УДК 551.513

Трансформация кинетической энергии в атмосфере

Н.А. Калинин, Б.Л. Смородин
Пермский государственный университет

Вопрос о трансформации [генерации (возникновении) или диссипации (уничтожении)] кинетической энергии занимает особое место в энергетике атмосферы. Его окончательное решение в значительной мере приблизило бы нас к разгадке более общих проблем, связанных с задачами теории общей циркуляции атмосферы и целями совершенствования краткосрочных и долгосрочных методов прогноза погоды.

В общем трансформацию кинетической энергии необходимо рассматривать при изучении полного энергетического цикла циркуляционных систем атмосферы, включая баланс кинетической, потенциальной и внутренней энергии. Тем не менее, исследуя трансформацию кинетической энергии отдельно от многих аспектов формирования энергетического режима циркуляционных систем, мы можем глубже понять роль некоторых важных физических процессов, происходящих в атмосфере.

Исходя из уравнения баланса средней кинетической энергии (для равной массы) в слое p_1, p_2 [4]

$$p\ \underbrace{\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\frac{\partial \overline{K}}{\partial t}\,dp}_{K_1} = \underbrace{-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\frac{\partial \overline{K}\,\overline{u}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{K}\,\overline{v}}{\partial y}\right)dp}_{K_2}\underbrace{-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\frac{\partial\ \overline{K}\overline{\tau}}{\partial p}\,dp}_{K_3} -$$

$$\underbrace{-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\frac{\partial \overline{K'u'}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{K'v'}}{\partial y}\right)dp}_{K_4}\underbrace{-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\frac{\partial\ \overline{K'\tau'}}{\partial p}\,dp}_{K_5}\underbrace{-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\overline{u}\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial y}\right)dp}_{K_6} +$$

$$\underbrace{+\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\overline{u'u'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}+\overline{u'v'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y}+\overline{v'u'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}+\overline{v'v'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\right)dp}_{K_7}\underbrace{+\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\overline{u'\tau'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial p}+\overline{v'\tau'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial p}\right)dp}_{K_8},$$

скорость ее трансформационных переходов в единичной массе воздуха может быть определена следующим образом:

$$T = \underbrace{-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(u\frac{\partial \Phi}{\partial x}+v\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)dp}_{T_1}\underbrace{+\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\overline{u'u'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}+\overline{u'v'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y}+\overline{v'u'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}+\overline{v'v'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\right)dp}_{T_2} +$$

$$\underbrace{+\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\overline{u'\tau'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial p}+\overline{v'\tau'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial p}\right)dp}_{T_3}.$$

(1)

Здесь T – суммарная трансформация (генерация или диссипация) средней кинетической энергии (мощность источника K). Остальные обозначения общепринятые. В этом выражении мы учли то обстоятельство, что

© Н.А. Калинин, Б.Л. Смородин, 2006

$$-\left(u\frac{\partial \Phi}{\partial x}+v\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)=-\left(\overline{u}\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial y}\right),$$

так как при проведении осреднения $\overline{u'}=\overline{v'}=\overline{\Phi'}=0$.

Напомним, что суммарная трансформация (генерация или диссипация) средней кинетической энергии определяется работой сил горизонтального барического градиента (T_1) и турбулентного трения (T_2 и T_3). В связи с тем что слагаемые T_1, T_2 и T_3 описывают принципиально различные механизмы возникновения (или разрушения) средней кинетической энергии, их следует рассмотреть отдельно. Обратимся сначала к анализу T_1. Пусть

$$V\{u,v\}=V_g\{u_g,v_g\}, \tag{2}$$

т. е. фактический ветер равен геострофическому. Напомним, что

$$u_g=-\frac{1}{l}\frac{\partial \Phi}{\partial y},\quad v_g=\frac{1}{l}\frac{\partial \Phi}{\partial x}. \tag{3}$$

Подставляя соотношения (3) в первое слагаемое (1) с учетом (2), получим

$$-\left(-\frac{1}{l}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial \Phi}{\partial x}+\frac{1}{l}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)=0. \tag{4}$$

Таким образом, в случае, когда фактический ветер равен геострофическому, сила горизонтального барического градиента не совершает работы по перемещению частиц воздуха, а кинетическая энергия не возникает и не уничтожается. Генерация или диссипация K под действием T_1 происходит в том случае, когда появляется агеострофическая составляющая скорости ветра V_a, т. е. $V\{u,v\}=V_g\{u_g,v_g\}+V_a\{u_a,v_a\}$.

В работе [2] показано, что при отсутствии трения агеострофическая составляющая скорости ветра появляется за счет нестационарности и неоднородности поля давления. Однако сила трения также способствует возникновению $V_a\{u_a,v_a\}$. Для доказательства этого выпишем уравнения горизонтального движения в изобарической системе координат с учетом силы трения:

$$\frac{du}{dt}=-\frac{\partial \Phi}{\partial x}-2(\omega_y w-\omega_z v)+F_x, \tag{5}$$

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{\partial \Phi}{\partial y}-2(\omega_z u-\omega_x w)+F_y. \tag{6}$$

На основании того, что $w<<u,v$ и $\omega_x=0$, перепишем (5) – (6) в следующем виде:

$$\frac{du}{dt}=-\frac{\partial \Phi}{\partial x}+lv+F_x, \tag{7}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} + l\,u + F_y\,, \qquad (8)$$

где $l = 2\,\omega_z$ – параметр Кориолиса.

Преобразуем уравнения (7) – (8) с учетом (3). В результате получим

$$\frac{du}{dt} = l\,(v - v_g) + F_x\,, \qquad (9)$$

$$\frac{dv}{dt} = -l\,(u - u_g) + F_y\,. \qquad (10)$$

Откуда

$$v_a = v - v_g = \frac{1}{l}\frac{du}{dt} - \frac{1}{l}F_x\,, \qquad (11)$$

$$u_a = u - u_g = -\frac{1}{l}\frac{dv}{dt} - \frac{1}{l}F_y\,, \qquad (12)$$

где через u_a, v_a обозначены составляющие агеострофического отклонения.

Из полученных выражений следует, что агеострофические отклонения u_a, v_a возникают вследствие нестационарности и неоднородности поля давления [первые слагаемые в правой части (11) – (12)], а также благодаря турбулентному трению [вторые слагаемые в правой части (11) – (12)], играющему наибольшую роль в пограничном слое атмосферы.

Если пренебречь силой трения, что можно сделать с достаточной степенью точности в свободной атмосфере, то соотношения (11) – (12) преобразуются к следующему виду:

$$v_a = \frac{1}{l}\frac{du}{dt}\,, \qquad (13)$$

$$u_a = -\frac{1}{l}\frac{dv}{dt}\,. \qquad (14)$$

Известно [2, 4], что вектор агеострофических отклонений ($V_a\{u_a, v_a\}$) направлен перпендикулярно вектору ускорения ($\frac{dV}{dt}\left\{\frac{du}{dt}, \frac{dv}{dt}\right\}$), влево от него.

Так как значения модуля вектора $\frac{dV}{dt}$ имеют наибольшую величину, как правило, в области фронтальных зон, то наибольшие по модулю значения $V_a\{u_a, v_a\}$, а следовательно, и слагаемого T_1 также связаны с этими циркуляционными системами.

Знак трансформации средней кинетической энергии зависит от того, куда направлена агеострофическая составляющая скорости ветра. Если V_a направлена в сторону высокого давления (больших значений геопотенциала), то кинетическая энергия расходуется на поддержание противоградиентных течений, т. е. имеет место диссипация *K*. Если же ветер отклоняется в сторону низкого давления (малых значений геопотенциала), то происходит генерация кинетической энергии [3, 4]. В пограничном слое атмосферы трением пренебрегать нельзя. В случае установившегося движения (скорость ветра не изменяется во времени, т. е. $\frac{dV}{dt}\left\{\frac{du}{dt},\frac{dv}{dt}\right\} = 0$), вместо (11) – (12) получаем

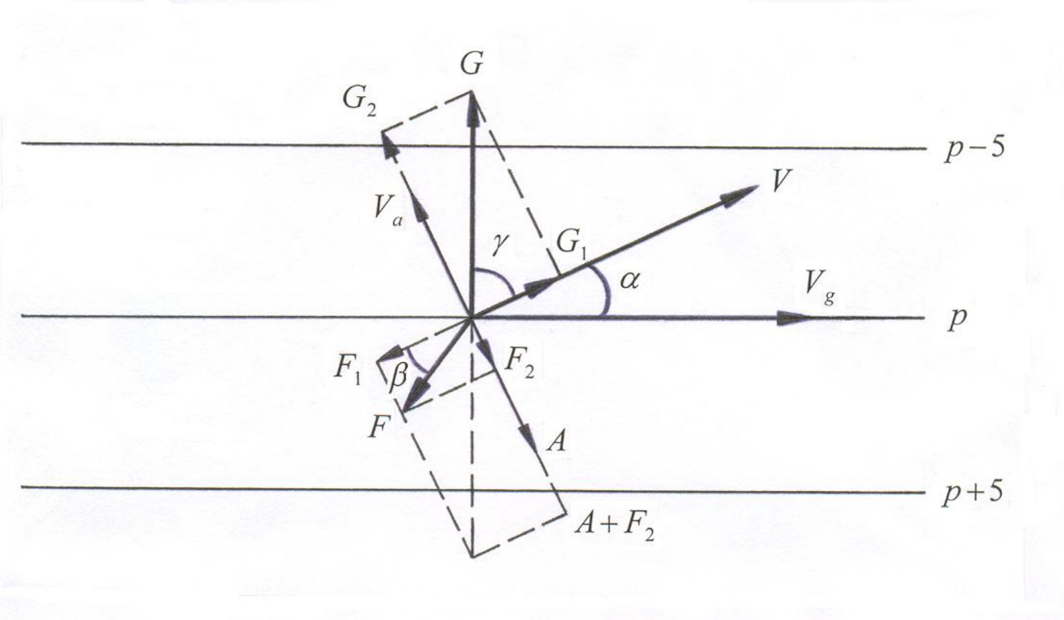
$$v_a = -\frac{1}{l}F_x, \qquad (15)$$

$$u_a = -\frac{1}{l}F_y. \qquad (16)$$

На исследуемый объем воздуха кроме силы трения со стороны выше- и нижележащих слоев атмосферы действуют сила горизонтального барического градиента и сила Кориолиса. Сила горизонтального барического градиента (*G*) направлена по нормали к изобарам. Сила Кориолиса (отклоняющая сила вращения Земли) (*A*) в Северном полушарии всегда направлена вправо под прямым углом к скорости ветра. При установившемся движении между рассматриваемыми силами должно существовать равновесие, которое может быть достигнуто только в том случае, когда скорость ветра отклонена от изобары в сторону низкого давления (рисунок). Действительно, если разложить силы $\vec{G}$ и $\vec{F}$ по направлению ветра и по направлению, перпендикулярному к нему, то для равновесия необходимо, чтобы сила горизонтального барического градиента $\vec{G}$ уравновешивалась равнодействующей сил $\vec{A}$ и $\vec{F}$. Но в этом случае $|G_1| = |F_1|$ и $|G_2| = |A + F_2|$ или $|G\cos\gamma| = |F\cos\beta|$ и $|G\sin\gamma| = |A + F\sin\beta|$, где γ – угол, составленный направлением ветра с направлением градиента, а β – угол отклонения силы трения $\vec{F}$ от направления, противоположного направлению скорости ветра $\vec{V}$, причем $\beta = \beta(z)$ с высотой изменяется.

Согласно приведенным соотношениям, на каждом уровне такое равновесие сил может быть только в случае, когда вектор скорости ветра $\vec{V}$ отклонен от изобары в сторону низкого давления на угол $\alpha = 90^\circ - \gamma$. Таким образом, трение не только «уничтожает» кинетическую энергию (превращая ее в тепло), но и способствует ее возникновению (через работу силы горизонтального барического градиента).

В общем случае $\frac{dV}{dt}$ и F отличны от нуля. Поэтому в процессе трансформации кинетической энергии сила трения будет усиливать генерирующий и ослаблять диссипирующий эффект, возникающий вследствие действия механизма нестационарности и неоднородности поля давления.



Направление агеострофической составляющей скорости ветра, возникающей за счет силы трения при $\dfrac{dV}{dt}=0$

Скорость трансформации кинетической энергии за счет работы силы горизонтального барического градиента в единичной массе воздуха может быть определена следующим образом:

$$\left(\frac{\partial K}{\partial t}\right)_{Tp}^{\Gamma} = -\left(u\frac{\partial \Phi}{\partial x}+v\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = -\left(\frac{\partial \Phi u}{\partial x}+\frac{\partial \Phi v}{\partial y}\right)-\frac{\partial \Phi \tau}{\partial p}-\tau\alpha \;. \tag{17}$$

Докажем правильность записи соотношения (17). Приток (сток) кинетической энергии трехмерного движения $\left(K=\dfrac{u^2+v^2+w^2}{2}\right)$ в результате работы силы горизонтального и вертикального барического градиента в изобарической системе координат определяется следующим выражением:

$$\left(\frac{\partial K}{\partial t}\right)_{Tp} = -\left(u\frac{\partial \Phi}{\partial x}+v\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)-\tau\frac{\partial \Phi}{\partial p}\,.$$

Записывая правую часть в дивергентной форме, получим

$$-\left(u\frac{\partial \Phi}{\partial x}+v\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)-\tau\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\left(\frac{\partial \Phi u}{\partial x}+\frac{\partial \Phi v}{\partial y}\right)-\frac{\partial \Phi \tau}{\partial p}\,.$$

При этом (условие квазистатичности)

$$-\tau\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\tau g\frac{\partial z}{\partial p} = \frac{\tau}{\rho} = \tau\alpha\,.$$

Поэтому справедливо следующее соотношение:

$$-\left(u\frac{\partial \Phi}{\partial x}+v\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)+\tau\alpha=-\left(\frac{\partial \Phi u}{\partial x}+\frac{\partial \Phi v}{\partial y}\right)-\frac{\partial \Phi\tau}{\partial p},$$

из которого и получаем уравнение (17).

Применив к (17) процедуру осреднения, получим

$$\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\overline{\left(\frac{\partial K}{\partial t}\right)_{Tp}}^{\Gamma}dp=-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\overline{u}\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial y}\right)dp=$$
$$=-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\frac{\partial \overline{\Phi}\,\overline{u}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{\Phi}\,\overline{v}}{\partial y}\right)dp-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\frac{\partial \overline{\Phi}\,\overline{\tau}}{\partial p}dp-$$
$$-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\frac{\partial \overline{\Phi' u'}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{\Phi' v'}}{\partial y}\right)dp-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\frac{\partial \overline{\Phi'\tau'}}{\partial p}dp-$$
$$-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\overline{\tau}\,\overline{\alpha}\,dp-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\overline{\tau'\alpha'}\,dp\,. \tag{18}$$

Два первых слагаемых в правой части (18) описывают трансформацию средней кинетической энергии путем горизонтального и вертикального перераспределения осредненной потенциальной энергии, два вторых слагаемых характеризуют трансформацию *K* вследствие горизонтального и вертикального перераспределения вихревой части потенциальной энергии, два последних слагаемых обусловливают трансформацию средней кинетической энергии за счет превращения осредненной и вихревой частей потенциальной энергии в кинетическую при вертикальном перераспределении воздуха в столбе атмосферы.

Проинтегрировав уравнение (18) по всей атмосфере, получим

$$\int_0^{p_0}\overline{\left(\frac{\partial K}{\partial t}\right)_{Tp}}dm=\int_0^{p_0}-\overline{\tau}\,\overline{\alpha}\,dm+\int_0^{p_0}-\overline{\tau'\alpha'}\,dm, \tag{19}$$

где $dm=\rho\,dz$ — элемент массы.

Атмосфера является замкнутой системой, поэтому четыре первых слагаемых в правой части (18) равны нулю. В атмосфере (или любой другой замкнутой системе) генерация кинетической энергии происходит в результате восходящих движений теплого и нисходящих движений холодного воздуха, т. е. тогда, когда имеет место прямая термическая циркуляция, а τ и α имеют разные знаки (отрицательная корреляция между τ и α), и, наоборот, диссипация *K* происходит в тех случаях, когда наблюдается обратная термическая циркуляция (подъем холодного воздуха и опускание теплого), т. е. когда τ и α имеют одинаковые знаки (положительная корреляция между τ и α). Однако потенциальная энергия не может прямо превращаться в кинетическую, на что указывается, например, в работах Э.Лоренца, Э.Пальмена и Ч.Ньютона [5, 6]. Наши расчеты свидетельствуют о том, что слагаемое $-\overline{\tau}\,\overline{\alpha}$, входящее в уравнения баланса потенциальной и внутренней энергии, имеет порядок 10^3, а процессы преобразования и перераспределения кинетической энергии имеют порядок 10^1.

Таким образом, потенциальная энергия сначала должна трансформироваться в вихревую потенциальную энергию, а уже затем в кинетическую. Действительно, нами было показано, что слагаемое $-\overline{\tau'\alpha'}$ имеет тот же порядок, что и составляющие баланса кинетической энергии [3].

Для незамкнутых динамических систем атмосферы, какими являются, например, циклоны или антициклоны, трансформация средней кинетической энергии за счет работы силы горизонтального барического градиента будет определяться уравнением (18).

Рассмотрим теперь процесс трансформации средней кинетической энергии за счет турбулентного трения. В этом случае работа совершается силой турбулентного трения как в горизонтальной плоскости (точнее, на изобарической поверхности) (слагаемое T_2), так и в вертикальной плоскости (слагаемое T_3). Представим эти слагаемые с учетом соотношений из полуэмпирической теории турбулентности [2]:

$$\overline{u'u'} = -k_x \frac{\partial \overline{u}}{\partial x}, \quad \overline{u'v'} = -k_y \frac{\partial \overline{u}}{\partial y}, \quad \overline{v'u'} = -k_x \frac{\partial \overline{v}}{\partial x},$$

$$\overline{v'v'} = -k_y \frac{\partial \overline{v}}{\partial y}, \quad \overline{u'\tau'} = -k_p \frac{\partial \overline{u}}{\partial p}, \quad \overline{v'\tau'} = -k_p \frac{\partial \overline{v}}{\partial p},$$

где k_x, k_y, k_p – коэффициенты турбулентности, соответствующие осям x, y, p, в следующем виде:

$$\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\overline{u'u'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{u'v'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \overline{v'u'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial x} + \overline{v'v'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\right)dp +$$

$$+\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1}\left(\overline{u'\tau'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial p} + \overline{v'\tau'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial p}\right)dp =$$

$$= -\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1} k_s\left[\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\right)^2\right]dp -$$

$$-\frac{1}{g}\int_{p_2}^{p_1} k_p\left[\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial p}\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial p}\right)^2\right]dp \;,$$

(20)

где $k_x = k_y \equiv k_s$ – коэффициент турбулентности в горизонтальной плоскости; k_p – коэффициент турбулентности в вертикальной плоскости.

В высокочастотной области спектра турбулентных пульсаций (микромасштабной турбулентности) коэффициенты турбулентности всегда положительны, т. е. $k_s > 0$, $k_p > 0$. Таким образом, из уравнения (20) следует вывод о том, что благодаря микромасштабной турбулентности средняя кинетическая энергия постоянно уменьшается, переходя во внутреннюю энергию (тепло).

В случае мезо- и макромасштабной турбулентности слагаемые T_2 и T_3 в соотношении (1) могут быть как положительными, так и отрицательными, потому что в этом случае происходят два противоположных процесса: передача энергии от движений более крупного масштаба к движениям более мелкого масштаба, т. е. диффузионный процесс, и (реже) передача энергии от движений более мелких масштабов к движениям более крупных масштабов. В этом случае говорят о движениях с отрицательной вязкостью [1]. Этот процесс особенно важен при интенсификации циклонов и формировании интенсивных зональных движений в умеренных широтах, в частности струйных течений. Таким образом, при мезо- и макромасштабной турбулентности имеет место как диссипация, так и генерация средней кинетической энергии. Наконец, из соотношения (1) можно сделать вывод о том, что интенсивность трансформации кинетической энергии под действием турбулентного обмена определяется флуктуациями составляющих скорости ветра и их градиентами. Следовательно, величины T_2 и T_3 так же, как и T_1, определяются неоднородностями в поле скорости ветра, которые имеют наибольшие значения во фронтальных зонах.

Библиографический список

1. *Белов П.Н.* Численные методы прогноза погоды / П.Н. Белов, Е.П. Борисенков, Б.Д. Панин. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 376 с.

2. *Динамическая* метеорология / под ред. Д.Л. Лайхтмана. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 608 с.

3. *Калинин Н.А.* Энергетика циклонов умеренных широт / Н.А. Калинин. Пермь: Изд–во Перм. ун–та, 1999. 192 с.

4. *Калинин Н.А.* Динамическая метеорология / Н.А. Калинин. Пермь: Изд–во Перм. ун–та, 2001. 260 с.

5. *Лоренц Э.Н.* Природа и теория общей циркуляции атмосферы / Э.Н. Лоренц. Л.: Гидрометеоиздат, 1970. 260 с.

6. *Пальмен Э.* Циркуляционные системы атмосферы / Э. Пальмен, Ч. Ньютон; пер. с англ.; под ред. С.П. Хромова. Л.: Гидрометеоиздат, 1973. 615 с.