

УДК 556.51:519.8 (470.53)

**С.В. Пьянков, В.Г. Калинин****МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ РАСТРА И ПОРОГОВОГО ЗНАЧЕНИЯ СУММ НАПРАВЛЕНИЙ СТОКА ПРИ ПОСТРОЕНИИ ГИДРОЛОГИЧЕСКИ КОРРЕКТНЫХ ЦМР***Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь*

Разработан метод нахождения оптимальных параметров линейных размеров раstra и пороговых значений сумм направлений стока, оказывающих существенное влияние на определение гидрографических и морфометрических характеристик водных объектов и их водосборов. Для создания гидрологически корректных ЦМР использован модуль «Топо to Raster» в пакете ArcGIS, который обеспечивает связанную дренажную структуру и корректное представление водоразделов и тальвегов при использовании максимального перечня исходной топографической информации.

Оценка правильности определения оптимальных значений линейных размеров раstra и пороговых значений сумм направлений стока выполнена на основе сравнительного анализа рассчитанных и фактических значений суммарной длины рек в пределах водосбора, полученных по модельной и топографической картам масштаба 1:100000.

Разработан алгоритм построения и решения системы уравнений для точного вычисления исследуемых параметров, при которых получена наибольшая сходимость модельных и фактических значений сумм длин рек.

Ключевые слова: гидрологически корректная ЦМР, пороговые значения генерализации речной сети, оптимальные значения линейных размеров ячеек раstra.

**S.V. Pyankov, V.G. Kalinin****CALCULATION METHOD FOR RASTER LINEAR SIZE AND THRESHOLD VALUE FOR THE SUM OF RUNOFF DIRECTIONS WHEN CONSTRUCTING HYDROLOGICALLY CORRECT DEM***Perm State University, Perm*

The authors have developed a method of finding the optimal values of the linear size of raster cells and threshold generalization of the river network, which have a significant impact on the determination of hydrographic and morphometric characteristics of water bodies and their basins.

To create a hydrologically correct DEM, module «Topo to Raster» in ArcGIS has been used, which provides a connected drainage structure and correct representation of watersheds and thalwegs when using the maximum initial list of topographic information.

Evaluation of the correct determination of the optimal values of linear dimensions of raster cells and the threshold values of sums of runoff directions has been performed on the basis of comparative analysis of the calculated and actual values of the total length of the rivers within the catchment, obtained with the use of modeling and topographic maps at the scale of 1:100000.

An algorithm has been developed for constructing and solving equations to calculate the test parameters for obtaining the greatest convergence of the model and actual values of the sum of the lengths of rivers.

Key words: hydrologically correct DEM, thresholds of generalization of the river network, optimal values of the linear sizes of raster cells.

doi 10.17072/2079-7877-2017-1-138-145

Использование современных геоинформационных технологий для определения гидрографических и морфометрических характеристик водных объектов и их водосборов возможно при наличии корректных цифровых моделей рельефа (ЦМР). Создание и дальнейшее использование таких ЦМР в гидрологических расчетах связано с решением ряда самостоятельных задач, одной из которых является подбор оптимальных параметров моделирования речной сети и водосборов. К их числу

следует отнести линейные размеры растра и пороговые значения сумм направлений стока, которые оказывают существенное влияние на получение количественных показателей исследуемых характеристик.

В работе [6] рассмотрен алгоритм оценки влияния размеров ячейки на точность расчета структурного деления по ЦМР. Минимальным значением размера ячейки  $a_{min}$ , по его мнению, при котором полностью отражаются все характерные черты рельефа в данном масштабе карты, является величина 0,2 мм в масштабе карты  $a_{min} = 0,2 \cdot 10^{-6}$  М (км) (толщина линии горизонтали). В работе [7] предложена немасштабная формула для оценки минимального размера ячейки растра:  $\frac{a \cdot i}{\sigma_z} > 1$ , где  $a$  – размер ячейки,  $i$  – средний уклон,  $\sigma_z$  – стандартное отклонение ошибки высот для данной модели местности.

Собственно величина  $\frac{\sigma_z}{i}$  по порядку близка к среднему размеру неоднородностей рельефа (ложбина, бугор), выраженных в исходных горизонталях в плане. Обобщение формулы  $\frac{a \cdot i}{\sigma_z} > 1$ , по мнению С.Г. Яковченко [6], может использоваться для оценки  $a_{min} = \min(0,2 \cdot 10^{-6} l, \frac{\sigma_z}{i_{max}})$ . При расчете площади водосбора можно использовать следующее выражение для относительной ошибки (в процентах):  $\Delta_F = \frac{100 \cdot \delta F}{F} = \frac{400 \cdot a}{\sqrt{F}}$ . В этом случае размер ячейки при допустимой ошибке  $\Delta_F$  должен быть меньше или равен:  $a_{max} = 2,5 \cdot 10^{-3} \Delta_F \sqrt{F} (\hat{e}i) = 2,5 \cdot \Delta_F \cdot \sqrt{F} (i)$ .

Одним из наиболее эффективных программных инструментов, специально разработанных для создания гидрологически корректных ЦМР, является модуль «Топо в растр (Топо to Raster)» в составе ArcGIS (ESRI) [9]. В нем можно использовать максимальный перечень исходной топографической информации с известными характеристиками высот поверхностей: изолинии, характерные точки рельефа, локальные понижения, речная и озерная сеть, обрывы, антропогенные объекты, контуры водосбора и т.д. (рис. 1,а). Этот метод интерполяции обеспечивает связанную дренажную структуру и корректное представление водоразделов и тальвегов. Процедура, в основе которой лежит итеративный алгоритм интерполяции конечных разностей, существенно повышает вычислительную эффективность методов локальной интерполяции («ОВР») без потери непрерывности поверхности методов глобальной интерполяции («Кригинг» и «Сплайн»). По существу, это дискретизованный метод плоского сплайна, в котором изменен фактор шероховатости [3].

В то же время при моделировании речной сети и границ водосборов с использованием модуля «Гидрология» (ESRI) [1; 8; 9] необходимо знать не только оптимальные значения линейных размеров ячеек растра, но и пороговые значения сумм направлений стока  $K_r$ , оказывающих существенное влияние на длину и количество восстанавливаемых водотоков: чем выше пороговое значение, тем меньше количество водотоков и их длина и наоборот. Таким образом, пороговое значение представляет собой параметр генерализации речной сети при соответствующих линейных размерах растра.

Нахождение оптимальных значений  $a$  и  $K_r$  может быть получено путем сравнительного анализа модельной и топографической карт заданного масштаба (как визуального послойного сравнения, так и рассчитанных значений суммарной длины рек в пределах какого-либо водосбора) [2; 6].

Рассмотрим решение задачи на примере бассейна р. Чолвы ( $A = 234,33$  км<sup>2</sup>), представленной на фрагменте карты масштаба 1:100000 (рис. 1,а). Для количественной оценки правильности подбора оптимальных параметров выполнен расчет суммарной длины рек в пределах водосбора р. Чолвы для разных комбинаций линейных размеров ячеек растра  $a$  и пороговых значений сумм направлений стока  $K_r$  (табл. 1).

Как видно из табл. 1, наибольшая сходимость суммы длин рек модельных и фактических достигается при линейных размерах ячейки растра близких к 10 м и пороговом значении сумм направлений стока около 5000. Это находится в соответствии с ранее выполненными исследованиями: для площади водосбора р. Чолвы, при  $\Delta_F = 1\%$ ,  $i_{max}=0,925$ ,  $i=0,046$ ,  $\sigma_z = 2,5$  м, линейные размеры ячеек растра будут находиться в пределах  $2,7 \text{ м} < a < 38,2 \text{ м}$  [4].

Таблица 1

Модельные значения суммы длин рек в пределах водосбора р. Чолвы и их отклонения (%) от фактической суммы (212631 м) при разных размерах  $a$  и значений параметра  $K_r$

$K_r$	Линейные размеры ячейки ЦМР, м							
	7,5×7,5		10×10		25×25		50×50	
	м	%	М	%	м	%	м	%
100	2408845	1032,88	1366671	542,74	456987	114,92	263662	24,00
250	908201	327,13	664358	212,45	317292	49,22	185962	-12,54
500	601379	182,83	474274	123,05	244942	15,20	136229	-35,93
1000	446952	110,20	363880	71,13	192364	<b>-9,53</b>	105409	-50,43
2000	355120	67,01	286290	34,64	143514	-32,51	74472	-64,98
3000	308287	44,99	250361	17,74	120153	-43,49	58978	-72,26
4000	277582	30,55	223507	<b>5,12</b>	106863	-49,74	48818	-77,04
5000	256219	20,50	205354	<b>-3,42</b>	98593	-53,63	43725	-79,44
7500	219798	<b>3,37</b>	176283	-17,09	76239	-64,15	33185	-84,39
10000	195062	<b>-8,26</b>	154127	-27,51	65028	-69,42	29593	-86,08
25000	133670	-37,14	104016	-51,08	39204	-81,56	20270	-90,47

Поставим задачу строгого доказательства точного вычисления этих параметров при построении гидрологически корректных ЦМР с использованием модулей ArcGIS «Топо в растр» и «Гидрология»:

$$|\Sigma l_{fact} - \Sigma l(a, K_r)| \rightarrow 0,$$

где  $\Sigma l_{fact}$  – сумма длин рек, определенная по топографической карте;  $\Sigma l(a, K_r)$  – сумма длин рек, вычисленная по ЦМР, построенной методом «Топо в растр» с параметрами  $a, K_r$ .

Вычислим значение  $\Sigma l(a, K_r)$  по созданным ЦМР при разных значениях  $a$  и фиксированном  $K_r$  и наоборот.

На рис. 2,  $a$ - $z$  показано, при каких значениях  $a$  наблюдается пересечение модельных  $\Sigma l$  с фактическими при фиксированном  $K_r$ , а на рис. 2,  $\partial$ - $z$  – при каких значениях  $K_r$  наблюдается пересечение модельных  $\Sigma l$  с фактическими при фиксированном  $a$ . Отсюда можно сделать вывод, что между этими значениями прослеживается функциональная зависимость вида  $y = bx^c$ .

По полученным уравнениям вычислим значения  $a'$ , при которых кривая функциональной зависимости  $\Sigma l = f(a')$  пересекает прямую, соответствующую фактической суммарной длине рек, определенной по топографической карте. Аналогично вычислим и те значения  $K'_r$ , т.е. при которых  $\Sigma l = f(K'_r)$  пересекает прямую, также соответствующую фактической суммарной длине рек.

Таким образом,  $a'$  и  $K'_r$  – значения линейных размеров растра и параметров генерализации, вычисленные для случаев, когда модельные и фактические значения сумм рек совпадают (рис. 3,  $a, б$ ).

На основе этих данных появляется возможность построения и решения системы уравнений:

$$\begin{cases} K_r = 505551a^{-2,04} \\ K_r = 322175a^{-1,8363} \end{cases}$$

Точка пересечения этих зависимостей будет соответствовать оптимальным значениям  $K_r$  и  $a$ , при которых наблюдается максимальная сходимость  $\Sigma l(a, K_r)$  и  $\Sigma l_{fact}$ , т.е. соблюдается условие  $|\Sigma l_{fact} - \Sigma l(a, K_r)| \rightarrow 0$ .

Система уравнений имеет единственное решение:  $a = 9,13259$ ,  $K_r = 5548,215$  (рис. 3,  $в$ ).

Модельная суммарная длина рек, вычисленная при вышеуказанных оптимальных параметрах, равна 211532 м, т.е. отклонение от данных, полученных по топографической карте, составляет 0,52 %. Именно при таких параметрах генерализации восстановленная речная сеть практически полностью совпадает с фактической (рис. 1,  $б$ ).

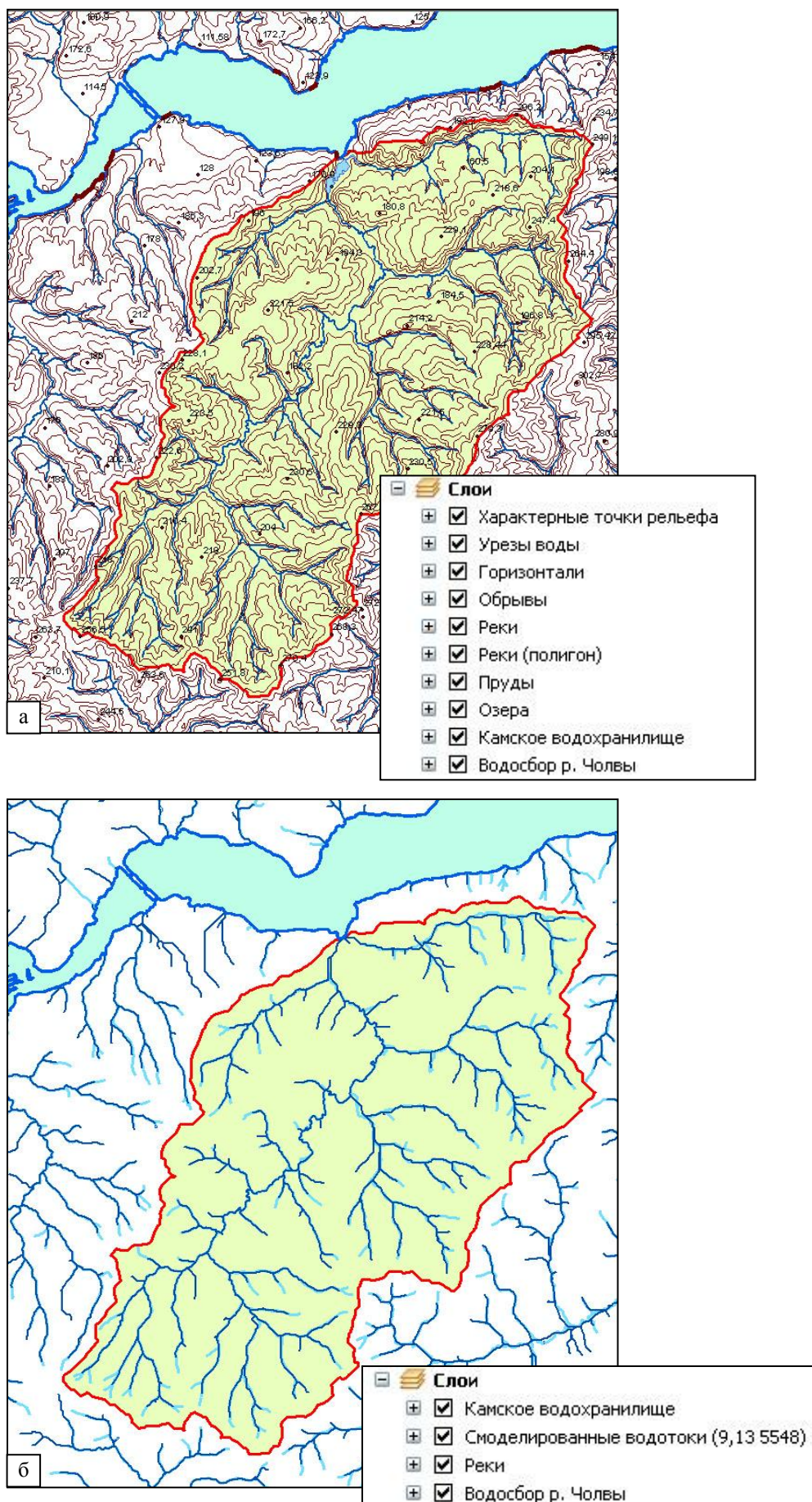


Рис. 1. Водосбор р. Чолвы: а – фрагмент исходной топографической карты (М 1:100 000); б – речная сеть: — исходная; — модельная, при оптимальных линейных размерах ячейки раstra и пороговом значении сумм направлений стока ( $a = 9,13$ ,  $K_r = 5548$ )

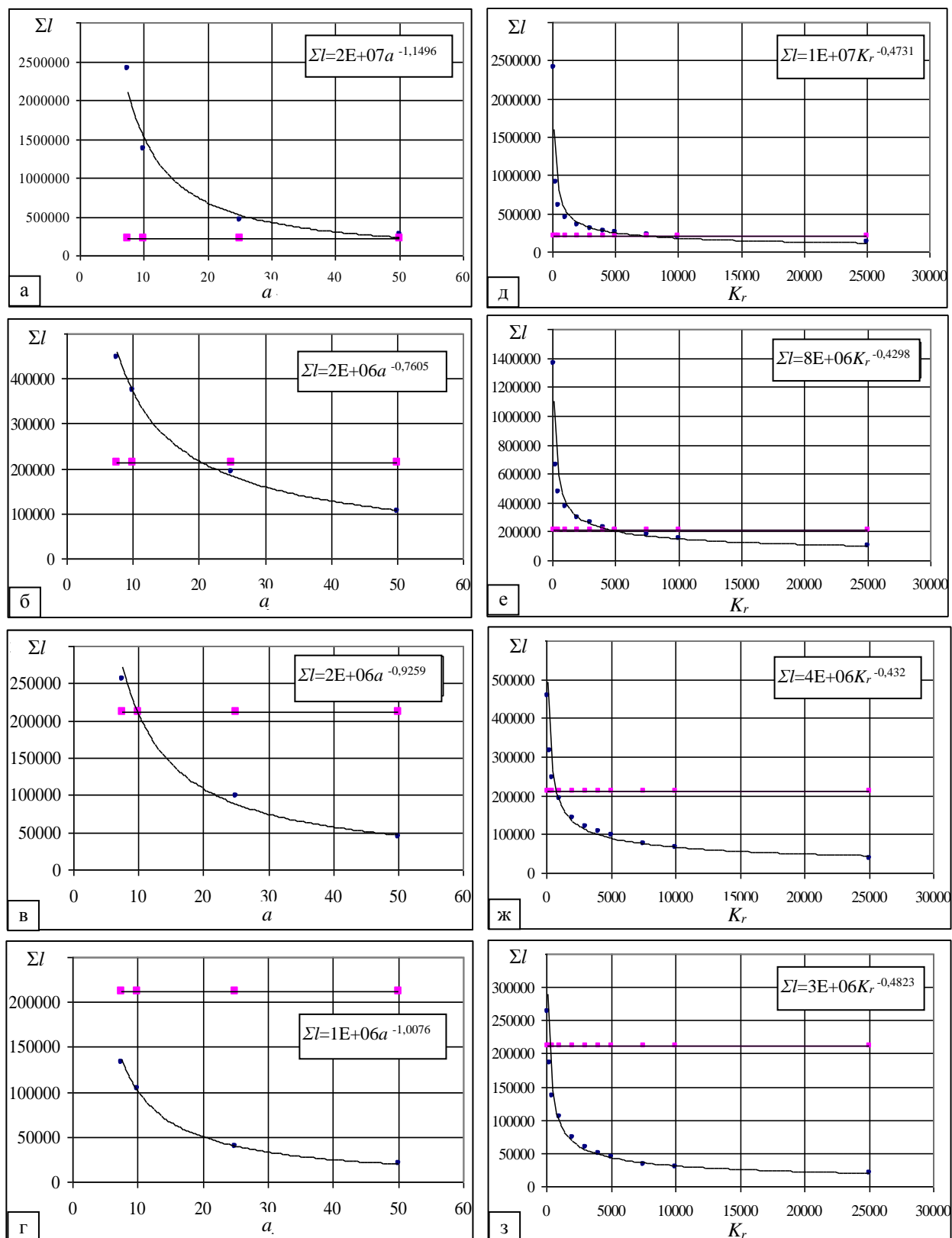


Рис. 2. Определение оптимальных значений: линейных размеров ячейки раstra  $a$  при фиксированном коэффициенте генерализации  $K_r$ : а – 100; б – 1000; в – 5000; г – 25000 и коэффициента генерализации  $K_r$  при фиксированном линейном размере ячейки раstra  $a$ : д – 7,5; е – 10; ж – 25; з – 50  
 Горизонтальная черта – истинная суммарная длина рек в пределах водосбора

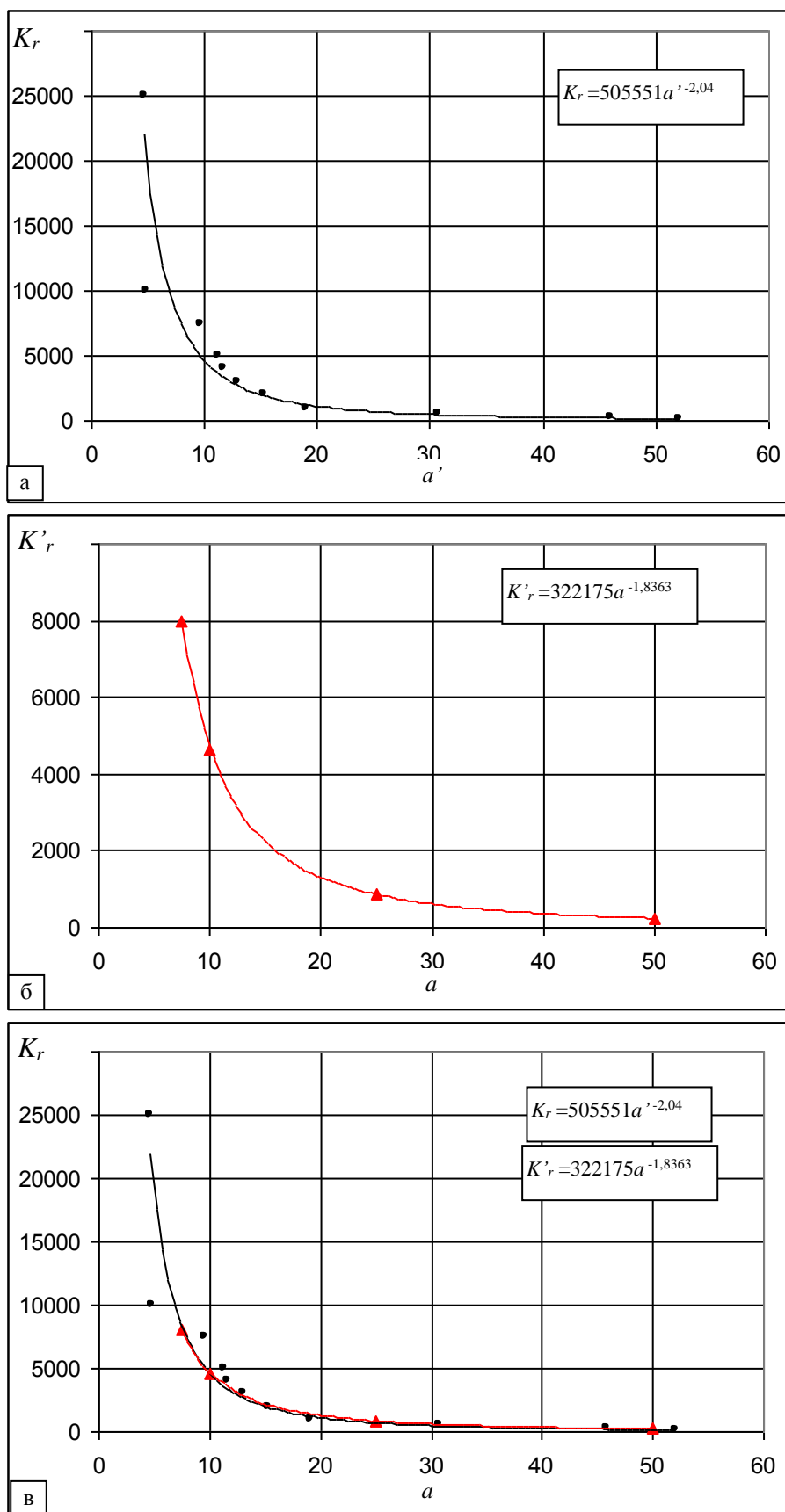


Рис. 3. Зависимость линейных размеров раstra  $a$  и параметров генерализации  $K_r$ , вычисленные для случаев, когда модельные и фактические значения сумм рек совпадают: а –  $K'_r = f(a)$ ; б –  $a' = f(K'_r)$ ; в –  $K_r = f(a)$

Для проверки полученных результатов дополнительно выбраны два водосбора рек Лысьвы и Велс, расположенные в разных частях водосбора Воткинского водохранилища: бассейн р. Лысьвы ( $A=1370,74 \text{ км}^2$ ) – в центральной равнинной части, бассейн р. Велс ( $A=1490,31 \text{ км}^2$ ) – в северной горной. Для них выполнены все аналогичные расчеты, результаты которых представлены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры растровых моделей для водосборов рек Лысьва, Велс, Чолва

Параметр	Лысьва	Велс	Чолва
Площадь водосбора $S$ , км <sup>2</sup>	1370,74	1490,31	234,33
Оптимальный размер ячейки раstra $a$ , м	8,87752	8,98205	9,13259
Пороговое значение сумм направлений стока $K_r$	5833,83	5728,54	5548,215
Фактическая сумма длин рек $\Sigma l_{\text{факт}}$ , м	1423117	864056	212631
Восстановленная сумма длин рек $\Sigma l_{\text{мод}}$ , м	1418279	859131	211532
Отклонение модельных значений суммарной длины рек от фактических, %	0,34	0,57	0,52

Как видно из табл. 2, сходимость значений суммарной длины рек (восстановленной и фактической) близка друг к другу, а параметры  $a$  и  $K_r$ , при которых наблюдается эта сходимость, практически совпадают.

Таким образом, разработан метод нахождения оптимальных значений линейных размеров ячеек раstra и пороговых значений сумм направлений стока  $K_r$  (параметр генерализации речной сети модуля «Гидрология»), оказывающих существенное влияние на длину и количество восстанавливаемых водотоков.

#### Библиографический список

1. Калинин В.Г., Пьянков С.В. Гидрография. Определение гидрографических характеристик рек и их водосборов с применением цифрового картографического моделирования: учеб. пособие / Перм. гос. нац. иссл. ун-т. Пермь, 2013. Ч. II. 71 с.
2. Погорелов А.В., Думит Ж.А. Рельеф бассейна р. Кубани: морфологический анализ. М.: ГЕОС, 2009. 208 с.
3. Пьянков С.В., Калинин В.Г. Гидрография. Создание цифровых моделей рельефа для определения гидрографических характеристик рек и их водосборов: учеб. пособие / Перм. гос. нац. иссл. ун-т. Пермь, 2014. Ч. I. 63 с.
4. Пьянков С.В., Калинин В.Г. Определение оптимальных параметров растровой модели при расчете гидрографических характеристик водных объектов // Интеркарто/ИнтерГИС-21. Устойчивое развитие территорий: картографо-геоинформационное обеспечение. Краснодар, 2015. С. 282–288.
5. Руководство по определению гидрографических характеристик картометрическим способом. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 92 с.
6. Яковченко С.Г. Создание геоинформационных систем в инженерной гидрологии: дис. ... д-ра техн. наук. Барнаул, 2007. 406 с.
7. Gyasy-Agyei Y., Wilgoose G.R. and De Troch P.P. Effects of vertical resolution and map scale of digital elevation models on geomorphological parameters used in hydrology // Hydrol. Processes. 1995. V.9. P. 363–382.
8. Pyankov S.V., Kalinin V.G. Development of generalized integral index for estimating complex impact of major factors of winter runoff formation // Russian Meteorology and Hydrology. 2013. T. 38. № 7. С. 496–502.
9. ПО «ArcGIS Spatial Analyst» [Электронный ресурс]. URL: <http://dataplus.ru/products/spatialanalyst/detail/review> (дата обращения: 01.11.2016).



## References

1. Kalinin, V.G., P'jankov, S.V. (2013), *Gidrografija. Opredelenie gidrograficheskikh harakteristik rek i ih vodosborov s primeneniem cifrovogo kartograficheskogo modelirovaniya*, Perm State University, Perm, Russia.
2. Pogorelov, A.V., Dumit, Zh.A. (2009), *Rel'ef bassejna r. Kubani: morfologicheskij analiz*, GEOS, Moscow, Russia.
3. P'jankov, S.V., and Kalinin, V.G. (2014), *Gidrografija. Sozdanie cifrovyyh modelej rel'efa dlja opredelenija gidrograficheskikh harakteristik rek i ih vodosborov*, Perm State University, Perm, Russia.
4. P'jankov, S.V., and Kalinin, V.G. (2015), *Opredelenie optimalnykh parametrov rastrovoy modeli pri raschete gidrograficheskikh harakteristik vodnyh obektov*, Interkarto, InterGIS-21. *Ustojchivoe razvitie territorii: kartografo-geoinformacionnoe obespechenie: materialy mezhdunar. nauch. konf.*, pp. 282–288.
5. *Rukovodstvo po opredeleniju gidrograficheskikh harakteristik kartometricheskim sposobom*, (1986),Gidrometeoizdat, Leningrad, USSR.
6. Jakovchenko , S.G. (2007), *Sozdanie geoinformacionnyh sistem v inzhenernoj gidrologii*, D. Techn. Sc. Thesis. Barnaul, Russia.
7. Gyasy-Agyei, Y., Wilgoose, G.R. and De Troch, P.P., (1995), “Effects of vertical resolution and map scale of digital elevation models on geomorphological parameters used in hydrology”, [Hydrol. Processes], vol. 9, pp 363–382.
8. Pyankov, S.V., and Kalinin, V.G. (2013), Development of generalized integral index for estimating complex impact of major factors of winter runoff formation, *Russian Meteorology and Hydrology*. vol. 38, no. 7, pp. 496–502.
9. PO “ArcGIS Spatial Analyst” available at: URL: <http://dataplus.ru/products/spatialanalyst/detail/review> (Accessed 01.11.2016).

Поступила в редакцию:29.11.2016

## Сведения об авторах

**Пьянков Сергей Васильевич**

доктор географических наук, заведующий кафедрой картографии и геоинформатики Пермского государственного национального исследовательского университета; Россия, 614990, г. Пермь, Букирева, 15; e-mail:pyankovsv@gmail.com

**Калинин Виталий Германович**

доктор географических наук, профессор кафедры картографии и геоинформатики Пермского государственного национального исследовательского университета; Россия, 614990, г. Пермь, Букирева,15; e-mail: vgkalinin@gmail.com

## About the authors

**Sergey V. Pyankov**

Doctor of Geographical Sciences, Head of the Department of Cartography and Geoinformatics, Faculty of Geography, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia; pyankovsv@gmail.com

**Vitaliy G. Kalinin**

Doctor of Geographical Sciences, Professor, Department of Cartography and Geoinformatics, Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia; vgkalinin@gmail.com

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

Пьянков С.В., Калинин В.Г. Метод вычисления линейных размеров раstra и порогового значения сумм направлений стока при построении гидрологически корректных ЦМР// Географический вестник = Geographical bulletin. 2017. №1(40). С. 138–145. doi 10.17072/2079-7877-2017-1-138-145

**Please cite this article in English as:**

Pyankov S.V., Kalinin V.G. Calculation method for raster linear size and threshold value for the sum of runoff directions when constructing hydrologically correct DEM // Geographical bulletin. 2017. № 1(40). P. 138–145. doi 10.17072/2079-7877-2017-1-138-145