

УДК 532.5.013; 536.425; 534.8  
PACS 47.20.Ma, 47.55.-t, 47.35.-i

## Влияние фазового перехода и высокочастотных вибраций на неустойчивость Рэлея–Тейлора: одномодовый подход

**В. В. Коновалов**

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия  
konovalov@icmm.ru

Представлены результаты исследования в рамках одномодовой потенциальной модели типа Лайзера совместного влияния фазового перехода и высокочастотных вибраций на эволюцию локализованного и периодического возмущений на межфазной поверхности жидкость-пар. Описано основное состояние, когда жидкость оттесняется от нагревателя слоем непрерывно образующегося пара. На этой движущейся межфазной поверхности развивается неустойчивость Рэлея–Тейлора, которая принимает форму проникающих в жидкость «пузырей» пара, скорости которых суммируются с общей скоростью границы раздела и стремятся к определенному в настоящем исследовании асимптотическому значению. Обнаружено, что развитие возмущений слабо зависит от их выбранного типа (локализованное либо периодическое возмущения). Показано, что наличие высокочастотных вибраций имеет следствием то, что наиболее быстрорастущими на линейной стадии становятся длинноволновые возмущения, для которых выше по значению оказывается асимптотическая скорость, характеризующую всплытие пузырей пара в жидкости.

**Ключевые слова:** неустойчивость Рэлея–Тейлора; фазовый переход; высокочастотные вибрации; одномодовая модель потенциального течения

*Поступила в редакцию 01.04.2025; после рецензии 12.05.2025; принята к опубликованию 14.05.2025*

## The effect of phase transition and high-frequency vibrations on Rayleigh–Taylor instability: a single-mode approach

**V. V. Konovalov**

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia  
konovalov@icmm.ru

The article presents the results of a study of the combined effect of phase transition and high-frequency vibrations on the evolution of localized and periodic disturbances at the liquid-vapor interface. The study was conducted on a single-mode potential model of the Layzer type. The main state is described, when the liquid is displaced from the heater by a layer of continuously forming vapor. On this moving interface, the Rayleigh–Taylor instability develops, which takes the form of vapor ‘bubbles’ penetrating into the liquid, the velocities of which are summed up with the total ve-

locity of the interface and tend to the asymptotic value determined in this study. The study has found that the development of disturbances depends weakly on their selected type (localized or periodic disturbances). The presence of high-frequency vibrations has the consequence that long-wave disturbances become most rapidly growing at the linear stage. For these, the asymptotic velocity, characterizing the ascent of vapor bubbles in the liquid, turns out to be higher.

**Keywords:** Rayleigh-Taylor instability; phase transition; high-frequency vibrations; single-mode potential flow model

*Received 01 April 2025; revised 12 May 2025; accepted 14 May 2025*

doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-17-26

## 1. Введение

При закалке металлов, когда относительно холодная жидкость контактирует с раскаленным образцом, на поверхности последнего может образовываться паровая пленка, что значительно ухудшает теплоотдачу в жидкость. В земных условиях при наличии силы тяжести имеет место неустойчивость Рэлея-Тейлора слоя легкого пара, расположенного под объемом тяжелой жидкости. Неустойчивость должна разрушать паровую пленку, что весьма желательно для технологических процессов. В то же время этому может препятствовать непрерывное парообразование. Так, из сравнения скоростей развития возмущений и генерации пара определяется в рамках гидродинамической теории [1] минимальный тепловой поток пленочного кипения, который, в частности, из этих соображений должен увеличиваться с ростом интенсивности высокочастотных вибраций [2].

Неустойчивость Рэлея-Тейлора является одной из фундаментальных гидродинамических неустойчивостей. Из экспериментальных данных [3] следует, что показывающая экспоненциальный рост возмущений линейная теория [4] применима, если отклонения формы границы раздела от равновесной не превышают величины порядка  $0.4\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны возмущений. Затем неустойчивость развивается различным образом в верхнем и нижнем слоях системы. Так, наверх всплывают образованные легкой средой пузыри, скорости которых стремятся к постоянным значениям. Пузыри отделены друг от друга струями тяжелой жидкости, находящимися практически в условиях свободного падения. Для исследования асимптотической стадии неустойчивости Рэлея-Тейлора эффективно применяется одномодовый метод потенциального течения [5]. Этот метод позволяет анализировать нелинейные стадии развития возмущений, включая формирование и динамику пузырей, и широко используется в исследованиях гидродинамических неустойчивостей [6, 7].

Одномодовый подход полезен и при исследовании задач с абляцией при так называемой абляционной неустойчивости Рэлея-Тейлора, где необходимо учитывать стабилизирующий эффект фазового перехода [8]. В [9, 10] разработана мо-

дификация метода Лайзера [5] для учета абляционных процессов при лазерном воздействии на материалы.

Работа многих технологических устройств сопровождается вибрациями, которые, как известно, могут ощутимо влиять на поведение многофазных сред из-за неоднородности возникающей инерционной силы. С другой стороны, вибрационное воздействие может применяться как простой и эффективный способ управления гидродинамическими режимами, возникающими в технологических устройствах.

Высокочастотные вибрации проявляют себя в виде средней вибрационной силы, которая может изменять форму межфазных поверхностей [11] либо влиять на движение включений, взвешенных в жидкости [12]. Вибрационное воздействие, частота которого сравнима с собственными частотами системы, может приводить к возникновению параметрического резонанса [13, 14]. Такая неустойчивость может разрушать границы раздела. Порог возбуждения параметрической неустойчивости зависит от коэффициента затухания, который определяется в том числе наличием ПАВ [15].

Особый интерес представляет влияние вибраций на развитие рэлея-тейлоровской неустойчивости. Известно [16], что вибрации могут существенно модифицировать линейную стадию неустойчивости, приводя к изменению инкрементов роста и спектра наиболее опасных возмущений. В частности, ранее обнаружено, что вибрации могут стабилизировать коротковолновые возмущения [17–19], одновременно параметрически усиливая при слабой диссипации длинноволновую составляющую [20, 21].

Работа [22] исследует динамическую стабилизацию абляционной неустойчивости Рэлея-Тейлора в термоядерном синтезе с тяжёлыми ионами, демонстрируя, что путем модуляции ускорения можно эффективно подавлять неустойчивость. В [23] экспериментально подтверждается аналогичный механизм для ньютоновских жидкостей, где границы стабильности определяются амплитудой и частотой модуляции ускорения, что является переформулированием результатов [17–19].

Целью настоящей работы является исследование в рамках потенциальной модели типа Лайзера совместного влияния фазового перехода и высоко-

частотных вибраций на эволюцию локализованного и периодического возмущений на межфазной поверхности жидкость-пар. Внимание уделяется анализу модификации линейной стадии неустойчивости под действием вибраций, а также переходу к нелинейному режиму. Использование одно-модового подхода позволяет получить аналитические решения для асимптотических стадий развития неустойчивости.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим объем маловязкой жидкости с плотностью  $\rho_l$ , прогретый до температуры насыщения  $T_s$  и отделенный от поверхности горизонтального нагревателя слоем образующегося пара (рис. 1). Плотность пара  $\rho_v \ll \rho_l$  считается величиной много меньшей, чем плотность жидкости. На межфазной поверхности жидкость-пар заданы коэффициент поверхностного натяжения  $\gamma$  и удельная теплота парообразования  $L$ . Излучение считается основным типом теплоотдачи от нагре-той до температуры  $T_h$  нагревающей поверхности.

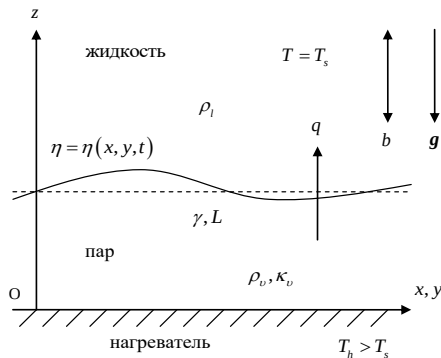


Рис. 1. Конфигурация и параметры

Начало  $O$  декартовой системы координат  $\{O; x, y, z\}$  выберем на поверхности нагревателя, направив ось  $z$  вертикально вверх в объем жидкости, а горизонтальные оси  $x$  и  $y$  расположив вдоль плоскости нагревателя.

В несжимаемой жидкости создается поле высокочастотных поступательных вибраций, вызванных колебаниями нагревателя и объемов сред в вертикальном направлении с амплитудой скорости вибраций  $b$ . Постоянная же составляющая ускорения силы тяжести задается вектором  $g$ .

Важно понимать, что пар, из-за его малой плотности, не создает значительной динамической либо гидростатической добавки к давлению. Так как пар сжат внешним атмосферным давлением  $p_0$ , а это без учета гидростатической добавки в жидкости, то из сравнения указанного давления с передаваемыми в пар колебаниями давления в

жидкости, определенными из закона Бернулли, приходим к критерию несжимаемости пара

$$b \ll \sqrt{\frac{2p_0}{\rho_l}}.$$

Из данных табл. 1 амплитуда скорости вибраций  $b$  должна быть много меньше, чем значение пятнадцать метров в секунду. Тогда пар способен участвовать в вибрациях вместе с объемом жидкости и поверхностью нагревателя как целое.

Табл. 1. Размерные параметры для системы вода-водяной пар

|                                                 |                                                                   |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $p_0 = 101,3 \cdot 10^3$ Па                     | $L = 2,3 \cdot 10^6$ Дж кг <sup>-1</sup>                          |
| $g = 9,81$ м с <sup>-2</sup>                    | $\kappa_v = 2,4 \cdot 10^{-2}$ Вт м <sup>-1</sup> К <sup>-1</sup> |
| $\rho_l = 9,6 \cdot 10^2$ кг м <sup>-3</sup>    | $T_s = 373,15$ К                                                  |
| $\rho_v = 6,0 \cdot 10^{-1}$ кг м <sup>-3</sup> | $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт м <sup>-2</sup> К <sup>-4</sup>  |
| $\gamma = 5,9 \cdot 10^{-2}$ Н м <sup>-1</sup>  |                                                                   |

Считается, что жидкость прогрета до температуры насыщения, а, следовательно, перенос тепла внутри ее объема не рассматривается. Все поглощенное поверхностью жидкости тепло тратится на парообразование. В результате пар накапливается в паровой пленке под жидкостью. Из требования сравнительной однородности теплофизических свойств пара и преобладания теплообмена излучением приходим к двум следующим условиям:

$$\begin{aligned} \frac{T_h - T_s}{T_s} &\ll 1, \\ h &\gg \frac{\kappa_v (T_h - T_s)}{\sigma (T_h^4 - T_s^4)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $h$  – толщина паровой пленки,  $\kappa_v$  – коэффициент теплопроводности пара и  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана.

Пусть поверхности нагревателя и жидкости хорошо поглощают тепловую часть спектра, что уже отражено в условии (1). Расчеты, выполненные для водяного пара (см. табл. 1), показывают, что при умеренном перегреве поверхности нагревателя  $T_h - T_s$  порядка ста градусов Кельвина лучистый перенос тепла преобладает для слоя пара толщиной много большей, чем один миллиметр.

Вследствие того, что частота вибраций считается очень высокой, так что период осцилляций намного меньше характерных временных масштабов в системе, допустим осредненный подход [16]. Хотя проблема ниже рассматривается как невязкая, некоторая вязкость жидкости необходима, чтобы исключить возможность возбуждения параметрической неустойчивости [19]. Вместо рассматриваемой ниже маловязкой воды можно взять

одно из масел, также используемых в процессе за-  
калки. Параметрический резонанс для поверхност-  
ных волн может подавляться фазовым шумом [24].

Движение в невязкой жидкости управляется  
уравнениями Лапласа

$$\Delta\psi = 0, \quad (2)$$

$$\Delta\Psi = 0 \quad (3)$$

для потенциала  $\psi$  скорости ее осредненного тече-  
ния, а также потенциала  $\Psi$  скорости высокоча-  
стотных пульсаций, соответственно.

В глубине объема жидкости при  $z \rightarrow \infty$  опре-  
делено направление его вибраций

$$\nabla(\Psi - z) \rightarrow 0. \quad (4)$$

На межфазной поверхности жидкость-пар, за-  
даваемой уравнением

$$G(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0,$$

выполняются кинематическое условие (5), условие  
баланса потоков вещества (6), условие баланса  
нормальных напряжений (7), условие теплового  
баланса (8), а также условие равенства нулю [16]  
потенциала скорости пульсаций (9):

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \nabla\psi \cdot \nabla G + \frac{\xi}{\rho_l}, \quad (5)$$

$$\nabla\psi \cdot \nabla G + \frac{\xi}{\rho_l} = \mathbf{u}_v \cdot \nabla G + \frac{\xi}{\rho_v}, \quad (6)$$

$$\rho_l \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{(\nabla\psi)^2}{2} - \frac{b^2}{4} (\nabla\Psi)^2 \right\} + \rho_l g \eta = \gamma \operatorname{div} \mathbf{n} + C(t), \quad (7)$$

$$\xi = \frac{\sigma(T_h^4 - T_s^4)}{L}, \quad (8)$$

$$\Psi = 0. \quad (9)$$

Здесь  $\eta$  – положение границы раздела сред,  $\xi$  –  
скорость фазового перехода,  $\mathbf{u}_v$  – скорость пара,  
 $\mathbf{n}$  – единичный вектор внешней нормали к грани-  
це раздела, а  $C(t)$  – некоторая функция времени.  
Динамическим эффектом легкого пара и его вкла-  
дом в приведенное давление в условии (7) прене-  
брегается, но добавлена вибрационная сила [16].

Рассматриваемая выше система (2)–(9) допус-  
кает решение в виде слоя в среднем неподвижного  
(из-за прилипания к твердой поверхности нагрева-  
теля) пара с толщиной  $h$ , которая изменяется по  
линейному закону от момента времени  $t = 0$

$$h = \frac{\sigma(T_h^4 - T_s^4)}{\rho_v L} t. \quad (10)$$

При этом скорость оттеснения объема жидко-  
сти от нагревающей поверхности равна

$$U_0 = \frac{\sigma(T_h^4 - T_s^4)}{L} \left( \frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l} \right), \quad (11)$$

что дает выполненное при  $z \rightarrow \infty$  условие уже для  
возмущенного осредненного решения

$$\nabla(\psi - U_0 z) \rightarrow 0.$$

Соотношения (10) и (11) получены из (5) и (6)  
из требования неподвижности пара  $\mathbf{u}_v = 0$ .

### 3. Динамическая система

Чтобы привести проблему к безразмерному ви-  
ду, выберем в качестве единицы длины гравитаци-  
онно-капиллярную длину  $d_{\gamma g} = \sqrt{\gamma/\rho_l g}$ . В каче-  
стве единицы времени используем гравитационно-  
капиллярное время  $t_{\gamma g} = \sqrt{\rho_l d_{\gamma g}^3/\gamma}$ , единицы по-  
тенциала скорости течения –  $d_{\gamma g}^2/t_{\gamma g}$  и единицы  
скорости фазового перехода –  $\rho_v d_{\gamma g}/t_{\gamma g}$ .

Задача характеризуется следующими безраз-  
мерными параметрами. Это относительная плот-  
ность пара

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho_v}{\rho_l},$$

безразмерная амплитуда скорости вибраций

$$B = b \frac{t_{\gamma g}}{d_{\gamma g}},$$

а также безразмерный параметр фазового перехода

$$\Lambda = \frac{\sigma(T_h^4 - T_s^4)}{\rho_v L} \frac{t_{\gamma g}}{d_{\gamma g}}.$$

Значения безразмерных параметров, вычислен-  
ных для системы вода-водяной пар согласно  
табл. 1, представлены в табл. 2.

**Табл. 2.** Безразмерные параметры для си-  
стемы вода-водяной пар

|                                                              |
|--------------------------------------------------------------|
| $\tilde{\rho} = 6,25 \cdot 10^{-4}$                          |
| $B = 6,38 \text{ б [м с}^{-1}\text{]}$                       |
| $\Lambda = 2,62 \cdot 10^{-13} (T_h^4 - T_s^4) [\text{К}^4]$ |

Краевая задача может быть выписана как

$$\Delta\psi = 0,$$

$$\Delta\Psi = 0.$$

При  $z \rightarrow \infty$ :

$$\nabla\{\psi - (1 - \tilde{\rho})\Lambda z\} \rightarrow 0,$$

$$\nabla(\Psi - z) \rightarrow 0.$$

При  $G(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0$ :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \nabla \psi \cdot \nabla G + \tilde{\rho} \Lambda,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{(\nabla \Psi)^2}{2} - \frac{B^2}{4} (\nabla \Psi)^2 + \eta = \operatorname{div} \vec{n} + C(t),$$

$$\Psi = 0. \quad (12)$$

Известно, что отрывающиеся от паровой пленки пузыри могут образовывать упорядоченную структуру [25], так что пузыри пара растут в узлах квадратной решетки с длиной ребер, равной длине волны наиболее быстрорастущих (опасных) возмущений.

Так, если линеаризовать краевую задачу (12) относительно периодического по горизонтальным координатам возмущения основного состояния, то получается следующее дисперсионное соотношение:

$$\gamma = \sqrt{k \left( 1 - \frac{B^2}{2} k - k^2 \right)}, \quad (13)$$

где  $k$  – волновое число, а  $\gamma$  – инкремент роста возмущений.

Волновое число  $k_d$  и инкремент роста  $\gamma_d$  наиболее опасных возмущений находятся из уравнения (13) как

$$k_d = \frac{\sqrt{B^4 + 12} - B^2}{6}, \quad (14)$$

$$\gamma_d = \left[ \frac{1}{216} \left( \sqrt{B^4 + 12} - B^2 \right) \times \right. \\ \left. \times \left( 24 - B^2 \left( \sqrt{B^4 + 12} - B^2 \right) \right) \right]^{1/2}. \quad (15)$$

Согласно рис. 2 величина  $k_d$  уменьшается с ростом интенсивности вибраций  $B$ .

При этом форма границы раздела на начальной линейной стадии роста описывается выражением

$$\eta = \Lambda t + \frac{F_0}{2} (\cos k_d x + \cos k_d y) e^{\gamma_d t}, \quad (16)$$

в котором  $F_0$  – неизвестная начальная амплитуда возмущений и учтен фазовый переход.

Далее в рамках модели типа Лайзера [5] представим разложения формы одного из пузырей вблизи его вершины, а также потенциалы скорости осредненного и пульсационного течений жидкости, соответственно, в следующем виде:

$$\eta(x, y, t) = \Lambda t + \eta_0(t) + \eta_1(t)(x^2 + y^2) + \dots, \quad (17)$$

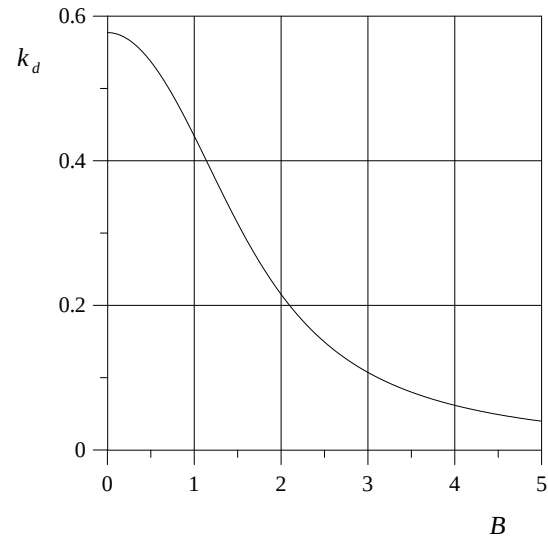
$$\psi(x, y, z, t) = (1 - \tilde{\rho}) \Lambda z +$$

$$\frac{\alpha_1(t)}{2} (\cos k_d x + \cos k_d y) e^{-k_d \{z - \Lambda t - \eta_0(t)\}} + \dots, \quad (18)$$

$$\Psi(x, y, z, t) = z + \beta_0(t) +$$

$$\frac{\beta_1(t)}{2} (\cos k_d x + \cos k_d y) e^{-k_d \{z - \Lambda t - \eta_0(t)\}} + \dots \quad (19)$$

Обратим внимание на то, что за начало отсчета координаты  $z$  в выражении под экспонентой в (18) и (19) выбрано текущее положение вершины пузыря по вертикали  $z = \Lambda t + \eta_0(t)$ . В результате, как показано ниже, амплитуды  $\alpha_1(t)$  и  $\beta_1(t)$  достигают насыщения по мере продвижения пузыря, когда  $\eta_0(t) \rightarrow \infty$ .



**Рис. 2.** Зависимость волнового числа наиболее опасных возмущений от амплитуды скорости вибраций

Разложения в ряды Тейлора для кинематической и динамической функций, которые выражают соответствующие граничные условия, можно обратить в ноль вблизи вершины пузыря вплоть до членов второго порядка малости по горизонтальным координатам  $x$  и  $y$ , если выполнены следующие соотношения для амплитуд  $\eta_0(t)$ ,  $\eta_1(t)$ ,  $\alpha_1(t)$  и  $\beta_1(t)$ . Амплитуда  $\beta_0(t)$  не входит в основную систему. Безразмерные параметры  $\tilde{\rho}$  и  $\Lambda$  входят в виде своего произведения, которым всегда можно пренебречь согласно оценкам в табл. 2. Тогда

$$\beta_1 = \frac{4\eta_1}{k_d(4\eta_1 + k_d)}, \quad (20)$$

$$\frac{d\eta_0}{dt} = -k_d \alpha_1, \quad (21)$$

$$\frac{d\eta_1}{dt} = 2k_d^2\alpha_1\left(\eta_1 + \frac{k_d}{8}\right), \quad (22)$$

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = \frac{\eta_1 + \frac{1}{8}k_d^4\alpha_1^2 - 12\eta_1^3}{k_d\left(\eta_1 + \frac{k_d}{4}\right)} + \frac{k_d\beta_1}{4}\left(k_d\beta_1\frac{8\eta_1 + k_d}{4\eta_1 + k_d} - 2\right)B^2. \quad (23)$$

Более общие выражения, включающие ненулевое значение комбинации  $\tilde{\rho}\Lambda$ , слишком громоздки, чтобы приводить их здесь.

Заметим, что выбор упорядоченной структуры формирования пузырей в виде правильной треугольной решетки приводит к той же самой системе, что и выше. Если же нужно рассмотреть локализованное возмущение, то следует взять следующие разложения:

$$\begin{aligned} \eta(r, t) &= \Lambda t + \eta_0(t) + \eta_1(t)r^2 + \dots, \\ \psi(r, z, t) &= (1 - \tilde{\rho})\Lambda z + \\ &\quad \alpha_1(t)J_0(k_d r)e^{-k_d\{z - \Lambda t - \eta_0(t)\}} + \dots, \\ \Psi(r, z, t) &= z + \beta_0(t) + \\ &\quad \beta_1(t)J_0(k_d r)e^{-k_d\{z - \Lambda t - \eta_0(t)\}} + \dots, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $r$  – радиальная координата, а  $J_0$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Опять же при условии, что комбинация  $\tilde{\rho}\Lambda$  равна нулю, приходим к чуть отличной от (20)–(23) динамической системе (ср. правые части выражений (23) и (28), где отличия помечены двойным нижним подчеркиванием):

$$\beta_1 = \frac{4\eta_1}{k_d(4\eta_1 + k_d)}, \quad (25)$$

$$\frac{d\eta_0}{dt} = -k_d\alpha_1, \quad (26)$$

$$\frac{d\eta_1}{dt} = -2k_d^2\alpha_1\left(\eta_1 + \frac{k_d}{8}\right), \quad (27)$$

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = \frac{\eta_1 + \frac{1}{8}k_d^4\alpha_1^2 - 16\eta_1^3}{k_d\left(\eta_1 + \frac{k_d}{4}\right)} + \frac{k_d\beta_1}{4}\left(k_d\beta_1\frac{8\eta_1 + k_d}{4\eta_1 + k_d} - 2\right)B^2. \quad (28)$$

В качестве начальных условий для динамической системы (20)–(23) либо (25)–(28) можно использовать выражения, полученные из рассмотре-

ния линейной стадии роста возмущений (ср. (16) и (17)):

$$\begin{aligned} \eta_0(t=0) &= F_0, \\ \eta_1(t=0) &= -\frac{k_d^2}{4}F_0, \\ \alpha_1(t=0) &= -\frac{\gamma_d}{k_d}F_0. \end{aligned} \quad (29)$$

Таким образом, неопределенной остается лишь начальная амплитуда  $F_0$ .

## 4. Результаты

Динамические системы (20)–(23) и (25)–(28) допускают асимптотические решения с установившейся постоянной скоростью всплытия пузырей в объеме жидкости  $U_{b\infty} = U_b(t \rightarrow \infty)$ . Под скоростью всплытия понимается величина  $U_b = d\eta_0/dt$ , которая должна суммироваться с общей скоростью движения межфазной поверхности, равной параметру  $\Lambda$  (см. (10) и (11)).

Эволюция скорости вершины пузыря во времени в отсутствие вибраций ( $B = 0$ ) для трех различных значений начальной амплитуды  $F_0$ , определенной как доля длины волны периодического возмущения  $\lambda_d = 2\pi/k_d$ : 0.05 (1), 0.1 (2) и 0.2 (3), показана на рис. 3. В расчетах использованы формулы (14), (15) и (29).

Анализ уравнений показал, что асимптотическая скорость для периодического возмущения

$$U_{b\infty} = \sqrt{\frac{1 - \frac{B^2}{2}k_d - \frac{3}{16}k_d^2}{k_d}} \quad (30)$$

немного отличается от результата для случая локализованного пузыря

$$U_{b\infty} = \sqrt{\frac{1 - \frac{B^2}{2}k_d - \frac{k_d^2}{4}}{k_d}}. \quad (31)$$

Асимптотическое же значение радиуса кривизны в вершине пузыря ( $R_b = -1/2\eta_1$ ) в обеих ситуациях

$$R_{b\infty} = R_b(t \rightarrow \infty) = \frac{4}{k_d}.$$

Для прочих амплитуд при  $t \rightarrow \infty$  имеем:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{U_{b\infty}}{k_d}, \\ \beta_1 &= -\frac{1}{k_d}. \end{aligned}$$

Значение же амплитуды  $\beta_0$  в выражениях для потенциала пульсационной скорости (см. (19) и (24)) можно без вреда для физического смысла принять равным нулю.

Как следует из рис. 4, эффект высокочастотных вибраций повышает асимптотическую скорость всплытия пузырей (благодаря уменьшению величины  $k_d$  с ростом  $B$ ). Заметим, что, хотя на рисунке показан вывод только из выражения (30), результат для локализованного пузыря (31) отличается менее чем на один процент. Фактор же фазового перехода слишком незначителен, но все же несколько снижает скорость всплытия пузырей.

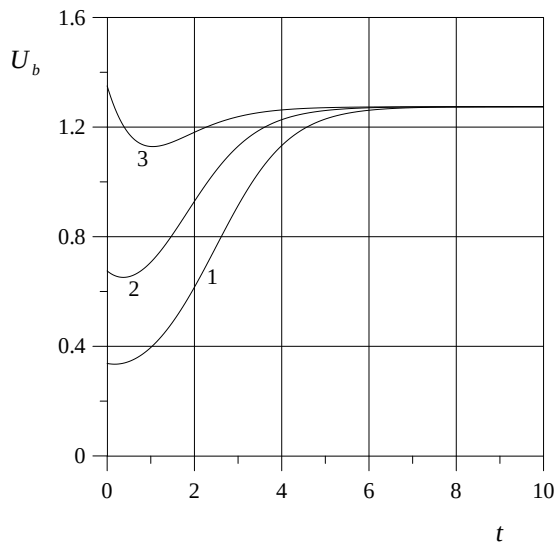


Рис. 3. Эволюция скорости вершины пузыря во времени для периодического случая

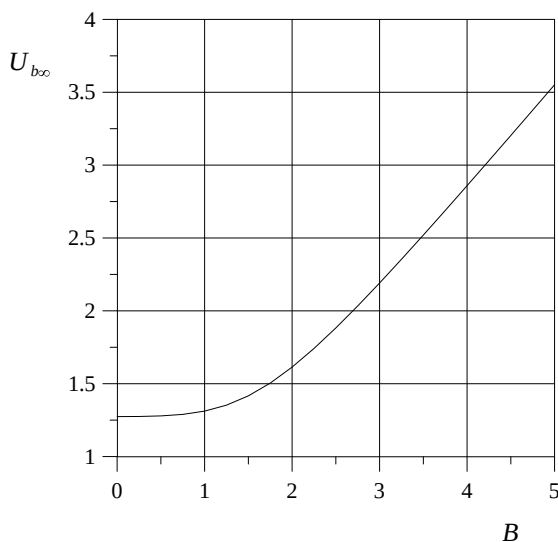


Рис. 4. Зависимость установившейся скорости всплытия пузырей для случая периодического возмущения от амплитуды скорости вибраций

## 5. Заключение

В рамках проведенного исследования была изучена совместная роль фазового перехода и высокочастотных вибраций в развитии неустойчивости Рэлея–Тейлора на межфазной поверхности жидкость–пар. Использование одномодового подхода Лайзера позволило аналитически описать эволюцию локализованного и периодического возмущений, а также определить ключевые параметры, влияющие на асимптотическую динамику системы. Основной акцент был сделан на модификации линейной стадии неустойчивости и переходе к нелинейному режиму.

Применение одномодовой потенциальной модели течения жидкости обеспечило возможность получения замкнутой динамической системы для амплитуд возмущений. Анализ линейной стадии выявил, что высокочастотные вибрации существенно изменяют спектр наиболее опасных возмущений, смещая максимум инкремента роста в длинноволновую область.

Важным результатом работы является установление асимптотической скорости всплытия пузырей пара, которая возрастает для наиболее быстрорастущих возмущений с ростом интенсивности вибраций. Показано, что влияние типа возмущений (локализованное или периодическое) на итоговую скорость незначительно, что упрощает прогнозирование поведения системы в реальных условиях. Кроме того, фазовый переход, хотя и слабо, снижает скорость всплытия.

Полученные результаты согласуются с предыдущими исследованиями по динамической стабилизации неустойчивости. Однако в отличие от работ, фокусирующихся на подавлении неустойчивости, в данной статье продемонстрировано усиление длинноволновых мод, что открывает новые возможности для управления процессами теплообмена.

Практическая значимость исследования заключается в потенциальном применении результатов для оптимизации технологических процессов, таких как закалка металлов. Разрушение паровой пленки под действием неустойчивости Рэлея–Тейлора может улучшить теплоотдачу, а управление вибрациями позволяет контролировать скорость и структуру формирующихся пузырей.

Перспективными направлениями дальнейших исследований могут стать расширение модели на многомодовый случай и экспериментальная верификация теоретических результатов. Особый интерес представляет изучение комбинированного воздействия вибраций и внешних полей (например, магнитных) на межфазную динамику, что актуально для задач энергетики и материаловедения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121031700169-1).

## Список литературы

1. Lienhard J. H., Witte L. C. An historical review of the hydrodynamic theory of boiling // *Reviews in Chemical Engineering*. 1985. Vol. 3. N. 3–4. P. 187–280. DOI: 10.1515/REVCE.1985.3.3-4.187
2. Konovalov V. V., Lyubimova T. P., Lyubimov D. V. Effect of normal vibrations of a flat horizontal heater on the second boiling crisis // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2006. Vol. 47. P. 534–541. DOI: 10.1007/s10808-006-0086-0
3. Lewis D. J. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. II // *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1950. Vol. 202. N. 1068. P. 81–96. DOI: 10.1098/rspa.1950.0086
4. Taylor G. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. I // *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1950. Vol. 201. N. 1065. P. 192–196. DOI: 10.1098/rspa.1950.0052
5. Layzer D. On the instability of superposed fluids in a gravitational field // *Astrophys. J.* 1955. Vol. 122. N. 1. P. 1–12. DOI: 10.1086/146048
6. Goncharov V. N. Analytical model of nonlinear, single-mode, classical Rayleigh–Taylor instability at arbitrary Atwood numbers // *Physical Review Letters*. 2002. Vol. 88. N. 13. P. 134502. DOI: 10.1103/physrevlett.88.134502
7. Abarzhi S. I. Review of theoretical modelling approaches of Rayleigh–Taylor instabilities and turbulent mixing // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2010. Vol. 368. N. 1916. P. 1809–1828. DOI: 10.1098/rsta.2010.0020
8. Kilkenny J. D., Glendinning S. G., Haan S. W., Hammel B. A., Lindl J. D., Munro D., Remington B. A., Weber S. V., Knauer J. P., Verdon C. P. A review of the ablative stabilization of the Rayleigh–Taylor instability in regimes relevant to inertial confinement fusion // *Physics of Plasmas*. 1994. Vol. 1. N. 5. P. 1379–1389. DOI: 10.1063/1.870688
9. Yan R., Betti R., Sanz J., Aluie H., Liu B., Frank A. Three-dimensional single-mode nonlinear ablative Rayleigh–Taylor instability // *Physics of Plasmas*. 2016. Vol. 23. N. 2. 022701. DOI: 10.1063/1.4940917
10. Banerjee R. Effect of compressibility on ablative Rayleigh–Taylor instability // *Indian Journal of Physics*. 2023. Vol. 98. N. 5. P. 1761–1766. DOI: 10.1007/s12648-023-02913-7
11. Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Tcherepanov A. A., Roux B. H. Vibration influence on fluid interfaces // *Comptes Rendus. Mécanique*. 2004. Vol. 332. N. 5–6. P. 467–472. DOI: 10.1016/j.crme.2004.01.013
12. Lyubimov D. V., Klimenko L. S., Lyubimova T. P., Filippov L. O. The interaction of a rising bubble and a particle in oscillating fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 2016. Vol. 807. P. 205–220. DOI: 10.1017/jfm.2016.608
13. Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Cherepanov A. A. Resonance oscillations of a drop (bubble) in a vibrating fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 2020. Vol. 909, A18. DOI: 10.1017/jfm.2020.949
14. Konovalov V. V., Lyubimov D. V., Lyubimova T. P. Resonance oscillations of a drop or bubble in a viscous vibrating fluid // *Physics of Fluids*. 2021. Vol. 33. N. 9. DOI: 10.1063/5.0061979
15. Lyubimov D. V., Konovalov V. V., Lyubimova T. P., Egrý I. Small amplitude shape oscillations of a spherical liquid drop with surface viscosity // *Journal of Fluid Mechanics*. 2011. Vol. 677. P. 204–217. DOI: 10.1017/jfm.2011.76
16. Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
17. Wolf G. H. The dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium // *Z. Physik*. 1969. Vol. 227. P. 291–300. DOI: 10.1007/BF01397662
18. Troyon F., Gruber R. Theory of the Dynamic Stabilization of the Rayleigh–Taylor Instability // *The Physics of Fluids*. 1971. Vol. 14. N. 10. P. 2069–2073. DOI: 10.1063/1.1693294
19. Брискман В. А. Параметрическая стабилизация границы раздела жидкостей // *ДАН СССР*. 1976. Т. 226. № 5. С. 1041–1044.
20. Benjamin T. B., Ursell F. The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion // *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1954. Vol. 225. P. 505–515. DOI: 10.1098/rspa.1954.0218
21. Kumar K., Tuckerman L. S. Parametric instability of the interface between two fluids // *Journal of Fluid Mechanics*. 1994. Vol. 279. P. 49–68. DOI: 10.1017/S0022112094003812
22. Qin H., Davidson R. C., Logan B. G. Dynamic stabilization of the ablative Rayleigh–Taylor instability for heavy ion fusion // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2014. Vol. 733. P. 203–206. DOI: 10.1016/j.nima.2013.05.068
23. Rodriguez Prieto G., Piriz A. R., Lopez Cela J. J., Tahir N. A. Dynamic stabilization of Rayleigh–Taylor instability: Experiments with Newtonian fluids as surrogates for ablation fronts // *Physics of Plasmas*. 2013. Vol. 20. N. 1. 012706. DOI: 10.1063/1.4789552
24. Pétrélis F., Aumaitre S., Fauve S. Effect of phase noise on parametric instabilities // *Physical Review Letters*. 2005. Vol. 94. N. 7. 070603. DOI: 10.1103/physrevlett.94.070603



25. Sernas V., Lienhard J. H., Dhir V. K. The Taylor wave configuration during boiling from a flat plate // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1973. Vol. 16. N. 9. P. 1820–1821. DOI: 10.1016/0017-9310(73)90175-0

## References

- Lienhard J. H., Witte L. C. An historical review of the hydrodynamic theory of boiling. *Reviews in Chemical Engineering*, 1985, vol. 3, no. 3–4, pp. 187–280. DOI: 10.1515/REVCE.1985.3.3-4.187
- Konovalov V. V., Lyubimova T. P., Lyubimov D. V. Effect of normal vibrations of a flat horizontal heater on the second boiling crisis. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2006, vol. 47, pp. 534–541. DOI: 10.1007/s10808-006-0086-0
- Lewis D. J. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. II. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1950, vol. 202, no. 1068, pp. 81–96. DOI: 10.1098/rspa.1950.0086
- Taylor G. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. I. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1950, vol. 201, no. 1065, pp. 192–196. DOI: 10.1098/rspa.1950.0052
- Layzer D. On the instability of superposed fluids in a gravitational field. *Astrophys. J.*, 1955, vol. 122, no. 1, p.p. 1–12. DOI: 10.1086/146048
- Goncharov V. N. Analytical Model of nonlinear, single-mode, classical Rayleigh-Taylor instability at arbitrary Atwood numbers // *Physical Review Letters*, 2002, vol. 88, no. 13, 134502. DOI: 10.1103/physrevlett.88.134502
- Abarzhi S. I. Review of theoretical modelling approaches of Rayleigh–Taylor instabilities and turbulent mixing. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010, vol. 368, no. 1916, pp. 1809–1828. DOI: 10.1098/rsta.2010.0020
- Kilkenny J. D., Glendinning S. G., Haan S. W., Hammel B. A., Lindl J. D., Munro D., Remington B. A., Weber S. V., Knauer J. P., Verdon C. P. A review of the ablative stabilization of the Rayleigh–Taylor instability in regimes relevant to inertial confinement fusion. *Physics of Plasmas*, 1994, vol. 1, no. 5, pp. 1379–1389. DOI: 10.1063/1.870688
- Yan R., Betti R., Sanz J., Aluie H., Liu B., Frank A. Three-dimensional single-mode nonlinear ablative Rayleigh-Taylor instability. *Physics of Plasmas*, 2016, vol. 23, no. 2, 022701. DOI: 10.1063/1.4940917
- Banerjee R. Effect of compressibility on ablative Rayleigh–Taylor instability. *Indian Journal of Physics*, 2023, vol. 98, no. 5, pp. 1761–1766. DOI: 10.1007/s12648-023-02913-7
- Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Tcherepanov A. A., Roux B. H. Vibration influence on fluid interfaces. *Comptes Rendus. Mécanique*, 2004, vol. 332, no. 5–6, pp. 467–472. DOI: 10.1016/j.crme.2004.01.013
- Lyubimov D. V., Klimenko L. S., Lyubimova T. P., Filippov L. O. The interaction of a rising bubble and a particle in oscillating fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, vol. 807, pp. 205–220. DOI: 10.1017/jfm.2016.608
- Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Cherepanov A. A. Resonance oscillations of a drop (bubble) in a vibrating fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 2020, vol. 909, A18. DOI: 10.1017/jfm.2020.949
- Konovalov V. V., Lyubimov D. V., Lyubimova T. P. Resonance oscillations of a drop or bubble in a viscous vibrating fluid. *Physics of Fluids*, 2021, vol. 33, no. 9. DOI: 10.1063/5.0061979
- Lyubimov D. V., Konovalov V. V., Lyubimova T. P., Egry I. Small amplitude shape oscillations of a spherical liquid drop with surface viscosity. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, vol. 677, pp. 204–217. DOI: 10.1017/jfm.2011.76
- Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Cherepanov A. A. *Dinamika poverkhnostei razdela v vibratsionnykh poliakh* [Interface dynamics in vibrational fields]. Moscow: Fizmatlit, 2003. (In Russian).
- Wolf G. H. The dynamic stabilization of the Rayleigh-Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium. *Z. Physik*, 1969, vol. 227, pp. 291–300. DOI: 10.1007/BF01397662
- Troyon F., Gruber R. Theory of the Dynamic Stabilization of the Rayleigh-Taylor Instability. *The Physics of Fluids*, 1971, vol. 14, no. 10, pp. 2069–2073. DOI: 10.1063/1.1693294
- Briskman V. A. Parametricheskaya stabilizatsiya granitsy razdela zhidkostei [Parametric stabilization of the liquid-liquid interface]. *DAN SSSR*, 1976, vol. 226, no. 5, pp. 1041–1044 (In Russian).
- Benjamin T. B., Ursell F. The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1954, vol. 225, pp. 505–515. DOI: 10.1098/rspa.1954.0218
- Kumar K., Tuckerman L. S. Parametric instability of the interface between two fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, vol. 279, pp. 49–68. DOI: 10.1017/S0022112094003812
- Qin H., Davidson R. C., Logan B. G. Dynamic stabilization of the ablative Rayleigh–Taylor instability for heavy ion fusion. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2014, vol. 733, pp. 203–206. DOI: 10.1016/j.nima.2013.05.068

23. Rodriguez Prieto G., Piriz A. R., Lopez Cela J. J., Tahir N. A. Dynamic stabilization of Rayleigh–Taylor instability: Experiments with Newtonian fluids as surrogates for ablation fronts. *Physics of Plasmas*, 2013, vol. 20, no. 1, 012706. DOI: 10.1063/1.4789552
24. Pétrélis F., Aumaître S., Fauve S. Effect of phase noise on parametric instabilities. *Physical Review Letters*, 2005, vol. 94, no. 7. 070603. DOI: 10.1103/physrevlett.94.070603
25. Sernas V., Lienhard J. H., Dhir V. K. The Taylor wave configuration during boiling from a flat plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1973, vol. 16, no. 9, pp. 1820–1821. DOI: 10.1016/0017-9310(73)90175-0

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Коновалов В. В. Влияние фазового перехода и высокочастотных вибраций на неустойчивость Рэлея–Тейлора: одномодовый подход // Вестник Пермского университета. Физика. 2025. № 2. С. 17–26. doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-17-26

**Please cite this article in English as:**

Konovalov V. V. The effect of phase transition and high-frequency vibrations on Rayleigh–Taylor instability: a single-mode approach. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2025, no. 2, pp. 17–26. doi: 10.17072/1994-3598-2025-2-17-26

**Сведения об авторах**

Владимир Владиславович Коновалов, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Лаборатории вычислительной гидродинамики, Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Ак. Королева, 1, Пермь, 614013

**Author information**

Vladimir V. Konovalov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Researcher, Laboratory of Computational Fluid Dynamics, Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS; 1, Akademika Koroleva st., Perm, 614013, Russia