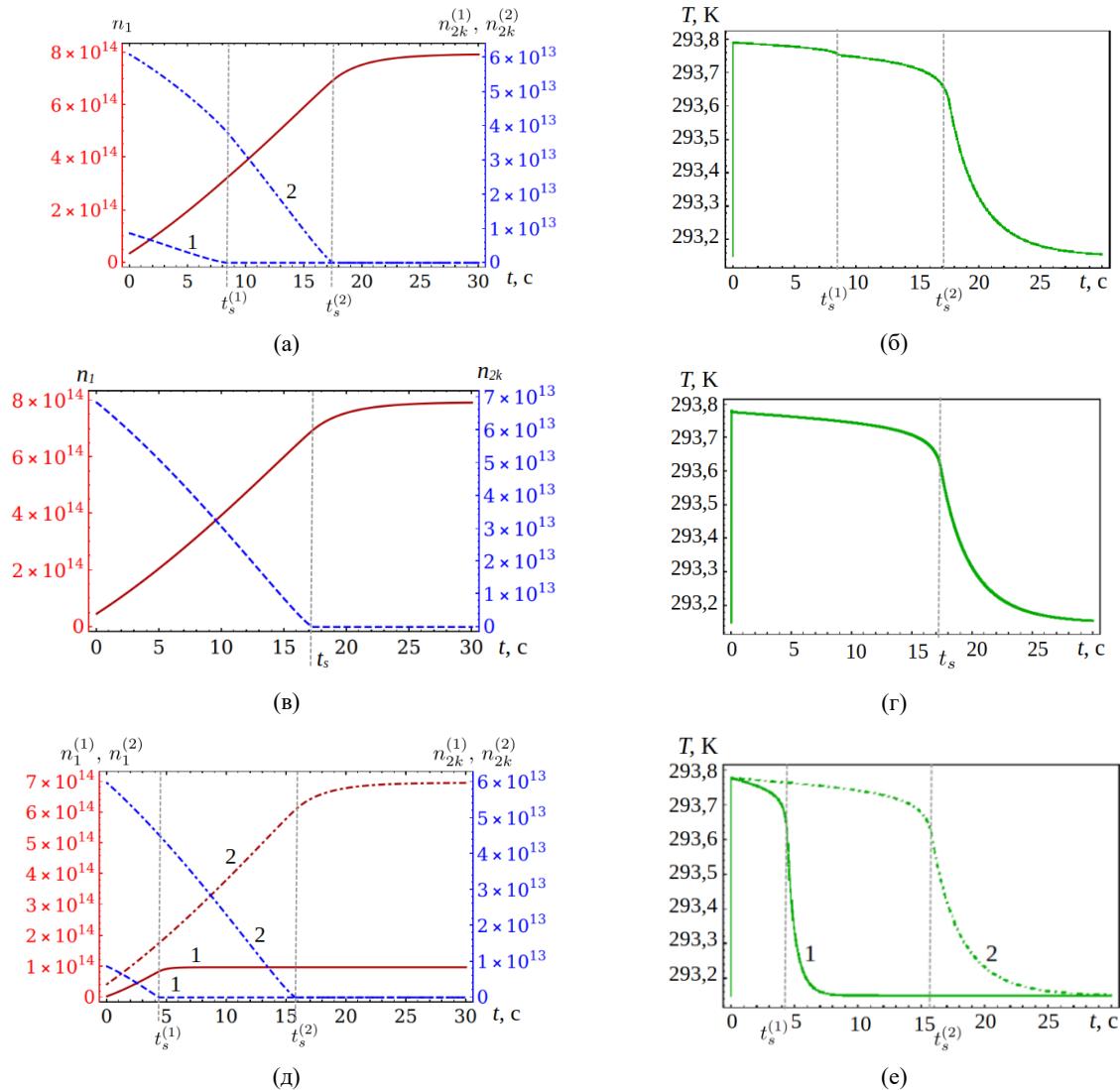


Рис. 5. Временная зависимость количества молекул воды n_1 , нерастворённых молекул хлорида натрия n_{2k} и температуры T для различных вариантов приближения комплексной частицы: (а, б) – I, (в, г) – II, (д, е) – III приближения. 1 и 2 – номера частиц, формирующих комплексную частицу

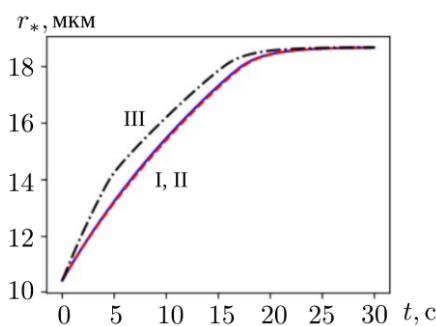


Рис. 6. Зависимости эффективного радиуса комплексной частицы от времени, предсказанные моделью при различных вариантах аппроксимации частицы. Параметры расчёта соответствуют условиям рис. 5

На основе разработанной модели изучено влияние влажности окружающего воздуха, сочетания размеров коагулирующих частиц и их химического

состава (общего для взаимодействующих частиц) на зависимость эффективного радиуса комплексной частицы от времени. На основе полученных данных найдены максимальные относительные отклонения $\max \Delta r / r_0$ между предсказаниями модели с различными представлениями комплексной частицы. В таблицу внесены наибольшие из трёх значений $\max \Delta r / r_0$ для рассмотренных сочетаний исследуемых параметров.

Из таблицы следует (см. №№ 7–9), что при объединении крупной, почти сухой, частицы ($r_0^{(1)} = 10$ мкм и $x_{10}^{(1)} = 0.2$) с мелкой, почти растворённой ($r_0^{(12)} = 1$ мкм и $x_{10}^{(2)} = 0.9$), предсказания модели совпадают независимо от влажности окружающего воздуха. В этом случае основная закономерность кинематики растворения или испарения определяется крупной частицей (мелкая капля практически слиивается с крупной).

Влияние влажности воздуха, размера и химического состава частицы на максимальное расхождение в предсказаниях зависимостей $r(t)$ с помощью различных вариантов аппроксимации комплексной частицы (I, II, III). $x_{10}^{(1)} = 0.2$, $x_{10}^{(2)} = 0.9$, $T_*^{(1)} = T_*^{(2)} = T_\infty = 293.15\text{ K}$

№	$r_0^{(1)}$ мкм	$r_0^{(2)}$ мкм	φ %	max $\Delta r / r_0$, %		
				$NaCl$	KCl	$MgCl_2$
1	1	10	10	5.3	1.2	8.6
2	1	10	40	0.0	1.4	0.1
3	1	10	80	0.1	0.0	0.0
4	5	5	10	4.2	3.3	6.1
5	5	5	40	0.0	3.2	1.5
6	5	5	80	2.5	0.0	0.0
7	10	1	10	0.0	0.0	0.0
8	10	1	40	0.0	0.0	0.0
9	10	1	80	0.0	0.0	0.0

В противоположном случае, при столкновении мелкой почти сухой частицы ($r_0^{(1)} = 1\text{ мкм}$ и $x_{10}^{(1)} = 0.2$), с крупной, содержащей небольшое кристаллическое ядро ($r_0^{(1)} = 10\text{ мкм}$ и $x_{10}^{(2)} = 0.9$), наибольшее расхождение предсказаний модели в зависимости от способа аппроксимации комплексной частицы наблюдается при низкой влажности воздуха (см. № 1). При этом, как следует из рис. 7, а, зависимость $r^*(t)$, полученная на основе аппроксимации I наиболее сильно отличается от предсказаний, построенных с использованием вариантов II и III, которые демонстрируют количественно одинаковое поведение. При повышении влажности воздуха данное различие постепенно исчезает (см. табл., №№ 2 и 3).

Влияние вариантов приближения комплексной частицы проявляется также при соединении частиц одинакового размера, но с различной степенью растворения кристаллического ядра (см. №№ 4, 5). В этом случае предсказания модели с аппроксимацией I и II практически идентичные, а III – количественно отличается (см. рис. 7, б). При этом для хлорида калия при повышении влажности воздуха до $\varphi = 0.4$ (до влажности, соответствующей растворению) различие радиусов, вызванное способами представления комплексной частицы, изменяется незначительно, см. рис. 5, в.

В целом, наблюдаемые различия в предсказаниях трёх предложенных вариантов аппроксимации комплексной частицы качественно совпадают. Количественное расхождение во всех рассмотренных случаях не превышает 8.6% от начального эффективного радиуса частицы.

Таким образом, для инженерных расчётов, связанных с оценкой эволюции размерного спектра частиц вследствие коагуляции, можно с одинаковой точностью использовать любой из предложен-

ных подходов. С точки зрения математической реализации наиболее простым является вариант II.

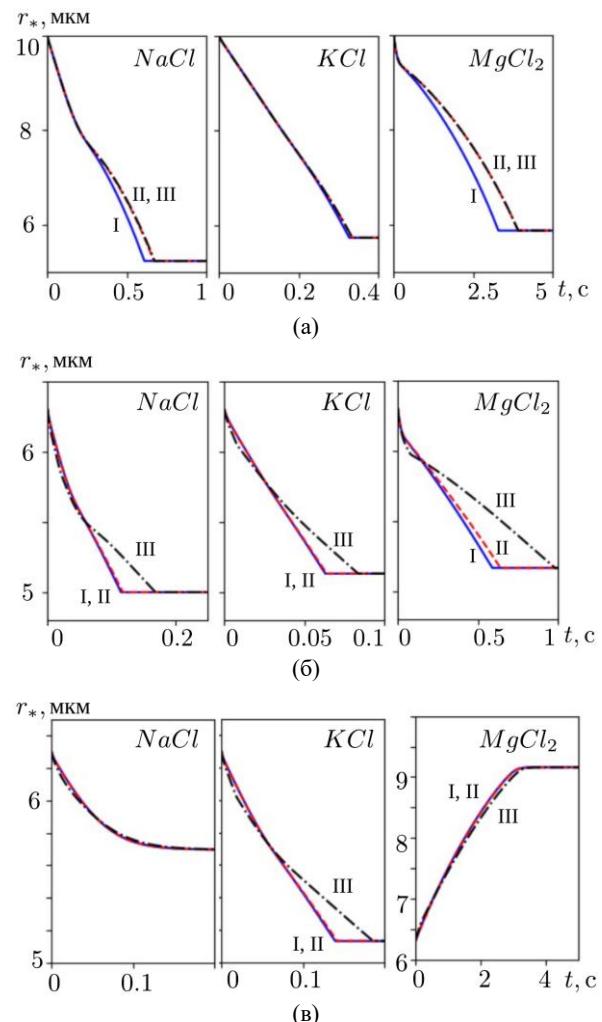


Рис. 7. Изменение радиуса комплексной частицы, описываемой I, II и III приближениями, при условиях коагуляции, приведённых в таблице: а – № 1, б – № 4, в – № 5

5. Заключение

Предложены три варианта приближённого представления формы и структуры комплексных аэрозольных частиц, образующихся в результате парной коагуляции частиц одного химического состава. На их основе построены три варианта обобщения модели [9], которая изначально была разработана для описания поведения одиночных частиц, на случай растворения и кристаллизации комплексных частиц. Проведено моделирование испарения и растворения таких частиц с различными начальными условиями. Установлено, что максимальное расхождение между предсказаниями зависимостей $r_*(t)$ для трёх вариантов модели не превышает 10%, несмотря на качественные различия в кинетике растворения. Проведённое исследование позволяет заключить, что для инженерных расчё-

тов эволюции размерного спектра аэрозольных частиц за счёт их коагуляции все три предложенных варианта аппроксимации могут быть использованы с сопоставимой точностью. Полученные результаты являются теоретической основой для дальнейших исследований характеристик гигроскопического изменения размера многокомпонентных агрегированных аэрозольных частиц.

Работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы № 121031700169-1

Список литературы

1. Медведев И. И., Красноштейн А. Е. Аэрология калийных рудников. Свердловск: УрО АН СССР, 1990. 251 с.
2. Казаков Б. П. Исследование процессов пылеподавления в калийных рудниках кондиционированием воздуха: дис. ... к.т.н. Пермь: Изд-во ППИ, 1973. 215 с.
3. Файнбург Г. З. Основы организации рационального проветривания подземных горных выработок. Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2020. 193 с.
4. СанПиН 1.2.3685-21 Гигиенические нормативы и требования к обеспечению безопасности и (или) безвредности для человека факторов среды обитания. М.: Роспотребнадзор, 2021. 469 с.
5. Лискова М. Ю., Ковалев Р. А., Копылов А. Б., Воронкова Ю. А. Пылевая обстановка на руднике // Известия ТулГУ. Науки о Земле. 2018. № 3. С. 49–61.
6. Fuchs N. A. Evaporation and Droplet Growth in Gaseous Media. Oxford: Pergamon Press, 1959. 72 p.
7. Broday D. M., Georgopoulos P. G. Growth and deposition of hygroscopic particulate matter in the human lungs // Aerosol Science and Technology. 2001. Vol. 34, № 1. P. 144–159.
8. Xie X., Li Y., Chwang A. T. Y., Ho P. L., Seto W. H. How far droplets can move in indoor environments – revisiting the Wells evaporation-falling curve // Indoor Air. 2007. Vol. 17, № 3. P. 211–225.
9. Кузнецова Ю.Л. Эволюция размера растворимой аэрозольной частицы во влажном воздухе // Вычислительная механика сплошных сред. 2022. Т. 15, № 1. С. 31–44.
10. O'Shaughnessy P. T., LeBlanc L., Pratt A., Altmaier R., Rajaraman P.K., Walenga R., Lin C.-L. Assessment and validation of a hygroscopic growth model with different water activity estimation methods // Aerosol Science and Technology. 2020. Vol. 54, № 10. P. 1169–1182.
11. Zuend A., Marcolli C., Luo B. P., Peter T. A thermodynamic model of mixed organic-inorganic aerosols to predict activity coefficients // Atmos. Chem. Phys. 2008. Vol. 8. P. 4559–4593.
12. Zuend A. Modeling the Thermodynamics of Mixed Organic-Inorganic Aerosols to Predict Water Activities and Phase Separations: PhD Thesis. Zurich: ETH Zurich, 2007.
13. Робинсон Р., Стокс Р. Растворы электролитов. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. 647 с.
14. Никольский Б. П. (ред.) Справочник химика. Т. 3. Химическое равновесие и кинетика. Свойства растворов. Электродные процессы. М.-Ленинград: Химия, 1965. 1005 с.
15. Казаков Б. П. Формирование и нормализация микроклимата подземных рудников при разработке месторождений калийных солей: дис. ... д.т.н. Пермь: ГИ УрО РАН, 2001. 313 с.

References

1. Medvedev I. I., Krasnoshteyn A. E. *Aerologiya kaliinykh rudnikov* [Aerology of potash mines]. Sverdlovsk: UB AS USSR, 1990. 251 p. (In Russian)
2. Kazakov B. P. *Issledovanie protsessov pylepodavleniya v kaliinykh rudnikakh konditsionirovaniem vozdukh* [Study of dust suppression processes in potash mines using air conditioning]: Cand. Eng. sci. diss. Perm: Perm Polytechnic Institute, 1973. 215 p. (In Russian)
3. Feinburg G. Z. *Osnovy organizatsii ratsional'nogo provetritvaniia podzemnykh gornykh vyrabotok*. [Fundamentals of organizing rational ventilation of underground mine workings]. Perm: Perm National Research Polytechnic University, 2020. 193 p. (In Russian)
4. Sanitary rules and standards SanPiN 1.2.3685-21 *Gigienicheskie normativy i trebovaniia k obespecheniiu bezopasnosti i (ili) bezvrednosti dlja cheloveka faktorov sredy obitaniia* [Hygienic standards and requirements for ensuring the safety and (or) harmlessness of environmental factors for humans]. Moscow: Rosпотребnadzor, 2021. 469 p. (In Russian)
5. Liskova M. Yu., Kovalev R. A., Kopylov A. B., Voronkova Yu. A. Pylevaya obstanovka na rudnike. *Izvestiya TulGU. Nauki o Zemle*, 2018, no. 3, pp. 49–61. (In Russian)
6. Fuchs N. A. *Evaporation and Droplet Growth in Gaseous Media*. Oxford: Pergamon Press, 1959. 72 p.
7. Broday D. M., Georgopoulos P. G. Growth and deposition of hygroscopic particulate matter in the human lungs. *Aerosol Science and Technology*, 2001, vol. 34, no. 1, pp. 144–159.
8. Xie X., Li Y., Chwang A. T. Y., Ho P. L., Seto W. H. How far droplets can move in indoor environments – revisiting the Wells evaporation–

- falling curve. *Indoor Air*, 2007, vol. 17, no. 3, pp. 211–225.
9. Kuznetsova Y. L. Size evolution of a soluble aerosol particle in air. *Computational Continuum Mechanics*, 2022, vol. 15, no. 1, pp. 31–44.
 10. O’Shaughnessy P. T., LeBlanc L., Pratt A., Altmaier R., Rajaraman P. K., Walenga R., Lin C.-L. Assessment and validation of a hygroscopic growth model with different water activity estimation methods. *Aerosol Science and Technology*, 2020, vol. 54, no. 10, pp. 1169–1182.
 11. Zuend A., Marcolli C., Luo B. P., Peter T. A thermodynamic model of mixed organic-inorganic aerosols to predict activity coefficients. *Atmos. Chem. Phys.*, 2008, vol. 8, pp. 4559–4593.
 12. Zuend A. *Modeling the Thermodynamics of Mixed Organic-Inorganic Aerosols to Predict Water Ac-tivities and Phase Separations*. PhD Thesis. Zurich: ETH Zurich, 2007.
 13. Robinson R., Stokes R. *Electrolyte Solutions*. London: Butterworths, 1959. 559 p.
 14. Nikolsky B. P. (ed.) *Spravochnik khimika*. Vol. 3. *Khimicheskoe ravnovesie i kinetika. Svoistva rastvorov. Elektrodyne protsessy* [Chemists’ handbook. Vol. 3. Chemical equilibrium and kinetics. Properties of solutions. Electrode processes]. Moscow, Leningrad: Khimiya, 1965. 1005 p. (In Russian)
 15. Kazakov B. P. *Formirovanie i normalizatsiya mikroklimata podzemnykh rudnikov pri razrabotke mestorozhdenii kaliynykh solei* [The formation and normalization of the microclimate of underground mines during the development of potassium salt deposits]: Dr. Eng. sci. diss. Perm: Mining Institute UB RAS, 2001. 313 p. (In Russian)

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Кузнецова Ю. Л. Эволюция размера гигроскопических частиц после парной коагуляции // Вестник Пермского университета. Физика. 2025. № 4. С. 33–41. doi: 10.17072/1994-3598-2025-4-33-41

Please cite this article in English as:

Kuznetsova Y. L. Evolution of the size of hygroscopic particles after paired coagulation. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2025, no. 4, pp. 33–41. doi: 10.17072/1994-3598-2025-4-33-41

Сведения об авторе

Кузнецова Юлия Леонидовна, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник лаборатории вычислительной гидродинамики ИМСС УрО РАН, 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1

Author information

Yulia L. Kuznetsova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Researcher, Laboratory of Computational Fluid Dynamics, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia