

О стабилизации жидкости в тороидальном термосифоне при термотаксисе микроботов

А. В. Ступникова*, Д. А. Браун

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

*AVStupnikova@psu.ru

Жидкость с включенными в неё программируемыми микроботами представляет собой новый тип среды с особыми свойствами. Такая среда может достигать таких состояний, которые в обычных условиях не наблюдаются. В данной работе мы предполагаем, что свободно плавающие микроботы обладают свойством термотаксиса, т.е. проявляют двигательную реакцию на градиент температуры, перемещаясь в направлении растущего значения. Так как плотность самих ботов является параметром, который задаётся при их производстве, то плотность роя может существенно отличаться от плотности несущей жидкости. Следовательно, перемещения роя в жидкости могут приводить к локальным изменениям суммарной плотности среды. Таким образом, коллективные действия ботов по перераспределению концентрации роя потенциально могут в реальном времени компенсировать изменения плотности нагреваемой жидкости. В данной работе мы теоретически исследуем возможность микроботов активно влиять на конвективную устойчивость системы на примере тороидального термосифона, представляющего собой узкий замкнутый канал с круглым сечением, находящийся под действием силы тяжести и заданного теплопотока на границах. Предложена простейшая математическая модель явления, которая включает в себя уравнения движения жидкости, передачи тепла и концентрации микроботов. Так как поперечное сечение термосифона много меньше его диаметра, то определяющие уравнения могут быть усреднены по-перек канала. Для конкретного вида граничных условий для температуры получено аналитическое решение нелинейных уравнений в частных производных, описывающее стационарную конвекцию в термосифоне. Показано, что при определенных значениях управляющих параметров роя, которые включают плотность микроботов и скорости их перемещения в среде, движение жидкости в канале может полностью затухать.

Ключевые слова: устойчивость нагретой жидкости; биоконвекция; термотаксис

Поступила в редакцию 05.05.2025; принята к опубликованию 23.05.2025

On the fluid stabilization in a toroidal thermosyphon with thermotaxis of microbots

А. В. Ступникова*, Д. А. Браун

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

*AVStupnikova@psu.ru

A liquid with programmable microbots represents a new kind of medium with special properties. Such a medium can reach states that are not observed under normal conditions. In this paper, we assume that freely floating microbots have the property of thermotaxis, i.e., they exhibit a motor response to a temperature gradient, moving in the direction of an increasing value. Since the density of the bots is a parameter that is specified during their production, the swarm density can differ

significantly from the liquid density. Therefore, swarm movements in the liquid can result in local changes in the total density of the medium. Thus, collective actions of bots aimed at redistributing the swarm concentration can potentially compensate for changes in the density of the heated liquid in real time. In this paper, we theoretically study the capability of microbots to actively influence the convective stability of a physical system using the example of a toroidal thermosyphon, which is represented by a narrow closed channel with a circular cross section, under the action of gravity and a given heat flux at the boundaries. We propose a simple mathematical model of the phenomenon, which includes equations of fluid motion, heat transfer, and microbots concentration. Since the cross section of the thermosyphon is much smaller than its diameter, the governing equations can be averaged across the channel. For a specific type of boundary conditions for temperature, an analytical solution of nonlinear partial differential equations was obtained, describing stationary convection in the thermosyphon. We show that for certain values of the swarm control parameters, which include the density of microbots and their velocities in the medium, the fluid motion in the channel can completely fade out.

Keywords: stability of heated liquid; bioconvection; thermotaxis

Received 05 May 2025; accepted 23 May 2025

doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-75-85

1. Введение

Современная наука проявляет повышенное внимание к классу активных жидкостей — вязким супензиям, содержащим способные к самостоятельному движению компоненты, будь то синтетические микрообъекты или биологические агенты. Эти независимые элементы обладают способностью к автономному движению, преобразованию окружающей энергии в механическую работу и формированию новых состояний среды [1].

Известно, например, что бактерии формируют колонии для более эффективного распределения и усвоения питательных веществ [2]. Многоклеточные организмы в ходе эмбриогенеза направляют клетки таким образом, чтобы формировать сложные структуры — ткани и органы. Такие биологические системы могут моделироваться в виде нелинейных физических сред с характерным набором активных сил [3]. Механизмы приспособления больших популяций клеток в настоящее время хорошо описаны в научной литературе [4]. Наиболее простой математической моделью является уравнение Лотки–Вольтерры, описывающее баланс двух взаимодействующих популяций с задержкой по времени [5]. При развитии взаимодействия микробов в жидкой среде возникают новые физические явления. Например, можно наблюдать биоконвекцию — процесс, обусловленный конвективной неустойчивостью во взвесях с плавающим микроорганизмами [6]. Гибридная модель Келлера–Сегеля находит применение при изучении временной эволюции систем с внешним управлением под контролем, например, вируса, определяющим хемотаксис в несжимаемой жидкости, описываемой уравнениями Навье–Стокса [7, 8].

Новое направление исследования включает исследование самоорганизации в среде искусственных образований [9, 10]. В [9] был продемонстрирован морфогенез в двумерном пространстве на примере группы из сотен макроскопических ботов, каждый из которых был способен к самодвижению и обмену простейшими сообщениями с соседями. Авторам удалось достичь в среде ботов морфогенеза, в чём-то схожего с естественным. В другой работе было показано, что рой ботов способен к биоконвекции, которая ранее традиционно связывалась только с живыми системами [10]. Не так давно появились работы, доказывающие техническую возможность создания сложной среды, которая включает в себя множество микроскопических искусственных устройств [11]. Результатом этих исследований стала экспериментальная реализация гибридного комплекса, в котором неорганические микро- и наноструктуры функционально были объединены с живыми бактериями. Эти устройства способны плавать и обмениваться между собой сообщениями. Разработанная в [11] агентно-ориентированная модель предусматривала два режима управления: централизованный, основанный на хемотаксисе для миграции агентов, и децентрализованный, где координация поведения осуществлялась через механизм чувства кворума. Подобные методы представляют собой эффективный инструмент для моделирования коллективного поведения с возможностью регулирования динамических характеристик. Предложенная в [11] система микроботов в жидкости отличается от классической активной среды возможностью программного управления поведением составляющих элементов, что позволяет определить её как принципиально новый класс материалов — программируемые роботизированные жидкости.

Возможности применения запрограммированных агентов в различных средах ограничиваются лишь фантазией исследователей. Сконструированные частицы могут помочь в решении сложнейших задач современности, таких как восстановление окружающей среды, устойчивое производство энергии и здравоохранение. Например, хемотаксис можно использовать для локализации целевых веществ в токсичных отходах, что играет ключевую роль в биоремедиации. Кроме того, популяции микроботов могут применяться в терапевтических целях или для изучения патогенеза [12]. Перемещение автономных частиц может быть обусловлено тепловым и магнитным действиями или ультразвуком [13–15].

В [16] доказана возможность использования полизелектролитных многослойных капсул для нахождения раковых клеток и их уничтожения на основе фототермического эффекта. В [17, 18] описано создание термодиффузионных частиц, а в экспериментальной работе [19] показана их польза при герметизации глубоких ран на примере мышей. Термочувствительные микроботы были изготовлены на основе микрочастиц Януса, наночастиц магнетита с использованием термоактивных краистелей для тканевой адгезии. При подаче лазерного импульса непосредственно в рану животного генерировалось локальное повышение температуры, которое денатурировало близлежащий коллаген, служащий kleem для закрытия раны. Рой микроботов был способен заживить разрез там, где фармацевтические средства (коагулянты) не могли достичь необходимых концентраций из-за обильного кровотечения или отсутствия локализации. В упомянутых выше исследованиях было продемонстрировано использование суспензий, состоящих из активных термодиффузионных частиц, которые при нагревании способны двигаться по градиенту тепла в окружающей их жидкой среде.

В данной работе мы исследуем движение роботизированной жидкости, насыщенной микроботами, способными к термотаксису, в торOIDальном термосифоне. Конвективная петля является удобной модельной системой для исследования конвективных систем, так как движение жидкости в ней в первом приближении может рассматриваться одномерным [20–24]. Традиционный способ управления такими системами включает либо специальную систему пространственно-неоднородного нагрева [20, 21], либо последовательные изменения ориентации термосифона в поле тяжести [22–24]. Однако во всех этих случаях управление конвекцией осуществляется извне. Например, это может быть компьютер, который отдает команды, получая данные с тепловых датчиков. В данной работе, однако, рассматривается подстройка термосифона с помощью роя термочувствительных частиц внутри системы, которые, перемещаясь по петле, балансируют равновесие жидкости.

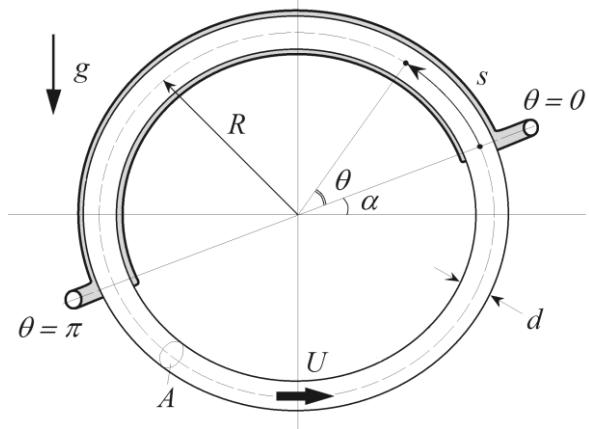


Рис. 1. Схематическое изображение торOIDальной конвективной петли. Верхняя часть петли $\theta \in (0, \pi)$ поддерживается при постоянной температуре с помощью теплообменника. В нижней части $\theta \in (\pi, 2\pi)$ задан постоянный теплопоток

2. Математическая модель

Рассмотрим следующую физическую систему, схематически представленную на рис. 1. Пусть замкнутая трубка радиуса R с круглым поперечным сечением диаметра d и площадью A заполнена вязкой несжимаемой жидкостью, которая в чистом виде имеет плотность ρ_0 и характеризуется коэффициентом динамической вязкости η . Трубка ориентирована вертикально по отношению к полю тяжести и нагревается снизу таким образом, чтобы было возможно наступление конвективной неустойчивости жидкости внутри. Для определенности будем рассматривать наиболее распространённый способ нагрева в эксперименте, который включает использование теплообменника в определенной части трубы и постоянный теплопоток в остальной части (рис. 1). Ориентация поля тяжести по отношению к градиенту тепла может быть достаточно разнообразной, что определяется углом α между линией подводящих трубок теплообменника и ускорения свободного падения \mathbf{g} .

Описанная выше система называется конвективной петлёй или термосифоном. В случае очень тонкой трубы $d \ll R$ течение жидкости может считаться квазидвумерным, что существенно упрощает анализ. Это объясняет популярность данной схемы среди гидродинамиков при рассмотрении различных модельных ситуаций [25, 26]. Кроме того, термосифон интересен и сам по себе как физическая система. Он имеет множество вполне конкретных технологических приложений в различных промышленных теплообменниках [27].

Получим уравнение движения жидкости в приближении одномерного течения. Исходное уравнение Навье–Стокса для динамики вязкой жидкости в замкнутой трубке имеет вид:

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}, \quad (1)$$

где \mathbf{v} – полное трёхкомпонентное поле скорости, \mathbf{F} – сила сопротивления, возникающая при трении вязкой жидкости о стенки трубы. В правой части указана плотность среды ρ с учетом возможной неоднородности этой среды. Эту величину определим ниже. Систему удобно рассматривать в полярных координатах (R, θ) , введённых так, как это показано на рис. 1. Дополнительно введём в рассмотрение координату вдоль замкнутого контура конвективной петли: $s = R\theta$. Проектируя (1) на направление обхода контура, получим:

$$\rho_0 \left(\frac{dv}{dt} \right)_s = -\frac{\partial p}{\partial s} - \rho g \cos(\alpha + \theta) - F_s. \quad (2)$$

Вообще говоря, скорость \mathbf{v} в простейшем случае ламинарного течения имеет параболический профиль из-за вязкости жидкости. Поэтому введём в рассмотрение среднюю скорость течения $U(t)$, которая имеет смысл расхода жидкости через поперечное сечение A :

$$U(t) = \frac{1}{A} \int v_s dA, \quad (3)$$

Направление скорости против часовой стрелки, как показано на рис. 1, будем считать положительным. Интегрируя уравнение (2) сначала по поперечному сечению петли A , а затем по контуру s , а также учитывая (3) и замкнутость контура, получим классическое интегро-дифференциальное уравнение для расхода [25]:

$$\frac{dU}{dt} = -\gamma U - \frac{gR}{\rho_0 AL} \oint \rho(\theta) \cos(\alpha + \theta) d\theta dA, \quad (4)$$

где L – длина контура, γ – коэффициент диссипации, который для конвективной петли круглого сечения может быть вычислен точно: $\gamma = 32\eta/\rho_0 d^2$ [26]. Как видно из (4), устойчивость жидкости определяется тем, каким образом плотность среды распределяется по контуру. В данной работе плотность может меняться благодаря двум причинам: во-первых, внешний нагрев трубы делает элемент среды легче; во-вторых, рой ботов, каждый из которых тяжелее несущей жидкости, увеличивает плотность элемента среды.

В линейном приближении плотность среды с учетом её вариаций имеет вид:

$$\rho(t, \theta) = \rho_0 \left[1 - \beta(T(t, \theta) - T_w) + V_0 \left(\frac{\rho_b}{\rho_0} - 1 \right) N(t, \theta) \right], \quad (5)$$

где β – коэффициент теплового расширения несущей жидкости, ρ_b – средняя плотность одного микробота, V_0 – объём одного микробота, n – концентрация ботов в единице объёма жидкости. Как видно из формулы (5), причины локальных вариаций плотности действуют разнонаправленно (в случае, если боты имеют плотность большую, чем

окружающая среда), что даёт возможность подавления одного механизма действием другого. Подставляя (5) в (4), получим уравнение движения нагретой среды, насыщенной микроботами:

$$\begin{aligned} \frac{dU(t)}{dt} = & -\gamma U(t) + \frac{g\beta}{2\pi} \oint (T(t, \theta) - T_w) \cos(\alpha + \theta) d\theta \\ & - \frac{gV_0}{2\pi} \left(\frac{\rho_b}{\rho_0} - 1 \right) \oint N(t, \theta) \cos(\alpha + \theta) d\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что из-за непрерывности течения расход $U(t)$ имеет одинаковое значение в любой точке контура и зависит только от времени, в то время как T и N зависят ещё и от θ .

Обратимся к уравнению теплопроводности. Будем считать микроботов достаточно малыми, чтобы их участие в теплообмене можно было исключить. Они мгновенно прогреваются и всегда имеют локальную температуру среды. Поэтому уравнение теплопроводности для термосифона не зависит от концентрации плавающих включений:

$$\rho_0 C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = \begin{cases} -\frac{4\kappa}{d} (T - T_w), & 0 \leq \theta \leq \pi \\ \frac{4}{d} Q_{\text{ext}}(\theta), & \pi < \theta < 2\pi \end{cases} \quad (7)$$

Здесь T_w обозначает температуру той части стенки термосифона, которая находится в контакте с теплообменником (рис. 1), функция Q_{ext} определяет теплопоток извне, C_p – теплоёмкость среды, κ – коэффициент теплопроводности среды.

Уравнение (7) учитывает конвективный перенос тепла вдоль трубы, но пренебрегает диффузией тепла в этом же направлении из-за тонкости этой трубы. Считается, что трубка термосифона прогревается за счет внешнего теплопотока очень быстро. Поэтому вклад диффузии тепла будем считать несущественным.

В дальнейшем будем полагать теплопоток в нижней части термосифона постоянным:

$$Q_{\text{ext}}(\theta) = Q_0. \quad (8)$$

Перейдём к обсуждению уравнения динамики роя микроботов. Структура уравнения для скалярной концентрации должна напоминать (7) за исключением правой части. Примем разумное предположение, что внешнего потока микроботов внутрь термосифона нет, а их общее количество постоянно и равно N_0 . С учётом самодвижения уравнение для концентрации запишем так:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial N}{\partial \theta} = -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (N V_c) + \frac{d_0}{R^2} \frac{\partial^2 N}{\partial \theta^2}. \quad (9)$$

Последнее слагаемое в правой части (9) описывает диффузию плавающих включений вдоль трубы. Хотя, вообще говоря, процесс диффузии самодвижущихся частиц может иметь нетривиальный вид, будем предполагать, что он протекает в классической форме и характеризуется константой d_0 . Это может быть обусловлено, например, не-

большой концентрацией плавцов. Первое слагаемое в правой части (9) описывает самодвижение частиц со средней скоростью V_c .

В данной работе будем предполагать, что плавцы двигаются по градиенту температуры, демонстрируя эффект термотаксиса:

$$V_c = k \frac{\partial T}{\partial \theta}, \quad (10)$$

где k – коэффициент пропорциональности, определяющий среднюю скорость движения микроботов в среде. Учитывая (10), получим уравнение движения для роя микроботов:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial N}{\partial \theta} = - \frac{k}{R^2} \frac{\partial N}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{k}{R^2} N \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{d_0}{R^2} \frac{\partial^2 N}{\partial \theta^2}. \quad (11)$$

Заметим, что мы пренебрегли эффектом диффузии тепла в уравнении теплопроводности (7), сравнивая его с внешним теплопотоком. Оценки показывают, что в тонкой трубке температура в точке зависит в большей степени от внешнего потока тепла, чем от теплопотока вдоль трубки. В уравнении (11) ситуация не такая прозрачная: микроплавцы заперты внутри трубы, поэтому вклад диффузии может быть значителен. Кроме того, заметим, что второе слагаемое справа по своей структуре напоминает термодиффузию. Подобные задачи для пассивной примеси в конвективной петле рассматривались, например, в работах [28, 29]. Слагаемое содержит контрольный параметр k , значение которого гипотетически может меняться в широких пределах, поэтому его также следует сохранить в уравнении.

Уравнения (6)–(8), (11) составляют полную систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений для временной эволюции нагретой жидкости в конвективной петле, насыщенной микроплавцами. Модельные уравнения пригодны для различных комбинаций ориентации силы тяжести и равновесного градиента тепла.

Для обезразмеривания задачи воспользуемся системой единиц, разработанной для случая тепловой конвекции в [30] (нами здесь была добавлена только единица для измерения концентрации):

$$\tau = \frac{\zeta}{2\pi R} t, \quad u = \frac{U}{\zeta}, \quad \vartheta = \frac{\kappa}{Q_0} (T - T_w), \quad n = \frac{2\pi R}{N_0} N, \quad (12)$$

где ζ – характерная скорость жидкости, движение которой вызывается её внешним нагревом:

$$\zeta = \sqrt{\frac{g\beta dRQ_0}{4\pi\eta C_p}}. \quad (13)$$

Подставляя (12) в систему уравнений (6–8, 11), получим определяющие уравнения в финальной безразмерной форме:

$$\frac{du}{d\tau} + \Gamma u = \frac{\pi\Gamma}{4D} \oint \vartheta(\tau, \theta) \cos(\alpha + \theta) d\theta - \frac{\pi\Gamma_0}{4D} \oint n(t, \theta) \cos(\alpha + \theta) d\theta, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + 2\pi u \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} = \begin{cases} -2D\vartheta, & 0 \leq \theta \leq \pi \\ 2D, & \pi < \theta < 2\pi \end{cases}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + 2\pi u \frac{\partial n}{\partial \theta} = -K \frac{\partial n}{\partial \theta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} - Kn \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} + D_0 \frac{\partial^2 n}{\partial \theta^2}. \quad (16)$$

Система уравнений (14–16) содержит пять безразмерных параметров:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{64\pi\eta R}{\rho_0\zeta d^2}, & \Gamma_0 &= \frac{32\eta\kappa V_0 N_0}{\rho_0\zeta\beta Q_0 d^2} \left(\frac{\rho_b}{\rho_0} - 1 \right), \\ D &= \frac{4\pi\kappa R}{\rho_0 C_p \zeta d}, & K &= \frac{2\pi Q_0 k}{\zeta\kappa R}, & D_0 &= \frac{2\pi d_0}{\zeta R}. \end{aligned} \quad (17)$$

Плавучесть элемента жидкости в условиях неоднородного нагрева определяется параметром Γ . Плавучесть того же элемента в случае насыщения его микроботами управляется Γ_0 . Можно заметить, что в случае плотности плавцов, которая неотличима от референтной плотности среды, включения перестают оказывать влияние на устойчивость жидкости: $\Gamma_0 = 0$. Важным параметром является K , который определяет среднюю скорость движения микроботов в среде. Увеличение этого параметра запускает в системе мощную термодиффузию, а также нелинейный эффект термотаксиса.

3. Стационарные решения

Система уравнений (14–16) допускает стационарные решения $(u_0, \vartheta_0(\theta), n_0(\theta))$, которые удовлетворяют условию:

$$\frac{du_0}{d\tau} = 0, \quad \frac{\partial \vartheta_0(\theta)}{\partial \tau} = 0, \quad \frac{\partial n_0(\theta)}{\partial \tau} = 0.$$

Уравнение (14) превращается в интегральное соотношение:

$$u_0 = \frac{\pi}{4D} \oint \left(\vartheta_0(\theta) - \frac{\Gamma_0}{\Gamma} n_0(\theta) \right) \cos(\alpha + \theta) d\theta. \quad (18)$$

Выражение (18) является формальным решением (14), так как стационарные значения температуры и концентрации также неявно зависят от скорости жидкости u_0 в термосифоне.

Вместо (15) получаем следующее уравнение для температуры:

$$\frac{d\vartheta_0}{d\theta} = \begin{cases} -\frac{D}{\pi u_0} \vartheta_0, & 0 \leq \theta \leq \pi \\ \frac{D}{\pi u_0}, & \pi < \theta < 2\pi \end{cases}. \quad (19)$$

Дифференциальное уравнение (19) может быть независимо от концентрации проинтегрировано вдоль контура. Так как соотношение для теплопередачи на участках контура разрывное, то нужно потребовать, чтобы температура на местах разрывах имела непрерывный вид:

$$\begin{aligned} \vartheta_0^-(0) &= \vartheta_0^+(2\pi), \\ \vartheta_0^-(\pi) &= \vartheta_0^+(\pi), \end{aligned} \quad (20)$$

где минус и плюс в индексе обозначают соответственно решения для первой и второй части контура.

Решая (19) совместно с (20), получим:

$$\vartheta_0(\theta) = \begin{cases} \frac{D \exp\left(-\frac{D\theta}{\pi u_0}\right)}{u_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{D}{u_0}\right)\right)}, & 0 \leq \theta \leq \pi, \\ \frac{D}{u_0} \left(\frac{\theta}{\pi} + \frac{2 \exp\left(-\frac{D}{u_0}\right) - 1}{1 - \exp\left(-\frac{D}{u_0}\right)} \right), & \pi < \theta < 2\pi. \end{cases} \quad (21)$$

Не рассматривая пока поле концентрации микроботов, сосредоточим внимание на конвективной задаче. Найденное решение для температурного поля (21) позволяет найти скорость жидкости в термосифоне. Подставляя (21) в (18) и вычисляя интеграл, получим выражение, которое неявно задаёт стационарную скорость течения в зависимости от угла α . Рассмотрим два самых интересных случая: (a) подогрев термосифона строго снизу $\alpha = 0$; (b) подогрев строго сбоку $\alpha = \pi/2$ (см. рис. 1). Решения для промежуточных значений угла наклона также могут быть получены в замкнутой форме, но выражение имеет громоздкий вид. Уравнения ветвления стационарных решений для скорости течения для указанных выше случаев соответственно имеют вид:

$$\alpha = 0, \quad u_0^2 = \frac{1}{2} + \frac{D}{4u_0 \left(1 + \frac{D^2}{\pi^2 u_0^2}\right)} \operatorname{cth}\left(\frac{D}{2u_0}\right); \quad (22)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad u_0^2 = \frac{\pi D^2}{4u_0^2 \left(1 + \frac{D^2}{\pi^2 u_0^2}\right)} \operatorname{cth}\left(\frac{D}{2u_0}\right). \quad (23)$$

Свойства симметрии решений (22) и (23) разные: если первое уравнение инвариантно по отношению к преобразованию смены знака скорости (чётное), то во втором уравнении такого свойства нет (нечётное решение).

Как видно из структуры нелинейных алгебраических уравнений (22, 23), они потенциально могут иметь множественные решения для скорости жидкости. Финальное решение строится следующим образом: задавая значения параметра D , определяющего интенсивность теплопотока, решаем численно уравнения (22) или (23) и находим скорость u_0 . После этого профиль температуры $\vartheta_0(\theta)$ (21) окончательно определяется.

Рисунок 2 показывает профили равновесной температуры для некоторых значений D и положительных значений скорости течения (жидкость двигается в петле против часовой стрелки). Пред-

ставлен случай для подогрева термосифона строго снизу: $\alpha = 0$. Согласно уравнению (7) трубка термосифона нагревается на участке $\pi < \theta < 2\pi$, в остальной части петли на границе трубы поддерживается постоянная температура. На входе в изотермический участок $\theta = 0$ температура достигает максимального значения, а затем постепенно падает до минимума на выходе (рис. 2). Решение (21) записано для отклонений температуры от референтного значения на границе. Безразмерный параметр D , задаваемый (17), содержит также коэффициент теплопроводности стенок на участке $0 \leq \theta \leq \pi$. Чем выше теплопроводность, тем быстрее отклонение температуры $\vartheta_0(\theta)$ успевает снизиться до 0 в ходе течения вдоль трубы (рис. 2, случай $D = 5$). На участке, где в термосифон поступает теплопоток, температура вдоль контура растёт линейно. Во всех трёх случаях рассчитанная скорость потока u_0 (22) была близка к 1, так как у чётного решения наблюдается следующая асимптотика:

$$D \rightarrow 0 \quad u_0 \rightarrow 1,$$

$$D \rightarrow \infty \quad u_0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

В случае подогрева термосифона сбоку $\alpha = \pi/2$ вид температурных кривых качественно не меняется. В этом случае асимптотика нечётного решения (23) для скорости жидкости имеет вид:

$$D \rightarrow 0 \quad u_0 \rightarrow 0,$$

$$D \rightarrow \infty \quad u_0 \rightarrow \frac{\pi \sqrt{\pi}}{2}.$$

Рисунок 3 показывает бифуркационные диаграммы, вычисленные для случаев $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$ по формулам (22) и (23).

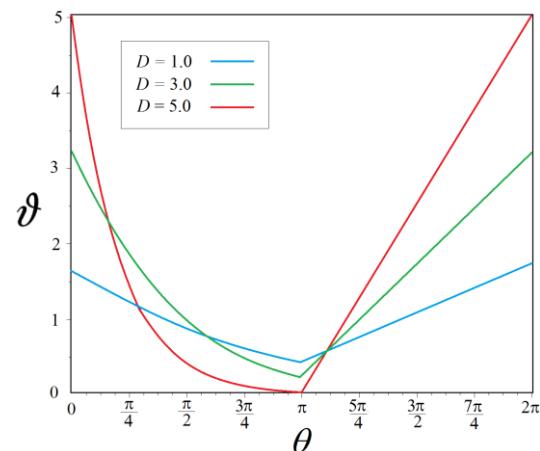


Рис. 2. Профили температуры (21) вдоль контура в случае стационарной конвекции для трёх характерных значений параметра D , определяющего теплопоток на участке $\pi < \theta < 2\pi$. Скорость жидкости рассчитана для случая подогрева термосифона снизу

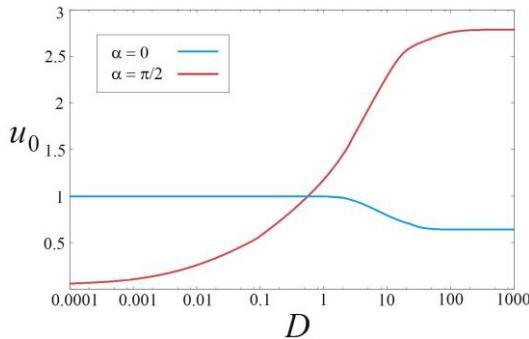


Рис. 3. Вариации скорости жидкости стационарной конвекции в термосифоне в зависимости от значений параметра D , определяющего теплопоток на участке $\pi < \theta < 2\pi$. Скорости рассчитаны для случаев подогрева снизу (синяя линия) и сбоку (красная линия)

Как видно из полученных результатов, представленных на рисунках, состояние механического равновесия жидкости отсутствует в системе при любом наклоне термосифона. Это связано с постоянным теплопотоком, заданным на стенках трубы на участке $\pi < \theta < 2\pi$. Как известно, механическое равновесие может быть реализовано в системе лишь в случае градиента температуры, направленного строго вдоль направления силы тяжести [31]. В случае подогрева сбоку в системе реализуется единственное стационарное решение (красная кривая на рис. 3). Скорость движения жидкости монотонно растёт с увеличением параметра D . При подогреве снизу имеются два решения для скорости два, отличающиеся знаком. На рис. 3 показано только одно решение, отвечающее движению жидкости в положительном направлении по контуру (синяя кривая). С увеличением D скорость циркуляции слегка падает, так как тепло быстрее покидает термосифон.

Таким образом, мы установили, что при любом значении параметра D и любом угле наклона α в термосифоне реализуется стационарная конвекция той или иной степени интенсивности и определенной закрутки течения (рис. 3).

Обратимся теперь к случаю, когда в термосифоне находится рой микроботов, чье поведение описывается уравнением (16). Профиль температуры и скорость жидкости оказывают непосредственное влияние на распределение пловцов вдоль контура. Первый механизм определяет направление движения ботов, а второй сносит весь рой вдоль трубы термосифона. Будем рассматривать только стационарные решения $n_0(\theta)$ уравнения (16). Тогда получим:

$$2\pi u_0 \frac{dn_0}{d\theta} = -K \frac{d}{d\theta} \left(n_0 \frac{d\theta}{d\theta} \right) + D_0 \frac{d^2 n_0}{d\theta^2}. \quad (24)$$

Дифференциальное уравнение (24) должно быть решено независимо на каждой половинке

конвективной петли. Учитывая явный вид решения для температуры (21), получим:

$$0 \leq \theta \leq \pi :$$

$$D_0 \frac{dn_0}{d\theta} - \left(\frac{KD^2}{\pi u_0^2} \frac{e^{-\frac{D\theta}{\pi u_0}}}{e^{-\frac{D}{u_0}} - 1} + 2\pi u_0 \right) n_0 + A = 0 ; \quad (25)$$

$$\pi < \theta < 2\pi :$$

$$D_0 \frac{dn_0}{d\theta} - \left(\frac{KD}{\pi u_0} + 2\pi u_0 \right) n_0 + B = 0 , \quad (26)$$

где A, B – константы интегрирования.

Для упрощения вычислений будем пренебречь диффузией микроботов в той части трубы, где температура стенок поддерживается постоянной ($0 \leq \theta \leq \pi$). Как можно заметить на рис. 2, в этой части термосифона градиент температуры принимает максимальное значение, что указывает на предпочтительность механизма самодвижения. Разрешая уравнения (25), (26) относительно равновесной концентрации, получим:

$$0 \leq \theta \leq \pi : n_0^-(\theta) = \frac{A}{2\pi u_0 + \frac{KD^2}{\pi u_0^2} \frac{e^{-\frac{D\theta}{\pi u_0}}}{e^{-\frac{D}{u_0}} - 1}} ; \quad (27)$$

$$\pi < \theta < 2\pi :$$

$$n_0^+(\theta) = \frac{\pi u_0 B}{2\pi^2 u_0^2 + DK} + C e^{\frac{2\pi^2 u_0^2 + DK}{\pi u_0 D_0} \theta} , \quad (28)$$

где добавляется ещё одна константа интегрирования C . Для определения констант воспользуемся следующими граничными условиями, которые аналогичны условиям (20) для температуры:

$$n_0^-(0) = n_0^+(2\pi) , \quad n_0^-(\pi) = n_0^+(\pi) . \quad (29)$$

В (29) предполагается, что поле концентрации непрерывно, но может испытывать скачок производной из-за эффекта разного способа нагрева в двух частях петли. Ещё одно условие определяется законом сохранения микроботов в термосифоне. Будем считать, что пловцы не исчезают и не возникают в процессе перемещения, а общее их количество N_0 остаётся постоянным:

$$\int_0^\pi n_0^-(\theta) d\theta + \int_\pi^{2\pi} n_0^+(\theta) d\theta = 1 . \quad (30)$$

Выражение записано в безразмерном виде (12).

Общее решение системы алгебраических уравнений для определения A, B, C получается громоздким и здесь не приводится. Решение может быть получено с помощью пакета для аналитических вычислений Maple или Mathematica. После

определения констант можно найти скорость жидкости, используя уравнение (18).

В свою очередь, финальное уравнение разветвления получается ещё более громоздким и может быть решено только численно, совместно с уравнениями (18), (21), (27) и (28).

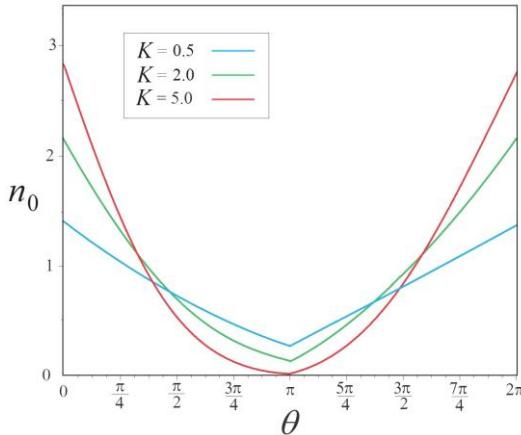


Рис. 4. Профили концентрации микроботов (27, 28) вдоль контура в случае стационарной конвекции для трёх характерных значений параметра K , определяющего скорость движения плавцов. Скорость жидкости рассчитана для случая подогрева термосифона снизу. $D = 1$, $D_0 = 1$

Рисунок 4 показывает равновесные профили концентрации для трёх характерных значений параметра K , задаваемого соотношением (17). Понятно, что это безразмерная скорость самодвижения микроботов. Можно заметить, что профили концентрации на рис. 4 напоминают профили температуры на рис. 2. Термотаксис приводит к тому, что микроботы перемещаются в направлении градиента температуры, постепенно накапливаясь в более нагретой области термосифона. Максимум поля концентрации n_0 находится в точке контура $\theta = 0$, т.е. там же, где и максимальное отклонение температуры ϑ_0 . Как видно из рис. 4, с ростом K модуль градиента концентрации увеличивается, так как микроботы перемещаются вдоль трубы термосифона быстрее.

Вычислим теперь стационарную скорость конвекции u_0 в зависимости от значения параметра Γ_0/Γ , определяющего вес микроботов в среде. Уравнение (18) позволяет определить скорость при известных профилях температуры (21) и концентрации (27), (28). Выпишем, к примеру, уравнение разветвления для случая подогрева сбоку $\alpha = \pi/2$:

$$u_0 = \frac{\pi D^2}{4u_0^3 \left(1 + \frac{D^2}{\pi^2 u_0^2} \right)} \operatorname{cth} \left(\frac{D}{2u_0} \right) - \frac{\pi}{4D} \frac{\Gamma_0}{\Gamma} \left[\int_0^\pi n_0^-(\theta) \sin(\theta) d\theta + \int_\pi^{2\pi} n_0^+(\theta) \sin(\theta) d\theta \right] \quad (31)$$

Решения для интегралов в (31) в явном виде не приводятся из-за их громоздкости. Финальное алгебраическое уравнение для определения u_0 может быть решено только численно, так как концентрации n_0^- (27) и n_0^+ (28) также неявно зависят от скорости течения.

Следует рассмотреть внимательнее структуру управляющего параметра Γ_0/Γ , который, в конечном счёте, определяет равновесие среды:

$$\frac{\Gamma_0}{\Gamma} = \frac{\kappa V_0 N_0}{L \beta Q_0} \left(\frac{\rho_b}{\rho_0} - 1 \right). \quad (32)$$

Как видно из (32), здесь стоит отношение двух эффектов плавучести. Один связан с Буссинесковским тепловым механизмом $\beta Q_0/\kappa$ (в знаменателе), а другой – определяется суммарным объёмом роя микроботов $V_0 N_0$ и плотностью материала, из которого они сделаны, по отношению к плотности среды (в числителе). Параметр (32) может принимать как отрицательные значения (легкие по отношению к среде плавцы), так и положительные (тяжёлые плавцы). Равенство нулю параметра означает нейтральную плавучесть микроботов в среде.

Выше мы показали, что микроботы за счет термотаксиса выстраивают по профилю температуры, в результате воспроизводя свою концентрацией. Если плавцы имеют плотность среды, т.е. $\Gamma_0/\Gamma = 0$, то рой не влияет на устойчивость жидкости. С ростом их плотности и общего числа начинает нарастать эффект стабилизации среды (рис. 5). Механизм здесь очень простой: микроботы воспроизводят своей концентрацией профиль температуры, но тепло делает элемент среды легче, а микроботы, наоборот, утяжеляют его, если $\Gamma_0/\Gamma > 0$. Поэтому причина неустойчивости жидкости ослабевает. При некотором критическом значении Γ_0/Γ интеграл в выражении (18) вообще обращается в ноль, и конвекция затухает. Необходимо отметить, что в данной работе мы не ставим перед роем задачу глобально стабилизировать жидкость, но предлагаем каждому плавцу независимо двигаться по градиенту тепла. Поэтому локальные перемещения роя могут также приводить к тому, что интеграл (18) при каком-то сочетании значений управляющих параметров принимает отрицательное значение.

Это означает уже дестабилизацию системы, и начало цикла по раскрутке течения в обратном направлении движения.

Рисунок 5 показывает постепенное нарастание течения в отрицательном направлении по контуру при $\Gamma_0/\Gamma > 2.5$. Вообще, в рассматриваемой системе можно говорить лишь об установлении квазиравновесия, при котором система будет осциллировать около положения механического равновесия. Очень похожая ситуация наблюдалась в работах [22–24], где стабилизация системы про-

исходила за счет наклона термосифона в поле тяжести. Поэтому здесь требуются дальнейшие исследования нелинейной динамики системы, возможно, с учетом эффекта запаздывания.

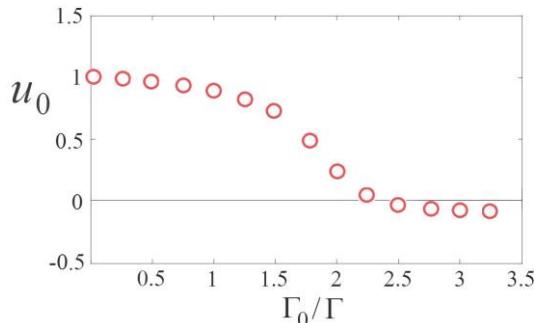


Рис. 5. Скорость стационарной конвекции при изменении параметра Γ_0/Γ , вычисленная по (31) для подогрева сбоку $\alpha = \pi/2$. Значения остальных параметров фиксированы: $D = 1$, $D_0 = 1$, $K = 2$

4. Заключение

В данной работе была предложена математическая модель термотаксиса микроботов в конвективной петле тороидальной формы. Были изучены стационарные решения динамической системы, задаваемой интегро-дифференциальными уравнениями, для распределения температуры, концентрации микропловцов и скорости жидкости. Аналитически и численно показано, что в ходе термотаксиса микроботы распределяются по термосифону таким образом, чтобы воспроизводить своей концентрацией профиль температуры. Это позволяет, подбирая безразмерные параметры скорости реакции ботов и их веса в среде, свести конвекцию к минимуму.

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект №FSNM-2025-0001).

Список литературы

1. Saintillan D. Rheology of active fluids // Annu. Rev. Fluid Mech. 2018. Vol. 50. P. 563–592. DOI: 10.1146/annurev-fluid-010816-060049
2. Pismen L. Morphogenesis Deconstructed. Springer Cham, Switzerland, 2020. 146 p.
3. Браун Д. А., Красняков И. В., Браун А. Д. Биомеханические модели живой ткани // Расс. журн. биомех. 2023. Т. 27. № 4. С. 50–71. DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2023.4.04
4. Bellomo N., Outada N., Soler J., Tao Y., Winkler M. Chemotaxis and cross-diffusion models in complex environments: Models and analytic problems toward a multiscale vision // Mathematical Models and Methods in Applied Sciences. 2022. Vol. 32. No. 4. P. 713–792. DOI: 10.1142/S0218202522500166
5. Huang Q., Huang J. An Ecological network analysis based on the Lotka-Volterra model // Highl. Sci. Eng. Technol. 2024. Vol. 101. P. 340–347. DOI: 10.54097/z125v270
6. Hill N. A., Pedley T. J. Bioconvection // Fluid Dynamics Research. 2005. Vol. 37. No. 1-2. Art. 1. DOI: 10.1016/j.fluiddyn.2005.03.002
7. Winkler M. Does fluid interaction affect regularity in the three-dimensional Keller–Segel system with saturated sensitivity? // Journal of Mathematical Fluid Mechanics. 2018. Vol. 20. P. 1889–1909. DOI: 10.1007/s00021-018-0395-0
8. Winkler M. A three-dimensional Keller–Segel–Navier–Stokes system with logistic source: global weak solutions and asymptotic stabilization // J. Funct. Anal. 2019. Vol. 276. No. 5. P. 1339–1401. DOI: 10.1016/j.jfa.2018.12.009
9. Slavkov I., Carrillo-Zapata D., Carranza N., Diego X., Jansson F., Kaandorp J., Hauert S., Sharpe J. Morphogenesis in robot swarms // Sci. Robot. 2018. Vol. 3. No. 25. P. 1–16. DOI: 10.1126/scirobotics.aau9178
10. Bratsun D. A., Kostarev K. V. Phase Transition in a dense swarm of self-propelled bots // Fluid Dyn. Mater. Proc. 2024. Vol. 20. Iss. 8. P. 1785–1798. DOI: 10.32604/fdmp.2024.048206
11. Leaman E. J., Geuther B. Q., Behkam B. Hybrid centralized/decentralized control of a network of bacteria-based bio-hybrid microrobots // Journal of Micro-Bio Robotics. 2019. Vol. 5. Iss. 1. P. 1–12. DOI: 10.1007/s12213-019-00116-0
12. Soto F., Wang J., Ahmed R., Demirci U. Medical micro/nanorobots in precision medicine // Advanced Science. 2020. Vol. 7. No. 21, 2002203. DOI: 10.1002/advs.202002203
13. Saintillan D. Rheology of active fluids // Annu. Rev. Fluid Mech. 2018. Vol. 50. No. 1. P. 563–592. DOI: 10.1146/annurev-fluid-010816-060049
14. Wu Z., Chen Y., Mukasa D., Pak O. S., Gao W. Medical micro/nanorobots in complex media // Chem. Soc. Rev. 2020. Vol. 49. No. 22. P. 8088–8112. DOI: 10.1039/D0CS00309C
15. Ahmed S., Wang W., Bai L., Gentekos D. T., Hoyos M., Mallouk T. E. Density and shape effects in the acoustic propulsion of bimetallic nanorod motors // ACS Nano. 2016. Vol. 10. No. 4. P. 4763–4769. DOI: 10.1021/acsnano.6b01344
16. He W., Frueh J., Wu Z., He Q. Leucocyte membrane-coated Janus microcapsules for enhanced photothermal cancer treatment // Langmuir. 2016. Vol. 32. No. 15. P. 3637–3644. DOI: 10.1021/acs.langmuir.5b04762
17. Decher G., Hong J. D., Schmitt J. Buildup of ultrathin multilayer films by a self-assembly process: III. Consecutively alternating adsorption of anionic and cationic poly-electrolytes on charged surfaces // Thin Solid Films. 1992. Vol. 210. P. 831–835. DOI: 10.1016/0040-6090(92)90417-A
18. Decher G. Fuzzy nanoassemblies: toward layered polymeric multicomposites // Science. 1997. Vol. 277. No. 5330. P. 1232–1237. DOI: 10.1126/science.277.5330.122
19. He W., Frueh J., Hu N., Liu L., Gai M., He Q. Guidable thermophoretic Janus micromotors con-

taining gold nanocolorifiers for infrared laser assisted tissue welding // Advanced Science. 2016. Vol. 3. No. 12. Art. 1600206. DOI: 10.1002/advs.201600206

20. Singer J., Bau H. Active control of convection // Phys. Fluids A. 1991. Vol. 3. P. 2859–2865. DOI: 10.1063/1.857831

21. Wang Y., Singer J., Bau H. Controlling chaos in a thermal convection loop // J. Fluid Mech. 1992. Vol. 237. P. 479–498. DOI: 10.1017/S0022112092003501

22. Браун Д. А., Зюзгин А. В., Половинкин К. В., Путин Г. Ф. Об активном управлении равновесием жидкости в термосифоне // ПЖТФ. 2008. Т. 34. Вып. 15. С. 36–42. DOI: 10.1134/S10637850080075

23. Bratsun D. A., Krasnyakov I. V., Zyuzgin A. V. Delay-induced oscillations in a thermal convection loop under negative feedback control with noise // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2017. Vol. 47. P. 109–126. DOI: 10.1016/j.cnsns.2016.11.015

24. Bratsun D., Krasnyakov I., Zyuzgin A. Active Control of thermal convection in a rectangular loop by changing its spatial orientation // Microgravity Sci. Technol. 2018. Vol. 30. No. 1–2. P. 43–52. DOI: 10.1007/s12217-017-9573-6

25. Welander P. On the oscillatory instability of a differentially heated fluid loop // J. Fluid Mech. 1967. Vol. 29. No. 1. P. 17–30. DOI: 10.1017/S0022112067000606

26. Pacheco-Vega A., Franco W., Chang H. C., Sen M. Nonlinear analysis of tilted toroidal thermosyphon models // Int. J. Heat Mass Transf. 2002. Vol. 3. No. 7. P. 1379–1391. DOI: 10.1016/S0017-9310(01)00265-4

27. Basu D. N., Bhattacharyya S., Das P. K. A review of modern advances in analyses and applications of single-phase natural circulation loop in nuclear thermal hydraulics // Nuclear Engineering and Design. 2014. Vol. 280. P. 326–348. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2014.09.011

28. Глухов А. Ф., Демин В. А., Путин Г. Ф. Конвекция бинарной смеси в связанных каналах при подогреве снизу // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 2. С. 13–23. DOI: 10.1134/S0015462807020020

29. Глухов А. Ф., Демин В. А. Нелинейные колебания бинарной смеси в связанных каналах при положительном эффекте Соре // Вестник Пермского университета. 2007. № 1(6). С. 3–10.

30. Greif R., Zvirin Y., Mertol A. The transient and stability behavior of a natural circulation loop // ASME Journal Heat Transfer. 1979. Vol. 101. P. 684–688.

31. Геришун Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

2. Pismen L. *Morphogenesis Deconstructed*. Switzerland: Springer Cham, 2020. 146 p.

3. Bratsun D. A., Krasnyakov I. V., Bratsun A. D. Biomechanical models of living tissue. *Russ. J. Biomech.*, 2023, vol. 27, no. 4, pp. 40–58. DOI: 10.15593/RJBiomech/2023.4.04

4. Bellomo N., Outada N., Soler J., Tao Y., Winkler M. Chemotaxis and cross-diffusion models in complex environments: Models and analytic problems toward a multiscale vision. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 2022, vol. 32, no. 4, pp. 713–792. DOI: 10.1142/S0218202522500166

5. Huang Q., Huang J. An ecological network analysis based on the Lotka–Volterra model. *Highl. Sci. Eng. Technol.*, 2024, vol. 101, pp. 340–347. DOI: 10.54097/z125v270

6. Hill N. A., Pedley T. J. Bioconvection. *Fluid Dynamics Research*, 2005, vol. 37, no. 1–2, Art. 1. DOI: 10.1016/j.fluiddyn.2005.03.002

7. Winkler M. Does fluid interaction affect regularity in the three-dimensional Keller–Segel system with saturated sensitivity? *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, 2018, vol. 20, pp. 1889–1909. DOI: 10.1007/s00021-018-0395-0

8. Winkler M. A three-dimensional Keller–Segel–Navier–Stokes system with logistic source: global weak solutions and asymptotic stabilization. *J. Funct. Anal.*, 2019, vol. 276, no. 5, pp. 1339–1401. DOI: 10.1016/j.jfa.2018.12.009

9. Slavkov I., Carrillo-Zapata D., Carranza N., Diego X., Jansson F., Kaandorp J., Hauert S., Sharpe J. Morphogenesis in robot swarms. *Sci. Robot.*, 2018, vol. 3, no. 25, pp. 1–16. DOI: 10.1126/scirobotics.aau9178

10. Bratsun D. A., Kostarev K. V. Phase transition in a dense swarm of self-propelled bots. *Fluid Dyn. Mater. Proc.*, 2024, vol. 20, no. 8, pp. 1785–1798. DOI: 10.32604/fdmp.2024.048206

11. Leaman E. J., Geuther B. Q., Behkam B. Hybrid centralized/decentralized control of a network of bacteria-based bio-hybrid microrobots. *Journal of Micro-Bio Robotics*, 2019, vol. 5, no. 1, pp. 1–12. DOI: 10.1007/s12213-019-00116-0

12. Soto F., Wang J., Ahmed R., Demirci U. Medical micro/nanorobots in precision medicine. *Advanced Science*, 2020, vol. 7, no. 21, 2002203. DOI: 10.1002/advs.202002203

13. Saintillan D. Rheology of active fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2018, vol. 50, no. 1, pp. 563–592. DOI: 10.1146/annurev-fluid-010816-060049

14. Wu Z., Chen Y., Mukasa D., Pak O. S., Gao W. Medical micro/nanorobots in complex media. *Chem. Soc. Rev.*, 2020, vol. 49, no. 22, pp. 8088–8112. DOI: 10.1039/D0CS00309C

15. Ahmed S., Wang W., Bai L., Gentekos D. T., Hoyos M., Mallouk T. E. Density and shape effects in the acoustic propulsion of bimetallic nanorod motors. *ACS Nano*, 2016, vol. 10, no. 4, pp. 4763–4769. DOI: 10.1021/acsnano.6b01344

16. He W., Frueh J., Wu Z., He Q. Leucocyte membrane-coated Janus microcapsules for enhanced

References

1. Saintillan D. Rheology of active fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2018, vol. 50, pp. 563–592. DOI: 10.1146/annurev-fluid-010816-060049

photothermal cancer treatment. *Langmuir*, 2016, vol. 32, no. 15, pp. 3637–3644. DOI: 10.1021/acs.langmuir.5b04762

17. Decher G., Hong J. D., Schmitt J. Buildup of ultrathin multilayer films by a self-assembly process: III. Consecutively alternating adsorption of anionic and cationic poly-electrolytes on charged surfaces. *Thin Solid Films*, 1992, vol. 210, pp. 831–835. DOI: 10.1016/0040-6090(92)90417-A

18. Decher G. Fuzzy nanoassemblies: toward layered polymeric multicomposites. *Science*, 1997, vol. 277, no. 5330, pp. 1232–1237. DOI: 10.1126/science.277.5330.122

19. He W., Frueh J., Hu N., Liu L., Gai M., He Q. Guidable thermophoretic Janus micromotors containing gold nanocolorifiers for infrared laser assisted tissue welding. *Advanced Science*, 2016, vol. 3, no. 12, art. 1600206. DOI: 10.1002/advs.201600206

20. Singer J., Bau H. Active control of convection. *Phys. Fluids A*, 1991, vol. 3, pp. 2859–2865. DOI: 10.1063/1.857831

21. Wang Y., Singer J., Bau H. Controlling chaos in a thermal convection loop. *J. Fluid Mech.*, 1992, vol. 237, pp. 479–498. DOI: 10.1017/S0022112092003501

22. Bratsun D. A., Zyuzgin A. V., Polovinkin K. V., Putin G. F. Active control of fluid equilibrium in a thermosyphon. *Tech. Phys. Lett.*, 2008, vol. 34, no. 8, pp. 650–652. DOI: 10.1134/S1063785008080075

23. Bratsun D. A., Krasnyakov I. V., Zyuzgin A. V. Delay-induced oscillations in a thermal convection loop under negative feedback control with noise. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2017, vol. 47, pp. 109–126. DOI: 10.1016/j.cnsns.2016.11.015

24. Bratsun D., Krasnyakov I., Zyuzgin A. Active control of thermal convection in a rectangular loop by changing its spatial orientation. *Microgravity Sci. Technol.*, 2018, vol. 30, no. 1–2, pp. 43–52. DOI: 10.1007/s12217-017-9573-6

25. Welander P. On the oscillatory instability of a differentially heated fluid loop. *J. Fluid Mech.*, 1967, vol. 29, no. 1, pp. 17–30. DOI: 10.1017/S0022112067000606

26. Pacheco-Vega A., Franco W., Chang H. C., Sen M. Nonlinear analysis of tilted toroidal thermosyphon models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, vol. 3, no. 7, pp. 1379–1391. DOI: 10.1016/S0017-9310(01)00265-4

27. Basu D. N., Bhattacharyya S., Das P. K. A review of modern advances in analyses and applications of single-phase natural circulation loop in nuclear thermal hydraulics. *Nuclear Engineering and Design*, 2014, vol. 280, pp. 326–348. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2014.09.011

28. Glukhov A. F., Demin V. A., Putin G. F. Binary-mixture convection in connected channels heated from below. *Fluid Dynamics*, 2007, vol. 42, pp. 160–169. DOI: 10.1134/S0015462807020020

29. Glukhov A. F., Demin V. A. Nonlinear oscillations of a binary mixture in coupled channels with a positive Soret effect // *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 2007, no. 3 (6), pp. 3–10 (In Russian).

30. Greif R., Zvirin Y., Mertol A. The transient and stability behavior of a natural circulation loop. *ASME Journal Heat Transfer*, 1979, vol. 101, pp. 684–688.

31. Gershuni G. Z., Zhukhovitskii E. M. *Convective Stability of Incompressible Fluids*. Jerusalem, Israel: Keter Publishing House, 1976. 330 p.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Ступникова А. В., Брацун Д. А. О стабилизации жидкости в торoidalном термосифоне при термотаксисе микроботов // Вестник Пермского университета. Физика. 2025. № 2. С. 75–85. doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-75-85

Please cite this article in English as:

Stupnikova A. V., Bratsun D. A. On the fluid stabilization in a toroidal thermosyphon with thermotaxis of microbots. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2025, no. 2, pp. 75–85. doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-75-85

Сведения об авторах

1. Анастасия Вячеславовна Ступникова, аспирант кафедры прикладной физики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Комсомольский проспект, 29, Пермь, 614990
2. Дмитрий Анатольевич Брацун, д-р. физ.-мат. наук, заведующий кафедрой прикладной физики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Комсомольский проспект, 29, Пермь, 614990

Author information

1. Anastasia V. Stupnikova, Postgraduate Student, Department of Applied Physics, Perm National Research Polytechnic University; 29, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia.
2. Dmitry A. Bratsun, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Applied Physics, Perm National Research Polytechnic University; 29, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia.