

УДК 536.2  
PACS 02.60.Cb; 44.25.+f

## Численный анализ турбулентных режимов сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой области со стеклянной стенкой

И. В. Мирошниченко<sup>a</sup>, М. А. Пахомов<sup>b</sup>, М. А. Шеремет<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Томский государственный университет  
634050, Томск, пр. Ленина, 36  
email: miroshnichenko@mail.tsu.ru

<sup>b</sup> Институт теплофизики СО РАН  
630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 1  
email: pakhomov@ngs.ru

<sup>c</sup> Томский государственный университет  
634050, Томск, пр. Ленина, 36  
email: sheremet@math.tsu.ru

Проведено математическое моделирование нестационарной турбулентной термогравитационной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутой полости с твердыми теплопроводными стенками конечной толщины при наличии источника энергии постоянной температуры. Процесс переноса импульса, массы и энергии описывался системой дифференциальных уравнений в переменных «функция тока – температура – завихренность». Краевая задача решена методом конечных разностей на неравномерной сетке. В качестве замыкающей модели турбулентности использовалась стандартная  $k-\varepsilon$  модель. Проанализировано влияние степени черноты ограждающих поверхностей и фактора нестационарности на режимы течения и теплоперенос. В результате проведенных исследований получены распределения как локальных (изолинии функции тока и температуры), так и интегральных (средние радиационное и конвективное числа Нуссельта) характеристик. Показано, что увеличение степени черноты ограждающих поверхностей проявляется в изменении структуры течения и интенсификации теплопереноса.

**Ключевые слова:** естественная конвекция; поверхностное излучение; турбулентность; источник энергии; метод конечных разностей

Поступила в редакцию 03.12.2017; принята к опубликованию 11.01.2018

## Numerical analysis of conjugate turbulent convective-radiative heat transfer in an enclosure with a glass wall

I. V. Miroshnichenko<sup>a</sup>, M. A. Pakhomov<sup>b</sup>, M. A. Sheremet<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Tomsk State University, Lenin Avenue 36, 634050, Tomsk  
email: miroshnichenko@mail.tsu.ru

<sup>b</sup> Institute of Thermophysics SB RAS, 630090, Novosibirsk, Academician Lavrentyev Avenue, 1  
email: pakhomov@ngs.ru

<sup>c</sup> Tomsk State University, Lenin Avenue 36, 634050, Tomsk  
email: sheremet@math.tsu.ru

Mathematical simulation of unsteady turbulent natural convection and thermal surface radiation in a closed cavity with solid heat-conducting walls of finite thickness in the presence of a heat source of constant temperature has been carried out. The governing equations for the conservation of mass, momentum, and energy have been written using a system of partial differential equations in terms of stream function, temperature and vorticity. The boundary-value problem has been solved by the finite difference method. The effect of turbulence has been modeled using the standard  $k - \varepsilon$  model. The effects of the surface emissivity and the nonstationary factor on the fluid flow and heat transfer have been studied. As a result of the studies, distributions of both local (isolines of the stream function and temperature) and integral (average radiative and convective Nusselt numbers) characteristics have been obtained. It has been shown that an increase in the surface emissivity leads to a modification of flow patterns and the heat transfer enhancement.

**Keywords:** natural convection; surface radiation; turbulence; energy source; finite difference method.

*Received 03.12.2017; accepted 11.01.2018*

doi: 10.17072/1994-3598-2018-1-17-25

## 1. Введение

Исследования совместных эффектов естественной конвекции и поверхностного излучения, ввиду первостепенной важности в энергетике и строительстве, бурно развиваются в наше время [1–3]. Интерес исследователей к численному моделированию данных процессов обусловлен, в первую очередь, возможностью определить реальное тепловое состояние исследуемых объектов, в том числе в системах-потребителях тепловой энергии. Более того, стоящая довольно остро у нас в стране проблема теплоэнергосбережения мотивирует продолжать исследования в области конвективно-радиационного теплопереноса в целях повышения энергоэффективности объектов промышленного или жилого назначения.

К настоящему времени проведено большое количество численных и экспериментальных исследований ламинарных режимов естественной конвекции в замкнутых областях с источниками энергии [4–6]. Так, например, влияние размеров и формы локального тепловыделяющего элемента на теплопередачу в квадратной полости детально проанализировано в [7]. Сопряженный конвективно-радиационный теплообмен в замкнутом кубе численно исследован в [8] методом контрольного объема. Установлено, что с ростом коэффициента теплопроводности твердых стенок полости существенно увеличивается роль как радиационного, так и конвективного механизмов теплообмена на поверхности источника энергии. Однако во множестве прикладных задач рассматриваются режимы течения, которые характеризуются достаточно большими скоростями движения среды в полости, либо сама полость имеет большие размеры. В таких задачах естественным образом возникает необходимость моделирования турбулентных режимов переноса массы, импульса и энергии. К наиболее высокоточным методам расчета турбулентных течений относятся DNS (прямое числен-

ное моделирование) и LES (метод моделирования крупных вихрей). Оба метода требуют существенных вычислительных ресурсов, что несколько ограничивает применение данных подходов.

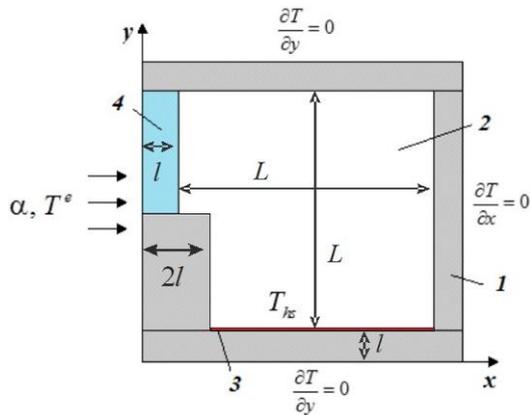
Самым распространенным методом к исследованию подобного типа задач на сегодняшний день является использование RANS подхода, заключающегося в применении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, которые замыкаются с помощью различных полуэмпирических моделей турбулентности. В работе [9] проведен детальный обзор существующих экспериментальных и численных научных работ в области турбулентной естественной конвекции в замкнутых областях. Показано, что исследований, посвященных численному анализу сложного теплообмена (конвекция, кондукция и излучение) в областях различной геометрии не так много. Связано это, прежде всего, с математическими и вычислительными сложностями в описании совместных эффектов рассматриваемых процессов передачи тепла.

В настоящей работе излагаются результаты математического моделирования нестационарных турбулентных режимов сопряженной термогравитационной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутой области с твердыми стенками, состоящими из материалов с разными теплофизическими свойствами, при наличии источника энергии. Основной акцент сделан на изучении процесса эволюции во времени теплового факела и гидродинамических структур, а также на исследовании влияния приведенной степени черноты ограждающих конструкций на режимы течения и теплообмена в рассматриваемой области.

## 2. Математическая модель и метод решения

Область решения представляет собой замкнутую полость, изображенную на рис. 1. Внутри полости находится ньютоновская диатермичная сре-

да, которая удовлетворяет приближению Буссинеска. Локальный источник энергии расположен вдоль нижней стенки. Теплофизические характеристики одной из твердых стенок (4 на рис. 1) соответствуют параметрам стекла (коэффициент теплопроводности  $\lambda_4 = 1.15$  Вт/(м·К), приведенная степень черноты поверхности стенки  $\tilde{\epsilon}_4 = 0.9$ ) и не варьируются в задаче. На внешней границе левой стенки задаются условия конвективного теплообмена с окружающей средой, а на оставшихся внешних границах – условие теплоизоляции. При описании радиационной составляющей полного теплового потока использовались следующие допущения: рассматривалось только поверхностное излучение от источника тепловыделения и твердых стенок и не учитывалось излучение, поступающее извне.



**Рис. 1.** Область решения: 1 – твердые стенки, 2 – воздушная полость, 3 – источник энергии постоянной температуры, 4 – стеклянная стенка

Для сгущения расчетной сетки к твердым стенкам использовалось следующее алгебраическое преобразование координат [10]:

$$\xi = a + \frac{b-a}{2} \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi \kappa}{2} \left( X - \frac{a+b}{2} \right)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \kappa}, \quad (2.1)$$

$$\eta = a + \frac{b-a}{2} \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi \kappa}{2} \left( Y - \frac{a+b}{2} \right)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \kappa},$$

где  $\kappa$  – параметр сжатия,  $a$ ,  $b$  – начальная и, соответственно, конечная точки отрезка прямой с предполагаемым сгущением.

Процесс переноса импульса, массы и энергии для данной задачи описывается системой нестационарных уравнений Навье–Стокса. Краевая задача сформулирована в безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура» с использованием преобразования вида (2.1). Система безразмерных уравнений имеет следующий вид:

$$\frac{d^2 \xi}{dX^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \left( \frac{d\xi}{dX} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \quad (2.2)$$

$$+ \frac{d^2 \eta}{dY^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} + \left( \frac{d\eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} = -\Omega,$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left( U - \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} +$$

$$+ \left( V - \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} =$$

$$= \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + v_t \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right] +$$

$$+ \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + v_t \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right] +$$

$$+ \left( \frac{d^2 \xi}{dX^2} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} + \left( \frac{d\xi}{dX} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \xi^2} -$$

$$- \frac{d^2 \eta}{dY^2} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} - \left( \frac{d\eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \eta^2} \right) \times$$

$$\times \left( \Omega + 2 \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + 4 \frac{d\xi}{dX} \left( \frac{d\eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial V}{\partial \eta} +$$

$$+ \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + V \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \frac{d\xi}{dX} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{\operatorname{Ra} \cdot \operatorname{Pr}}} + \frac{v_t}{\operatorname{Pr}_t} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right] + \quad (2.4)$$

$$+ \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{\operatorname{Ra} \cdot \operatorname{Pr}}} + \frac{v_t}{\operatorname{Pr}_t} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right],$$

$$\frac{\partial K}{\partial \tau} + U \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial K}{\partial \xi} + V \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial K}{\partial \eta} =$$

$$= \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial K}{\partial \xi} \right] + \quad (2.5)$$

$$+ \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial K}{\partial \eta} \right] +$$

$$+ P_k + G_k - E,$$

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + U \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial E}{\partial \xi} + V \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial E}{\partial \eta} =$$

$$= \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right] + \quad (2.6)$$

$$+ \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial E}{\partial \eta} \right] +$$

$$+ c_{1\epsilon} (P_k + c_{3\epsilon} G_k) \frac{E}{K} - c_{2\epsilon} \frac{E^2}{K},$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_{i,2}}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left[ \frac{d^2 \xi}{dX^2} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + \left( \frac{d\xi}{dX} \right)^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{d^2 \eta}{dY^2} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} + \left( \frac{d\eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} \right]. \quad (2.7)$$

Здесь  $X, Y$  – безразмерные физические координаты;  $\xi, \eta$  – безразмерные координаты в вычислительной области;  $\tau$  – безразмерное время;  $\Theta$  – безразмерная температура;  $\Psi$  – безразмерная функция тока ( $U = \partial \Psi / \partial Y, V = -\partial \Psi / \partial X$ );  $U, V$  – безразмерные составляющие скорости в проекции на оси  $X, Y$ , соответственно;  $\Omega$  – безразмерная завихренность скорости ( $\Omega = \partial V / \partial X - \partial U / \partial Y$ );  $K$  – безразмерная кинетическая энергия турбулентности;  $E$  – безразмерная скорость диссипации кинетической энергии турбулентности;  $\nu_t$  – коэффициент турбулентной вязкости;  $\text{Pr}_t = \nu_t / a_t$  – турбулентное число Прандтля;  $a_t$  – коэффициент турбулентной теплопроводности;  $\text{Pr} = \mu / (\rho a_2)$  – число Прандтля;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости воздуха, кг/(м·с);  $\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $a_2$  – коэффициент теплопроводности воздуха, м<sup>2</sup>/с;  $a_{i,2} = a_i / a_2$  – относительный коэффициент теплопроводности;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\text{Ra} = \rho g \beta (T_{hs} - T^e) L^3 / (\mu a_2)$  – число Рэлея;  $\beta$  – температурный коэффициент объемного расширения, 1/К;  $L$  – характерный размер полости, м (см. рис. 1).

Основываясь на гипотезах Буссинеска и градиентной диффузии имеем, соответственно, следующие соотношения:

$$\bar{P}_k = \nu_t \left[ 2 \left( \frac{\partial \xi}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial \eta}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial \xi}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial \xi} \right)^2 \right],$$

$$\bar{G}_k = - \frac{\nu_t}{\text{Pr}_t} \frac{\partial \eta}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta},$$

где  $\bar{P}_k$  – слагаемое, характеризующее порождение турбулентности за счет сдвиговых напряжений;  $\bar{G}_k$  описывает генерацию или диссипацию турбулентной кинетической энергии за счёт выталкивающей силы. Турбулентная вязкость вычислялась по формуле Колмогорова – Прандтля

$$\nu_t = c_\mu \frac{K^2}{E}.$$

Уравнения (2.5) и (2.6) – транспортные уравнения низкорейнольдсовой  $k-\varepsilon$  модели турбулентности [10]. Безразмерная координата первого пристеночного узла

$$y^+ = \frac{y u^*}{\nu} = \sqrt[4]{\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}}} Y \sqrt{\frac{\partial U}{\partial Y}} < 1.$$

Здесь  $y$  – расстояние от стенки до ближайшего узла,  $u^*$  – динамическая скорость,  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости.

Рекомендуемые эмпирические константы, используемые в данной модели, представлены в таблице 1.

**Таблица 1.** Эмпирические константы для  $k-\varepsilon$  модели турбулентности

$c_{1k}$	$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$	$c_{3\varepsilon}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$\text{Pr}$
0.09	1.44	1.92	0.8	1.0	1.3	1.0

Начальные условия для сформулированной системы уравнений (2.2)–(2.7) следующие:

$$\Psi(\xi, \eta, 0) = \Omega(\xi, \eta, 0) = K(\xi, \eta, 0) = E(\xi, \eta, 0) = 0, \\ \Theta(\xi, \eta, 0) = 0.5.$$

Граничные условия имеют следующий вид:

- на границе  $\xi = 0$ :  $\frac{\partial \xi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \text{Bi} \cdot \Theta$  (условие конвективного теплообмена с окружающей средой);
- на границе  $\xi = 1 + 2l/L$ :  $\partial \Theta / \partial \xi = 0$  (условие теплоизоляции);
- на границе  $\eta = 0$ :  $\partial \Theta / \partial \eta = 0$  (условие теплоизоляции);
- на границе  $\eta = 1 + 2l/L$ :  $\partial \Theta / \partial \eta = 0$  (условие теплоизоляции);
- на поверхности источника энергии:  $\Theta = 1$ ;
- на внутренних границах раздела воздух–стенка, параллельных оси  $O\xi$ :

$$\Psi = 0, \quad K = 0,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial \eta} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2,$$

$$\lambda_{1,2} \frac{\partial \eta}{\partial Y} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \eta} = \frac{\partial \eta}{\partial Y} \frac{\partial \Theta_2}{\partial \eta} - N_{rad} Q_{rad};$$

- на внутренних границах раздела воздух–стенка, параллельных оси  $O\eta$ :

$$\Psi = 0, \quad K = 0,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial \xi} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2,$$

$$\lambda_{1,2} \frac{\partial \xi}{\partial X} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \xi} = \frac{\partial \xi}{\partial X} \frac{\partial \Theta_2}{\partial \xi} - N_{rad} Q_{rad}.$$

Здесь  $N_{rad} = \sigma T_{hs}^4 L / [\lambda_2 (T_{hs} - T^e)]$  – радиационно-кондуктивный параметр;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана, Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $\lambda_1$  – коэффициент теплопроводности твердых стенок, Вт/(м·К),  $\lambda_2$  – коэффициент теплопроводности воздуха, Вт/(м·К),  $\lambda_4$  –

коэффициент теплопроводности стеклянной стенки, Вт/(м·К),  $\lambda_{i,2} = \lambda_i/\lambda_2$  – относительный коэффициент теплопроводности (в зависимости от материала ограждающей стенки),  $Bi = \alpha L/\lambda_i$  – число Био материала твердой стенки;  $\alpha$  – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\tilde{\epsilon}_4$  – степень черноты стеклянной стенки,  $\tilde{\epsilon}$  – степень черноты ограждающих твердых стенок.

Для нахождения безразмерной плотности радиационного потока  $Q_{rad}$  применялся метод решения с использованием плотности потока эффективного излучения. Данный метод заключается в разрешении двух разностных дифференциальных уравнений (2.8)–(2.9) методом последовательной верхней релаксации:

$$Q_{rad,k} = R_k - \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i, \quad (2.8)$$

$$R_k = (1 - \tilde{\epsilon}_k) \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i + \tilde{\epsilon}_k (1 - \zeta)^4 \left( \Theta_k + 0.5 \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta} \right)^4. \quad (2.9)$$

Здесь  $R_k$  – безразмерная плотность эффективного излучения  $k$ -й поверхности;  $F_{k-i}$  – угловой коэффициент между поверхностями “ $k$ ” и “ $i$ ”;  $\tilde{\epsilon}_k$  – приведенная степень черноты  $k$ -й поверхности;  $\zeta = T^e/T_{hs}$  – температурный параметр;  $\Theta_k$  – температура  $k$ -й поверхности;  $N$  – количество поверхностей.

Полученная система дифференциальных уравнений в частных производных (2.2)–(2.7) решена методом конечных разностей. Подробное описание используемых методов решения можно найти в [10].

Для валидации разработанного метода решения проведено сравнение с экспериментальной работой [11]. На рис. 2 и 3 представлено сравнение профилей температуры и вертикальной компоненты скорости с экспериментом. Разработанный численный метод показал достаточно хорошее согласие с экспериментальными данными.

В таблице 2 представлены значения средних радиационного

$$Nu_{rad} = \frac{N_{rad}}{0.9} \int_{2l/L}^{2l/L+0.9} Q_{rad} |_{\eta=\eta_{hs}} d\xi$$

и конвективного

$$Nu_{conv} = \frac{1}{0.9} \int_{2l/L}^{2l/L+0.9} \left| \frac{\partial \eta}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right|_{\eta=\eta_{hs}} d\xi$$

чисел Нуссельта [12] в зависимости от размера расчетной сетки. В связи с тем, что уменьшение шага разностной сетки отражается на существен-

ном повышении времени счета, по результатам численного эксперимента выбрана сетка размерностью 120×120 (так как различия в значениях среднего конвективного числа Нуссельта для сеток 120×120 и 180×180 составило менее 5 %).

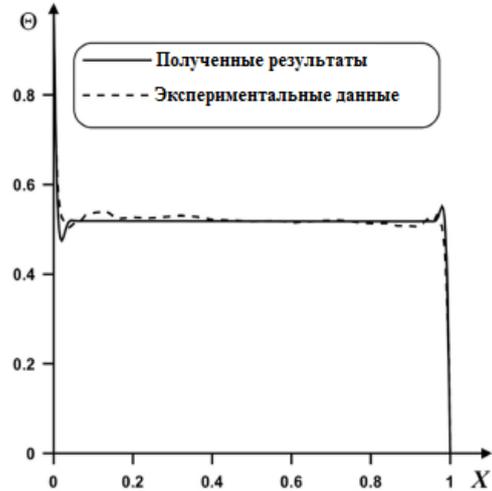


Рис. 2. Профиль температуры в сечении  $Y = 0.5$  при  $Ra = 1.58 \cdot 10^9$  в сравнении с экспериментальными данными [11]

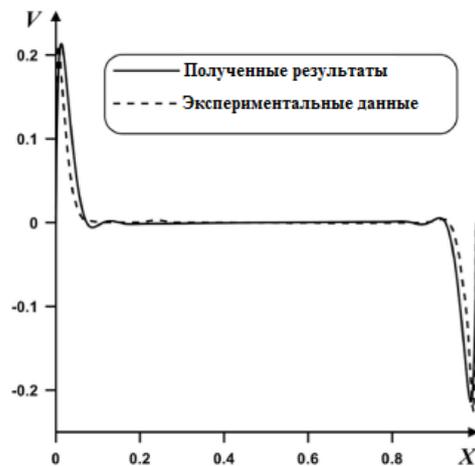


Рис. 3. Профиль вертикальной компоненты скорости в сечении  $Y = 0.5$  при  $Ra = 1.58 \cdot 10^9$  в сравнении с экспериментальными данными [11]

Таблица 2. Средние конвективное и радиационное числа Нуссельта при  $Ra = 10^9$ ,  $\tau = 6000$ ,  $\tilde{\epsilon} = 0.3$  в зависимости от размерности вычислительной сетки

Размер сетки	$Nu_{conv}$	разница, %	$Nu_{rad}$	разница, %
60×60	39.79	–	26.25	–
120×120	50.34	20.95	26.16	0.34
180×180	52.85	4.74	26.10	0.23

### 3. Результаты численного моделирования

Сформулированная краевая задача решалась численно при следующих значениях безразмерных комплексов:  $0 \leq \tilde{\varepsilon} \leq 0.9$ ;  $0 \leq \tau \leq 10000$ ;  $Ra = 10^9$ ;  $Pr = 0.7$ ;  $\lambda_{1,2} = 6.8$ ,  $N_{rad} = 390.15$ . Основное внимание было сосредоточено на исследовании влияния приведенной степени черноты  $\tilde{\varepsilon}$  и фактора нестационарности на структуру течения и теплоперенос в рассматриваемой области.

Изолинии функции тока и температуры, отражающие влияние нестационарности процессов переноса тепла и массы, представлены на рис. 4. В начальный момент времени (рис. 4, а) в рассматриваемой полости формируются две конвективные ячейки, располагающиеся в области основания. Данные вихревые структуры отличаются, в первую очередь, направлением циркуляции газа, и их появление вызвано несколькими причинами:

радиационным теплообменом, постоянным подводом тепла от источника тепловыделения и воздействием окружающей среды посредством кондуктивного механизма переноса энергии.

С течением времени (рис. 4, б) увеличивается масштаб правой конвективной ячейки (направление циркуляции которой соответствует движению по часовой стрелке) вследствие формирования в области над источником энергии теплового факела, смещенного ближе к правой стенке. Дальнейший рост времени (рис. 4, в–ж) приводит к существенному прогреву внутренней части газовой полости и модификации изолиний функции тока – значительно увеличивается вихрь, расположенный в левой части полости (направление циркуляции которого соответствует движению против часовой стрелки).

Представленные распределения изолиний функции тока и температуры позволяют проследить за эволюцией термогидродинамических структур во времени, что, в конечном итоге, при-

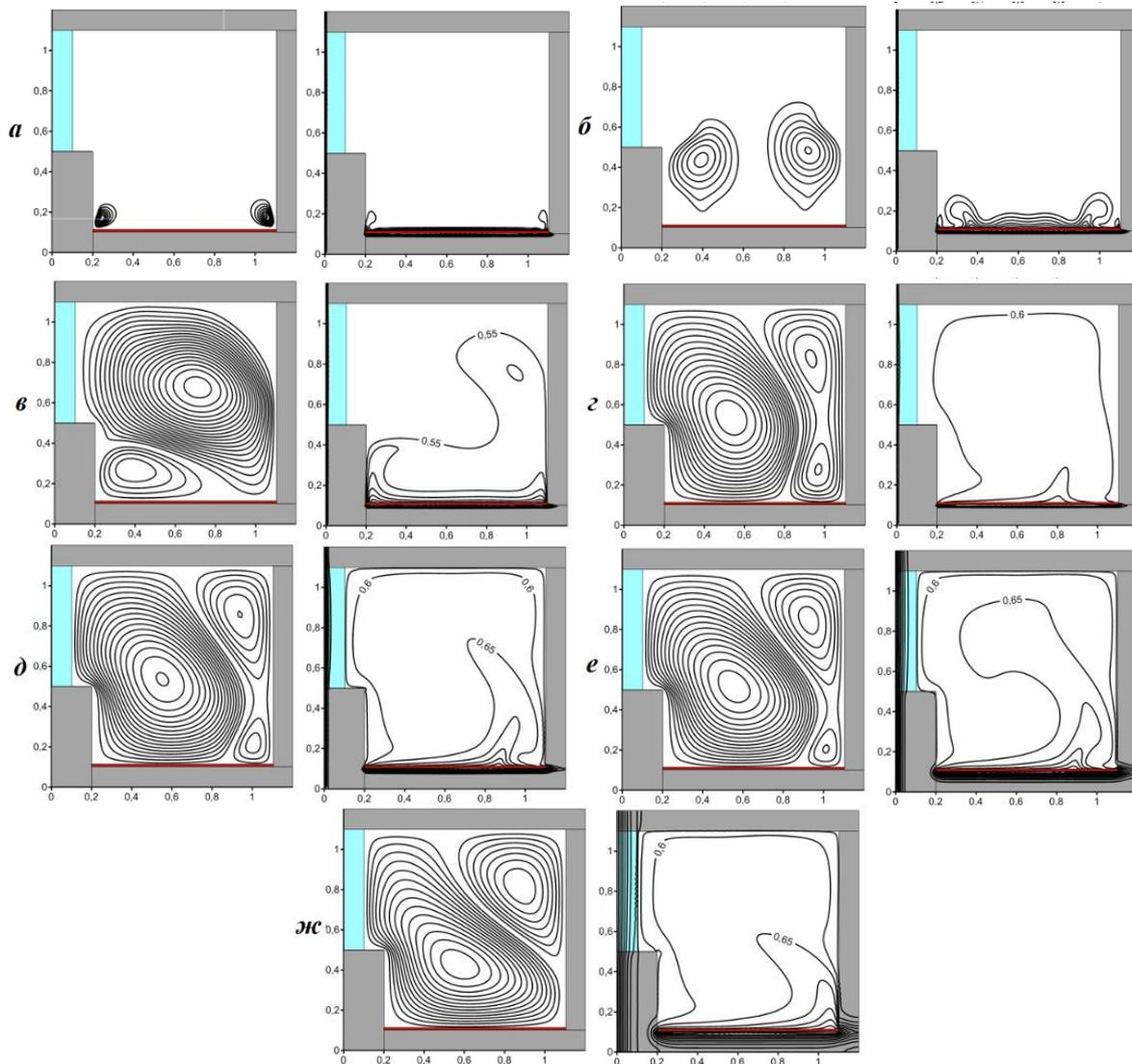


Рис. 4. Изолинии функции тока  $\Psi$  и температуры  $\Theta$  при  $\tilde{\varepsilon} = 0.3$  в различные моменты времени  $\tau$ : а – 5, б – 15, в – 30, г – 150, д – 500, е – 3000, ж – 10000

водит к лучшему пониманию происходящих процессов переноса тепла и массы.

Данное увеличение связано, в первую очередь, с охлаждением на границе  $\xi = 0$  вследствие воздействия низкой температуры окружающей среды. Также следует отметить более интенсивное проникновение фронта пониженной температуры извне через стеклянную стенку. Это обусловлено её более высокими теплопроводящими свойствами по сравнению с остальными ограждающими стенками.

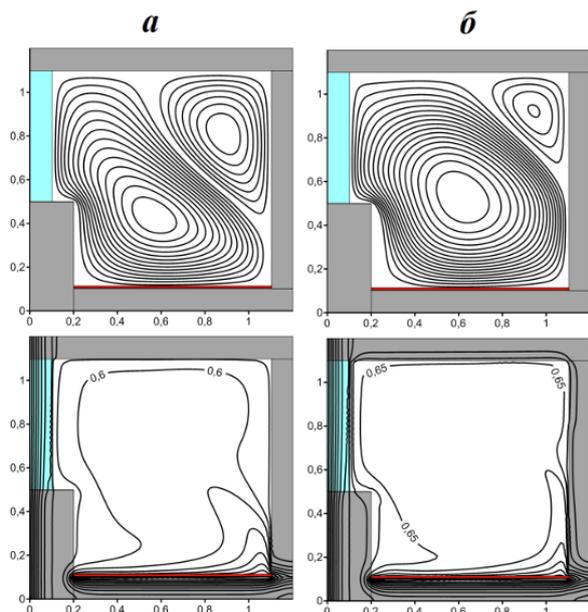


Рис. 5. Изолинии функции тока  $\Psi$  и температуры  $\Theta$  при  $\tau = 10000$ : а –  $\tilde{\epsilon} = 0$ , б –  $\tilde{\epsilon} = 0.9$

На рис. 5 представлены распределения изолиний функции тока и температуры в зависимости от степени черноты ограждающих поверхностей. Следует отметить, что случай  $\tilde{\epsilon} = 0$  подразумевает рассмотрение только конвективного теплопереноса без поверхностного излучения.

Как уже было отмечено выше, в рассматриваемой области формируются две конвективные ячейки, одна из которых (меньшей интенсивности) располагается в правом верхнем углу полости. Увеличение приведенной степени черноты поверхностей приводит к существенной трансформации вихревых структур внутри области решения. Эта трансформация обусловлена, в первую очередь, увеличением размеров основного вихря за счет пропорционального уменьшения вихря, расположенного в правом верхнем углу. Все это приводит к росту интенсивности течения. Подтверждением данного факта являются максимальные значения функции тока в ядрах конвективных ячеек  $|\Psi_{\max}|_{\tilde{\epsilon}=0} = 0.029 < |\Psi_{\max}|_{\tilde{\epsilon}=0.9} = 0.035$ .

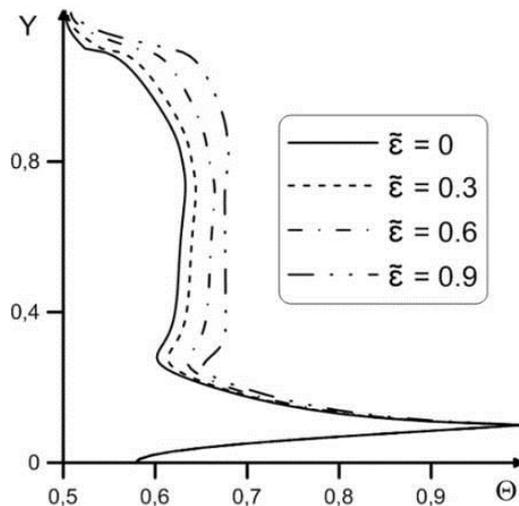


Рис. 6. Профиль температуры  $\Theta$  при  $\tau = 10000$  в сечении  $X = 0.6$  в зависимости от приведенной степени черноты

Более того, учет излучательной способности поверхностей отражается в существенном повышении не только средней температуры в области решения (см. рис. 5), но и локальной температуры в верхней части полости (см. рис. 6). В частности, увеличение степени черноты ограждающих конструкций с 0 до 0.9 приводит к увеличению средней температуры во всей области более чем на 62 %.

Влияние  $\tilde{\epsilon}$  на среднее радиационное число Нуссельта при  $Ra = 10^9$  показано на рис. 7. Видно, что увеличение приведенной степени черноты поверхностей проявляется в интенсификации теплообмена на границе раздела двух сред. Рост  $\tilde{\epsilon}$  от 0.3 до 0.9 приводит к увеличению среднего радиационного числа Нуссельта более чем в 2.4 раза.

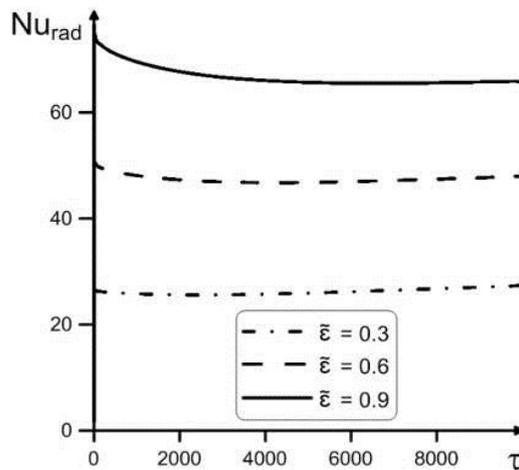


Рис. 7. Зависимость среднего радиационного числа Нуссельта на поверхности источника энергии от времени и приведенной степени черноты

#### 4. Заключение

Проведено математическое моделирование турбулентной естественной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутой полости с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии источника энергии. В результате проведенных исследований получены различные распределения интегральных и локальных параметров, характеризующих течение и теплообмен в рассматриваемой области. Моделирование проводилось при следующих значениях безразмерных комплексов:  $0 \leq \tilde{\varepsilon} \leq 0.9$ ,  $0 \leq \tau \leq 10000$ ,  $Ra = 10^9$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $\lambda_{1,2} = 6.8$ ,  $N_{rad} = 390.15$ .

Показано, что с течением времени в результате нагрева от источника энергии и охлаждения от левой теплопроводной стенки в области формируются две вихревые структуры разной интенсивности. Помимо этого, в работе продемонстрирована эволюция теплового факела.

Установлено, что повышение скорости движения и температуры воздушных масс в области решения происходит вследствие увеличения степени черноты поверхностей ограждающих конструкций.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 17-38-50057 «мол\_нр».

#### Список литературы

1. Wu T., Lei C. On numerical modelling of conjugate turbulent natural convection and radiation in a differentially heated cavity // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2015. Vol. 91. P. 454–466. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.113.
2. Варпаев В. Н., Голубев С. С. Сравнение точного и приближенного учета теплового излучения границ при численном решении сопряженной задачи естественной конвекции в вертикальном слое оконных ограждений // *Вестник МГСУ*. 2011. № 8. С. 129–136.
3. Wang Y., Menga X., Yang X., Liua J. Influence of convection and radiation on the thermal environment in an industrial building with buoyancy-driven natural ventilation // *Energy and Buildings*. 2014. Vol. 75. P. 394–401. DOI: 10.1016/j.enbuild.2014.02.031.
4. Астанина М. С., Шеремет М. А. Моделирование термогравитационной конвекции с переменной вязкостью в замкнутой полости с локальным источником энергии // *Вестник Пермского Университета. Серия: Физика*. 2015. Вып. 3 (31). С. 52–58.
5. Durgam S., Venkateshan S. P., Sundararajan T. Experimental and numerical investigations on optimal distribution of heat source array under natural and forced convection in a horizontal channel // *International Journal of Thermal Sciences*. 2017. Vol. 115. P. 125–138.

DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.01.017.

6. Михайленко С. А., Шеремет М. А. Моделирование конвективного теплопереноса во вращающейся замкнутой полости с локальным источником энергии // *Вестник Пермского Университета. Физика*. 2017. Вып. 1 (35). С. 19–25.
7. Гибанов Н. С., Шеремет М. А. Влияние формы и размеров локального источника энергии на режимы конвективного теплопереноса в квадратной полости // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2015. Т. 7, № 2. С. 271–280.
8. Yang G., Wu J. Y. Effects of natural convection, wall thermal conduction, and thermal radiation on heat transfer uniformity at a heated plate located at the bottom of a three-dimensional rectangular enclosure // *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*. 2016. Vol. 69. P. 589–606. DOI: 10.1080/10407782.2015.1090238.
9. Miroshnichenko I. V., Sheremet M. A. Turbulent natural convection heat transfer in rectangular enclosures using experimental and numerical approaches: A review // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2018. Vol. 82. P. 40–59. DOI: 10.1016/j.rser.2017.09.005.
10. Miroshnichenko I. V., Sheremet M. A. Turbulent natural convection combined with thermal surface radiation inside an inclined cavity having local heater // *International Journal of Thermal Sciences*. 2018. Vol. 124. P. 122–130. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.09.023.
11. Ampofo F., Karayiannis T. G. Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2003. Vol. 46. P. 3551–3572. DOI: 10.1016/S0017-9310(03)00147-9.
12. Siegel R., Howell J. R. *Thermal radiation heat transfer*. London: Taylor & Francis, 2002. 868 p.

#### References

1. Wu T., Lei C. On numerical modelling of conjugate turbulent natural convection and radiation in a differentially heated cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, vol. 91, pp. 454–466. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.113.
2. Varapaev V. N., Golubev S. S. Comparison of the exact and approximate calculation boundary heat radiation in numerical solution of conjugate problem natural convection in window vertical slot // *Vestnik MGSU*, 2011, no. 8, pp. 129–136 (In Russian).
3. Wang Y., Menga X., Yang X., Liua J. Influence of convection and radiation on the thermal environment in an industrial building with buoyancy-driven natural ventilation. *Energy and Buildings*, 2014, vol. 75, pp. 394–401. DOI: 10.1016/j.enbuild.2014.02.031.

4. Astanina M. S., Sheremet M. A. Simulation of natural convection with variable viscosity in an enclosure with a local heat source // *Bulletin of Perm University. Series: Physics*, 2015, no. 3 (31), pp. 52–58 (In Russian).
5. Durgam S., Venkateshan S. P., Sundararajan T. Experimental and numerical investigations on optimal distribution of heat source array under natural and forced convection in a horizontal channel. *International Journal of Thermal Sciences*, 2017, Vol. 115, pp. 125–138. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.01.017.
6. Mihajlenko S. A., Sheremet M. A. Simulation of convective heat transfer inside a rotating enclosure with a local heat source. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2017, vol. 1 (35), pp. 19–25 (In Russian).
7. Gibanov N. S., Sheremet M. A. Effect of shape and sizes of a local heat source on convective heat transfer in a square cavity. *Computer Research and Modeling*, 2015, vol. 7, no 2, pp. 271–280 (In Russian).
8. Yang G., Wu J. Y. Effects of natural convection, wall thermal conduction, and thermal radiation on heat transfer uniformity at a heated plate located at the bottom of a three-dimensional rectangular enclosure. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 2016, vol. 69, pp. 589–606. DOI: 10.1080/10407782.2015.1090238.
9. Miroshnichenko I.V., Sheremet M.A. Turbulent natural convection heat transfer in rectangular enclosures using experimental and numerical approaches: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2018, vol. 82, pp. 40–59. DOI: 10.1016/j.rser.2017.09.005.
10. Miroshnichenko I.V., Sheremet M.A. Turbulent natural convection combined with thermal surface radiation inside an inclined cavity having local heater. *International Journal of Thermal Sciences*, 2018, vol. 124, pp. 122–130. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.09.023.
11. Ampofo F., Karayiannis T.G. Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2003, vol. 46, pp. 3551–3572. DOI: 10.1016/S0017-9310(03)00147-9.
12. Siegel R., Howell J.R. Thermal radiation heat transfer. London: Taylor & Francis, 2002. 868 p.

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Мирошниченко И. В., Пахомов М. А., Шеремет М. А. Численный анализ турбулентных режимов сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой области со стеклянной стенкой // Вестник Пермского университета. Физика. 2018. № 1 (39). С. 17–25. doi: 10.17072/1994-3598-2018-1-17-25

**Please cite this article in English as:**

Miroshnichenko I. V., Pakhomov M. A., Sheremet M. A. Numerical analysis of conjugate turbulent convective-radiative heat transfer in an enclosure with a glass wall // *Bulletin of Perm University. Physics*, 2018, no. 1 (39), pp. 17–25. doi: 10.17072/1994-3598-2018-1-17-25