

УДК 141:51

DOI: 10.17072/2078-7898/2022-3-380-388

МОДАЛЬНЫЙ СТРУКТУРАЛИЗМ И ПРОБЛЕМА ИНТЕГРАЦИИ

Гуцин Илья Андреевич

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина (Екатеринбург)

Модальный структурализм представляет собой попытку преодоления проблем платонизма в философии математики. Продемонстрирована аргументация П. Бенацерафа против платонизма и теоретико-множественного редукционистского реализма как одна из предпосылок возникновения модального структурализма. В качестве другой предпосылки возникновения модального структурализма описан подход Х. Патнэма. Представлен обзор основных положений модального структурализма, среди которых особое внимание уделено переформулировке положений математики с использованием модальностей как способу ухода от теоретико-множественного фундирования утверждений математики. Такая переформулировка наталкивается на проблему потенциального круга в объяснении, т.к. возможные миры как стандартный способ интерпретации модальностей сами являются теоретико-множественными. Для успешного решения этой проблемы используется предложение Дж. Хэллмана, которое заключается в том, что модальности нужно понимать как примитивы. При этом использование модальностей как примитивов создает дополнительные сложности: возможные структуры, о которых делает утверждения математика, обладают непроявленным метафизическим статусом, а объяснение наличия эпистемического доступа к таким структурам представляется крайне затруднительным. Для ухода от этих сложностей предлагается совместить модальный структурализм и модальный нормативизм. Согласно модальному нормативизму, утверждения с модальностями не являются высказываниями об объектах или фактах, они являются утверждениями о правилах языка, на котором они сформулированы. Принятие такой позиции лишает возможные структуры метафизического статуса, а проблема эпистемического доступа к ним трансформируется в проблему знания пользователем языка семантических правил этого языка. Также указывается, что модальный нормативизм может помочь решить проблемы структурализма, не связанные с модальностями, например идею зависимости «объектов» структурализма от структур.

Ключевые слова: модальный структурализм, модальный нормативизм, платонизм, модальная метафизика, модальная эпистемология, объект, структура.

MODAL STRUCTURALISM AND THE PROBLEM OF INTEGRATION

Ilya A. Gushchin

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin (Ekaterinburg)

Modal structuralism attempts to solve the problems of Platonism in the philosophy of mathematics. First, the paper presents the view that modal structuralism emerges out of Benacerraf's arguments against Platonism and set-theoretic reductionist realism. Putnam's account is showed to be another source of influence on modal structuralism. Second, the basic ideas of modal structuralism are reviewed, with special attention paid to how the translation of mathematical statements into modal sentences helps to avoid the set-theoretic grounding of such statements. However, since possible worlds are conceived as set-theoretic entities, the translation itself faces the problem of potential circular explanation. To solve the problem, Hellman suggests taking modalities as primitives, but his solution faces additional issues. Two of them are an unclear metaphysical status of the possible structures mathematicians make statements about and an obscure epistemic access mathematicians have to these structures. In order to avoid these issues, the

paper suggests combining modal structuralism with modal normativism. According to the latter, modal statements are not about objects or facts but about linguistic rules. Since modal normativists interpret the possible structures as non-metaphysical entities, the problem of epistemic access to such structures transforms into the problem of the agent's knowledge of the semantic rules of mathematical language. It is also pointed out that modal normativism might solve another set of structuralist problems, not specifically concerned with modalities, e.g., the problem of objects' dependence on the structures in which they are embedded.

Keywords: modal structuralism, modal normativism, Platonism, modal metaphysics, modal epistemology, object, structure.

1. Модальный структурализм

Одной из наиболее динамично развивающихся современных концепций в философии математики является модальный структурализм. В данной статье будут представлены некоторые преимущества этой концепции, а также те виды проблем, которые у возникают у этой концепции: 1) проблемы, которые являются общими для различных видов структурализма; 2) проблемы, которые возникают из-за использования модальностей как важнейшего элемента этой концепции. Во второй группе выделяется проблема интеграции, которая не может быть решена средствами самого модального структурализма. Показывается, что эту проблему можно попытаться решить при помощи совмещения модального структурализма и одной из концепций в рамках исследования модальностей — модального нормативизма. Также показано, что одновременное принятие модального структурализма и модального нормативизма может снять ряд проблем первого вида.

1.1. Предпосылки возникновения модального структурализма

Существует множество математических утверждений, значения которых кажутся тривиальными. Например, утверждения о натуральных числах вида « $2 + 2 = 4$ ». Однако присваивание значений таким утверждениям связано с некоторыми фундаментальными вопросами философии математики, и при детальном рассмотрении эта тривиальность оказывается только кажущейся.

Одним из таких фундаментальных вопросов является вопрос об объектах (и объектах ли?), о которых идет речь в некотором утверждении математики. В общем виде этот вопрос можно сформулировать так: какие сущности изучает математика и есть ли эти сущности вообще? Второй фундаментальный вопрос тесно связан

с первым — вопрос о том, почему утверждения математиков об этих объектах (и объектах ли?) являются истинными. Иными словами, каким именно образом можно получить эпистемический доступ к тому, что изучает математика? Эти вопросы не являются единственными; в связи с этим вполне можно поднять вопросы о моральной ответственности математиков и прагматической полезности математического знания. Однако для целей исследования, представленного в этой статье, достаточно остановиться на указанных выше двух вопросах, т.к. с ними связано абсолютное большинство проблемных полей философии математики. Для простоты назовем первый вопрос *метафизическим* (т.к. он в первую очередь связан с теми сущностями, которые изучает математика), а второй — *эпистемологическим* (т.к. напрямую касается нашего математического знания).

Каковы традиционные способы отвечать на эти вопросы? Их достаточно много, но в качестве «классической» концепции в статье будет использоваться упрощенный и обобщенный вариант платонизма, ввиду его популярности в математическом сообществе. Итак, платонистский ответ на первый вопрос является очевидным: математика изучает абстрактные объекты, реально существующие вне пространства и времени. В концепции Платона предполагалось существование мира идей, однако в рамках современного платонизма многие исследователи обходятся без принятия этой концепции, пользуясь другими способами задания этих абстрактных сущностей (современный пример такого способа можно найти у Э. Линнебо [Linnebo Ø., 2018]). Самый распространенный способ ответа на вопрос «что конкретно представляют из себя эти абстрактные объекты?» заключается в том, что все объекты математики есть множества. Эта идея лежит в основании так называемого теоретико-множественного редукционного реализма, о котором пойдет

речь ниже. Такой способ отвечать на метафизический вопрос не лишен недостатков, одним из которых является чрезмерное количество сущностей, постулируемых платонизмом.

Ответ на эпистемологический вопрос в духе платонизма также является достаточно прямолинейным: утверждения математиков являются истинными, потому что для познания математических объектов они могут пользоваться особой познавательной способностью, например мышлением. Иными словами, предполагается наличие некоторой отдельной способности, специально предназначенной для познания абстрактных сущностей. Очевидным недостатком такого ответа является неочевидный статус этой способности: каким образом она реализована физически, как можно быть уверенным в непогрешимости знания, полученного при ее помощи и т.д.

В рамках современной философии математики исследователем, который сформулировал развернутую аргументацию, направленную против платонизма и других версий реализма, является П. Бенацераф. В двух статьях [Benacerraf P., 1965, 1973] он сформулировал дилеммы, которые в совокупности представляют собой аргументацию против математического реализма, конкретнее — против теоретико-множественного редукционистского реализма. Этот вид реализма очень близок «классической» концепции Платона. В частности, они совпадают в том, что математика изучает некоторые сущности — множества. Если сторонник теоретико-множественного редукционистского реализма примет идею, что множества — это абстрактные объекты, то они полностью совпадут с платонизмом. Однако даже если эта идея не принимается, положения теоретико-множественного редукционистского реализма все равно во многом совпадают с платонизмом: например, в обеих этих концепциях обязательным принимается тезис об уникальности каждого конкретного математического объекта (если некоторое конкретное множество существует, то оно существует только в единственном экземпляре).

Как было отмечено ранее, аргументация П. Бенацерафа состоит из нескольких частей. Одна из них направлена против тезиса реализма о том, что возможно однозначное сведение математических объектов к множествам. Традиционным способом демонстрации уязвимо-

сти этого тезиса является ссылка на тот факт, что натуральные числа могут быть представлены в виде множеств по-разному, а это означает, что *однозначное* сведение их к множествам невозможно [Целищев В.В., 2002]. Для примера обратимся к концепциям Э. Цермело и Дж. фон Неймана. В концепции Э. Цермело число 0 означает пустое множество, а каждое следующее число представляет собой синглетон, содержащий предыдущее число, что дает следующее представление натуральных чисел:

$$\begin{aligned} 0 &= \{ \} \\ 1 &= \{ \{ \} \} \\ 2 &= \{ \{ \{ \} \} \} \\ 3 &= \{ \{ \{ \{ \} \} \} \} \end{aligned}$$

Концепция Дж. фон Неймана также представляет число 0 как пустое множество, а вот каждое следующее число получается путем объединения синглтона, содержащего предыдущее число, и предыдущего числа:

$$\begin{aligned} 0 &= \{ \} \\ 1 &= \{ \{ \} \} \\ 2 &= \{ \{ \}, \{ \{ \} \} \} \\ 3 &= \{ \{ \}, \{ \{ \}, \{ \{ \}, \{ \{ \} \} \} \} \} \end{aligned}$$

Эти две концепции являются равноправными, т.е. между ними невозможно сделать выбор некоторым объективным образом. Более того, существуют и другие способы представления натуральных чисел через множества [Lucas J.R., 2000]. Подобное положение дел представляет серьезную угрозу для теоретико-множественного редукционистского реализма, т.к. наличие равноправных способов представления чисел как множеств нарушает один из важнейших тезисов этого вида реализма — тезис об уникальности математических объектов. Более подробно анализ этой части аргументации П. Бенацерафа изложен в работе Л.Д. Ламберова [Ламберов Л.Д., 2021].

Другая часть аргументации П. Бенацерафа часто понимается как аргумент от эпистемического доступа. В упрощенном виде он представляет собой следующее: как пространственно-временные математики могут познавать не пространственно-временные сущности? Если мы принимаем каузальную теорию познания, согласно которой знание возникает в результате причинно-следственного взаимодействия

агентов и объектов, то тогда необходимо объяснить, как сущности, постулируемые теоретико-множественным реализмом, каузально воздействуют на агентов-математиков. Ответить на этот вопрос крайне затруднительно, т.к. сложно себе представить, как нечто не пространственно-временное может каузально воздействовать на то, что находится во времени и пространстве.

Эти и другие сложности привели к развитию нового направления в философии математики, которое получило название структурализм. Существуют различные версии математического структурализма, общей для всех них является идея о том, что математика изучает структуры, а не объекты. Принятие этой идеи порождает следующий вопрос: существуют ли эти структуры как нечто реальное? Положительный ответ на него (см., напр., [Shapiro S., 1997]) приводит к возникновению ряда проблем, общих с платонизмом, т.к. структуры мыслятся как нечто реальное.

При этом дать отрицательный ответ на данный вопрос не так просто. Если структур не существует, то означает ли это, что математика изучает что-то несуществующее? Тем более интересным выглядит разновидность структурализма, получившая название модальный структурализм. Первой причиной этого повышенного интереса является основное положение модального структурализма: математика изучает *возможные* структуры. Таким образом, эта разновидность структурализма пытается уйти от платонистских проблем, представляя утверждения математики как утверждения о чем-то, что могло бы быть, но совершенно необязательно должно быть. Вторая причина заключается в том, что интерпретация предложенной математики с использованием модальностей создает ряд затруднений, напрямую не связанных с философией математики.

1.2. Основные положения модального структурализма

Концепция модального структурализма была предложена Дж. Хэллманом [Hellman G., 1989] и развивалась им в ряде других работ [Hellman G., 1996, 2005]. Как отмечал сам Дж. Хэллман, на его идеи оказала влияние статья Х. Патнэма «Mathematics without Foundations» [Putnam H., 1967]. В этой статье Х. Патнэм предлагает альтернативный способ

понимания утверждений математики. Например, «2» и «4» в рамках утверждения « $2 + 2 = 4$ » можно понимать не как обозначающие конкретные уникальные объекты-сущности. Вместо этого можно понимать «2» и «4» как то, что может быть «2» и «4» в некоторой модели. Иными словами, это необязательно должны быть числа в платонистском понимании, сущностные свойства которых фундируют утверждение « $2 + 2 = 4$ ». Такую интерпретацию Х. Патнэм считает равноправной классической платонистской интерпретации. Но у предложенной им альтернативной интерпретации есть особенность: у математических утверждений нет метафизических оснований, но при этом все утверждения математики, истинные до принятия этой идеи, продолжают быть истинными и после ее принятия. Чтобы достичь этого, Х. Патнэм предлагает использовать модальности. Например, модальность необходимости для утверждения « $2 + 2 = 4$ » позволяла бы добиться истинности этого утверждения для всех релевантных моделей.

Более подробно этот подход развивает Дж. Хэллман. В рамках его проекта все утверждения математики можно переформулировать с использованием модальностей. Тогда утверждения математики перестанут быть утверждениями о каких-то абстрактных сущностях, а истинность утверждений математики будет гарантироваться модальными свойствами этих утверждений. Утверждения такого вида оказываются утверждениями о возможных структурах — т.е. о структурах, которые могли бы существовать в какой-то альтернативе нашему миру, но не существуют в нашем. Однако при такой интерпретации сразу же возникает проблема, сущность которой заключается в следующем.

Стандартным способом выражать модальные свойства в рамках современной философии является использование идеи возможных миров. Необходимое понимается как то, что истинно во всех возможных мирах, достижимых из мира оценки, а возможное — как то, что истинно хотя бы в одном возможном мире, достижимом из мира оценки. Если понимать модальности таким образом в рамках модального структурализма, то возникает потенциальный круг в объяснении. Одной из основных целей модального структурализма является уход от теоретико-множественного редукционистского реализма, т.е. от идеи, что все утверждения ма-

тематики сводятся к множествам (как и от любого другого фундирования). Представим, что мы переформулировали все утверждения математики с использованием модальностей. Модальности при этом мы понимаем при помощи множеств возможных миров. Тогда все полученные нами утверждения математики с модальностями опять оказываются фундированы множествами, т.к. идея возможных миров является теоретико-множественной. Значит, утверждения математики снова оказываются фундированы множествами и уход от платонизма при помощи такой стратегии невозможен.

Дж. Хэллман знал об этой проблеме и предложил свое решение. Причина возникновения проблемы — теоретико-множественный характер возможных миров. Значит, если мы будем понимать необходимое и возможное без обращения к возможным мирам, то эта проблема не возникнет. Но как тогда их понимать? Ответ Дж. Хэллмана следующий: мы должны понимать необходимое и возможное как примитивы, т. е. не анализируемые далее понятия. Нельзя сказать, что подобный ответ является полностью убедительным с точки зрения «здравого смысла» (как и в случае с пониманием любых других понятий как примитивов), однако в рамках модального структурализма это действительно решает проблему фундирования утверждений математики множествами.

Чтобы оценить успешность проекта модального структурализма, обратимся к двум фундаментальным вопросам философии математики, о которых речь шла в начале статьи, — метафизическому и эпистемологическому. Ответ на первый вопрос кажется очевидным: никаких абстрактных сущностей не возникает. Но сложности все равно есть. Дж. Хэллман прямо заявляет, что его целью является создание структурализма без структур. Несмотря на это, понимание утверждений математики как утверждений о возможных структурах все равно предполагает некоторую метафизическую нагруженность данной концепции: речь не идет о том, что утверждения математики о чем-то конкретном — это утверждения о том, чего в прямом смысле нет, а значит, они ложны (как, например, в случае с фикционализмом [Field H., 1980]). При этом понимание возможного и необходимого как примитивов делает метафизический статус этих структур еще более туманным. Несмотря на это, сторонник мо-

дального структурализма не обязан задумываться об этом затруднении, т.к. его концепция успешна, если возможно переформулировать математические утверждения с использованием модальностей (см., напр., [Ламберов Л.Д., 2022]). Таким образом, в строгом смысле метафизические проблемы платонизма в модальном структурализме не решаются, хотя понимание утверждений математики как утверждений о возможных структурах позволяет исключить этот вопрос из активного рассмотрения.

Ответить на второй фундаментальный вопрос философии математики — эпистемологический — также затруднительно: утверждения математики являются истинными из-за структурных и модальных свойств, но проблема эпистемического доступа к возможным структурам продолжает возникать из-за описанного выше туманного характера этих структур. Несмотря на эти затруднения, прогресс в предложении ответов на фундаментальные вопросы философии математики по сравнению платонизмом у модального структурализма есть.

2. Проблемы модального структурализма

Затруднения в ответе на фундаментальные вопросы философии математики порождают множество проблем, с которыми сталкивается модальный структурализм. Эти проблемы можно разделить на два вида. Проблемы первого вида возникают из-за неоднозначности понятия структуры и являются общими для различных видов структурализма. В этом смысле их можно обозначить как внутренние проблемы модального структурализма, т.к. они возникают непосредственно внутри структурализма. Проблемы второго вида специфичны именно для модального структурализма: они «унаследованы» из модальной метафизики и модальной эпистемологии, что произошло в результате использования модальностей в рамках концепции модального структурализма. Иными словами, модальности оказываются удобным и эффективным способом выражения математического знания о возможных структурах, однако модальности сами по себе являются проблемными. Проблемы этого второго вида можно условно назвать внешними проблемами, т.к. они возникают и решаются в рамках исследований модальностей (в модальной метафизике и в модальной эпистемологии), а не в философии математики. В силу того что они являются

внешними, поиск решения усложняется, т.к. сам модальный структурализм не может их решить. Следовательно, для решения проблем такого вида нужно обращаться к области исследований модальностей.

2.1. Проблема интеграции и модальный нормативизм

Одной из самых масштабных проблем в рамках современной модальной метафизики и модальной эпистемологии является так называемая проблема интеграции, сформулированная К. Пикоком [Peacock C., 1999]. Эта проблема заключается в следующем: зачастую оказывается, что при принятии приемлемой метафизики возникают проблемы с тем, что мы можем знать факты о метафизических сущностях, но в рамках принимаемой нами эпистемологии становится непонятно, как именно существуют те сущности, о которых мы знаем какие-то факты. Такое положение дел представляется крайне нежелательным, поэтому для определенной области философии нужно сформулировать одновременно приемлемые метафизику и эпистемологию.

В отношении модальной метафизики и эпистемологии эта проблема может быть представлена так: приемлемым способом выразить наше знание о модальных фактах является использование идеи возможных миров. И это поднимает вопрос о метафизическом статусе возможных миров: существуют ли они в пространственно-временном или абстрактном смысле и как мы можем получить к ним эпистемический доступ. С другой стороны, простая приемлемая метафизика представляется как та, в которой возможные миры не существуют в любом из смыслов — пространственно-временном или абстрактном. Но тогда все наши высказывания, содержащие модальности, оказываются в странной ситуации — у них нет референтов.

Как можно заметить, проблема интеграции во многом схожа с аргументацией П. Бенацерафа против теоретико-множественного редукционистского реализма, представленной в первой части статьи. Модальный структурализм напрямую не отвечал на эту аргументацию П. Бенацерафа, однако одним из его явных преимуществ был уход от теоретико-множественного редукционистского реализма. Таким образом, «проблема П. Бенацерафа» в

модальном структурализме из-за самого структурализма не возникает. Но она возникает в нем из-за модальностей, которые были взяты из области модальной метафизики и модальной эпистемологии.

В общем виде спектр затруднений, вызванных использованием модальностей, был представлен в конце предыдущего раздела. Более формально его можно выразить так: за счет чего выражение «необходимо, что $2 + 2 = 4$ » является истинным? Принятие необходимости как примитива снимает привязку этого утверждения к множествам, т.е. это утверждение не фундировано какими-то абстрактными сущностями. Но тогда почему оно истинно? Поскольку в нем используется модальность, значит оно подразумевает какие-то модальные свойства, но чьи это свойства? И мы вновь возвращаемся к ответу, что это модальные свойства некоторых возможных структур с непроясненным метафизическим статусом. Поэтому данную проблему модального структурализма можно отнести к группе внешних проблем.

Раз эта проблема является внешней для модального структурализма, то и решение для нее стоит искать внешнее. В области исследований модальностей существуют разные подходы к решению проблемы интеграции, но большинство из них принимать вместе с модальным структурализмом нельзя. Дело в том, что модальности в нем являются примитивами, что представляется достаточно радикальной позицией. По этой причине в рамках исследований модальностей имеет смысл обратиться к радикальным концепциям, одной из которых является модальный нормативизм [Thomasson A.L., 2021].

Согласно модальному нормативизму, высказывания с модальностями не нужно понимать как высказывания о каких-либо объектах или фактах, обладающих модальными свойствами. Ранее уже была отмечена возможность такого подхода — отказа от модальной метафизической нагруженности. Но тогда возникает вопрос: почему высказывания с модальностями в принципе имеют какое-то значение? Подход Э. Томассон состоит в том, что высказывания с модальностями в действительности отсылают к правилам нашего языка, а не к модальным свойствам объектов и фактов [Thomasson A.L., 2021]. Высказывание «возможно, что существуют инопланетяне» не является утверждением о другой параллельной реальности, где дей-

ствительно существуют такие объекты. Оно отсылает к значению слова «инопланетянин», которое предполагает, что это живое существо, живущее не на Земле. Это значение не входит в противоречие с имеющимися у нас знаниями (у нас нет доказательств, что жизнь существует только на Земле), поэтому мы считаем это утверждение истинным.

Если применить такой подход к математическим утверждениям, то получится следующее: «необходимо, что $2 + 2 = 4$ » оказывается истинным совсем не потому, что это утверждение схватывает некоторые структурные и модальные свойства, а потому что оно отсылает к определенным семантическим правилам нашего языка, в данном случае языка математики. Такой подход Э. Томассон действительно выглядит удачным для решения проблемы интеграции.

Остается вопрос о совместимости модального структурализма и модального нормативизма. Он не представляется до конца решенным и требует дальнейшего исследования. О наличии такой совместимости свидетельствует то, что подход интерпретации модальностей как примитивов в принципе схож с идеей о том, что модальные высказывания не выражают никаких «реальных» свойств объектов и фактов. Однако модальный нормативизм все же говорит о модальностях больше, чем модальный структурализм, который предпочитает не говорить о них вовсе. Само по себе это не является неразрешимым противоречием, тем не менее необходимо проследить, не возникнут ли нежелательные последствия для модального структурализма от принятия интерпретации модальных высказываний как высказываний о правилах языка.

2.2. Может ли модальный нормативизм помочь в решении внутренних проблем модального структурализма?

Теперь хотелось бы обратить внимание на то, что принятие модального нормативизма полезно и для решения некоторых внутренних проблем модального структурализма.

Проблема метафизической туманности структур, возникающая в контексте метафизического фундаментального вопроса философии математики, в принципе решается модальным нормативизмом, потому что, как было указано выше, утверждения математики оказываются

утверждениями не о возможных структурах как о сущностях, а о правилах построения утверждений о чем-то возможном в соответствии со значением используемых в утверждении понятий. Иными словами, происходит уход от фундирования утверждений математики даже возможными сущностями. Данное решение уже приводилось, но еще раз отмечено здесь, потому что это проблема не только модального структурализма. Вопрос о том, какой метафизический статус имеют структуры возникает и в других версиях структурализма.

Проблема эпистемического доступа к структурам, возникающая в контексте эпистемологического фундаментального вопроса философии математики, также тривиальным образом решается при принятии модального нормативизма. Модальные утверждения о возможных структурах в действительности являются не утверждениями о модальных свойствах этих структур, а утверждениями о правилах математического языка, следовательно, вопрос об истинности утверждений математики оказывается семантическим вопросом.

В качестве еще одного примера можно рассмотреть проблему зависимости математических «объектов» (в структуралистском смысле) от структур [Linnebo Ø, 2008]. Проблема формулируется следующим образом: согласно структурализму, основное свойство всякого постулируемого математикой «объекта» — его позиция в структуре. Например, конкретные натуральные числа зависят от структуры натуральных чисел, где они находятся в определенной позиции. Возникает ряд вопросов: какова природа этой зависимости, чем она обусловлена и почему не может быть изменена? Данная проблема не оказывает сильного влияния на сам модальный структурализм благодаря принятию тезиса о том, что математика изучает возможные структуры, а значит, природа этой зависимости является модальной. Модальный нормативизм может дополнить этот тезис. Природа зависимости математических «объектов» в структуралистском смысле от структур является сугубо языковой: конкретные позиции в структуре зависят от структуры так же, как составные части сложного предложения зависят от семантических значений. Если всякое утверждение математики понимать таким обра-

зом, то «2» и «4» в рамках утверждения « $2 + 2 = 4$ » зависят от структуры из-за своих определений и общих семантических правил, принятых в данном языке.

В завершении можно сделать несколько выводов о совмещении модального структурализма и модального нормативизма:

1) принятие модального нормативизма позволит решить проблему интеграции в рамках модального структурализма или хотя бы ту часть этой проблемы, которая возникает из-за использования модальностей;

2) интерпретация модальностей в духе модального нормативизма снимает ряд проблем, специфичных для структурализма в философии математики;

3) преградой на пути совмещения модального нормативизма с модальным структурализмом является необходимость полноценного обоснования совместимости этих двух позиций. Отсутствие видимых противоречий не означает, что они не могут стать следствиями развития такой концепции. Например, проблемой может стать теоретико-множественное представление семантики в рамках модального нормативизма, и тогда вновь возникнет потенциальный круг в объяснении, как в случае с возможными мирами.

Список литературы

- Ламберов Л.Д. Бенацераф и теоретико-множественный редукционистский реализм // Эпистемология и философия науки. 2021. Т. 58, № 1. С. 142–160. DOI: <https://doi.org/10.5840/eps202158115>
- Ламберов Л.Д. Математический структурализм с точки зрения (модальной) теории множеств // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2022. № 65. С. 28–36. DOI: <http://doi.org/10.17223/1998863X/65/3>
- Целищев В.В. Философия математики. Новосибирск: Наука, 2002. 212 с.
- Benacerraf P. What Numbers Could not Be // *The Philosophical Review*. 1965. Vol. 74, no. 1. P. 47–73. DOI: <https://doi.org/10.2307/2183530>
- Benacerraf P. Mathematical Truth // *The Journal of Philosophy*. 1973. Vol. 70, iss. 19. P. 661–679. DOI: <https://doi.org/10.2307/2025075>
- Field H. *Science Without Numbers: The Defence of Nominalism*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1980. 144 p.

Hellman G. *Mathematics Without Numbers: Towards a Modal-Structural Interpretation*. N.Y.: Clarendon Press, 1989. 168 p.

Hellman G. Structuralism // *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic* / ed. by S. Shapiro. N.Y.: Oxford University Press, 2005. P. 536–562. DOI: <https://doi.org/10.1093/0195148770.003.0017>

Hellman G. Structuralism Without Structures // *Philosophia Mathematica*. 1996. Vol. 4, iss. 2. P. 100–123. DOI: <https://doi.org/10.1093/philmat/4.2.100>

Linnebo Ø. Structuralism and the Notion of Dependence // *The Philosophical Quarterly*. 2008. Vol. 58, iss. 230. P. 59–79. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9213.2007.529.x>

Linnebo Ø. *Thin Objects: An Abstractionist Account*. N.Y.: Oxford University Press, 2018. 288 p. DOI: <https://doi.org/10.1093/oso/9780199641314.001.0001>

Lucas J.R. *The Conceptual Roots of Mathematics*. London, UK: Routledge, 2000. 470 p. DOI: <https://doi.org/10.4324/9780203028421>

Peacocke C. *Being Known*. N.Y.: Oxford University Press, 1999. 368 p. DOI: <https://doi.org/10.1093/0198238606.001.0001>

Putnam H. Mathematics without Foundations // *The Journal of Philosophy*. 1967. Vol. 64, iss. 1. P. 5–22. DOI: <https://doi.org/10.2307/2024603>

Shapiro S. *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*. N.Y.: Oxford University Press, 1997. 296 p.

Thomasson A.L. How Can We Come to Know Metaphysical Modal Truths? // *Synthese*. 2021. Vol. 198. P. 2077–2106. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11229-018-1841-5>

Получена: 01.08.2022. Принята к публикации: 18.08.2022

References

- Benacerraf, P. (1965). What numbers could not be. *The Philosophical Review*. Vol. 74, no. 1, pp. 47–73. DOI: <https://doi.org/10.2307/2183530>
- Benacerraf, P. (1973). Mathematical truth. *The Journal of Philosophy*. Vol. 70, iss. 19, pp. 661–679. DOI: <https://doi.org/10.2307/2025075>
- Field, H. (1980). *Science Without Numbers: The Defence of Nominalism*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 144 p.
- Hellman, G. (1989). *Mathematics without numbers: Towards a modal-structural interpretation*. New York: Clarendon Press, 168 p.

Hellman, G. (1996). Structuralism without structures. *Philosophia Mathematica*. Vol. 4, no. 2, pp. 100–123. DOI: <https://doi.org/10.1093/philmat/4.2.100>

Hellman, G. (2005). Structuralism. S. Shapiro (ed.) *The Oxford handbook of philosophy of mathematics and logic*. New York: Oxford University Press, pp. 536–562. DOI: <https://doi.org/10.1093/0195148770.003.0017>

Lamberov, L.D. (2021). [Benacerraf and set-theoretic reductionist realism]. *Epistemologiya i filozofiya nauki*. Vol. 58, no. 1, pp. 142–160. DOI: <https://doi.org/10.5840/eps202158115>

Lamberov, L.D. (2022). [Mathematical structuralism from the standpoint of (modal) set theory]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya* [Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science]. No. 65, pp. 28–36. DOI: <http://doi.org/10.17223/1998863X/65/3>

Linnebo, Ø. (2008). Structuralism and the notion of dependence. *The Philosophical Quarterly*. Vol. 58, iss. 230, pp. 59–79. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9213.2007.529.x>

Linnebo, Ø. (2018). *Thin objects: An abstractionist account*. New York: Oxford University Press, 288 p. DOI: <https://doi.org/10.1093/oso/9780199641314.001.0001>

Lucas, J.R. (2000). *The conceptual roots of mathematics*. London, UK: Routledge Publ., 470 p. DOI: <https://doi.org/10.4324/9780203028421>

Peacocke, C. (1999). *Being known*. New York: Oxford University Press, 368 p. DOI: <https://doi.org/10.1093/0198238606.001.0001>

Putnam, H. (1967). Mathematics without foundations. *The Journal of Philosophy*. Vol. 64, iss. 1, pp. 5–22. DOI: <https://doi.org/10.2307/2024603>

Shapiro, S. (1997). *Philosophy of mathematics: Structure and ontology*. New York: Oxford University Press, 296 p.

Thomasson, A.L. (2021). How can we come to know metaphysical modal truths? *Synthese*. Vol. 198, pp. 2077–2106. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11229-018-1841-5>

Tselischev, V.V. (2002). *Filosofiya matematiki* [Philosophy of mathematics]. Novosibirsk: Nauka Publ., 212 p.

Received: 01.08.2022. Accepted: 18.08.2022

Об авторе

Гущин Илья Андреевич

ассистент кафедры онтологии и теории познания,
Уральский гуманитарный институт

Уральский федеральный университет
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина,
620002, Екатеринбург, пр. Ленина, 51;
e-mail: gushchin.ilya.66@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0816-4467>
ResearcherID: ABG-9582-2021

About the author

Ilya A. Gushchin

Assistant Lecturer of the Department
of Ontology and Theory of Knowledge,
Ural Institute of Humanities

Ural Federal University named after
the first President of Russia B.N. Yeltsin,
51, Lenin av., Ekaterinburg, 620002, Russia;
e-mail: gushchin.ilya.66@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0816-4467>
ResearcherID: ABG-9582-2021

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Гущин И.А. Модальный структурализм и проблема интеграции // Вестник Пермского университета. Философия. Психология. Социология. 2022. Вып. 3. С. 380–388. DOI: [10.17072/2078-7898/2022-3-380-388](https://doi.org/10.17072/2078-7898/2022-3-380-388)

For citation:

Gushchin I.A. [Modal structuralism and the problem of integration]. *Vestnik Permskogo universiteta. Filosofiya. Psihologiya. Sociologia* [Perm University Herald. Philosophy. Psychology. Sociology], 2022, issue 3, pp. 380–388 (in Russian). DOI: [10.17072/2078-7898/2022-3-380-388](https://doi.org/10.17072/2078-7898/2022-3-380-388)