

УДК 532.543; 533.69; 902.01; 903.222  
PACS 47.40.Dc, 91.65.Mu

## Численное исследование обтекания наконечников костяных стрел с городища Черновское I

С. В. Мингалев<sup>1†</sup>, В. В. Мингалев<sup>2‡</sup>

<sup>1</sup> АО «ОДК-Авиадвигатель», Пермь

<sup>2</sup> Пермский филиал НИУ «Высшая школа экономики», Пермь

<sup>†</sup> SMingaliov@yandex.ru

<sup>‡</sup> vmingalev@yandex.ru

Статья посвящена применению вычислительной газовой динамики для исследования наконечников костяных стрел с городища Черновское I (II-VII в.н.э.) в Краснокамском городском округе Пермского края. Полученные значения коэффициентов сопротивления формы позволяют разделить наконечники на две группы: со значениями от 0.122 до 0.131 и со значениями от 0.161 до 0.221 (скорость набегающего потока – 50 м/с). Во второй группе можно выделить наконечники с видимым браком, у которых значение этого аэродинамического коэффициента больше 1.78. При этом, поскольку асимметрия и искривление (интерпретируемые как дефекты) меняются непрерывно, вышеуказанная граница не может быть точно зафиксирована. Для того, чтобы оценить влияние аэродинамического следа за наконечником (который отсутствует при его соединении с древком), была также рассчитана нормированная сила сопротивления, действующая на наконечник до миделевого сечения. Значения этой величины показывают такую же связь с наличием дефектов у наконечника, как и в случае коэффициентов сопротивления формы. В то же время деление на две группы не сохраняется. Таким образом, значение коэффициента сопротивления формы может быть использовано в основном для ранжирования наконечников по качеству их изготовления. Также в настоящем исследовании была сделана оценка ошибки определения значений коэффициента сопротивления формы, связанная с тем фактом, что точность получаемых методами вычислительной газовой динамики результатов значительно зависит от того, насколько хорошо расчетная сетка разрешает течение и поверхность обтекаемого тела; в настоящем исследовании для скорости набегающего потока 50 м/с среднее её значение было 2%, а максимальное – 7%.

**Ключевые слова:** наконечник костяной стрелы; вычислительная аэродинамика; археология

*Поступила в редакцию 08.03.2025; после рецензии 11.04.2025; принята к опубликованию 14.05.2025*

## Numerical study of bone projectile points from the hillfort of Chernovskoe I

S. V. Mingalev<sup>1†</sup>, V. V. Mingalev<sup>2‡</sup>

<sup>1</sup> UEC-Aviadvigatel JSC, Perm, Russia

<sup>2</sup> HSE University, Perm, Russia

<sup>†</sup> SMingaliov@yandex.ru

<sup>‡</sup> vmingalev@yandex.ru

Using the method of computational fluid dynamics, we study the aerodynamics of projectile points excavated at the hillfort of Chernovskoe I in the Krasnokamsk urban district of Perm Krai (2nd–7th centuries AD). On the basis of numerically obtained values of drag coefficients, the projectile points were divided into two groups: those with the values ranging from 0.122 to 0.131 and those with the values from 0.161 to 0.221 (for a freestream velocity of 50 m/s). Within the second group, projectile points with obvious defects form a subgroup of arrowheads for which the drag coefficient exceeds 1.78. However, since asymmetry and curvature (interpreted as defects) vary continuously, this division cannot be precise. In order to evaluate the influence of the wake behind a projectile point, the drag forces acting on a point up to its shoulders were also calculated. The values of these drag forces show the same association with the presence of defects. However, the division into two groups is not preserved. Thus, the value of the drag coefficient can primarily be used to rank arrowheads according to their manufacturing quality. We also evaluated the measurement error due to the influence of the mesh resolution. The average error was 2%, while the maximum error reached 7% for a freestream velocity of 50 m/s.

**Keywords:** bone projectile point; computational fluid dynamic; archeology

*Received 08 March 2025; revised 11 April 2025; accepted 14 May 2025*

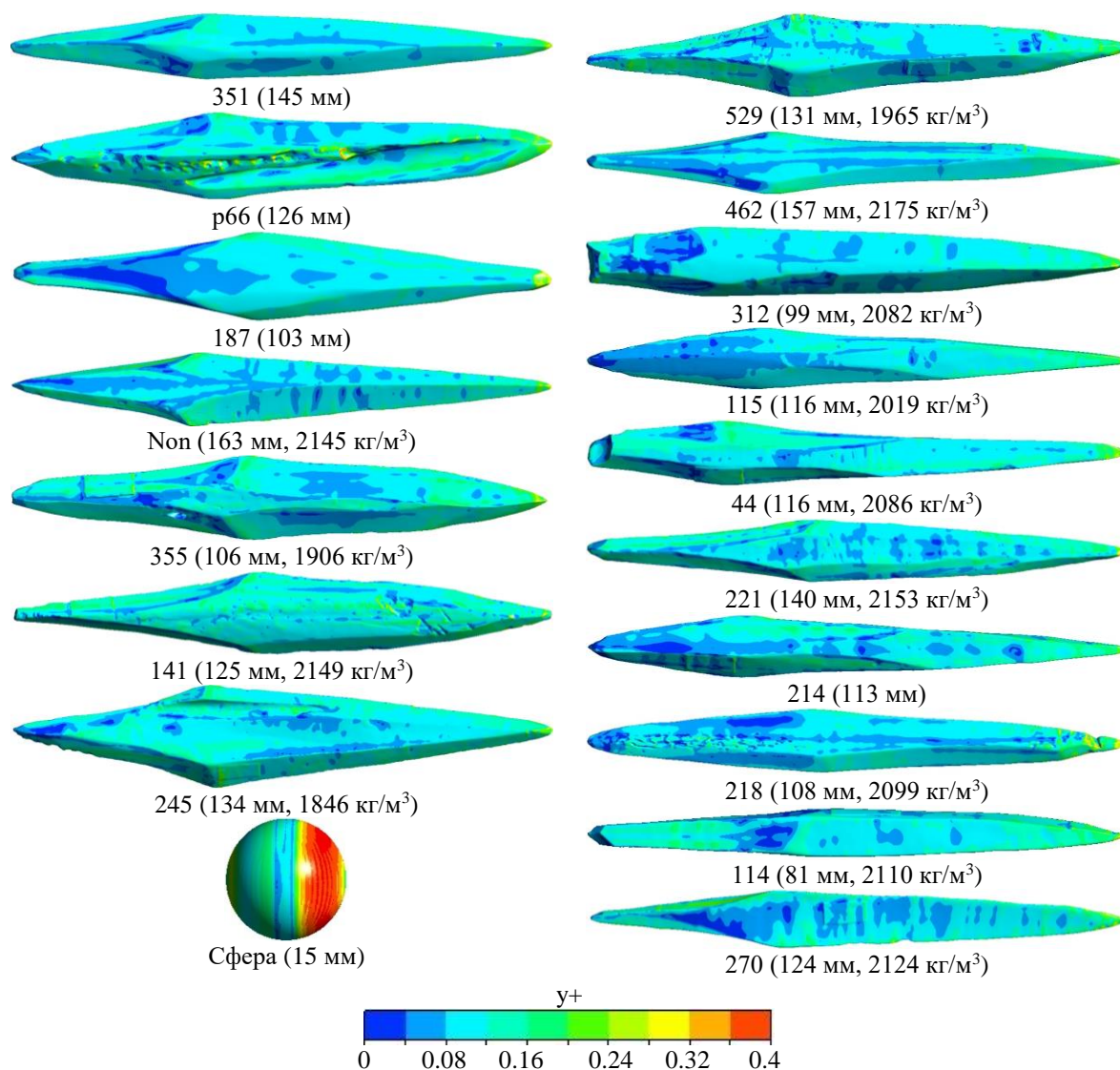
doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-66-74

## 1. Введение

В статье методами вычислительной механики сплошных сред исследуется аэродинамика костяных наконечников с целью получения подхода, позволяющего проводить их ранжирование на основании того, насколько обтекаемой является их форма. На данный момент применяется 5 разных подходов к классификации костяных наконечников: по форме, по размерам (длине, ширине, толщине и массе), по материалам, из которых изготовлены артефакты [1], по следам на поверхности, возникшим в процессе использования или изготовления [2, 3], а также по возрасту [4]. При разделении наконечников на группы по форме на основании визуального осмотра обычно выделяют небольшое количество разновидностей (5 в [5], 2 в [6], 5 в [7], 18 в [8], 7 в [9], 12 в [10], 2 в [11]), что затрудняет изучение того, как происходил процесс оптимизации формы наконечников с течением времени. При этом, с одной стороны, отсутствует общепризнанная классификация форм наконечников стрел, а с другой – такой подход несет в себе определенную субъективность. В результате, то разделение, которое было предложено ранее, может быть позже пересмотрено. Например, разделение, предложенное Д. Пеирони [5] в 1933 г., было подвергнуто критике С. Лерои-Простом [12] в 1974 г. с целью объединения части типов. Применение математических методов дает возможность решить эти проблемы. В частности, Л. Доён [13] использовал морфометрию, которая позволила выделить более 20 различных групп костяных наконечников. В настоящей работе было использовано математическое моделирование течения вокруг наконечников для получения коэффициента сопротивления формы, который характеризует то, насколько хорошо обтекает воздух исследуемый

наконечник. Подобный подход ранее применялся для исследования метательных снарядов в [14–16], где исследовалась зависимость коэффициента сопротивления формы от скорости. Экспериментальная проверка численных результатов, проведенная в [14], показала, что результаты, полученные с помощью математического моделирования, занижены примерно на 10–20 %.

Аэродинамика метательного снаряда определяется не только наконечником, но и размерами древка, а также оперением или его отсутствием. Однако, эти части снаряда в большинстве случаев сгнили, хотя есть и исключения, которым, например, являются средневековые стрелы с костяными наконечниками, найденные в Юконе (Канада), размеры древков которых меняются от 52 до 70–101 см [4]. Такое разнообразие размеров связано с тем, что длина древка определяется луком и индивидуальными характеристиками стрелка [17]. Помимо этого, стрелы также имели оперение, размер покрытия которым древка менялся от 14 до 34 см [4]. Кроме средневековых стрел, имеются также этнографические коллекции метательных снарядов с костяными наконечниками. Например, бушменская стрела из коллекции миссис Блик, описанная в [18], имела древко длиной 40 см, а стрелы, собранные на территории Намибии, из коллекции Фурье имеют общие размеры от 52.3 до 77.6 см [19]. Все это указывает на то, что попытка реконструкции стрелы по наконечнику обуславливает необходимость перебора большого количества вариантов. По этой причине в настоящем исследовании реконструкция сгнивших частей не проводилась и исследовалось обтекание только наконечников. При этом, чтобы оценить влияние древка стрелы, помимо коэффициента сопротивления формы, была также исследована сила лобового сопротивления, действующая на наконечник до его миделевого сечения. Её вычисление позволяет ис-



**Рис. 1.** Исследуемые объекты: сфера и наконечники с их продольными размерами и плотностями материала, из которого они состоят, а также с распределением локального  $y^+$  на их поверхности при скорости 50 м/с в случае сетки №3

ключить из расчета вклад аэродинамического следа за наконечником, который бы при наличии древка полностью отсутствовал. При этом необходимо отметить, что эта величина в какой-то степени изменится при соединении наконечника с древком, поскольку для дозвуковых скоростей набегающее на стрелу течение зависит от условий за миделевым сечением стрелы.

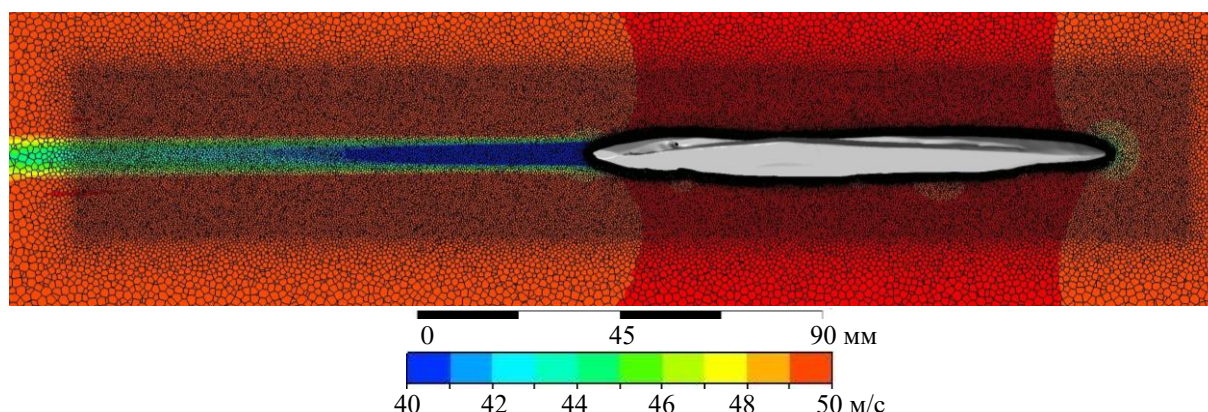
Таким образом, задача исследования – ответ на вопрос о возможности ранжирования наконечников на основании значений коэффициентов сопротивления формы.

## 2. Геометрия задачи

Исследуемые наконечники (рис. 1) были обнаружены в ходе раскопок на городище Черновское I (II-VII в.н.э.) в Краснокамском городском округе Пермского края.

По форме наконечники можно разделить на пять групп: 1) с четырехгранным пером и плоским черешком: №№ 2366\_44, \_2352\_214, 2352\_218, 2352\_462, 2) с шестигранным сечением: №№ 2352\_221, 2366\_312, 2366\_355, 2352\_529 и 351, 187, 3) с квадратным сечением: № 2366\_114, 4) с треугольным сечением: № 2352\_270 и 5) бракованные: №№ 2352\_245, p66, non, 2352\_115 и 2366\_141. В последнем случае брак для первых трех наконечников выражается в ярко выраженной несимметричности, а для № 2366\_141 и 2352\_115 – в сильной изогнутости в продольном направлении. Отметим, что в дальнейшем в обозначении наконечников первое число, стоящее перед подчеркиванием, будет опускаться.

При моделировании наконечники ориентировались таким образом, чтобы воздух набегал на них справа при показанном на рис. 1 расположении.



**Рис. 2.** Сечение расчетной сетки №3 вокруг наконечника р66 и поле модуля скорости воздуха при скорости набегающего потока 50 м/с

Трехмерные цифровые копии исследуемых наконечников, показанные на рис. 1, были получены с помощью оптического сканера ATOS 5 в Региональном центре инжиниринга Пермского края. Также на рис. 1, приведена сфера, обтекание которой было смоделировано для валидации используемого подхода.

### 3. Метод исследования

#### 3.1. Конечно-объемная модель

При расчетах для каждой скорости набегающего потока и каждого наконечника использовались 3 расчетные сетки с разными размерами ячеек с целью подтверждения независимости получаемых результатов от разрешающей способности сеток.

В качестве характерных величин для задания параметров сетки использовались значения  $Y+$  и толщина пограничного слоя  $\delta$ , которые определялись следующими выражениями:

$$Y+ = \frac{l_1 u_i}{\mu} \rho, \quad \delta = 0.37 \frac{d}{Re^{1/5}}, \quad u_i = \frac{T_w}{\rho},$$

$$T_w = \frac{0.0576 \cdot u^2}{2 Re^{1/5}}, \quad Re = \frac{ud \rho}{\mu},$$

где  $d$  – характерный продольный размер,  $\rho$  – плотность воздуха,  $\mu$  – вязкость воздуха,  $u$  – скорость наконечника относительно воздуха,  $l_1$  – толщина первой ячейки призматического слоя. Характерный продольный размер  $d$  в случае сферы выбран равным её радиусу, в случае наконечников стрел – расстоянию от их кончиков до миделевого сечения, где поперечные сечения начинают уменьшаться. Отметим, что миделевое сечение находилось на примерном расстоянии от кончика равном 0.7 общей длины наконечника для №270, 462, поп, 115, 214, 529, 312, 279, 44, равном 0.6 – для №187, 141, 218, 221, 217, 453, 245, р66, 351 и равном 0.53 – для №355, 114.

Вокруг сферы и наконечников сделано сгущение сетки с размерами ячеек, приведенными в табл. 1. Коэффициент роста при удалении от сгущения сетки – 1.1. Область сгущения представляет собой вытянутый параллелепипед с двумя измерениями равными  $4\sqrt{S}$  и одним –  $2L + 4\sqrt{S}$ , где  $S$  – площадь миделевого сечения (в случае сферы площадь делилась на  $\pi$  перед подстановкой во все формулы),  $L$  – длина наконечника. Наконечник располагался таким образом, чтобы расстояние от поверхности исследуемого объекта до границы сгущения было  $\sim \sqrt{S}$  в сторону противоположную набегающему на наконечник потоку и  $L + \sqrt{S}$  по направлению потока. Строились полиэдральные расчетные сетки в ANSYS Fluent. Пример расчетной сетки показан на рис. 2.

Фиксированные параметры для построения призматического слоя: закон роста размера ячеек в призматическом слое – экспоненциальный, отношение размеров призматических слоев 1.1, толщина призматического слоя –  $1.1\delta$ .

**Табл. 1.** Изменяющиеся параметры сеток №1, 2, 3 (толщина первой ячейки призматического слоя  $l_1$ , глобальный размер ячеек, размер в области сгущения сетки, параметр вращателя)

№	$l_1$	Глоб. разм., мм	$Y+$	Разм. в обл. сгущ.	Парам. вращ.
1	$\mu / (u, \rho)$	10	1	$\delta$	$\delta / 4$
2	$\mu / (2u, \rho)$	5	0.5	$\delta / 2$	$\delta / 8$
3	$\mu / (4u, \rho)$	2.5	0.25	$\delta / 4$	$\delta / 16$

Изменяющиеся параметры сеток приведены в табл. 1: 1) толщина первой ячейки призматического слоя, 2) глобальный размер ячеек, определяющий их размер вдали от сгущения сетки, 3) размер в области сгущения и 4) параметр вращателя, опре-



деляющий размеры, до которых изначальная геометрическая модель наконечника будет огрублена.

При увеличении разрешения сетки количество ячеек увеличивалось со значений  $5 \cdot 10^5 - 10^6$  ячеек для сетки №1 до значений  $10^7 - 3 \cdot 10^7$  ячеек для сетки №3. Увеличение скорости потока с 50 м/с до 100 м/с обусловило увеличение количества ячеек на 20–30 %.

Приведенные в статье численные результаты получены для сетки №3.

### 3.2. Параметры решателя

При моделировании использовалась модель турбулентности Transition SST с опциями Curvature Correction, Corener Flow Correction, Production Kato-Laundner и Production Limiter. Решатель был выбран стационарным, Pressure-Based. Опции расчетной схемы были выбраны: Scheme – Coupled, Flux-Type – Rie-Choe: distance based, Spatial Discretization Gradient – Least Squares Node Based; Pressure – Second Order; Momentum, Turbulent Kinetic Energy, Specific Dissipation Rate, Intermittency, Momentum Thickness Re – Third Oder MUSCL. Pseudo Time Method – Global Time Step с опциями Warped-Face Gradient Correction и High-Order Gradient Relaxation. При расчете использовался ANSYS Fluent 22R1.

### 3.3. Граничные условия и геометрия задачи

Расчетная область выбрана в виде прямого параллелепипеда с двумя измерениями равными  $40\sqrt{S}$  и одним –  $7L$ . На одной квадратной стороне задавалась постоянная скорость (50 и 100 м/с), а на второй – давление, на остальных границах – условие симметрии. В результате исследуемый объект обдувался набегающим потоком воздуха, который рассматривался как несжимаемый с постоянной плотностью  $\rho = 1.22 \text{ кг/м}^3$  и динамической вязкостью  $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ кг/(м с)}$ .

### 3.4. Валидация математической модели

Валидация подхода проводилась на задаче об обтекании сферы с диаметром 15 мм. Как можно заключить из табл. 2, подход позволяет получать согласующиеся с экспериментом значения коэффициента сопротивления формы.

**Табл. 2.** Значение коэффициента сопротивления формы сферы, полученные численно на сетках 1 и 2, а также в эксперименте

Скорость, м/с	50	100	150	200
Сетка 1	0.41	0.39	0.38	0.38
Сетка 2	0.39	0.39	0.39	0.37
Экспер. [20]	0.41	0.40	0.37	0.36

### 3.5. Влияние разрешения сетки на результат

В табл. 3 приведены относительные изменения коэффициентов сопротивления формы и подъемной силы при замене одной сетки другой. Из неё можно сделать вывод, что при переходе к сетке с самой высокой разрешающей способностью относительное изменение в большинстве случаев является величиной меньшей 5%, что можно считать приемлемой точностью.

В случае коэффициента подъемной силы большая часть значений рассчитываемых параметров меняется при изменении сетки слишком сильно, чтобы их можно было считать надежными. Тем не менее небольшое количество результатов, которым можно доверять, позволяют получить дополнительную информацию об исследуемых объектах.

**Табл. 3.** Относительные изменения (в %, цвет: синий – изменение в отрицательную сторону, красный – в положительную) значений коэффициентов сопротивления формы  $C_d$  и подъемной силы  $C_l$  при переходе от сетки 1 к сетке 2 и от сетки 2 к сетке 3

Нак. №	312	529	245	187	114	44	166	141	115	270	поп	355	218	462	214	221	351
Скорость 50 м/с, $C_d$																	
1 к 2	0	2	3	5	1	1	9	10	3	3	5	3	8	0	4	0	1
2 к 3	1	2	0	1	1	1	2	3	1	5	7	2	1	0	4	4	2
Скорость 100 м/с, $C_d$																	
1 к 2	1	6	6	1	2	2	8	19	2	4	5	1	16	0	8	3	8
2 к 3	1	1	1	1	3	3	3	2	1	4	1	10	11	12	11	14	2
Скорость 50 м/с, $C_l$																	
1 к 2	∞	∞	5	∞	72	∞	63	32	1	11	21	14	∞	∞	34	23	8
2 к 3	16	∞	2	∞	10	35	10	1	4	16	8	82	51	18	19	3	7
Скорость 100 м/с, $C_l$																	
1 к 2	31	∞	10	∞	26	∞	19	9	1	8	∞	2	∞	37	62	22	12
2 к 3	40	33	10	50	12	26	3	8	3	6	1	2	∞	26	8	44	3

### 3.6. Формулы для исследуемых параметров

Коэффициент сопротивления формы  $C_d$ , нормированная сила лобового сопротивления  $c_d$  и коэффициент подъемной силы  $C_l$  рассчитывались по формулам:

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho u^2 A}, \quad c_d = \frac{2(F_d - F_{mf})}{\rho u^2 A}, \quad C_l = \frac{2F_l}{\rho u^2 A},$$

где  $F_d$  – спроецированная на направление движения сила, действующая на наконечник,  $F_{mf}$  – спроецированная на направление движения сила, действующая на поверхность наконечника после миделевого сечения,  $F_l$  – перпендикулярная к направлению движения сила, действующая на грань наконечника,  $\rho$  – плотность воздуха,  $u$  – скорость наконечника относительно воздуха,  $A$  – максимальная площадь поперечного сечения нако-

нечника, нормаль к которой направлена по направлению движения.

## 4. Результаты

Основной результат работы состоит в численном получении значений двух аэродинамических коэффициентов: сопротивления формы и подъемной силы. Первый из них определяет силу, направленную против движения стрелы, а второй – действующую со стороны воздуха на грань наконечника силу, отклоняющую стрелу от прямолинейного движения.

### 4.1. Коэффициент сопротивления формы

Полученные численно значения коэффициента сопротивления формы приведены в табл. 4. Из неё можно сделать вывод о наличии группы из 5 наконечников со значением этого аэродинамического коэффициента от 0.122 до 0.131 и группы из 11 наконечников со значением от 0.161 до 0.221. Наконечник №312 со значением коэффициента сопротивления формы 0.146 оказывается между этими двумя группами (что можно объяснить сломанным основанием у него).

Бракованные наконечники образуют во второй группе подгруппу с самыми большими значениями коэффициента сопротивления формы, изменяющимися от 0.178 до 0.221. При этом нижняя граница для этой группы является размытой, поскольку изогнутость и асимметрия для наконечников являются непрерывно изменяющимися характеристиками.

Если исключить бракованные наконечники, то по полученным результатам невозможно однозначно связать значение коэффициента сопротивления формы с формой наконечника. В частности, наиболее часто встречающиеся наконечники с четырехгранным пером и плоским черешком № 44, 218, 214, 462 и наконечники с шестигранным сечением № 351, 187, 529, 312, 221 и 355 образуют пересекающееся множество со значением коэффициента сопротивления формы от 0.122 до 0.17.

Таблица 4 также показывает, что при увеличе-

нии скорости происходит уменьшение коэффициентов сопротивления формы. Из этого можно было бы сделать вывод о скоростном интервале, в котором эти наконечники обладают наилучшей аэродинамикой, однако, как будет показано далее, этот результат обусловлен учетом части наконечника, скрытой креплением.

### 4.2. Нормированная сила лобового сопротивления

За наконечником, обтекаемым воздухом, возникает аэродинамический след (рис. 2), который отсутствовал при скреплении наконечника с древком. Для того, чтобы оценить его влияние на результаты, была исследована нормированная сила лобового сопротивления, действующая на поверхность наконечника до миделевого сечения. При разделении на группу из 5 наконечников с низкими значениями аэродинамического коэффициента и группу из 11 наконечников с высокими исчезла разница в значениях между группами, она стала сопоставимой с разницей в значениях между элементами первой группы. Бракованные наконечники №№ 141, 115, p66, non и 245 продолжили образовывать подгруппу с самыми большими значениями нормированной силы лобового сопротивления, изменяющейся от 0.113 до 0.145. При этом наконечники №№ 141 и 115, изогнутые в продольном направлении, сдвинулись к наконечникам без видимых дефектов, что объясняется исключением из рассмотрения бракованной части.

Важное отличие от выводов, сделанных на основании значений коэффициентов сопротивления формы, состоит в том, что влияние скорости набегающего потока на наиболее вероятное значение силы лобового сопротивления оказалось незначительным, т.е. определить оптимальный скоростной режим по значению коэффициента сопротивления формы нельзя.

### 4.3. Коэффициент подъемной силы

Таблица 4 показывает, что коэффициент подъемной силы растет с увеличением коэффициента

**Табл. 4.** Значения коэффициентов сопротивления формы  $C_d$ , нормированной силы лобового сопротивления  $s_d$  и коэффициента подъемной силы  $C_l$  для разных наконечников при скоростях 50 и 100 м/с (красный цвет означает, что сеточная ошибка >30%)

Нак. №		351	187	114	529	462	312	214	221	355	44	218	non	115	270	p66	245	141
10C <sub>d</sub>	50	1.22	1.24	1.28	1.30	1.31	1.46	1.61	1.65	1.69	1.70	1.70	1.78	1.82	1.93	1.99	2.00	2.21
	100	1.07	1.07	1.11	1.12	1.17	1.33	1.45	1.45	1.63	1.54	1.83	1.50	1.49	1.62	1.74	1.72	2.14
10c <sub>d</sub>	50	0.78	0.73	0.64	0.93	0.84	1.02	1.03	1.04	0.93	1.29	0.57	1.32	1.20	1.30	1.29	1.45	1.13
	100	0.74	0.66	0.62	0.84	0.83	1.00	1.01	1.05	1.00	1.23	0.77	1.14	1.02	1.16	1.19	1.29	1.11
10 <sup>3</sup> C <sub>l</sub>	50	2	0.3	1	1	3	0.3	1	1	1	1.5	1	2	7	4	2	7	4
	100	6	1	4	3	10	2	5	5	10	5	3	3	30	20	9	20	20

сопротивления формы. Причем наибольшего значения он достигает для наконечников, обозначенных как бракованные. Отметим, что из-за систематической ошибки, связанной с разрешением расчетной сетки, надежными можно считать значения коэффициента подъемной силы только для этого типа наконечников.

Поскольку компенсирование силы тяжести подъемной силой повышает точность стрельбы, потеря кинетической энергии из-за более высокого лобового сопротивления для этого типа стрел может уравниваться повышением точности.

## 5. Выводы

Наконечники разной формы образуют две группы с коэффициентом сопротивления формы, изменяющимся: от 0.122 до 0.131 для первой группы и от 0.161 до 0.221 – для второй. При исключении влияния аэродинамического следа, это деление не сохраняется, что указывает на его неспособность разделять наконечники как составные части стрелы.

В группе со значениями коэффициента сопротивления формы от 0.161 до 0.221 бракованные наконечники образуют подгруппу с коэффициентом сопротивления формы большим 1.78. Граница, отделяющая их от других наконечников, не может быть точно определена, поскольку ухудшение обтекаемости наконечника происходит непрерывным образом. Исключение вклада аэродинамического следа не приводит к пересмотру этого вывода, что указывает на возможность использовать коэффициент сопротивления формы для оценки качества изготовления наконечников. При этом обнаруженное увеличение значения коэффициента подъемной силы для бракованных наконечников может в некоторых случаях означать, что особенности стрел, интерпретированные как дефекты, являются технологическими решениями, которые за счет ухудшения одних характеристик позволяют улучшить другие.

## Список литературы

1. *Legrand A., Radi G.* Manufacture and use of bone points from Early Neolithic Colle Santo Stefano, Abruzzo, Italy // *Journal of Field Archaeology*. 2008. Vol. 33. N. 3. P. 305–320. DOI: 10.1179/009346908791071196
2. *Bradfield J.* Pointed bone tool technology in southern Africa: results of use-trace analyses // *Southern African Humanities*. 2015. Vol. 27. N. 1. P. 1–27.
3. *Bradfield J., Brand T.* Results of utilitarian and accidental breakage experiments on bone points // *Archaeological and Anthropological Sciences*. 2015. Vol. 7. P. 27–38. DOI: 10.1007/s12520-013-0136-5
4. *Alix C. Hare P. G., Andrews T. D., MacKay G.* A thousand years of lost hunting arrows: wood analysis of ice patch remains in Northwestern Canada // *Arctic*. 2012. Vol. 65. P. 95–117. DOI: 10.14430/arctic4187
5. *Peyrony D.* Les Industries «aurignaciennes» dans le bassin de la Vézère // *Bulletin de la Société préhistorique de France*. 1933. Vol. 30. N. 10. P. 543–559. DOI: 10.3406/bspf.1933.6793
6. *Newcomer M. H.* Study and replication of bone tools from Ksar Akil (Lebanon) // *World Archaeology*. 1974. Vol. 6. N. 2. P. 138–153. URL: <https://www.jstor.org/stable/123999>
7. *Langley M. C., Pétillon J.-M., Christensen M.* Diversity and evolution of osseous hunting equipment during the Magdalenian (21,000–14,000 cal BP) // *Langley M. C. (ed.) Osseous Projectile Weaponry. Vertebrate Paleobiology and Paleoanthropology*. Dordrecht: Springer, 2017. P. 143–159.
8. *Langley M. C.* Establishing a typology for Australian pointed bone implements // *Australian Archaeology*. 2018. Vol. 84. N. 2. P. 164–180. DOI: 10.1080/03122417.2018.1509541
9. *Zhilin M.* Early Mesolithic bone arrowheads from the Volga-Oka interfluvium, central Russia // *Fennoscandia Archaeologica*. 2015. Vol. 32. P. 35–54.
10. *Лозовская О. В.* Развитие костяных наконечников стрел в VII-V тыс. cal BC в Верхневолжской низменности по материалам многослойной стоянки Замостье 2 // *Краткие сообщения Института археологии*. 2019. № 255. С. 71–90. DOI: 10.25681/IARAS.0130-2620.255.71-90
11. *Perera N., Roberts P., Petraglia M.* Bone Technology from Late Pleistocene Caves and Rockshelters of Sri Lanka // *Langley M. C. (Ed.) Osseous Projectile Weaponry. Vertebrate Paleobiology and Paleoanthropology*. Dordrecht: Springer, 2017. P. 173–188.
12. *Leroy-Prost C.* Les pointes en matière osseuse de l'Aurignacien. Caractéristiques morphologiques et essais de définition // *Bulletin de la Société Préhistorique Française*. 1974. Vol. 71. N. 2. P. 449–458.
13. *Doyon L.* The cultural trajectories of Aurignacian osseous projectile points in Southern Europe: Insights from geometric morphometrics // *Quaternary International*. 2020. Vol. 551. P. 63–84. DOI: 10.1016/j.quaint.2018.12.010
14. *Yong W. F., Ahmad Z., Sahat I.M.* Development and analysis of arrow for archery // *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2016. Vol. 11. N. 12. P. 7443–7450.
15. *Верещагин П. В., Беспалов Д. В., Тучков П. В.* Исследование внешней и конечной баллистики стрел // *Мат. X Всерос. конф. «Технологии и оборудование химической, биотехнологической*

- и пищевой промышленности». Бийск: изд-во АГТУ им. И.И. Ползунова, 2017. С. 290–292.
16. González-Martínez A., Martínez-Rodríguez A., Laffita-Leyva A. Determination of aerodynamic properties of javelin by means of computational fluid dynamics // RICYDE. Revista Internacional de Ciencias del Deporte. 2019. Vol. 56. N. 15. P. 137–153. DOI: 10.5232/ricyde2019.05602
  17. Osgood C. The Han Indians: a compilation of ethnographic and historical data on the Alaska-Yukon boundary area // Yale University Publications in Anthropology. 1971. N. 74. P. 168–173.
  18. Goodwin A. J. H. Some historical Bushman arrows // South African Journal of Science. 1945. Vol. 41. P. 429–443.
  19. Bradfield J. Macrofractures on bone-tipped arrows: analysis of hunter-gatherer arrows in the Fourie collection from Namibia // Antiquity. 2012. Vol. 86. N. 334. P. 1179–1191. DOI: 10.1017/S0003598X0004833X
  20. Munson B. R., Young D. F., Okiishi T. H. Fundamentals of Fluid Mechanics. New York: Wiley, 1990. 816 p.
- ### References
1. Legrand A., Radi G. Manufacture and use of bone points from Early Neolithic Colle Santo Stefano, Abruzzo, Italy. *Journal of Field Archaeology*, 2008, vol. 33, no. 3, pp. 305–320. DOI: 10.1179/009346908791071196
  2. Bradfield J. Pointed bone tool technology in southern Africa: results of use-trace analyses. *Southern African Humanities*, 2015, vol. 27, no. 1, pp. 1–27.
  3. Bradfield J., Brand T. Results of utilitarian and accidental breakage experiments on bone points. *Archaeological and Anthropological Sciences*, 2015, vol. 7, pp. 27–38. DOI: 10.1007/s12520-013-0136-5
  4. Alix C. Hare P. G., Andrews T. D., MacKay G. A thousand years of lost hunting arrows: wood analysis of ice patch remains in Northwestern Canada. *Arctic*, 2012, vol. 65, pp. 95–117. DOI: 10.14430/arctic4187
  5. Peyrony D. Les Industries «aurignaciennes» dans le bassin de la Vézère. *Bulletin de la Société préhistorique de France*, 1933, vol. 30, no. 10, pp. 543–559. DOI: 10.3406/bspf.1933.6793
  6. Newcomer M. H. Study and replication of bone tools from Ksar Akil (Lebanon). *World Archaeology*, 1974, vol. 6, n. 2, pp. 138–153.
  7. Langley M. C., Pétilion J.-M., Christensen M. Diversity and evolution of osseous hunting equipment during the Magdalenian (21,000–14,000 cal BP). In: Langley M. (ed.) *Osseous Projectile Weaponry. Vertebrate Paleobiology and Paleoanthropology*. Springer, Dordrecht, 2017, pp. 143–159.
  8. Langley M. C. Establishing a typology for Australian pointed bone implements. *Australian Archaeology*, 2018, vol. 84, n. 2, pp. 164–180. DOI: 10.1080/03122417.2018.1509541
  9. Zhilin M. Early Mesolithic bone arrowheads from the Volga-Oka interfluvium, central Russia. *Fennoscandia Archaeologica*, 2015, vol. 32, pp. 35–54.
  10. Lozovskaya O. V. Development of bone arrowheads in the upper Volga lowland in VII-V cal BC: a case study of the multilayer site Zamostje. *Brief Communications of the Institute of Archaeology*, 2019, n. 255, pp. 71–90. DOI: 10.25681/IARAS.0130-2620.255.71-90 (In Russian).
  11. Perera N., Roberts P., Petraglia M. Bone technology from late pleistocene caves and rockshelters of Sri Lanka. In: Langley, M. (eds) *Osseous Projectile Weaponry. Vertebrate Paleobiology and Paleoanthropology*. Springer, Dordrecht, 2017, pp. 173–188.
  12. Leroy-Prost C. Les pointes en matière osseuse de l'Aurignacien. Caractéristiques morphologiques et essais de définition. *Bulletin de la Société préhistorique française*, tome 71, E&T 2, 1974, pp. 449–458.
  13. Doyon L. The cultural trajectories of Aurignacian osseous projectile points in Southern Europe: Insights from geometric morphometrics. *Quaternary International*, 2020, vol. 551, pp. 63–84. DOI: 10.1016/j.quaint.2018.12.010
  14. Yong W. F., Ahmad Z., Sahat I. M. Development and analysis of arrow for archery. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2016, vol. 11, n. 12, pp. 7443–7450.
  15. Vereshchagin P. V., Besspalov D. V., Tuchkov P. V. Issledovanie vneshnej i konechnoj ballistiki strel [Study of arrow ballistics]. *Materialy X Vserossiiskoi konferentsii "Tehnologii i oborudovanie himicheskoi, bio-tehnologicheskoi i pishhevoj promyshlennosti"* [Proc. of X All-Russian Conf. "Technologies and equipment of the chemical, bio-technological and food industries"]. Biysk, Russia: Altai State Technical University, 2017, pp. 290–292. (In Russian).
  16. González-Martínez A., Martínez-Rodríguez A., Laffita-Leyva A. Determination of aerodynamic properties of javelin by means of computational fluid dynamics. *RICYDE. Revista internacional de ciencias del deporte*, 2019, vol. 56, pp. 137–153. DOI: 10.5232/ricyde2019.05602
  17. Osgood C. The Han Indians: a compilation of ethnographic and historical data on the Alaska-Yukon boundary area. *Yale University publications in anthropology*, 1971, n. 74, pp. 168–173.



18. Goodwin A. J. H. Some historical Bushman arrows. *South African Journal of Science*, 1945, vol. 41, pp. 429–443.
19. Bradfield J. Macrofractures on bone-tipped arrows: analysis of hunter-gatherer arrows in the Fourie collection from Namibia. *Antiquity*, 2012, vol. 86, n. 334, pp. 1179–1191. DOI: 10.1017/S0003598X0004833X
20. Munson B.R., Young D.F., Okiishi T.H. *Fundamentals of Fluid Mechanics*, New York: Wiley, 1990, 816 p.

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Мингалеv С. В., Мингалеv В. В. Численное исследование обтекания наконечников костяных стрел с городища Черновское I // Вестник Пермского университета. Физика. 2025. № 2. С. 66–74. doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-66-74

**Please cite this article in English as:**

Mingalev S. V., Mingalev V. V. Numerical study of bone projectile points from the hillfort of Chernovskoe I. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2025, no. 2, pp. 66–74. doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-66-74

**Сведения об авторах**

1. Мингалеv Станислав Викторович, канд. физ.-мат. наук, начальник бригады поддержки газодинамических программ отдела систем инженерного анализа отделения ИТ, АО «ОДК-Авиадвигатель», Комсомольский пр., 93, корпус 61, Пермь, 614990.
2. Мингалеv Виталий Викторович, старший преподаватель кафедры гуманитарных дисциплин факультета социально-экономических и компьютерных наук, Пермский филиал НИУ «Высшая школа экономики», ул. Студенческая, д. 38, Пермь, 614070.

**Author information**

1. Stanislav V. Mingalev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, UEC-Aviadvigatel JSC; 93, Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, Russia.
2. Vitaliy V. Mingalev, Senior Lecturer, Department of Humanities, Faculty of Socio-Economic and Computer Sciences, HSE University (Perm branch); 38, Studencheskaia st., Perm, 614070, Russia.