

МЕТЕОРОЛОГИЯ

УДК 551.582.2

DOI: 10.17072/2079-7877-2019-2-67-79

**ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ С ПОМОЩЬЮ
МЕТОДА МИНИМАЛЬНОГО ПОКРЫТИЯ****Валерий Нагимович Аптуков**ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-8048-3804>e-mail: aptukov@psu.ru*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь***Виктор Юрьевич Митин**ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2406-3009>, AuthorID: 552293e-mail: victormitin@ya.ru*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь*

Проблема изучения климатических особенностей различных городов России и мира на сегодняшний день чрезвычайно актуальна в связи с ускорением темпа климатических изменений, увеличением числа стихийных бедствий. Климатические ряды базовых метеорологических показателей (температуры, атмосферного давления, относительной влажности воздуха, скорости ветра) исследуются методами фрактального и мультифрактального анализов. Основная цель данной работы – изучение закономерностей, связанных с характеристикой хаотичности и изменчивости климатических рядов – фрактальной размерности. Для ее оценки используется эффективный метод минимального покрытия. Анализ полученных результатов позволяет выявить взаимосвязь фрактальной размерности и типа климата, определить характер корреляции между фрактальными характеристиками различных метеорологических параметров, а также их зависимость от сезона и временного масштаба. Проведенные исследования позволили определить характерные диапазоны фрактальной размерности рядов данных базовых метеорологических показателей. Установлено, что температурные ряды для городов с сухим континентальным климатом обладают более низкой фрактальной размерностью (менее хаотичные), чем для городов с влажным тропическим климатом. Обнаружена прямая корреляция между фрактальными характеристиками температуры, атмосферного давления и относительной влажности воздуха.

Ключевые слова: метеорологические ряды, фрактальная размерность, температура, давление, влажность, скорость ветра, корреляция индексов фрактальности.

**FRACTAL ANALYSIS OF METEOROLOGICAL SERIES BASED ON THE MINIMAL
COVERING METHOD****Valery N. Aptukov**ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-8048-3804>e-mail: aptukov@psu.ru*Perm State University, Perm***Victor Yu. Mitin**ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2406-3009>, AuthorID: 552293e-mail: victormitin@ya.ru*Perm State University, Perm*

The article deals with the topical issue of studying climatic features of different cities of Russia and all over the world. The climatic series of basic meteorological parameters (temperature, atmospheric pressure, relative humidity, wind speed) are studied by methods of fractal and multifractal analysis. Special attention is paid to the characteristic of randomness and variability of climatic series – fractal dimension. The effective minimal covering method is used to estimate it. The obtained results allow revealing the relationship between the fractal dimension and climate type and determining the type of correlation between fractal characteristics of different meteorological parameters, as well as their dependence on the season and time scale. The research conducted enabled us to determine typical ranges of fractal dimension for data series of basic meteorological indicators. It has been established that the temperature series for cities with dry continental climate have lower fractal dimension (i.e. they are less chaotic) than for those with humid tropical climate. There has been found a direct correlation between the fractal characteristics of temperature, atmospheric pressure and relative humidity.

Key words: meteorological series, fractal dimension, temperature, pressure, humidity, wind speed, correlation of fractal indices.

Введение

Климат оказывает значительное влияние на жизнедеятельность и здоровье человека, а его существенное изменение может привести к глобальным экологическим катастрофам. В настоящее время актуальность глубокого и всестороннего исследования климатических процессов обусловлена ростом стихийных бедствий и погодных катаклизмов, глобальным потеплением и другими негативными климатическими тенденциями.

Развитие вычислительных технологий и методов математического моделирования в области климатологии позволяет наряду с расчетом базовых статистических характеристик климатических показателей применять более сложные математические методы и вычислять параметры, отражающие скрытые, глубинные свойства климатических процессов. В качестве таких методов используются, например, спектральный анализ [1] и вейвлет-анализ [2]. Различные методы статистического анализа климатических рядов описаны в статье [3]. Широкое развитие получили также фрактальные методы [16], которые на сегодняшний день все чаще используются в самых разнообразных областях науки. Примеры их применения в климатологии приведены в работах [4–6].

Данная работа посвящена изучению фрактальных свойств климатических рядов в разных областях мира и на различных временных масштабах.

Материалы и методы исследования

Климат – многолетний режим погоды в определенной местности. Основными факторами формирования климата являются географическая широта, солнечная радиация, высота над уровнем моря, близость океана, морские течения, господствующие ветры, рельеф местности.

Характер климата определяется статистическими значениями совокупности большого количества климатических показателей, среди которых важнейшими являются температура воздуха T , атмосферное давление P , относительная влажность воздуха f , скорость ветра v , характеристики облачности, осадков.

Существуют различные подходы к классификации климатов [7]: Б.П. Алисова, Л.С. Берга, В. Кёпшена и др. Достаточно распространенной является классификация Кёпшена, из отечественных классификаций климата широко известны подходы Селянинова [8] и Будыко – Григорьева [9].

Климатические ряды формируются как последовательность значений непосредственно измеряемых или усредненных величин климатических параметров (температура, влажность, давление, количество осадков, скорость ветра и др.) в систематических наблюдениях за

погодными параметрами на метеостанциях. Например, на сайте www.rp5.ru имеются многолетние архивы значений основных климатических характеристик по сотням населенных пунктов. Для городов России шаг измерения составляет 3 ч, для некоторых крупных городов мира – 1 ч и меньше. Имеется возможность получения данных в формате документа MS Excel за любой временной промежуток в пределах имеющихся данных наблюдений. В получаемой таблице данных имеются пропуски, но количество их незначительно.

Для быстрого получения некоторых климатических данных по любой выбранной совокупности из 600 метеостанций России и ближнего зарубежья в текстовом формате удобно использовать специализированные массивы, разработанные Всероссийским научно-исследовательским институтом гидрометеорологической информации (www.meteo.ru/data).

Широкими возможностями для получения, математической обработки и визуализации различных данных, в частности географических, обладает база данных Wolfram Knowledgebase, встроенная в математический пакет Wolfram Mathematica <http://www.wolfram.com/knowledgebase/>, реализующий функциональный метод программирования. Например, функция WeatherData позволяет получать значения различных метеорологических параметров на основе данных 6 656 метеостанций по всему миру.

Особенностью климатических рядов является наличие циклов, обусловленных суточным и годовым движением Земли, а также некоторых других, например, циклы солнечной активности [5]. Наиболее четко они проявляются для температурных рядов, причем степень их выраженности зависит от географической широты, климатических особенностей, высоты и рельефа местности, а также других факторов. Например, в северных широтах в зимнее время года суточный цикл практически отсутствует, сезонный цикл для температуры наиболее выражен в умеренных широтах, а для субэкваториального и тропического поясов более выражены сезонные циклы для влажности и количества осадков (имеются сухой и влажный сезоны).

В естественных и гуманитарных науках при обработке и анализе различных экспериментальных данных, обладающих случайным характером, широко используется фрактальная размерность ([10 – 13] и др.). Понятие фрактала возникло в работах Мандельброта (например, [10]), который определял его как “множество, размерность Хаусдорфа-Безиковича которого строго больше его топологической размерности $D > D_T$ ”.

Размерность Хаусдорфа-Безиковича D выражает связь естественной меры геометрической фигуры с величиной, положенной в основу исходной метрической системы. Хаусдорф [11] предложил следующее определение размерности D для компактного множества в произвольном метрическом пространстве:

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N(\delta)}{\log\left(\frac{1}{\delta}\right)}, \quad (1)$$

где $N(\delta)$ – минимальное количество шаров радиуса δ , покрывающих это множество.

Известны многочисленные методы и алгоритмы вычисления фрактальной размерности одномерных рядов, а также теоретические оценки для искусственных фракталов [13]. В данной работе используется метод минимального покрытия, предложенный авторами в публикациях [14, 15] для вычисления фрактальной размерности временной функции с целью ускорения сходимости. Обзор различных методов для оценки фрактальной размерности приведен в [16].

Процедура вычисления фрактальной размерности одномерной функции $f(t)$, значения которой определены на отрезке $[a, b]$ на основе метода минимального покрытия, состоит в следующем.

Выбирается некоторая последовательность разбиений $\omega_m = [a=t_0 < t_1 < \dots < t_m=b]$, $\delta = (b-a)/m$ отрезка $[a,b]$ точками t_i на равные части, далее строится минимальное покрытие функции $f(t)$ в классе покрытий, состоящих из прямоугольников с основанием δ , совпадающим с отрезком $[t_{i-1}, t_i]$. Высота прямоугольника на отрезке $[t_{i-1}, t_i]$ равна величине $A_i(\delta)$ (разности между максимальным и минимальным значением функции на этом отрезке). Вводится величина

$$V_f(\delta) \equiv \sum_{i=1}^m A_i(\delta), \quad (2)$$

называемая амплитудной вариацией функции $f(t)$, соответствующей масштабу разбиения δ на отрезке $[a,b]$. Тогда полная площадь покрытия $S_\mu(\delta)$ имеет вид

$$S_\mu(\delta) = V_f(\delta)\delta, \quad (3)$$

причем $S_\mu(\delta)$ является минимальной площадью покрытия графика из класса прямоугольников – минимальное покрытие.

Из (2, 3) следует:

$$V_f(\delta) \sim \delta^{-\mu}, \quad (4)$$

$$\mu = D_\mu - 1. \quad (5)$$

Показатель μ является угловым коэффициентом линии регрессии зависимости (4), выраженной в двойном логарифмическом масштабе), а размерность D_μ – размерностью минимального покрытия. В пределе для бесконечного ряда при уменьшении масштаба имеем: $D_c = D_\mu$. Для одномерных рядов значение μ соответствует разности между фрактальной и топологической размерностью.

В работе [14] показано, что для реальных временных рядов использование минимальных покрытий вместо клеточных позволяет существенно уменьшить количество данных, необходимых для определения фрактальной размерности, и использовать индекс фрактальности для локального анализа экспериментальных рядов.

Поскольку значения индекса фрактальности могут в определенной степени зависеть от выбора последовательности аппроксимаций, для всех рядов используется одинаковая совокупность разбиений, в которой частичные отрезки содержат по 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 точек ряда. Если последний интервал не содержит требуемого количества точек, то при расчете амплитудной вариации он не учитывается.

Фрактальное поведение ряда может быть неоднородным, например, оно может быть неодинаковым на участках с большим и с малым размахом климатического параметра. В этом случае для более детального описания фрактальных свойств ряда используют мультифрактальные характеристики, например обобщенные размерности Реньи или функции мультифрактального спектра [13]. Существуют различные варианты мультифрактального анализа, например метод максимумов вейвлет-преобразований (ММВП), метод детрендрованного флуктуационного анализа (MF-DFA). В статье [15] приводится описание версии мультифрактального анализа на основе метода минимального покрытия. Скейлинговая функция одномерного ряда $\tau(q)$ определяется из соотношения:

$$V(\delta, q) = \sum_{i=1}^m A_i(\delta)^q \sim \delta^{-\tau(q)} \quad (6)$$

и является обобщением индекса фрактальности: $\mu = \tau(1)$. Чем выше значение q , тем больший вклад в амплитудную вариацию (6) вносят участки ряда с большим изменением климатического параметра и меньший вклад – участки с малой вариацией данного параметра. Аналогом фрактальных размерностей Реньи являются величины R_q , определяемые по формуле

$$R_q = \frac{\tau(q) + 2q - 1}{q}. \quad (7)$$

Степень расхождения значений функции R_q (7) в определенном диапазоне изменения величины q характеризует фрактальную неоднородность ряда.

Результаты исследования и их обсуждение

Индекс фрактальности характеризует изменчивость (хаотичность) температуры в данном городе (регионе) по данным измерений за определенный период времени.

С помощью метода минимального покрытия выполнен фрактальный анализ рядов среднесуточных температур за 2011–2015 гг. с шагом в 1 сут. для 4 578 городов мира (источник данных – Wolfram Knowledgebase). Рассчитанные значения индекса фрактальности располагаются в диапазоне 0,352–0,673 (т.е. границы диапазона отличаются в 1,91 раза), среднее значение 0,464.

Минимальное значение индекса фрактальности для средней температуры за указанный период времени отмечено в городах Кундуз (Qunduz) (северный Афганистан) и Бошань (Boshan) (континентальный Китай). Это наименее хаотичные по изменению температуры города мира.

Близкие к минимальному индексы фрактальности имеют города: Наманган (0,3544), Каган (0,3576) в Узбекистане, Худжанд (0,371) и Душанбе (0,39) в Таджикистане.

Максимальные значения индекса фрактальности выше 0,67 отмечены в городах Рейгандж (Индия) и Сайдпур (Бангладеш). Таким образом, максимально хаотичные по изменению температуры города располагаются во влажных тропиках вблизи Индийского океана.

Российские города имеют диапазон индекса фрактальности от 0,367 до 0,502. Средний индекс фрактальности городов РФ составляет 0,413, что несколько ниже общемирового среднего значения.

Низкими значениями индекса фрактальности обладают города Чукотского АО, Чувашской республики, республики Марий-Эл. Высокие значения характерны для Сахалина и Приморского края.

В табл. 1 приводится список некоторых населенных пунктов РФ, расположенных в заданных диапазонах индекса фрактальности, от минимума до максимума.

Таблица 1

Диапазоны значений индексов фрактальности пятилетних температурных рядов (2011–2015) для населенных пунктов РФ

Диапазон μ	Примеры населенных пунктов
$\mu=0,370-0,390$	Чебоксары, Новочебоксарск, Медведево, Санчурск, Менделеево, Глотовка, Елец, Жирновск, Лебединь, Красный Яр, Задонск, Донское, Мичуринск, Москва
$\mu=0,390-0,410$	Сургут, Волгоград, Калач-на-Дону, Сочи, Ульяновск, Тольятти, Ростов-на-Дону, Батайск, Дзержинск, Владимир, Псков, Пермь, Екатеринбург, Ижевск, Воткинск, Рыбинск, Ростов, Ярославль, Майкоп
$\mu=0,410-0,440$	Челябинск, Санкт-Петербург, Нарьян-Мар, Каспийск, Хатанга, Черкесск, Тикси, Брянск, Воркута, Северный, Заполярный, Олонек, Черногорск
$\mu=0,440-0,500$	Омск, Улан-Удэ, Кемерово, Белогорск, Ангарск, Байкальск, Новосибирск, Долинск, Быков, Корсаков

На рис. 1 показаны временные зависимости индекса фрактальности температурных данных, каждый из которых определен по пяти годам измерений: 1 – 2001–2005 гг., 2 – 2002–2006 гг., ... 12 – 2012–2016 гг. Символами «квадрат» отмечены данные для города Лерик (южная часть Азербайджана), «ромб» – для города Тбилиси (Грузия). Этот пример

нисходящей зависимости индекса фрактальности показывает постепенное довольно сильное повышение устойчивости изменения температуры в течение 10–15 лет наблюдений.

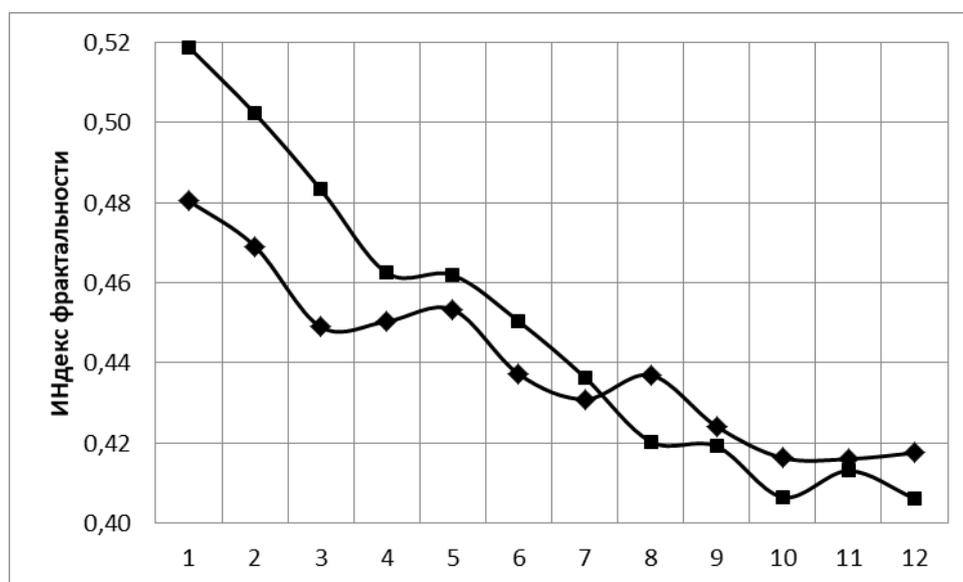


Рис. 1. Временная зависимость индекса фрактальности для г. Лерик (квадрат) и г.Тбилиси (ромб)

На рис. 2 показаны временные зависимости индекса фрактальности для некоторых городов РФ: квадрат – Иркутск, ромб – Улан-Удэ, треугольник – Архангельск, сплошная линия – Волгоград, пунктирная – Москва.

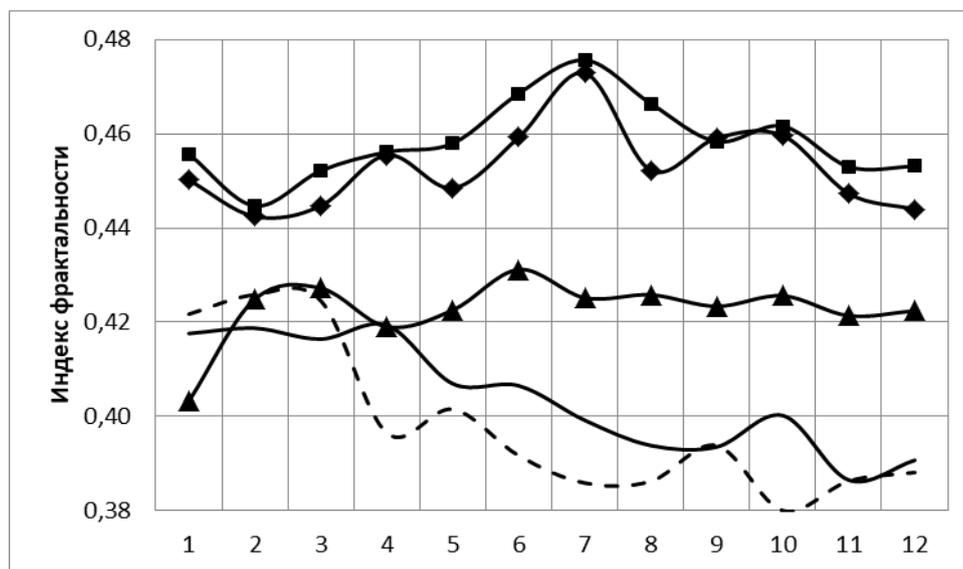


Рис. 2. Временная зависимость индекса фрактальности для городов РФ

Из рис. 2 видно, что города Иркутск и Улан-Удэ имеют достаточно высокую хаотичность изменения температуры, в том числе и в течение рассмотренного периода времени.

Степень изменчивости в г. Архангельск практически не меняется, а города Волгоград и Москва также демонстрируют некоторую тенденцию к увеличению устойчивости температурного режима.

На рис. 3 показаны плотность распределения индекса фрактальности (без учета крайних, максимальных значений) по российским городам и распределение этих данных на карте РФ для периода с 2011 по 2015 г.

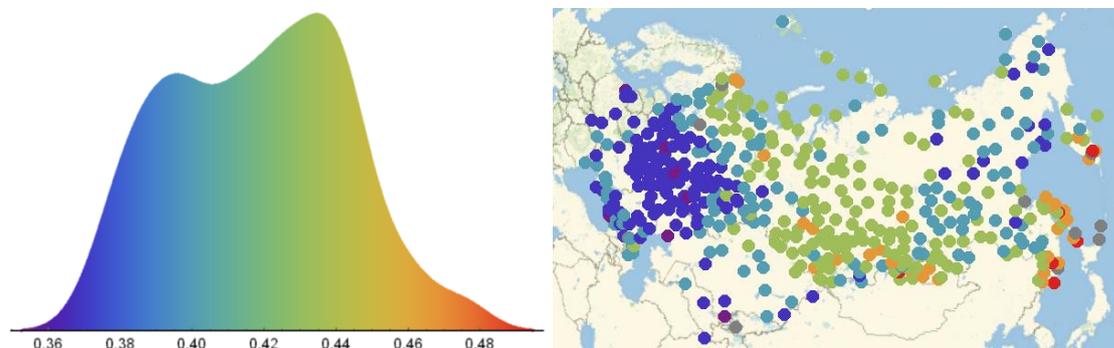


Рис. 3. Плотность распределения индекса фрактальности

Величина индекса и плотность его распределения в течение одного года могут значительно отличаться от средних значений для более длительного периода времени. Отметим, что города с более устойчивым изменением температуры располагаются в Европейской части страны.

Регионы РФ с максимальной хаотичностью температуры расположены на Кольском полуострове, Дальнем Востоке (включая о. Сахалин), на границе с Монголией, в обширной области Западной Сибири между р. Обью и р. Енисеем, включая полуостров Ямал.

Средние значения индекса фрактальности по различным странам за 2011–2015 гг. с шагом измерений одни сутки представлены на рис. 4.

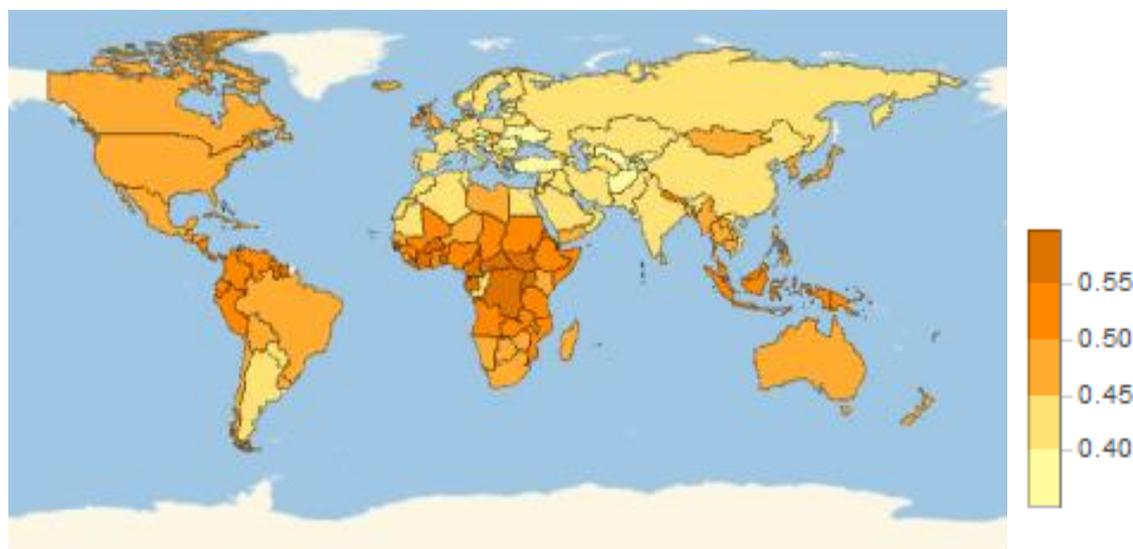


Рис. 4. Среднее значение μ для различных стран мира (2011–2015)

Для 100 крупных городов России выполнен также мультифрактальный анализ рядов среднесуточных температур за 2011–2015 гг. Вычислены значения функций $\tau(q)$ и R_q при целочисленных значениях q от 1 до 5. Установлено, что функции R_q являются монотонно возрастающими. В качестве характеристики степени фрактальной неоднородности использована величина относительного отклонения $\varepsilon = (R_5 - R_1) / R_5$. На рис. 5 представлены значения ε по различным городам (слева) и плотность их распределения (справа).

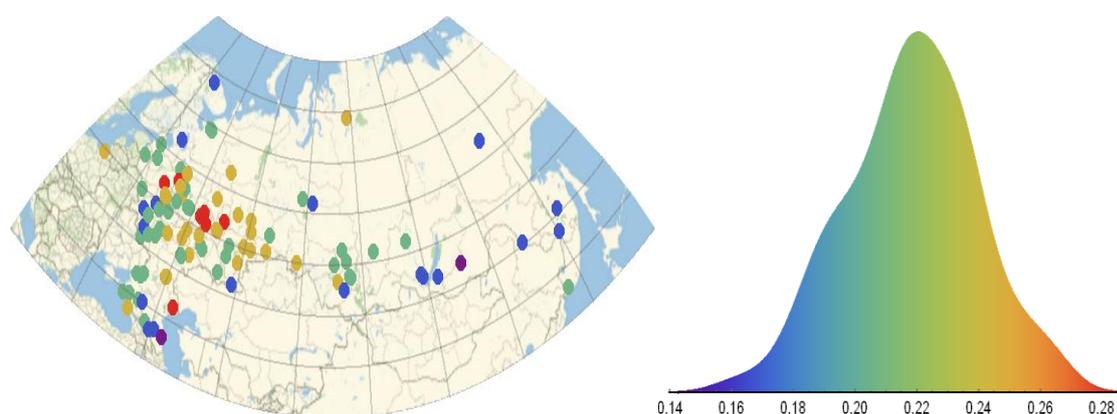


Рис. 5. Фрактальная неоднородность температурного режима в городах России (2011–2015)

Из графиков на рис. 5 видно, что города с высокой степенью фрактальной неоднородности сосредоточены в европейской части России.

Были вычислены индексы фрактальности для относительной влажности воздуха и давления по некоторым городам РФ в течение 2013–2017 гг. На рис. 6 показаны значения индекса фрактальности относительной влажности воздуха по замерам каждые 3 ч в течение 2013–2017 гг.

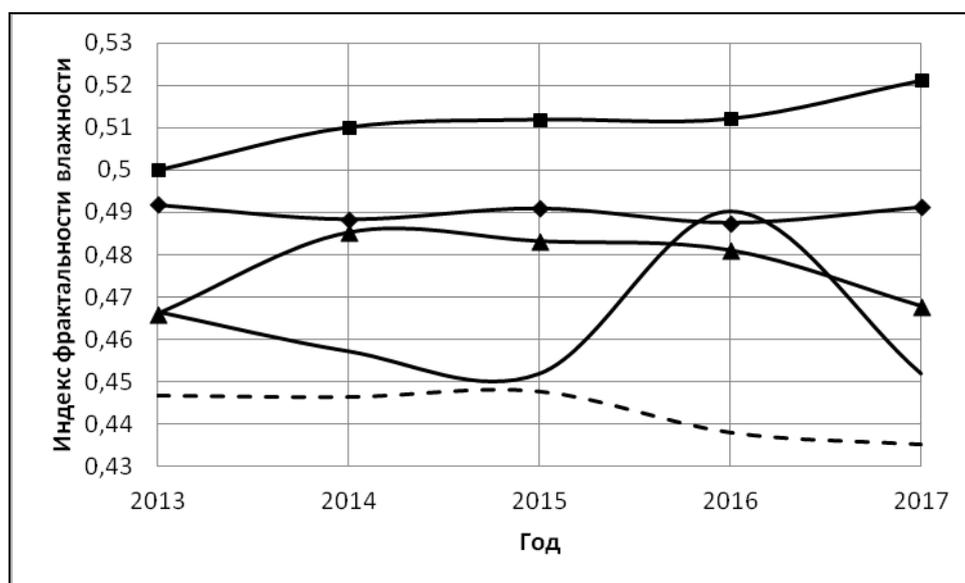


Рис. 6. Индекс фрактальности относительной влажности воздуха

Маркером «квадрат» обозначены данные для г. Оймякон, «ромб» – для г. Сочи, «треугольник» – для г. Якутск, сплошная линия без маркеров – для г. Пермь, пунктирная линия без маркеров – для г. С.-Петербург. Значения индексов фрактальности для влажности воздуха несколько превышают (на 15–25 %) соответствующие значения для температуры.

Индексы фрактальности для атмосферного давления значительно ниже (в 1,5–4,5 раза) индексов фрактальности для температуры и влажности. Таким образом, атмосферное давление ведет себя значительно менее хаотично, чем температура и влажность.

Обнаружена корреляция между индексами фрактальности температуры, давления и влажности. Коэффициенты корреляции с 2013 по 2017 г. представлены на рис. 8. Маркером «квадрат» обозначен коэффициент корреляции между индексами фрактальности давления и

влажности, маркером «треугольник» – между индексами фрактальности влажности и температуры, «ромб» – между индексами фрактальности давления и температуры.

Максимальный средний по годам (2013–2017) коэффициент корреляции достигается между индексами фрактальности для температуры и влажности – 0,62; между индексами фрактальности для давления и влажности – 0,59; между индексами фрактальности для давления и температуры – 0,53.

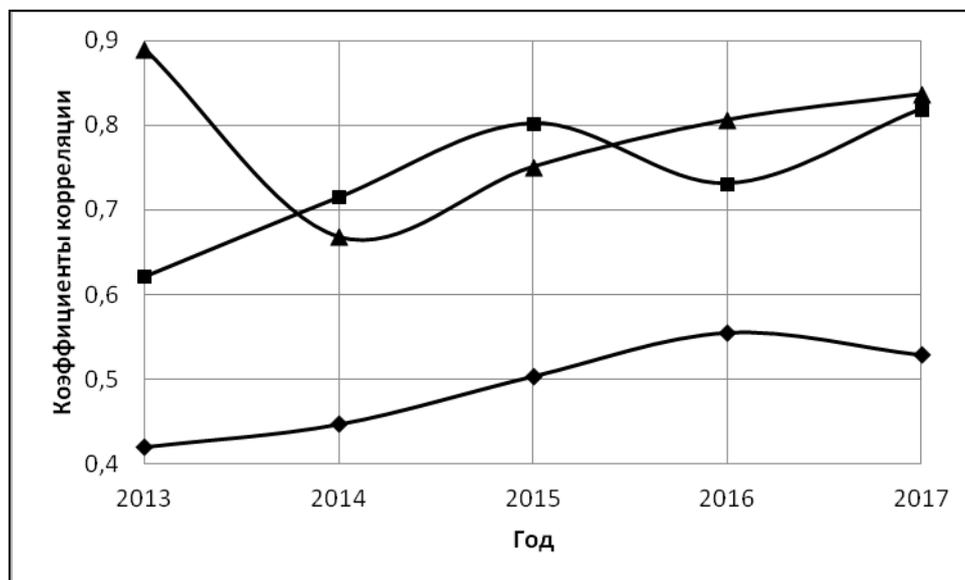


Рис. 7. Коэффициенты корреляции между индексами фрактальности

Таким образом, можно сделать вывод о наличии достаточно сильной корреляционной связи между степенью хаотичности температуры и относительной влажностью, а также давления и относительной влажности.

Была также выполнена оценка индекса фрактальности для среднесуточной скорости ветра по данным измерений в этих же городах в 2011 г. Установлено, что степень хаотичности ветра значительно выше, чем для других метеорологических параметров (температура, влажность, атмосферное давление), значения индекса фрактальности в основном расположены в диапазоне 0,45–0,60.

На основе данных сайта www.rp5.ru выполнен фрактальный анализ текущей температуры воздуха, атмосферного давления и относительной влажности воздуха в зависимости от сезона. Для этого все измерения, относящиеся к одному сезону, объединены в один ряд, для которого получены оценки фрактальной размерности с помощью метода минимального покрытия.

Установлено, что для температурных рядов индексы фрактальности городов, лежащих в умеренном поясе, как правило, зависят от сезона. На рис. 8 показана динамика изменения индекса фрактальности за 2013–2017 гг. Значения индекса фрактальности зимой ниже, чем летом на 30–50%.

Для рядов относительной влажности картина не является однозначной. Характер зависимости индекса фрактальности от сезона зависит от местоположения. Например, в Оймяконе в зимнее время индекс фрактальности относительной влажности воздуха устойчиво выше, чем в другие времена года. Для Перми имеется тенденция увеличения индекса фрактальности влажности воздуха, наоборот, летом. Для Астрахани индекс фрактальности уменьшается зимой. Для некоторых городов сезонные тенденции изменения индекса фрактальности выражены слабо.

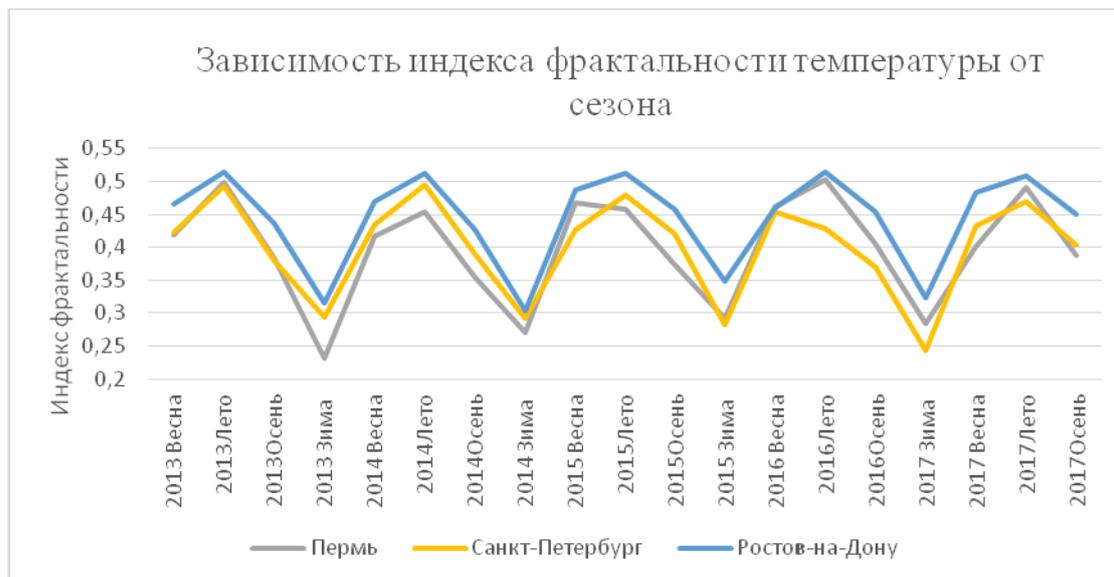


Рис. 8. Динамика изменения индекса фрактальности температуры по сезонам за 2013–2017 гг.

Для фрактального поведения рядов атмосферного давления некоторых городов России характерна тенденция увеличения индекса фрактальности весной или летом. Для одних городов эта зависимость может быть выражена достаточно четко (Оймякон, Сочи, Астрахань), для других – слабо (Пермь, Санкт-Петербург).

Аналогично получены оценки индекса фрактальности для рядов различных климатических параметров по месяцам. В табл. 2 приведены данные расчетов для температуры, атмосферного давления и относительной влажности для холодного (январь) и теплого (июль) месяцев, полученные путем усреднения по временному диапазону 2013–2017 гг.

Таблица 2

Индексы фрактальности основных климатических показателей

Город	Температура		Давление		Влажность	
	Январь	Июль	Январь	Июль	Январь	Июль
Якутск	0,131	0,214	0,345	0,486	0,520	0,492
Оймякон	0,229	0,335	0,372	0,466	0,593	0,492
Пермь	0,099	0,182	0,250	0,494	0,417	0,519
Санкт-Петербург	0,109	0,164	0,271	0,484	0,406	0,491
Ростов-на-Дону	0,125	0,252	0,292	0,518	0,407	0,487
Астрахань	0,124	0,256	0,362	0,532	0,433	0,529
Сочи	0,177	0,254	0,441	0,531	0,452	0,538

Таким образом, почти все климатические параметры в июле изменяются более хаотично, чем в январе. Исключение составляет относительная влажность воздуха в городах с сухим и резко континентальным климатом (Оймякон, Якутск).

Установлено, что время суток, в которое измеряются ежедневные значения климатических параметров, не оказывает существенного влияния на фрактальные свойства полученного ряда наблюдаемых значений климатических параметров с шагом в одни сутки. Усредненная величина различия оценочных значений фрактальной размерности составляет 0,62% для температуры, 1,99% – для атмосферного давления, 3,03% – для относительной влажности воздуха.

Исследование зависимости индекса фрактальности от временной шкалы показывает, что при увеличении временного интервала от 10 до 100 лет (с пропорциональным увеличением длины ряда) индекс фрактальности практически не изменяется. Это свидетельствует о наличии хорошей сходимости в данном диапазоне. Для более мелких временных диапазонов в связи с влиянием суточного и годового трендов в различных временных диапазонах значения индекса фрактальности могут различаться, поэтому сравнивать между собой можно только данные, полученные для одного диапазона.

Выводы

Основные результаты фрактального анализа рядов данных климатических наблюдений следующие.

1. Значения индекса фрактальности рядов средних температур лежат в широком диапазоне 0,352–0,673. Минимальные значения получены для городов с сухим континентальным климатом (Афганистан, Туркменистан, Таджикистан), максимальные – для городов с влажным тропическим климатом вблизи Индийского океана.

2. Индексы фрактальности для атмосферного давления в целом ниже, чем для температуры и относительной влажности. Для скорости ветра индексы фрактальности расположены в диапазоне 0,45–0,6.

3. Индекс фрактальности температуры в городах умеренного пояса в зимнее время ниже, чем в летние. Для атмосферного давления и относительной влажности зависимость фрактальных свойств в большинстве случаев также имеется, но она может быть менее выраженной.

4. Фрактальные характеристики временных рядов проявляют зависимость от временного масштаба.

5. Температурные ряды проявляют мультифрактальные свойства, города с наиболее выраженной фрактальной неоднородностью температуры сосредоточены на европейской территории России.

Библиографический список

1. Вауленко Н.В. Анализ климатических рядов с помощью вейвлетов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2004. 110 с.
2. Данова Т.Е., Перелыгин Б.В. Спектрально-временной анализ длиннопериодных климатических рядов на примере Гренландской скважины // Геофизический журнал. 2016. Т. 38. №3. С. 117–127.
3. Михалач С.Г., Мингалёв Д.Э., Евдокимов С.И. Использование анализа временных рядов в изучении многолетних температурных изменений // Вестник Псковского государственного университета. Сер. Естественные и физико-математические науки. 2014. №4. С. 17–24.
4. Солнцев Л.А., Иудин Д.И., Снегирева М.С., Гелашвили Д.Б. Фрактальный анализ векового хода средней температуры воздуха в г. Нижнем Новгороде // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2007. №4. С. 88–91.
5. Кузьминых Е.В. Фрактальный анализ климатических рядов: магистерская диссертация. СПб., 2012. 84 с.
6. Волегов С.В. Измерение фрактальной размерности одномерных рядов // Междисциплинарные исследования: сб. мат. конф. Пермь, 2013. Т.1. С. 76–78.
7. Хромов С.А., Петросяну М.А. Метеорология и климатология. М.: Наука, 2006. 582 с.
8. Селянинов Г.Т. Климатическое районирование СССР для сельскохозяйственных целей // Сборник памяти академика Л.С. Берга. М.: Изд-во АН СССР, 1955. С. 46.
9. Григорьев А. А., Будыко М.И. Классификация климатов СССР // Изв. АН СССР. Сер. географическая. 1959. №3. С. 3–19.

10. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
11. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 261 с.
12. Калущ Ю.А., Логинов В.М. Показатель Херста и его скрытые свойства // Сибирский журнал индустриальной математики. 2002. Т.5. №4. С. 29–37.
13. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. Ижевск: РХД, 2001.
14. Дубовиков М.М., Крянев А.В., Старченко Н.В. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов // Вестник РУДН. 2004. Т. 3. №1. С. 30–44.
15. Дубовиков М.М. Индекс вариации и его приложение к анализу фрактальных структур // Научный альманах Гордон. 2003. №1. С. 5–33.
16. Gallant J.C. Estimating fractal dimension of profiles: a comparison of methods. J.C.Gallant [et al.] // *Mathematical Geology*. 1994. Vol. 265, N. 4. P. 455–481.

References

1. Vaulenko, N.V. (2004), «Analysis of climatic changes with help of wavelets», Ph.D. Thesis, Moscow, Russia.
2. Danova, T.E., Perelygin, B.V. (2016), “Spectral-time analysis of long-period climatic series on the example of the Greenland well”, *Geophysical Journal*, vol.38, no.3, pp.117–127.
3. Mikhlap, S.G., Mingalyov, D.E., Evdokimov, S.I. (2014), “The use of time series analysis in the study of long-term temperature changes”, *Pskov University Bulletin*, no 4, pp. 17–24.
4. Solntsev, L.A., Iudin, D.I., Snegireva, M.S, Gelashvili, D.B. (2007), “Fractal analysis of the age course of average air temperature in Nizhny Novgorod”, *Bulletin of Nizhny Novgorod University* 2007, no 4, pp. 88–91.
5. Kuz'minykh, E.V. (2012), “Fractal analysis of climatic series”, Master Thesis, Saint Petersburg, Russia.
6. Volegov, S.V. (2013), “Measuring of fractal dimension of one-dimensional series”, *Mezhdistsiplinarnye issledovaniya [Interdisciplinary investigations]*, Perm, vol 1, pp. 76–78.
7. Khromov, S.A., Petrosyants, M.A. (2006), “*Meteorology and climatology*”, Nauka, Moscow, Russia.
8. Selyaninov, G.T. (1955), “Climatic zoning of the USSR for agricultural purposes”, *A collection of articles in memory of academician L. S. Berg*, the USSR Academy of Sciences.
9. Grigoryev, A.A., Budyko, M.I. (1959), “Classification of climates in the USSR”, *Izvestia AN SSSR [News of the USSR Academy of Sciences]*, no 3, pp.3–19.
10. Mandelbrot, B (2002), “Fraktal'naya geometriya prirody [Fractal geometry of nature]”, Institute of computer researches, Moscow, Russia
11. Feder, E.(1991), “Fraktaly” [Fractals], Mir, Moscow, Russia.
12. Kalush, Yu.A., Loginov, V.M. (2002), “Hurst exponent and its hidden properties”, *Siberian Journal of Industrial Mathematics*, vol. 5, no.4, pp.29–37.
13. Bozhokin, S.V., Parshin, D.A. (2001), “Fraktaly i multifraktaly” [Fractals and multifractals], *Siberian Journal of Industrial Mathematics*, SIC Regular and Chaotic Dynamics, Izhevsk, Russia.
14. Dubovikov, M.M., Kryanev, A.V, Starchenko, N.V. (2004), “Dimension of minimal covering and local analysis of fractal time series”, *PFUR Bulletin*, vol.3, no.1, pp.30–44.
15. Dubovikov, M.M. (2003), “Variation index and its application to the analysis of fractal structures”, *Scientific almanac Gordon*, no.1, pp.5–33.
16. Gallant, J.C et al. (1994), Estimating fractal dimension of profiles: a comparison of methods. *Mathematical Geology*, vol. 265, no. 4, pp. 455–481.

Поступила в редакцию: 05.03.2019

Сведения об авторах**Аптуков Валерий Нагимович**

доктор технических наук, профессор
кафедры фундаментальной математики,
Пермский государственный национальный
исследовательский университет;
Россия, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15

e-mail: aptukov@psu.ru

Митин Виктор Юрьевич

ассистент кафедры фундаментальной
математики, Пермский государственный
национальный исследовательский
университет;
Россия, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15

e-mail: victormitin@ya.ru

About the authors**Valery N. Aptukov**

Doctor of Technical Sciences, Professor,
Department of Fundamental Mathematics, Perm
State University;
15, Bukireva St., Perm, 614990, Russia

Victor Yu. Mitin

Assistant, Department of Fundamental
Mathematics, Perm State University;
15, Bukireva St., Perm, 614990, Russia

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Аптуков В.Н., Митин В.Ю. Фрактальный анализ метеорологических рядов с помощью метода минимального покрытия // Географический вестник = Geographical bulletin. 2019. №2(49). С. 67–79. doi 10.17072/2079-7877-2019-2-67-79.

Please cite this article in English as:

Aptukov V.N., Mitin V.Yu. Fractal analysis of meteorological series based on the minimal covering method // Geographical bulletin. 2019. №2(49). P. 67–79. doi 10.17072/2079-7877-2019-2-67-79.