

УДК 532.5; 537.82  
PACS 47.32.–y, 47.65.–d

## **Движение оси крупномасштабного вихревого течения жидкого металла в дисковой ячейке, вызванное азимутальной электромагнитной силой малой интенсивности с нелинейным радиальным профилем**

**А. А. Бондаренко<sup>1,2†</sup>, К. А. Першин<sup>2</sup>, И. В. Колесниченко<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

<sup>2</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

<sup>†</sup> bondarenko.a@icmm.ru

В работе численно изучается ламинарное течение жидкого металла, которое возникает под действием осесимметричной электромагнитной силы, нелинейно зависящей от радиуса дисковой ячейки. Электромагнитная сила определяется векторным произведением плотности электрического тока, протекающего по ячейке, и индукции ортогонального магнитного поля. Нелинейный радиальный профиль электромагнитной силы с выраженным максимумом возникает, когда ток подводится к центральной области ячейки и отводится от ее периферии, а магнитное поле создано катушками Гельмгольца, диаметр которых меньше диаметра ячейки. Проведено численное моделирование в пакете ANSYS Fluent. Обнаружено, что в определенном диапазоне параметров ось вращающегося течения жидкого металла начинает колебательное движение относительно центра ячейки. Данный эффект возникает на фоне генерации вторичных течений: экмановской подкачки, неустойчивостей Тейлора–Гертлера и Кельвина–Гельмгольца. Найдена граница на плоскости силовых и геометрических параметров, которая отделяет области отсутствия и возникновения колебания крупномасштабного вихря.

**Ключевые слова:** жидкий металл; дисковая ячейка; электромагнитная сила

*Поступила в редакцию 20.06.2025; после рецензии 12.08.2025; принята к опубликованию 12.08.2025*

## **The motion of the axis of a large-scale vortex flow of liquid metal in a disk cell caused by low magnitude azimuthal electromagnetic force with non-linear radial distribution**

**A. A. Bondarenko<sup>1,2†</sup>, K. A. Pershin<sup>2</sup>, I. V. Kolesnichenko<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia

<sup>2</sup> Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

<sup>†</sup> bondarenko.a@icmm.ru

Laminar flow of liquid metal caused by axisymmetric electromagnetic force with non-linear radial distribution is studied numerically. Electromagnetic force is defined by the vector product of current density and orthogonal magnetic induction. Non-linear radial force distribution with maximum

occurs when electric current is applied to the central region of the cell and discharged through the periphery while magnetic field is created by Helmholtz coils with a diameter less than that of the cell. Numerical simulation was conducted in ANSYS Fluent. It has been discovered that, in a certain range of parameters, the axis of the rotating liquid-metal flow starts oscillatory motion relative to the center of the cell. This effect appears in the occurrence of secondary flows such as Görtler vortices, Ekman pumping, and Kelvin-Helmholtz instability. The boundary between the regions of the absence and occurrence of a large-scale vortex oscillation has been found in the space of geometric and force parameters.

**Keywords:** liquid metal; disk cell; electromagnetic force

*Received 20 June 2025; revised 12 August 2025; accepted 12 August 2025*

doi: 10.17072/1994-3598-2025-3-13-21

## 1. Введение

В данной работе исследуется течение жидкого металла в дисковой ячейке, которое вызвано действием электромагнитной силы, азимутальная компонента которой много больше радиальной и аксиальной. Действие такой силы приводит к возникновению вращающегося течения. Это течение сопровождается генерацией дополнительных вторичных вихревых течений, имеющих тороидальную форму. Во-первых, вращающееся течение в цилиндрической ячейке с твердыми торцевыми границами приводит к возникновению двух крупномасштабных полоидальных вихрей вследствие действия т.н. экмановской подкачки [1]. Этот механизм обусловлен формированием дифференциального вращения в областях вблизи торцов, что приводит к аксиальному градиенту центробежной силы, и, как следствие, давления. Во-вторых, вблизи твердых вогнутых стенок возникают вихри Тейлора–Гертлера [2] – продольные вихревые валики, ориентированные вдоль потока. Причиной возникновения данной неустойчивости является градиент центробежной силы по направлению нормали к твердой стенке. Вихри Тейлора–Гертлера имеют полоидальные компоненты скорости. Масштаб этих вихрей сопоставим с размером пограничного слоя.

Актуальность исследования таких вращающихся течений обусловлена тем, что течения жидкой электропроводящей среды в подобных конфигурациях встречаются в различных технологических [3, 4] и природных [5] процессах. Важными с практической точки зрения являются течения жидких металлов в каналах металлургических устройств, которые осуществляют бесконтактную транспортировку расплавов от участка плавления к литейному конвейеру [6]. Вращающееся течение создает перепад давления между центром ячейки и ее периферией. Если расположить входной патрубок для жидкого металла в центральной части ячейки, а выходной – на боковой стенке, то между ними возникнет перекачивающее транзитное течение. Для реализации этой технологии необходимо подобрать наиболее рациональный способ генера-

ции электромагнитных сил, которые создают интенсивный и стабильный расход жидкого металла. Одним из наиболее технологически эффективных способов подвода электрического тока является пропускание его между центральной областью, где находится входной патрубок, к периферии канала [7, 8]. В работах [9, 10] рассмотрены каналы, помещенные в зазоры ферромагнитных П-образных сердечников. Сердечники намагничиваются под действием магнитного поля тока, а в этих зазорах интенсивность индукции магнитного поля гораздо выше, чем у магнитного поля тока [6]. Исследования показали, что на фоне крупномасштабного вихря могут возникать осцилляции [11], которые могут привести к колебаниям расхода. Это связано с локализацией области действия электромагнитной силы в плоскости дисковой ячейки.

Другой способ создания электромагнитной силы связан с размещением канала с током между катушками Гельмгольца, создающими ортогональное магнитное поле [12, 13]. В этом случае электромагнитная сила не локализована в плоскости ячейки и имеет аксиальную симметрию. Если диаметр катушек существенно превышает диаметр ячейки, то магнитное поле в области ячейки можно считать однородным, поэтому распределение силы по радиусу определяется распределением электрического тока. В таком случае возникает стационарное течение, центр которого совпадает с центром оси ячейки. Однако в большинстве случаев имеются технологические ограничения на диаметр катушек Гельмгольца. Это приводит к тому, что зависимость электромагнитной силы от радиуса имеет нелинейный вид, обусловленный падением интенсивности индукции магнитного поля вдоль радиуса ячейки. Вопрос о стационарности возникающего в данном случае течения в дисковой ячейке остался не изученным, что и послужило причиной выполнения данного исследования.

Изучение вращающихся течений жидкого металла, вызванных действием электромагнитных сил в цилиндрических ячейках, активно ведется в последние годы в рамках задачи разработки жидкометаллических батарей [14]. В этих конфигурациях электрический ток подводится к центральной локализованной области торца ячейки, а отводится

на боковой или противоположной торцевой стенке [15]. Как правило, диаметр и высота таких ячеек сопоставимы по размеру. При отсутствии внешнего аксиального магнитного поля возникает электровихревое течение [16], которое в отсутствие внешнего поля не приводит к закрутке потока в ячейке [17]. Воздействие внешнего магнитного поля, даже такого слабого, как магнитное поле Земли, приводит к развитию вращающегося течения из-за появления азимутальной компоненты электромагнитной силы [1]. В случае воздействия внешнего однородного магнитного поля, зависимость электромагнитной силы от радиуса будет следующей: линейное нарастание от центра до радиуса области локализованного подвода тока  $R_0$  и линейное падение от этого радиуса до радиуса ячейки. Исследования показали, что при таком линейном профиле электромагнитной силы формирующиеся азимутальные компоненты течения имеют стационарную форму, а отклонения центра вихря от оси ячейки не было обнаружено [18, 19].

Целью работы является изучение течения жидкого металла, которое возникает под действием осесимметричной электромагнитной силы, которая нелинейно зависит от радиуса дисковой ячейки. Сила линейно растет от нуля в центре до фиксированного значения на заданном радиусе  $R_0$ , а затем уменьшается по обратному квадратичному закону до периферии ячейки. В работе авторы ограничиваются рассмотрением ламинарных течений, что определяется ограничением на число Рейнольдса и приводит к сужению области изучаемых параметров задачи. Следует отметить, что в районе радиуса  $R_0$  ожидается возникновение неустойчивости Кельвина–Гельмгольца из-за генерации дифференциального вращения [20]. Основным вопросом исследования является стационарность оси вращения вихря на фоне возникающих перечисленных выше вторичных течений.

## 2. Математическая модель

Рассмотрим дисковый канал радиусом  $R_1$  и высотой  $H$ , заполненный жидким металлом. Радиус  $R_0 < R_1$  характеризует область локализации подведения электрического тока, который отводится через вертикальные стенки. Система помещена в катушки Гельмгольца, радиус которых меньше радиуса ячейки. Подобная конфигурация позволяет принять допущение, что металл находится в поле осесимметричной электромагнитной силы  $\mathbf{f}^{em}$ , имеющей только азимутальную компоненту. На рис. 1 представлена общая схема области 1, на рис. 2 и рис. 3 – горизонтальное 2 и вертикальное 3 сечения, соответственно.

Изотермическое течение жидкого металла, который считаем вязкой несжимаемой жидкостью, описывается системой уравнений Навье–Стокса:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{v} + k_f \xi(r) \mathbf{e}_\varphi, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1.2)$$

где (1.1) – закон сохранения количества движения, (1.2) – закон сохранения массы. В принятых обозначениях:  $\rho$  – плотность,  $\mathbf{v}$  – вектор скорости,  $t$  – время,  $\nabla$  – набла-оператор,  $p$  – давление,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $k_f$  – амплитуда плотности электромагнитной силы,  $\xi(r)$  – функция формы, определяющая пространственное распределение силы,  $\mathbf{e}_\varphi$  – направляющий вектор в азимутальном направлении.

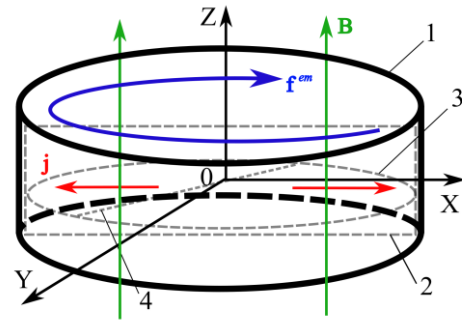


Рис. 1. Схема ячейки, а также обозначения областей демонстрации результатов: 1 – стенки ячейки, 2 – вертикальное сечение, 3 – горизонтальное сечение, 4 – диаметральный отрезок

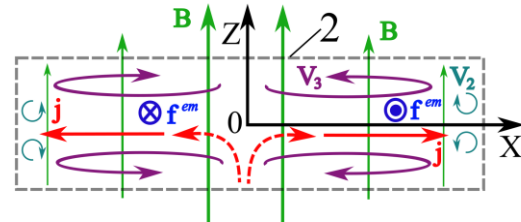


Рис. 2. Схема в вертикальном сечении 2, на которой схематично показаны вторичные вихри Тэйлора-Гертлера  $V_2$  и вихри, образующиеся под действием экмановской подкачки  $V_3$

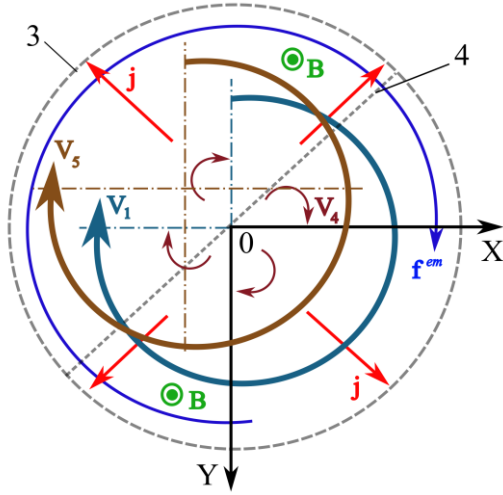
Функция формы в данной задаче зависит только от радиуса  $r$  на промежутке  $0 \leq r < R_0$  сила линейно растет, а на промежутке  $R_0 \leq r \leq R_1$  – падает по обратному квадратичному закону. Данная зависимость представлена на рис. 4 на примере двух величин радиусов  $R_0$ .

Уравнение (1.1) можно переписать в безразмерном виде, приняв за характерные величины высоту ячейки  $H$  и время  $\nu / H$ , где  $\nu = \mu / \rho$  – кинематическая вязкость,

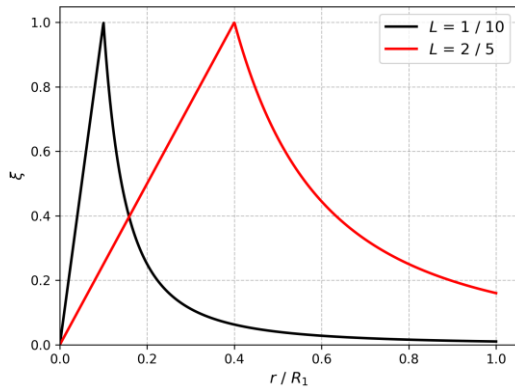
$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{v} + S \xi(r) \mathbf{e}_\varphi, \quad (1.3)$$

где  $S = k_f H^3 / \rho \nu^2$  – силовой параметр электромагнитного взаимодействия, являющийся управ-

ляющим в данной задаче. Вторым управляющим параметром является отношение  $R_0 / R_1 = L$ .



**Рис. 3.** Схема в горизонтальном сечении 3, на которой схематично показаны первичный осесимметричный вихрь  $V_1$ , вторичные вихри Кельвина-Гельмгольца  $V_4$ , а также первичный вихрь  $V_5$ , центр которого смещен



**Рис. 4.** Вид профиля функции формы для электромагнитной силы

Начальные условия соответствуют покоящейся жидкости. В качестве граничного выбрано прилипание на стенках ячейки  $\Gamma$ :

$$\mathbf{v}|_{t=0} = \mathbf{0}, \quad p|_{t=0} = 0, \quad (1.4)$$

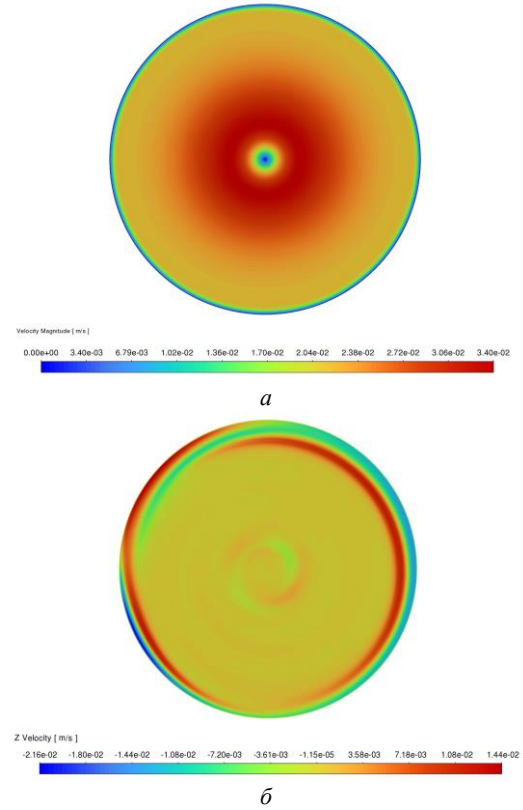
$$\mathbf{v}|_{\Gamma} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}|_{\Gamma} = 0. \quad (1.5)$$

Расчеты проводились методом конечных объемов в пакете ANSYS Fluent. Для связи уравнений для определения скорости и давления используется алгоритм SIMPLE [21]. Для дискретизации по времени выбрана неявная схема Эйлера 1-го порядка точности, конвективные члены аппроксимируются схемой против потока второго порядка. Задача решается на структурированной сетке с характерным размером  $R_1/100$ . На начальном этапе работы проводилось исследование на сходимость, которое

показало, что данный размер сетки является допустимым для дальнейших расчетов.

### 3. Результаты

Во всех изученных режимах развивается крупномасштабное вихревое течение ( $V_1$  на рис. 3), азимутальная компонента скорости которого является наибольшей (рис. 5, а). Вследствие экмановской подкачки возникает вторичное полоидальное течение ( $V_3$  на рис. 2). На рисунке 6, а показано аксиальное сечение поля скорости, на котором отображена радиальная компонента скорости. Жидкий металл движется от оси ячейки к вертикальной стенке в центральной области. Вблизи вертикальной стенки он разворачивается и возвращается к оси в областях, которые находятся вблизи горизонтальных стенок. Такая полоидальная компонента течения имеет форму двух торов.



**Рис. 5.**  $L = 0.1$ ,  $S = 1.9 \cdot 10^5$ : а – поле модуля скорости в горизонтальном сечении 3, б – поле вертикальной  $V_z$  компоненты в горизонтальном сечении

Вращающееся течение жидкости в цилиндрической ячейке приводят к появлению вихрей Тейлора-Гертлера ( $V_2$  на рис. 2) на боковой границе (рис. 5, б). Возможность появления этих вихрей в тонких дисковых ячейках изначально была не очевидна из-за близости верхней и нижней границ, обеспечивающих диссипацию течения. Однако во всех изученных режимах обнаружено появление этих вихрей. На рис. 6, б показан фрагмент верти-

кального сечения поля скорости вблизи боковой стенки. Вихрь Тейлора–Гертлера формируется в центре пристеночной области. Расчеты показали, что интенсивность неустойчивости зависит от интенсивности вращения. Наблюдения за эволюцией течения показывают, что эти вихри не стоят на месте, а нерегулярно возникают и мигрируют к верхней или нижней стенке. Таким образом, вихри имеют пространственную спиральную форму (рис. 5, б).

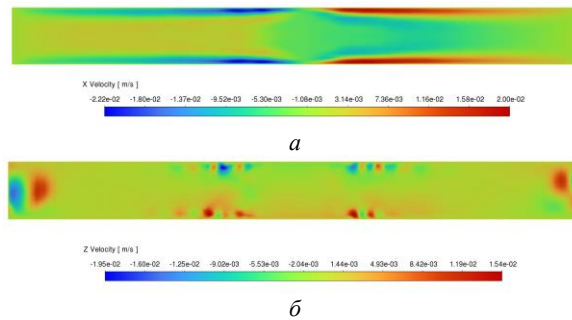


Рис. 6. Поля компонент скорости в вертикальном сечении при  $L = 0.1$ ,  $S = 1.9 \cdot 10^5$ : а –  $V_x$ , б –  $V_z$

В диапазоне исследуемых параметров течение сопровождается появлением неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в плоскости ячейки ( $V_4$  на рис. 3). Эта неустойчивость обусловлена неоднородным радиальным распределением электромагнитной силы, максимум которой расположен на радиусе  $R_0$ . Воздействие такой силы приводит к формированию дифференциального вращения жидкого металла в дисковой ячейке. Зарождение этой неустойчивости возникает вблизи этого радиуса, так как там находится область наибольшего сдвига. Внешне эта неустойчивость течения проявляется в виде нескольких нестационарных вихрей среднего масштаба, которые переносятся породившим их основным крупномасштабным течением (см. рис. 6, б в центральной области и рис. 7, а).

При малой величине силового параметра  $S$ , эволюция течения выглядит следующим образом. Сначала развивается вращающееся течение в азимутальном направлении в центре ячейки, сопровождающееся появлением вторичного полоидального течения, имеющего форму двух сплюснутых торов. Этот промежуток времени соответствует участку роста кинетической энергии с течением времени. Затем возникает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца с появлением вихрей в горизонтальной плоскости ячейки. Далее во вращение вовлекаются пристеночные области ячейки, что сопровождается появлением неустойчивости Тейлора–Гертлера. Этот процесс сопровождается осцилляциями кинетической энергии около некоторого стационарного значения. При этом вихри, возникающие из-за неустойчивости Кельвина–Гельмгольца становятся менее заметными. Крупномасштабный вихрь становится более однород-

ным по азимуту, а его центр, где скорость равна нулю, совпадает с центром ячейки.

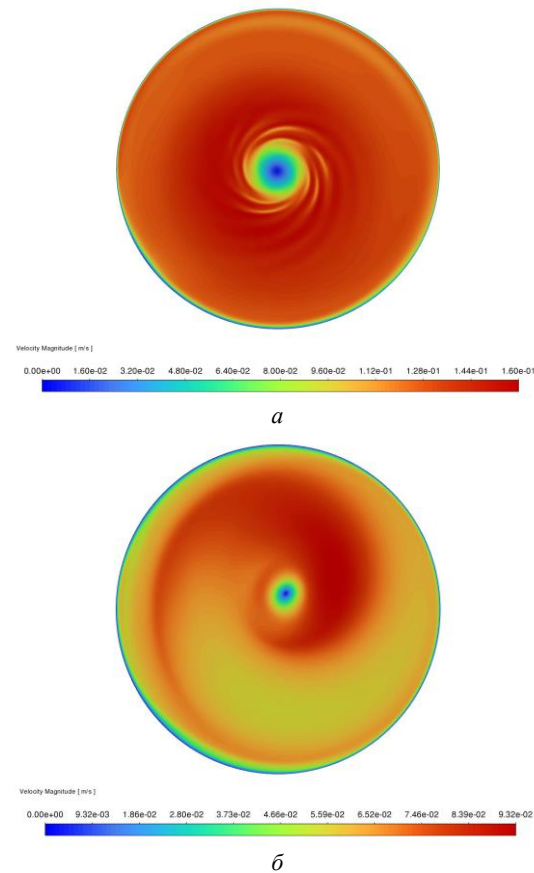
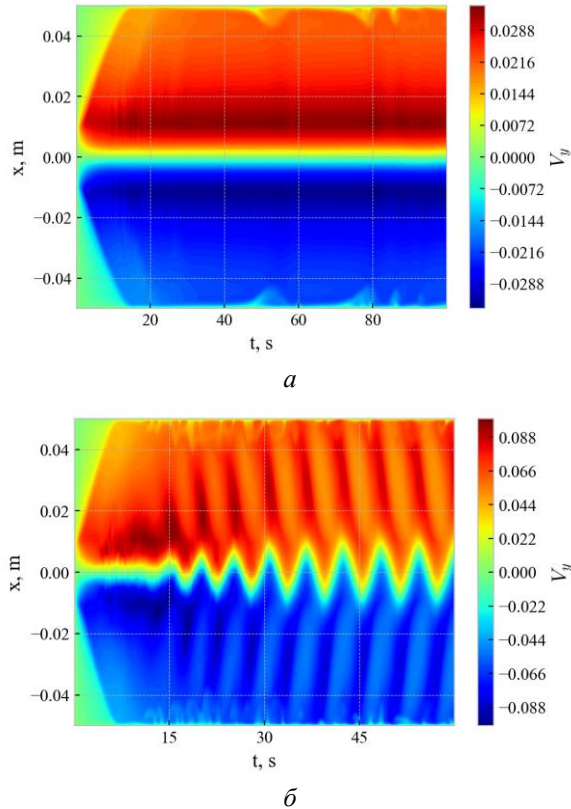


Рис. 7. Поле модуля скорости в горизонтальном сечении: а –  $L = 0.1$ ,  $S = 1.9 \cdot 10^5$ , б –  $L = 0.1$ ,  $S = 9.7 \cdot 10^5$

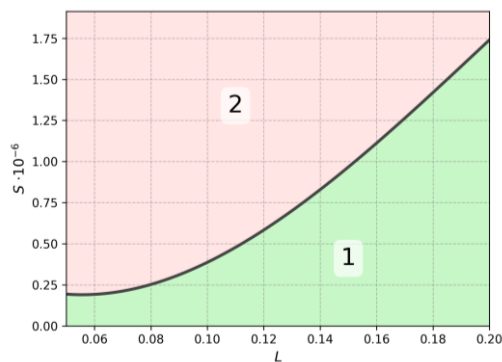
В ходе исследования обнаружено, что при превышении некоторой величины силового параметра  $S$ , картина течения меняется. Центр крупномасштабного вихря начинает двигаться по окружности вокруг центра ячейки в направлении крупномасштабного течения ( $V_5$  на рис. 3). Радиус этой окружности сравним с радиусом, характеризующим растекание электрического тока  $R_0$ . На рис. 7, б показано мгновенное поле скорости в центральном горизонтальном сечении ячейки. Течение имеет крупномасштабную спиральную структуру. Наблюдение за эволюцией течения в данном режиме показывает, что спиральная структура следует за движением центра вихря. Система переходит в стационарное состояние, сопровождающееся таким движением центра вихря. На рис. 8 этот режим течения проиллюстрирован следующим образом. По оси абсцисс отложено время, а по оси ординат – координата вдоль диаметра (отрезок 4 на рис. 1 и рис. 3). Градациями цвета показана величина азимутальной скорости в данной точке. Видно, что колебания нулевого значения скорости описывают гармоническую зависимость, которая характеризует движение по окружности.



Частота колебания оценочно характеризуется обратной величиной времени оборота крупномасштабного вихря. Наклонные темные полосы характеризуют движение крупномасштабного вихря спиральной формы. В пристеночной области заметны вихри Тейлора–Гертлера.



**Рис. 8.** Пространственно-временная диаграмма диаметрального профиля  $V_y$  компоненты скорости, расположенного вдоль отрезка 4: а –  $L = 0.1$ ,  $S = 1.9 \cdot 10^5$ , б –  $L = 0.1$ ,  $S = 9.7 \cdot 10^5$



**Рис. 9.** Нейтральная кривая, отделяющая области отсутствия (1) и наличия (2) режимов вращения центра вихря на плоскости параметров  $L$ ,  $S$

Для определения границы возникновения движения оси вихря были проведены расчеты в заданном диапазоне значений параметров  $L$  и  $S$ . Для определенности считаем, что если в течение 10 оборотов крупномасштабного вихря его центр совпадает с центром ячейки, то режим считается стабильным (см. рис. 8, а). В случае неустойчивого

режима, как правило, после 1–2 оборотов вихря возникает движение его центра. Максимальное значение силового параметра в данном исследовании авторами было ограничено до такого значения, чтобы течение оставалось ламинарным [22]. Расчеты показали, что интенсивность течения увеличивается как с ростом силового параметра, так и с ростом геометрического параметра. Поэтому ограничение сверху диапазона силового параметра привело к ограничению сверху и диапазона геометрического параметра  $L$ . На итоговом рис. 9 отображена кривая на плоскости параметров, которая отделяет область режима стабильного течения от области режима неустойчивого течения с движением центра вихря. Кривая имеет возрастающую зависимость квадратичного вида.

#### 4. Заключение

Исследование показало, что существует конфигурация электромагнитной силы, действие которой приводит к появлению крупномасштабного вращающегося течения жидкого металла в дисковой ячейке, центральная область которого колеблется относительно центра ячейки. Это движение происходит по круговой траектории некоторого радиуса, который связан с радиусом  $R_0$ , характеризующим растекание электрического тока. Оценки показывают, что частота такого движения оси обратно пропорциональна времени оборота вихревого течения. Анализ режимов выявил наличие неустойчивостей Тейлора–Гертлера на боковой поверхности дисковой ячейки, а также Кельвина–Гельмгольца в средней части ячейки. В данной работе численно изучены процессы в таких интервалах силового и геометрического параметров, которые приводят к возникновению только ламинарных течений. На плоскости этих параметров существует граница, которая отделяет области отсутствия и возникновения движения оси крупномасштабного вихря. Пороговое значение силового параметра, при котором возникает движение оси крупномасштабного вихря, увеличивается с ростом геометрического параметра. Переход к данному режиму сопровождается увеличением интенсивности пристеночных вихрей Тейлора–Гертлера, которые к тому же имеют спиральную структуру. Возможно, появление движения оси крупномасштабного вихря связано с переносом этих вихрей от боковой стенки вглубь ячейки.

Практическая ценность результатов связана с генерацией подобных течений в дисковых камерах центробежных насосов для жидких металлов. Изученная конфигурация электромагнитной силы вполне может быть реализована на практике. Ее появлению способствуют ограничения в габаритах рабочей камеры подобных устройств, что приводит к уменьшению диаметра электромагнита. Движения оси крупномасштабного вихря приводят к ко-

лебанию области пониженного давления в центре канала, где располагается область забора жидкого металла. Это неизбежно приведет к колебаниям перепада давления и, как следствие, неустойчивости расхода. В некоторых литейных технологиях это является крайне нежелательным эффектом. Поэтому важно знать причины и факторы, влияющие на его появление, для того чтобы его избежать путем выбора подходящих геометрических и силовых параметров.

Исследование выполнено в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124012300246-9.

### Список литературы

1. Davidson P. A. The role of Ekman pumping in confined, electromagnetically-driven flows // *Eur. J. Mech. - B/Fluids*. 1995. Vol. 14, № 6. P. 1058–1064.
2. Saric W. S. Görtler vortices // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1994. Vol. 26. P. 379–409.
3. Архипов В. М. Техника работы с натрием на АЭС. М.: Энергоатомиздат, 1986, 136 с.
4. Верте Л. А. МГД-технология в производстве черных металлов. М.: Металлургия, 1990. 120 с.
5. Соколов Д. Д., Степанов Р. А., Фрик П. Г. Динамо: на пути от астрофизических моделей к лабораторному эксперименту // *УФН*. 2014. Т. 184, № 3. С. 313–335.
6. Хрипченко С. Ю. Электровихревые течения в каналах МГД-устройств. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2009. 262 с.
7. Kolesnichenko I., Khripchenko S. Mathematical simulation of hydrodynamic processes in the centrifugal MHD pump // *Magnetohydrodynamics*. 2002. Vol. 38, № 4. P. 391–398.
8. Кацнельсон С. С., Поздняков Г. А. Моделирование режимов работы центробежного кондукционного магнитогидродинамического насоса // *Прикладная механика и техническая физика*. 2013. Т. 54, № 5. С. 81–87.
9. Khripchenko S., Kolesnichenko I., Dolgikh V., Denisov S. Pumping effect in a flat MHD channel with an electrovortex flow // *Magnetohydrodynamics*. 2016. Vol. 52, № 1. P. 25–33.
10. Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Kolesnichenko I. Electro-vortex centrifugal pump // *Magnetohydrodynamics*. 2008. Vol. 44, № 3. P. 303–313.
11. Kolesnichenko I., Khripchenko S., Buchenau D., Gerbeth G. Electro-vortex flows in a square layer of liquid metal // *Magnetohydrodynamics*. 2005. Vol. 41, № 1. P. 39–51.
12. Katsnelson S. S., Pozdnyakov G. A. Experimental study of a centrifugal conductive MHD pump // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2012. Vol. 40, № 12. P. 3528–3532.
13. Morinigo D., Rodrigues M., Rivas A., Duque O., Vazquez V., Maroto J., Cuesta R. Experimental and computational investigation of an electromagnetic pump used for manufacturing aluminium parts // *Magnetohydrodynamics*. 2007. Vol. 43, № 1. P. 119–134.
14. Weber N., Galindo V., Stefani F., Weier T. Current-driven flow instabilities in large-scale liquid metal batteries, and how to tame them // *Journal of Power Sources*. 2014. Vol. 265. P. 166–173.
15. Kolesnichenko I., Frick P., Eltishchev V., Mandrykin S., Stefani F. Evolution of a strong electro-vortex flow in a closed cell // *Physical Review Fluid*. 2020. Vol. 5, № 12, 123703.
16. Жилин В. Г., Ивочкин Ю. П., Оксман А. А., Лурини Г. Р., Чайковский А. И., Чудновский А. Ю., Щербинин Е. В. Экспериментальное исследование поля скоростей в осесимметричном электровихревом течении в цилиндрическом контейнере. *Магнитная гидродинамика*. 1986. Т. 22, № 3. С. 110–116.
17. Herreman W., Nore C., Ramos Z., Cappanera L., Guermond J. L., Weber N. Numerical simulation of electrovortex flows in cylindrical fluid layers and liquid metal batteries // *Physical Review Fluids*. 2019. Vol. 4, № 11, 113702.
18. Frick P., Mandrykin S., Eltishchev V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flows in a cylindrical cell under axial magnetic field // *Journal of Fluid Mechanics*. 2022. Vol. 949, A–20.
19. Eltishchev V., Mandrykin S., Kolesnichenko I. The influence of a cylindrical cathode on the electro-vortex flow of liquid metal: Numerical simulations and laboratory experiments // *Europhysics Letters*. 2022. Vol. 137, № 1, 13001.
20. Drazin P. G., Reid W. H. *Hydrodynamic Stability*. Cambridge: Cambridge University Press, 1981. 525 p.
21. Patankar S. V., Spalding D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1972. Vol. 15. P. 1787–1806.
22. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1975.

### References

1. Davidson P. A. The role of Ekman pumping in confined, electromagnetically driven flows. *Eur. J. Mech. - B/Fluids*, 1995, vol. 14, no. 6., pp. 1058–1064.
2. Saric W. S. Görtler vortices. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1994, vol. 26, pp. 379–409.
3. Arkhipov V. M. *Tekhnika raboty s natriem na AES*. [Techniques of working with sodium at nuclear power plants]. Moscow: Energoatomizdat, 1986. 136 p. (In Russian)

4. Verte L. A. *Elektromagnitnyi transport zhidkogo metalla* [Electromagnetic Transport of Liquid Metal]. Moscow: Metallurgiya, 1965. 120 p. (In Russian).
5. Sokoloff D. D., Stepanov R. A., Frick P. G. Dynamos: from an astrophysical model to laboratory experiments. *Phys. Usp.* 2014, vol. 57, pp. 292–311.
6. Khripchenko S. Yu. *Electrovikhrevye techeniya v kanalakh MGD-ustroystv* [Electrovortex flows in channels of MHD-devices]. Yekaterinburg: UB RAS, 2009. 262 p. (In Russian).
7. Kolesnichenko I., Khripchenko S. Mathematical simulation of hydrodynamic processes in the centrifugal MHD pump. *Magnetohydrodynamics*, 2002, vol. 38, no. 4, pp. 391–398.
8. Katsnelson S. S., Pozdnyakov G. A. Simulation of operation modes of a centrifugal conductive magnetohydrodynamic pump. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2013, vol. 54, no. 5, pp. 756–761.
9. Khripchenko S., Kolesnichenko I., Dolgikh V., Denisov S. Pumping effect in a flat MHD channel with an electrovortex flow. *Magnetohydrodynamics*, 2016, vol. 52, no. 1, pp. 25–33.
10. Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Kolesnichenko I. Electrovortex centrifugal pump. *Magnetohydrodynamics*, 2008, vol. 44, no. 3, pp. 303–313.
11. Kolesnichenko I., Khripchenko S., Buchenau D., Gerbeth G. Electro-vortex flows in a square layer of liquid metal. *Magnetohydrodynamics*, 2005, vol. 41, no. 1, pp. 39–51.
12. Katsnelson S. S., Pozdnyakov G. A. Experimental study of a centrifugal conductive MHD pump. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2012, vol. 40, no. 12, pp. 3528–3532.
13. Morinigo D., Rodrigues M., Rivas A., Duque O., Vazquez V., Maroto J., Cuesta R. Experimental and computational investigation of an electromagnetic pump used for manufacturing aluminium parts. *Magnetohydrodynamics*, 2007, vol. 43, no. 1, pp. 119–134.
14. Weber N., Galindo V., Stefani F., Weier T. Current-driven flow instabilities in large-scale liquid metal batteries, and how to tame them. *Journal of Power Sources*, 2014, vol. 265, pp. 166–173.
15. Kolesnichenko I., Frick P., Eltishchev V., Mandrykin S., Stefani F. Evolution of a strong electrovortex flow in a closed cell. *Physical Review Fluids*, 2020, vol. 5, no. 12, 123703.
16. Zhilin V. G., Ivochkin Yu. P., Oksman A. A., Lurinsk G. R., Tchaikovsky A. I., Chudnovsky A. Yu., Shcherbinin E. V. Experimentalnoe issledovanie polya skorosti v osesimetricnom elektrovikhrevom techenii v cylindricheskom konteynere [An experimental investigation of the velocity field in an axisymmetric electro-vortex flow in a cylindrical container]. *Magnetohydrodynamics*, 1986, vol. 22, no. 3, pp. 110–116. (In Russian).
17. Herreman W., Nore C., Ramos Z., Cappanera L., Guermond J. L., Weber N. Numerical simulation of electrovortex flows in cylindrical fluid layers and liquid metal batteries. *Physical Review Fluids*, 2019, vol. 4, no. 11, 113702.
18. Frick P., Mandrykin S., Eltischev V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flows in a cylindrical cell under axial magnetic field. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, vol. 949, A–20.
19. Eltishchev V., Mandrykin S., Kolesnichenko I. The influence of a cylindrical cathode on the electrovortex flow of liquid metal: Numerical simulations and laboratory experiments. *Europhysics Letters*, 2022, vol. 137, no. 1, 13001.
20. Drazin P. G., Reid W. H. *Hydrodynamic Stability*. Cambridge: Cambridge University Press, 1981. 525 p.
21. Patankar S. V., Spalding D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1972, vol. 15, pp. 1787–1806.
22. Idelchik I. E. *Spravochnik po gidravlicheskim sopotivleniyam* [Handbook of hydraulic resistance]. Moscow: Mashinostroenie, 1975. 672 p. (In Russian).

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Бондаренко А. А., Першин К. А., Колесниченко И. В. Движение оси крупномасштабного вихревого течения жидкого металла в дисковой ячейке, вызванное азимутальной электромагнитной силой малой интенсивности с нелинейным радиальным профилем // Вестник Пермского университета. Физика. 2025. № 3. С. 13–21. doi: 10.17072/1994-3598-2025-3-13-21

**Please cite this article in English as:**

Bondarenko A. A., Pershin K. A., Kolesnichenko I. V. The motion of the axis of a large-scale vortex flow of liquid metal in a disk cell caused by low magnitude azimuthal electromagnetic force with non-linear radial distribution. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2025, no. 3, pp. 13–21. doi: 10.17072/1994-3598-2025-3-13-21



**Сведения об авторах**

1. *Алексей Александрович Бондаренко*, лаборант, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королева, 1, Пермь, 614013; студент, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Комсомольский пр., 29, Пермь, Пермский край, 614990.
2. *Кирилл Алексеевич Першин*, студент, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Комсомольский пр., 29, Пермь, Пермский край, 614990.
3. *Илья Владимирович Колесниченко*, д-р. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией технологической гидродинамики, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Академика Королева, 1, Пермь, 614013.

**Author information**

1. *Alexey A. Bondarenko*, Laboratory Assistant, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia; Student, Perm National Research Polytechnic University; 29, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia
2. *Kirill A. Pershin*, Student, Perm National Research Polytechnic University; 29, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia
3. *Ilya V. Kolesnichenko*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Laboratory of Technological Hydrodynamics, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia