

Научная статья

УДК 519.688:551.46.077:629.584

DOI: 10.17072/1993-0550-2025-2-88-100

<https://elibrary.ru/vovnxz>



## Решение задачи навигации АНПА на ОС реального времени

**Владислав Германович Караполов<sup>1</sup>, Александр Михайлович Грузликов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Университет ИТМО, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», г. Санкт-Петербург, Россия

vladkar0707@gmail.com

<sup>2</sup>АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», г. Санкт-Петербург, Россия

agruzlikov@yandex.ru

**Аннотация.** Работа посвящена вопросу определения координат и углов ориентации автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) относительно стационарной посадочной платформы с использованием высокочастотной гидроакустической системы ближнего радиуса действия. На АНПА располагаются приемные антенны, которые размещаются в кормовой и носовой части аппарата, а также излучатели, устанавливаемые по краям платформы и осуществляющие ненаправленное излучение тонального сигнала. Задача приведения предполагает приближение к платформе, что сопряжено с формированием зон с различной акустической видимостью излучателей станции приемными элементами аппарата. Определены три основные зоны акустической видимости. Первая зона характеризуется приемом сигналов от всех маяков и является наиболее информативной. Вторая зона соответствует частичному сокращению числа наблюдаемых маяков. Третья зона (посадка на платформу) определяется существенным сокращением числа наблюдаемых маяков и, как следствие, затрудняет решение задачи относительного позиционирования. Учитывая маневрирование АНПА, решение задачи относительной навигации должно выполняться в режиме реального времени совместно с выполнением других задач, что в свою очередь накладывает ограничения по доступным ресурсам вычислительного модуля аппарата. В работе приводится математическая постановка задачи относительной навигации. Предлагается двухэтапный алгоритм поиска решения. На первом этапе определяется окрестность координат и углов ориентации АНПА, на втором выполняется решение задачи относительной навигации с использованием ограничений и начальных условий, полученных на первом этапе. В работе предлагается выполнение первого этапа на основе предварительно обученной нейронной сети, описан выбор архитектуры сети, подход по реализации алгоритма под ОС реального времени, приведены результаты имитационного моделирования.

**Ключевые слова:** автономный необитаемый подводный аппарат; гидроакустическая навигационная система; задача относительной навигации; ОС реального времени; обучение с учителем; нейронные сети



Эта работа © 2025 Караполов В. Г., Грузликов А. М. распространяется на условиях лицензии CC BY 4.0. Чтобы просмотреть копию этой лицензии, посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.

**Для цитирования:** Караплов В.Г., Грузликов А.М. Решение задачи навигации АНПА на ОС реального времени // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2025. Вып. 2(69). С. 88–100. DOI: 10.17072/1993-0550-2025-2-88-100. <https://elibrary.ru/vovnxz>

**Благодарности:** публикация подготовлена при финансовой поддержке гранта РНФ №23-19-00626, <https://rscf.ru/project/23-19-00626/>.

*Статья поступила в редакцию 01.02.2025; одобрена после рецензирования 13.05.2025; принята к публикации 11.07.2025.*

Research article

## Solving the AUV Navigation Problem on a Real-Time Operating System

Vladislav G. Karaulov<sup>1</sup>, Alexander M. Gruzlikov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ITMO University, Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, Russia

[vladkar0707@gmail.com](mailto:vladkar0707@gmail.com)

<sup>2</sup>Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, Russia

[agruzlikov@yandex.ru](mailto:agruzlikov@yandex.ru)

**Abstract.** The paper is devoted to the problem of determining the coordinates and orientation angles of an autonomous underwater vehicle (AUV) relative to a stationary landing platform using a high-frequency short-range hydroacoustic system. The AUV is equipped with receiving antennas, which are located in the stern and bow of the vehicle, as well as four emitters installed along the edges of the platform and emitting a non-directional tone signal. The navigation task involves maneuvering the vehicle and approaching the platform, which is associated with the formation of zones with different acoustic visibility of the station emitters by the receiving elements of the vehicle. Three main zones of acoustic visibility are defined. The first zone is characterized by the reception of signals from all beacons and is the most informative. The second zone corresponds to a partial reduction in the number of observed beacons. The third zone (landing on the platform) is determined by a significant reduction in the number of observed beacons, and as a result, complicates the solution of the relative positioning problem. Taking into account the maneuvering of the AUV, the solution of the relative navigation problem should be performed in real time together with the execution of other tasks, which in turn imposes restrictions on the available resources of the computing module of the device. The paper presents a mathematical formulation of the relative navigation problem. A two-stage algorithm for finding a solution is proposed. At the first stage, the neighborhood of coordinates and orientation angles of the AUV is determined, at the second, the solution of the relative navigation problem is performed using the constraints and initial conditions obtained at the first stage. The paper proposes to perform the first stage based on a pre-trained neural network, describes the choice of network architecture, an approach to implementing the algorithm under a real-time OS, and presents the results of simulation modeling.

**Keywords:** *autonomous unmanned underwater vehicle; hydroacoustic navigation system; relative navigation problem; real-time OS; supervised learning; neural networks*

**For citation:** Karaulov, V. G. and Gruzlikov, A. M. (2025), "Solving the AUV Navigation Problem on a Real-Time Operating System", *Bulletin of Perm University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, no. 2(69), pp. 88-100. (In Russ.). DOI: 10.17072/1993-0550-2025-2-88-100. <https://elibrary.ru/vovnxz>

**Acknowledgments:** the publication was supported by the Russian Science Foundation, Project №23-19-00626, <https://rscf.ru/project/23-19-00626/>.

The article was submitted 01.02.2025; approved after reviewing 13.05.2025; accepted for publication 11.07.2025.

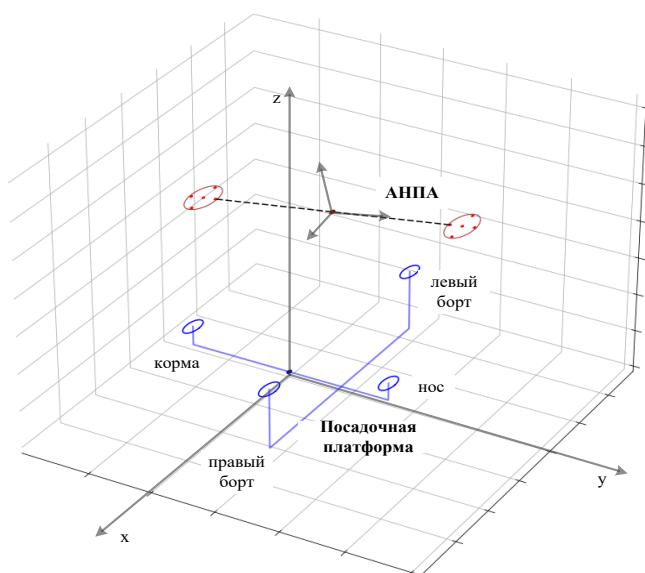
## Введение

Работа посвящена решению задачи навигации АНПА, что подразумевает определение координат и углов ориентации относительно стационарной посадочной платформы, по данным только от гидроакустических маяков в интересах приведения (посадки) аппарата на платформу в ближней зоне [1–6].

Известны следующие методы относительной навигации для приведения АНПА: акустический, оптический, электромагнитный. Большая часть исследований направлена на использование оптического метода [7–9] как основного способа локализации аппарата относительно платформы. Главным достоинством такого метода является простота построения системы, однако, данные системы имеют малый радиус действия, дополнительно длительная эксплуатация АНПА и посадочной платформы в морской среде приводят к существенной деградации аппаратуры, взвесь частиц при выполнении маневрирования АНПА у поверхности дна также существенно снижает точность решения задачи относительной навигации. Можно выделить две группы оптических систем: системы, основанные на активных системах освещения [8] и системы, способные наводиться на произвольные пассивные объекты [9].

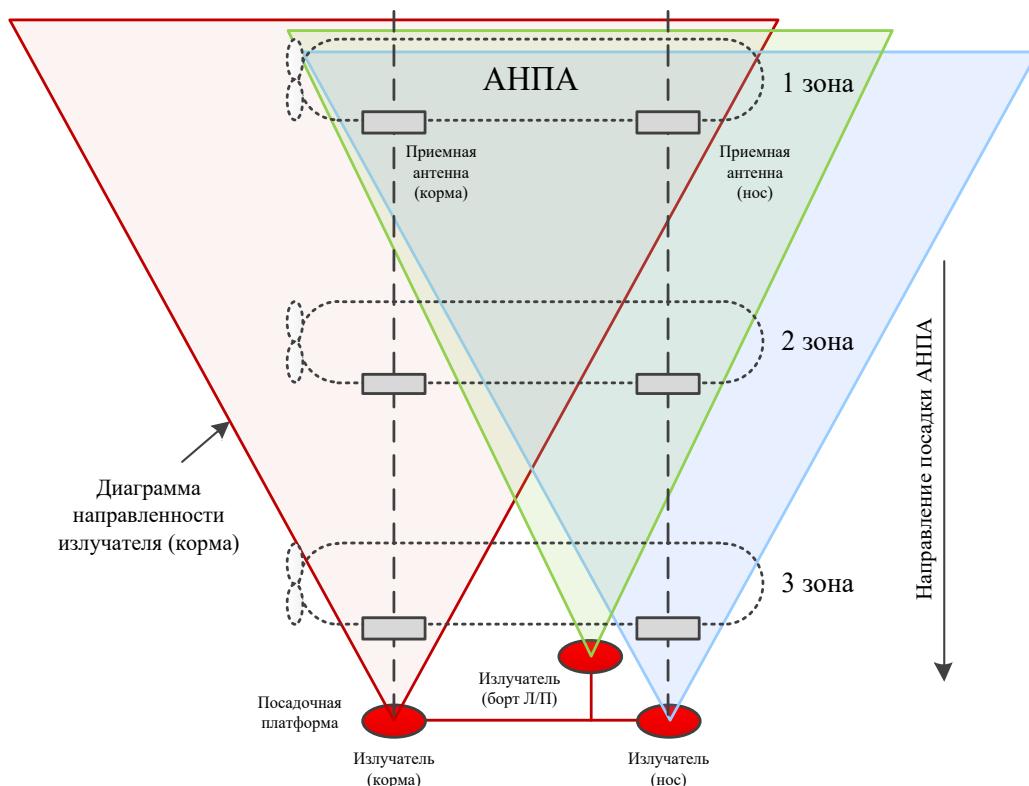
Другой метод относительной навигации – электромагнитный [10–11]. Метод обладает высокой устойчивостью от возмущений вызванной подводной средой, но для достижения высокой точности расстояние между АНПА и платформой должна быть еще меньше, чем в оптическом методе.

Акустический метод [1–6, 12] обладает самой большой дальностью действия, а его точность увеличивается по мере уменьшения расстояния между АНПА и платформой, что позволяет решать задачу приведения только за счет этого метода. Кроме того, акустический метод предоставляет единое комплексное решение задачи приведения, а именно определение относительных координат и углов ориентации с заданной точностью, как в окрестности платформы, так и на заключительном этапестыковки.



**Рис. 1. Схема размещения гидроакустической системы АНПА и посадочной платформы**

Гидроакустическая система АНПА (рис. 1) имеет в своем составе приемные антенны, которые размещаются под килем в кормовой и носовой частях подводного аппарата, а также излучатели, устанавливаемые по краям базы платформы и осуществляющие ненаправленное излучение тонального сигнала одной частоты. При этом излучение разнесено по времени и осуществляется согласно временной диаграмме таким образом, чтобы по разнице между моментами обнаружения сигнала приемными антеннами АНПА от разных излучателей можно было однозначно идентифицировать источники излучения.



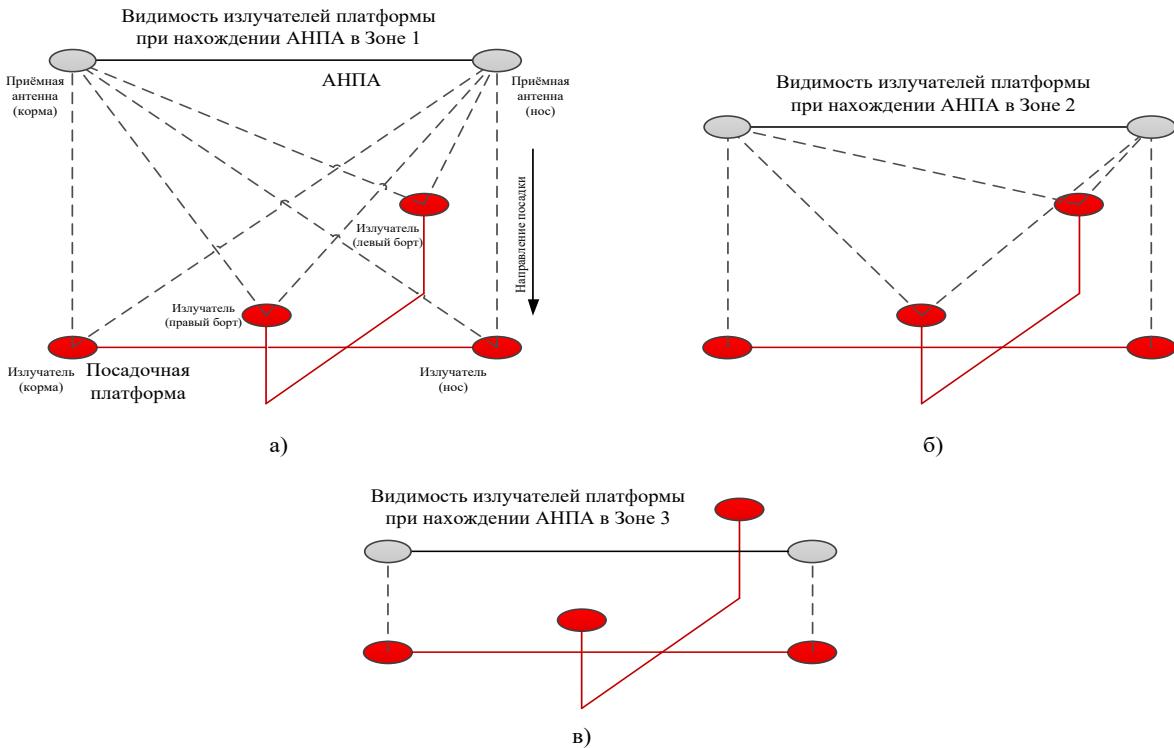
**Рис. 2. Зоны видимости излучателей приемниками на АНПА**

Приведение АНПА предполагает маневрирование аппарата и последовательное приближение к посадочной платформе, что приводит к необходимости решения задач определения координат и углов ориентации при различной акустической видимости излучателей приемными элементами антенн. При маневрировании АНПА можно выделить три зоны видимости приемниками различных излучателей, которые обусловлены диаграммой направленности излучателей и положением аппарата (рис. 2) [1–6]:

- зона 1 – в зоне видимости антенн АНПА находятся четыре излучателя (рис. 3а);
- зона 2 – в зоне видимости антенн находятся три излучателя (рис. 3б);
- зона 3 – в зоне видимости антенн находится по одному излучателю (рис. 3в).

Следует отметить, что время начала излучения сигналов на АНПА неизвестно и, как следствие, при решении задачи относительной навигации требуется выполнить его оценку для дальнейшего использования при нахождении подводного аппарата в зонах

видимости 2 и 3, где число измерений будет значительно меньше по сравнению с зоной видимости 1.



**Рис. 3. Зоны видимости излучателей посадочной платформы**

Настоящая работа является продолжением работы [4, 6], где предлагалось решение задачи при нахождении АНПА в зоне видимости 1 в два этапа. На первом этапе выполнялось сужение области априорной неопределенности с использованием метода  $K$ -ближайших соседей. На втором этапе выполнялось решение задачи с использованием ограничений и начальных условий, полученных на первом этапе.

Однако, несмотря на хорошую интерпретируемость метода  $K$ -ближайших соседей, для выполнения алгоритма требуются значительные ресурсы для хранения  $kd$ -дерева (не менее 5 Гб для обеспечения точности решения в интересах навигационной безопасности аппарата). Либо в реальном времени выполнять расчет признакового пространства в некоторой начальной окрестности, найти решение, построить следующую – новую – окрестность меньшего размера с большей детализацией и т.д. Имеющиеся ограничения по ресурсам привели к невозможности выполнения других задач на вычислительном модуле АНПА, критически важных для его функционирования.

Целью настоящей работы является устранение данного недостатка, а именно использование на первом этапе решения задачи относительной навигации обученной нейронной сети. В работе рассматривается вопрос выбора архитектуры нейронной сети, и перенос решения на вычислительный модуль АНПА под ОС реального времени.

## 1. Постановка задачи навигации АНПА

Пусть на борту АНПА размещено  $n$  гидрофонов (приемных элементов), на посадочной платформе размещено  $m$  излучателей. Определим прямоугольную систему координат (СК), связанную с посадочной платформой, при этом координаты излучателей

$(x^i, y^i, z^i)$  относительно цента СК являются известными,  $i = \overline{1, m}$ . Определим СК, связанную с АНПА, координаты  $(x_j, y_j, z_j)$  гидрофонов относительно центра АНПА являются известными,  $j = \overline{1, n}$ .

Рассматриваемую задачу можно сформулировать в рамках небайесовского подхода [5, 13]. Для этого введем семимерный вектор состояния  $x_k = (x_{0,k}, y_{0,k}, z_{0,k}, K_k, \psi_k, \theta_k, \delta_k)$ , в котором  $k$  – индекс дискретного момента времени;  $x_{0,k}, y_{0,k}, z_{0,k}$  – координаты центра АНПА относительно платформы;  $K_k, \psi_k, \theta_k$  – угол курса, крена и дифферента АНПА относительно посадочной платформы соответственно;  $\delta_k$  – погрешность измерения псевдодальности из-за расхождения шкал времени. Здесь и далее, под центром АНПА будем понимать геометрический центр, расположенный в одной плоскости с приемными антеннами.

Сформулируем постановку задачи относительной навигации, считая, что АНПА находится в зоне видимости 1, так как в других зонах изменяется только количество измерений.

Тогда задача формулируется следующим образом: требуется оценить вектор состояния  $x_k$  в каждый момент времени, задаваемый следующим уравнением:

$$y_k = h(x_k) + v_k,$$

где  $y_k$  – М-мерный ( $M = n \times m$ ) вектор измерений псевдодальностей;  $h(x_k)$  – нелинейная М-мерная функция;  $v_k$  – М-мерный центрированный белый гауссовский шум, не зависящий от  $w_k$  и  $x_0$ , с известной матрицей ковариации  $R_k$ .

Вектор измерений имеет следующий вид:

$$y_k = \hat{c}_{0,k} T_k = \hat{c}_{0,k} \begin{bmatrix} t_{1,k}^1 - T^{1,1} \\ t_{2,k}^1 - T^{1,1} \\ \vdots \\ t_{1,k}^2 - T^{1,2} \\ t_{2,k}^2 - T^{1,2} \\ \vdots \\ t_{j,k}^i - T^{1,i} \end{bmatrix}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n},$$

где  $T_k$  – М-мерный вектор измеренных времен обнаружения сигнала на гидрофоне;  $t_{j,k}^i$  – время прихода сигнала на  $j$  гидрофон от  $i$  излучателя;  $T^{1,i}$  – смещение времени излучения между 1 и  $i$  маяком (соответствует временной диаграмме последовательности излучения);  $\hat{c}_{0,k}$  – априорная оценка скорости звука в воде (например, полученная от датчика измерения скорости звука на горизонте нахождения АНПА).

Нелинейная функция  $h(x_k)$  записывается как вектор функций:

$$h(x_k) = [d_{1,k}^1(x_k) \ d_{2,k}^1(x_k) \ \dots \ d_{1,k}^2(x_k) \ \dots \ d_{j,k}^i(x_k)],$$

$$d_{j,k}^i(x_k) = \sqrt{(x_{0,k} + \tilde{x}_{j,k} - x^i)^2 + (y_{0,k} + \tilde{y}_{j,k} - y^i)^2 + (z_{0,k} + \tilde{z}_{j,k} - z^i)^2} + \hat{c}_{0,k} \delta_k,$$

$$i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n},$$

где  $d_{j,k}^i(x_k)$  – истинные значения дальностей от  $i$  излучателя до  $j$  приемного гидрофона в момент времени  $k$ ;  $(\tilde{x}_{j,k}, \tilde{y}_{j,k}, \tilde{z}_{j,k})$  – координаты гидрофонов после перехода из СК, связанной с АНПА, в СК, связанную с посадочной платформой, переход осуществляется через матрицу поворота  $A(K_k, \psi_k, \theta_k)$  [15]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{j,k} \\ \tilde{y}_{j,k} \\ \tilde{z}_{j,k} \end{bmatrix} = A(K_k, \psi_k, \theta_k) \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix}, j = \overline{1, n}.$$

Для того чтобы найти оценку вектора состояния  $x_k^*$  в рамках описанной постановки задачи, требуется минимизировать следующий функционал:

$$\begin{aligned} x_k^* &= \operatorname{argmin}_{x_k} (\|y_k - h(x_k)\|_{R_k}) = \\ &= \operatorname{argmin}_{x_k} \left[ \sum_{i,j} \{\hat{c}_{0,k}(t_{j,k}^i - T^{1,i}) - d_{j,k}^i(x_k)\}^T R_k^{-1} \{\hat{c}_{0,k}(t_{j,k}^i - T^{1,i}) - d_{j,k}^i(x_k)\} \right], \quad (1) \\ &\quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

Кроме описанной постановки задачи, рассматриваемая задача была сформулирована и в рамках байесовского подхода как задача рекуррентной фильтрации [5–7].

## 2. Алгоритм решения задачи относительной навигации

Стоит отметить, что задача относительной навигации при нахождении АНПА в зоне видимости 1 является многоэкстремальной, и применение традиционных численных методов на всей области определения  $x_k$  является несостоительным. Как было сказано выше, рассмотрим двухэтапный алгоритм поиска решения. На первом этапе, для уменьшения области априорной неопределенности, найдем окрестность координат и углов ориентации АНПА, на втором этапе найдем оценку вектора состояния с учетом результатов на первом этапе. Разберем данное решение более подробно в контексте выполнения первого этапа – сужение области неопределенности, с использованием предварительно обученной нейронной сети.

*Этап 1.* Поиск окрестности координат и углов ориентации. Воспользуемся подходом на основе метода обучения с учителем, где обучающая выборка будет сформирована с использованием решения геометрической задачи на заданной координатной сетке и таблицы углов ориентации (в соответствии с дистанцией распространения сигнала и с учетом характеристики направленности излучателей). В качестве исходной информации для решения определим две группы:

- 1)  $(t_a^i - t_b^i)_{i \in 1 \dots m}$  – разница времен приема сигнала между парами гидрофонов  $(a, b)$ , расположенных на разных антенах, при излучении на фиксированном излучателе;
- 2)  $(t_j^a - t_j^b - T^{a,b})_{j \in 1 \dots n}$  – разница времен приема сигнала между парами излучателей  $(a, b)$  на фиксированном гидрофоне и смещением по времени излучения сигнала излучателями (известное значение  $T^{a,b}$ , заданное согласно временной диаграмме излучения).

Выбор искомого метода решения определим на этапе моделирования.

*Этап 2.* Оценивание вектора состояния на втором этапе осуществляется за счет минимизации функционала (1) с помощью алгоритма Левенберга–Марквардта [3, 16–17]. За начальное приближение компонент вектора состояния берутся результаты с первого этапа.

Стоит отметить, что для решения задачи определения координат и углов ориентации при нахождении АНПА в 1 зоне достаточно выполнение одного – первого этапа, например можно сформировать обучающую выборку с «мелким» шагом, который обес-

печит требования по точности решения задачи навигации в зоне видимости 1. Однако выполнение второго этапа алгоритма позволяет оценить  $\delta_k$ , т.е. выполнить синхронизацию шкалы времени излучения на платформе со шкалой времени на АНПА и, соответственно, решать задачу относительной навигации для зоны видимости 3, оперируя только оценками псевдодальностей излучатель – приемный гидрофон АНПА.

Алгоритм решения задачи относительной навигации для зон видимости 2 и 3 был определен ранее авторами в работах [2–6].

### 3. Результаты моделирования

Рассмотрим решение задачи относительной навигации на следующем практическом примере. Пусть на АНПА размещены две приемные антенны, которые располагаются в кормовой и носовой части аппарата, каждая антenna содержит по 5 приемных гидрофонов ( $n$  равно 10). Излучатели размещены по краям платформы ( $m$  равно 4).

Для выбора архитектуры сети рассмотрим 6 полносвязных нейронных сетей (англ. Fully Connected Network, FCN) различным количеством нейронов в скрытых слоях. Обучающая выборка состоит из 1368000 точек при нахождении АНПА в зоне видимости 1 и с учетом различных вариантов углов ориентации аппарата (допустимые граничицы крена и дифферента).

На вход нейронной сети подается 160 признаков ( $25 \times 4$  – из состава первой группы, и  $6 \times 10$  – из состава второй группы исходной информации), выходом нейронной сети является 6 параметров (координаты и углы ориентации). В качестве функции активации используется ReLU (Rectified Linear Unit). Алгоритм оптимизации был выбран AdamW [18].

По результатам имитационного моделирования были получены оценки среднеквадратических погрешностей (СКП) координат АНПА при использовании полносвязных архитектур нейронных сетей.

*Результаты СКП оценки координат и углов ориентации  
для 6 вариантов моделей сетей*

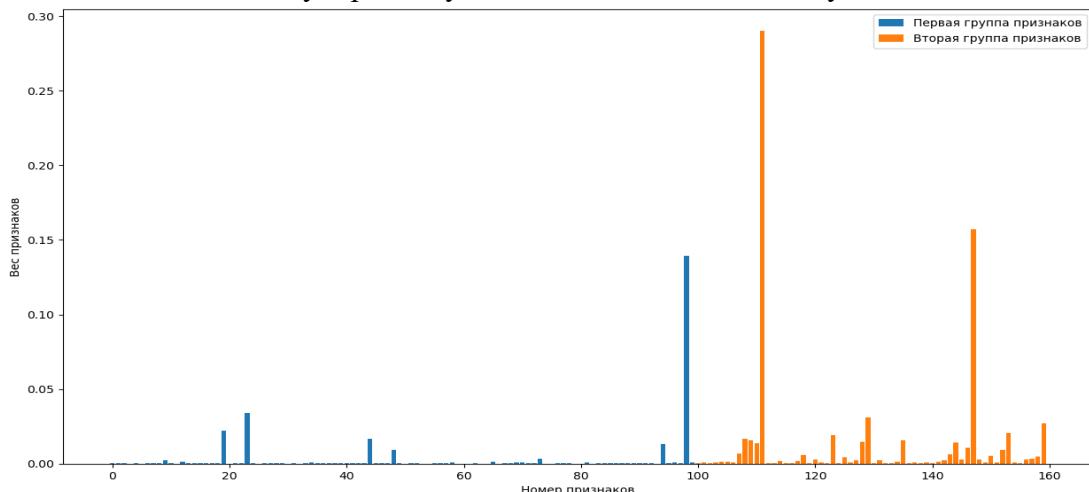
Варианты архитектур		СКП $x_0$ , м	СКП $y_0$ , м	СКП $z_0$ , м	СКП $K$ , °	СКП $\psi$ , °	СКП $\theta$ , °
FCN 1:	Без BN	1.36	0.71	1.83	3.84	0.02	0.02
	C BN	1.10	1.35	1.13	1.55	0.001	0.0002
FCN 2:	Без BN	1.33	1.54	1.48	3.94	0.03	0.03
	C BN	1.37	0.94	1.65	3.19	0.001	0.0002
FCN 3:	Без BN	1.44	1.96	1.15	1.02	0.0004	0.0002
	C BN	1.44	1.51	2.92	3.49	0.001	0.001
FCN 4:	Без BN	1.81	0.81	2.00	3.28	0.01	0.002
	C BN	0.99	0.98	1.84	2.60	0.001	0.01
FCN 5:	Без BN	1.04	1.12	1.04	2.36	0.001	0.04
	C BN	0.99	1.11	1.44	2.05	0.001	0.03
FCN 6:	Без BN	2.54	3.16	1.29	3.78	0.02	1.04
	C BN	2.33	2.89	1.87	3.51	0.001	0.81

В таблице представлены результаты для шести вариантов нейронной сети с применением пакетной нормализации (англ. Batch Normalization, BN) и без нее. Параметры архитектур FCN следующие:

- 1) 5 слоев по 160 нейронов в каждом;
- 2) 10 слоев по 160 нейронов в каждом;
- 3) 15 слоев по 160 нейронов в каждом;
- 4) 5 слоев с количеством нейронов 160-160-500-250-50;
- 5) 10 слоев с количеством нейронов 160-500-1000-3000-6000-4000-1000-500-250-160;
- 6) 5 слоев с количеством нейронов 10000-5000-1000-160.

По результатам моделирования получено, что применение BN в ряде архитектур позволяет улучшить обучение модели. В результате лучшую точность показала 1 модель с применением BN.

Однако наличие 160 входных признаков оказывается избыточным. Чтобы показать этот факт, применим математический аппарат дерева решений для ранжирования признаков по их значимости (весам). На рисунке 4 представлена гистограмма распределения признаков по их значимости. Очевидно, что полученный результат имеет хорошую физическую интерпретируемость – наиболее значимые признаки получаются на гидрофонах, имеющих наибольшую разницу по дальности от точки излучения.



**Рис. 4. Распределение весов признаков**

Таким образом, отобрав 20 наиболее важных признаков, обучим лучшую модель из таблицы, изменив только входной слой.

В результате получим следующие оценки СКП: СКП  $x_0$  равна 0.59 м; СКП  $y_0$  равна 0.52 м; СКП  $z_0$  равна 0.89 м; СКП  $K$  равна 2.05°; СКП  $\psi$  равна 0.008°; СКП  $\theta$  равна 0.0004°. Для переноса решения под ОС реального времени (ОС QNX) воспользуемся следующим подходом:

- 1) проведем обучение нейронной сети с использованием современных библиотек на базе языка программирования python;
- 2) выгрузим полученную архитектуру и весовые коэффициенты сети в файл;
- 3) под ОС QNX реализуем восстановление архитектуры из файла с использованием конструкций базовых элементов сети на языке программирования C/C++ реализующих суммирование и функции активации на основе ReLU.

Заметим, что для выполнения первого этапа решения задачи относительной навигации на основе полносвязной нейронной сети требуется не более 45 Мб.

Моделирование решения задачи относительной навигации с использованием выбранной архитектуры нейронной сети состояло в имитации посадки АНПА с заданным креном и дифферентом на посадочную стационарную платформу. Решение задачи в зоне 3 (видимость приемных гидрофонов только одного излучателя) проводилось с переходом аппарата из зоны 1. Полученные оценки в зоне 3 при имитации вертикальной посадки АНПА с почти нулевыми значениями крена и дифферента составили: СКП  $x_0$  равна 0.17 м; СКП  $y_0$  равна 0.15 м; СКП  $z_0$  равна 0.10 м; СКП  $K$  равна 1.0°; СКП  $\psi$  равна 0.006°; СКП  $\theta$  равна 0.0004°.

Полученные результаты соответствуют требованиям по обеспечению безаварийной посадки АНПА на платформу.

### **Заключение**

В работе приведена постановка задачи навигации АНПА относительно стационарной посадочной платформы. Показана возможность применения полносвязной нейронной сети для уменьшения области априорной неопределенности знания относительных координат и углов ориентации АНПА на вычислительном модуле с ОС реального времени.

Предлагаемый алгоритм позволил сократить объем используемой памяти более чем в 100 раз, по сравнению с предлагаемым ранее авторами решением и обеспечить решение задачи относительной навигации с заданной точностью.

### **Список источников**

1. Кошаев Д. А. Относительное позиционирование и определение ориентации автономного необитаемого подводного аппарата по данным от гидроакустических маяков // Гирoscопия и навигация. 2022. Т. 30, № 4 (119). С. 122–141. DOI: 10.17285/0869-7035.00107 EDN: HQJOHN
2. Грузликов А. М. Навигация АНПА в ближнем поле в интересах решения задачи приведения к причальному устройству // Сб. матер. XXIX Санкт-Петербург. междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. 2022. С. 138–140. EDN: RKTHAM
3. Грузликов А. М., Караполов В. Г., Мухин Д. А., Шалаев Н. А. Результаты апробации алгоритма позиционирования и определения ориентации подводного аппарата по данным от гидроакустических маяков // Известия ЮФУ. Технические науки. 2023. № 1. С. 265–275. DOI: 10.18522/2311-3103-2023-1-265-274 EDN: KJGDVW
4. Караполов В. Г., Степанов О. А., Грузликов А. М., Литвиненко Ю. А. Решение задачи позиционирования АНПА относительно стационарной посадочной платформы с применением оптимизации на фактор-графе // Матер. XXXI Санкт-Петербург. междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. 2024. EDN: IRRXPI
5. Караполов В. Г., Грузликов А. М. Использование неравенства Рао-Крамера при решении задачи относительной навигации подводного аппарата // Матер. XIV Всерос. совещания по проблемам управления. 2024. С. 1746–752. EDN: GMQBNI

6. Караполов В. Г., Грузликов А. М., Золотаревич В. П. Рекуррентный алгоритм позиционирования и определения ориентации АНПА // Сб. матер. XXX Санкт-Петербург. междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. 2023. С. 54–57. EDN: OLZNFX
7. Pinheiro P. M., Neto A. A., Grando R. B. et al. Trajectory Planning for Hybrid Unmanned Aerial Underwater Vehicles with Smooth Media Transition // Journal Intel Ro-bot Syst. 104, 46. 2022. DOI: 10.1007/s10846-021-01567-z EDN: FBDRDS
8. Liu S., Xu H., Lin Y., Gao L. Visual Navigation for Recovering an AUV by Another AUV in Shallow Water // Sensors. 2019, 19, 1889. DOI: 10.3390/s19081889
9. Subsea Docking Station [Электронный ресурс]. 2019. URL: <https://www.bluelogic.no/news-and-media/subsea-docking-station-sds->.
10. Peng S, Liu J, Wu J, Li C, Liu B, Cai W, Yu H. A Low-cost Electromagnetic Docking Guidance System for Micro Autonomous Underwater Vehicles // Sensors. 2019, 19(3):682. DOI: 10.3390/s19030682
11. Feezor M. D., Sorrell F. Y., Blankinship P. R., and Bellingham J. G. Autonomous Underwater Vehicle Homing/Docking via Electromagnetic Guidance // Journal of oceanic engineering. October 2001. Vol. 26, № 4. P. 515–521. DOI: 10.1109/48.972086
12. Кебкал К. Г., Машошин А. И. Гидроакустические методы позиционирования автономных необитаемых подводных аппаратов // Гирокопия и навигация. 2016. Т. 24, №3 (94). С. 115–130. DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.3.115-130 EDN: WTPSNR
13. Степанов О. А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 1998. 370 с. ISBN: 5-900780-15-5 EDN: RUVATH
14. Степанов О. А., Моторин А. В., Золотаревич В. П. [и др.] Рекуррентные и нерекуррентные алгоритмы в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с алгоритмами оптимизации на графах // XXXI Санкт-Петербург. междунар. конф. по интегрированным навигационным системам: Сб. докл. Санкт-Петербург, 27–29 мая 2024 г. СПб.: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2024. С. 336–344. EDN: IBOXVJ
15. Емельянцев Г. И., Степанов А. П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: ГНЦ РФ АО "Концерн "ЦНИИ Электроприбор", 2016. ISBN: 978-5-91995-029-5 EDN: XSSBEF
16. Levenberg K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares // Quarterly of Appl. Math. 1944. Vol. 2. P. 164–168. DOI: 10.1090/qam/10666
17. Marquardt D. W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters // Journal of The Society for Industrial and Applied Mathematics. 1963. Vol.11. P. 431–441.
18. Loshchilov I., Hutter F. Decoupled weight decay regularization // International Conference on Learning Representations. arXiv:1711.05101. 2019.

## References

1. Koshaev, D. A. (2022), "AUV Relative Position and Attitude Determination Using Acoustic Beacons", *Gyroscopy and Navigation*, no 13, pp. 262–275. doi: 10.1134/S2075108722040083.

2. Gruzlikov, A. M. (2022), "Short and Ultra-Short Baseline Navigation of the AUV for Bringing it to the Bottom Docking Device", *Proceedings of the 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, pp. 1–3.
3. Gruzlikov, A. M., Karaulov, V. G., Mukhin, D. A., and Shalaev, N. A. (2023), "Results of Testing the Positioning Algorithm and Determining the Orientation of the Underwater Vehicle Based on Data from Hydroacoustic Beacons", *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. Section 4. Communication, Navigation, and Guidance*, pp. 265–275. doi: 10.18522/2311-3103-2023-1-265-274. (In Russian).
4. Karaulov, V. G., Stepanov, O. A., Gruzlikov, A. M., and Litvinenko, Y. A. (2024), "Recursive Algorithm for AUV Positioning and Determining Its Orientation", *Proceedings of the 31st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, pp. 1–4.
5. Karaulov, V. G. and Gruzlikov, A. M. (2024), "Using the Cramer-Rao Inequality in Solving the Problem of Relative Navigation of an Underwater Vehicle", *Materials of the XIV All-Russian Meeting on Control Problems*, pp. 1746–1752. (In Russian).
6. Karaulov, V. G., Gruzlikov, A. M., and Zolotarevich, V. P. (2023), "Recursive Algorithm for AUV Positioning and Determining Its Orientation", *Proceedings of the 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, pp. 1–4.
7. Pinheiro, P. M., Neto, A. A., Grando, R. B., et al. (2022), "Trajectory Planning for Hybrid Unmanned Aerial Underwater Vehicles with Smooth Media Transition", *Journal Intelligent Robotic Systems*, 104, p. 46.
8. Liu, S., Xu, H., Lin, Y., & Gao, L. (2019), "Visual Navigation for Recovering an AUV by Another AUV in Shallow Water", *Sensors*, no 19, p. 1889.
9. Blue Logic AS. (2019), *Subsea Docking Station SDS*. Available at: <https://www.bluelogic.no/news-and-media/subsea-docking-station-sds-> (Accessed: November 2023).
10. Peng, S., Liu, J., Wu, J., et al. (2019), "A Low-Cost Electromagnetic Docking Guidance System for Micro Autonomous Underwater Vehicles", *Sensors*, no 19(3), p. 682.
11. Feezor, M. D., Sorrell, F. Y., Blankinship, P. R., and Bellingham, J. G. (2001), "Autonomous Underwater Vehicle Homing/Docking via Electromagnetic Guidance", *Journal of Oceanographic Engineering*, no 26(4), pp. 515–521.
12. Kekkal, K. G., and Mashoshin, A. I. (2017), "AUV Acoustic Positioning Methods", *Gyroscopy and Navigation*, vol. 8(1), pp. 80-89. doi: 10.17285/0869-7035.2016.24.3.115-130.
13. Stepanov, O. A. (1998), *Primenenie teorii nelinejnoj fil'tracii v zadachah obrabotki navigacionnoj informacii* [Application of Nonlinear Filtering Theory in Processing Navigation Information (In Russian)], St. Petersburg: CSRI Elektronika, 370 p.
14. Stepanov, O. A., Zolotarevich, V.P., Litvinenko, Y. A., Isaev, A. M. and Motorin, A. V. (2024), "Recursive and Nonrecursive Algorithms Applied to Navigation Data Processing: Differences and Interrelation with Factor Graph Optimization Algorithms", *Proceedings of the 31th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, pp. 336–344.

15. Emelianstev, G. I. and Stepanov, A. P. (2016), *Integrirovannye inertial'no-sputnikovye sistemy orientacii i navigacii* [Integrated Inertial-Satellite Orientation and Navigation Systems (In Russian)], St. Petersburg: CSRI Elektronpriboi.
13. Levenberg, K. (1944), "A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares", *Quarterly of Applied Mathematics*, no 2, pp. 164–168.
14. Marquardt, D.W. (1963), "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters", *SIAM Journal on Numerical Analysis*, no 11, pp. 431–441.
15. Loshchilov, I., and Hutter, F. (2019), "Decoupled Weight Decay Regularization", *Proceedings of the International Conference on Learning Representations*, arXiv preprint arXiv:1711.05101.

**Информация об авторах:**

*B. Г. Карапулов* – инженер-программист, Государственный научный центр Российской Федерации АО Концерн «ЦНИИ "Электроприбор"» (197046, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Малая посадская, 30);

*A. М. Грузликов* – к. т. н., начальник отдела, Государственный научный центр Российской Федерации АО Концерн «ЦНИИ "Электроприбор"» (197046, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Малая посадская, 30).

**Information about the authors:**

*V. G. Karaulov* – Software Engineer at State Research Center of the Russian Federation – Concern CSRI Elektropribor, JSC (30, Malaya Posadskaya St., Saint Petersburg, Russia, 197046);

*A. M. Gruzlikov* – PhD, Head of the Department at State Research Center of the Russian Federation – Concern CSRI Elektropribor, JSC (30, Malaya Posadskaya St., Saint Petersburg, Russia, 197046).